

# **Katı Yakıtlı Roket Motorlarında Üç Boyutlu Yakıt Gerilemesi ile Akışın Modellenmesi**

**Proje No: 104M429**

Prof. Dr. M. Halûk AKSEL  
Makina Yük. Müh. Korhan ÇOŞKUN  
Dr. Atılğan TOKER  
Dr. Tuğrul TINAZTEPE

AĞUSTOS 2008  
ANKARA

## ÖNSÖZ

Bu proje çerçevesinde katı yakıtlı roket motorlarında üç boyutlu yakıt gerilemesini ve motor ile lüle içerisindeki akışı modelleyen bir yazılım geliştirilmiştir. Bu çalışmadaki sonuçlar Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümünde, Prof. Dr. M. Haluk Aksel'in tez yürütücülüğünde ve Dr. Atılgan Toker tarafından gerçekleştirilen "Three-Dimensional Retarding Walls and Flow in their Vicinity" isimli Doktora tezi ile Prof. Dr. M. Haluk Aksel'in tez yürütücülüğünde ve Dr. Tuğrul Tınaztepe'nin yardımcı tez yürütücülüğünde Makina Yüksek Mühendisi Korhan Çoşkun tarafından gerçekleştirilen "Three-dimensional Laminar Compressible Navier-Stokes Solver for Internal Rocket Flow Applications" isimli Yüksek Lisans tezi çerçevesinde elde edilmiştir. Bu proje Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu, Mühendislik Araştırma Grubu tarafından desteklenmiştir.

# İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
TABLO LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
ÖZET	x
ABSTRACT	xi
<b>1. GİRİŞ</b>	<b>1</b>
1.1 GENEL	1
1.2 KATI YAKITLI ROKET MOTORLARI	2
1.2.1 Katı Yakıt	2
1.2.2 Motor Borusu	5
1.2.3 Ateşleyici	5
1.2.4 Yalıtım ve Astar	6
1.2.5 Lüle	7
1.3 LİTERATÜR TARAMASI	7
1.3.1 Arayüz İzleme Yöntemleri	10
1.3.2 Arayüz Yakalama Yöntemleri	12
1.3.3 Roket Performansının Belirlenmesi	13
1.3.4 Euler Çözücüsü	15
<b>2. YAKIT GERİLEME YAZILIMININ GELİŞTİRİLMESİ</b>	<b>17</b>
2.1 GİRİŞ	17
2.2 EĞRİLERİN ÖZELLİKLERİ	17
2.2.1 Arayüzün Hızı	17
2.2.2 Eğri Gelişiminin Parametrik Özellikleri	18
2.2.3 Salınımların Büyümesi	19
2.2.4 Entropi Şartı	19
2.2.5 Sınır Değeri Formülasyonu	21
2.2.6 İlk Değer Formülasyonu	21
2.2.7 Sınır Değer ve İlk Değer Formülasyonlarının Avantajları	22

2.2.8	Sınır Değer ve İlk Değer Formülasyonlarının Karşılaştırılması	22
2.3	SINIR DEĞER PROBLEMİ İÇİN SAYISAL ALGORİTMA	23
2.4	HIZLI İLERLEME YÖNTEMİ	23
2.4.1	Güncelleme Prosedürü	24
2.4.2	Üçgenlerden Oluşan Hesaplama Alanında Yaklaşım	25
2.4.3	Düzensiz Hesaplama Ağlarında Türev Yaklaşımı	25
2.4.4	Yön Hassasiyeti Kriteri	27
2.5	KESİK HÜCRE METODOLOJİSİ	28
<b>3.</b>	<b>YAKIT GERİLEME YAZILIMININ TEST EDİLMESİ</b>	<b>33</b>
3.1	GİRİŞ	33
3.2	İKİ BOYUTLU YAKIT GERİLEME YAZILIMININ TEST EDİLMESİ	33
3.2.1	Düz Arayüz	33
3.2.2	90° Köşe Arayüz	34
3.2.3	Dairesel Arayüz	34
3.2.4	Üç Çeyrek Daireden Oluşan Düzgün Arayüz	36
3.2.5	Çarpışan Daireler	38
3.3	ÜÇ BOYUTLU YAKIT GERİLEME YAZILIMININ TEST EDİLMESİ	38
3.2.1	Dikdörtgenler Prizması içindeki Küp	40
3.2.2	Dikdörtgenler Prizması içindeki Silindir	41
3.2.3	Dikdörtgenler Prizması içindeki Düzgün Arayüz	43
3.2.4	Dikdörtgenler Prizması içindeki Çarpışan Silindirler	46
<b>4.</b>	<b>EULER ÇÖZÜCÜSÜNÜN GELİŞTİRİLMESİ</b>	<b>48</b>
4.1	GİRİŞ	48
4.2	EULER DENKLEMLERİNİN KORUNABİLİR HALİ	48
4.3	JAKOBİYEN MATRİSLERİ	49
4.4	EULER DENKLEMLERİNİN KARAKTERİSTİKLERİ	51
4.5	SONLU HACİM ÇÖZÜMÜ	53
4.6	VAN LEER AKI AYRIŞTIRMASI	53
4.7	ROE'NUN RIEMANN ÇÖZÜCÜSÜ	54
4.8	ENTROPİ DÜZELTME ŞARTI	57
4.9	AKI HESAPLAMALARI	58
4.9.1	Birinci Derece Doğruluk	58
4.9.2	İkinci Derece Doğruluk	58
4.9.2.1	Green-Gauss Yaklaşımı	59
4.9.2.2	En Küçük Kareler Yaklaşımı	58
4.9.2.3	Sınırlayıcı Fonksiyon	61
4.10	ZAMAN BOYUTUNDA AYRIŞTIRMA	62

4.10.1	Açık (Explicit) Zaman Adımlaması	63
4.10.2	Kapalı (Implicit) Zaman Adımlaması	64
4.11	<b>BAŞLANGIÇ VE SINIR ŞARTLARI</b>	66
4.11.1	Enjeksiyon Sınır Şartı	66
4.11.2	Simetri Sınır Şartı	67
4.11.3	Sürtünmesiz Akış için Duvar Sınır Şartı	67
4.11.4	Ses Altı Çıkış Akışı Sınır Şartı	67
4.11.5	Ses Üstü Çıkış Akışı Sınır Şartı	67
5.	<b>EULER ÇÖZÜCÜSÜNÜN TEST EDİLMESİ</b>	68
5.1	GİRİŞ	68
5.2	KÜP ŞEKLİNDE KÜTLE ENJEKSİYONU PROBLEMİ	68
5.3	SESALTI AKIŞLI İKİ BOYUTLU KÜTLE ENJEKSİYONU PROBLEMİ	72
5.4	KATI YAKITLI EKSENEL SİMETRİK MİNİ ROKET MOTORU	76
5.4.1	Zamanda Tümleme Yönteminin Karşılaştırılması	79
5.4.2	Gradyan Hesaplama Yöntemlerinin Karşılaştırılması	81
6.	<b>YAKIT GERİLEMESİ YAZILIMI İLE AKIŞ ÇÖZÜCÜSÜNÜN BİRLİKTE ÇALIŞTIRILMASI</b>	83
6.1	GİRİŞ	83
6.2	6C4 TEST MOTORU	86
6.3	İTİCİ ROKET MOTORU	98
6.4	YAKIT HATALARI	106
6.5	KAMBURLUK ETKİSİ	109
7.	<b>DEĞERLENDİRME</b>	112
	<b>KAYNAKLAR</b>	114

## TABLO LİSTESİ

<b>Tablo</b>		<b>Sayfa</b>
Tablo 2.1	Hibrid hesaplama ağındaki değişik elemanlar için bağlantılar	32
Tablo 6.1	6C4 test motoru için gerekli girdi parametreleri	76
Tablo 6.2	İtici roket motoru için gerekli girdi parametreleri	89

## ŞEKİL LİSTESİ

Şekil		Sayfa
Şekil 1.1	Katı yakıtlı roket motoru	2
Şekil 1.2	Serbest duran yakıt konfigürasyonu	3
Şekil 1.3	Motor borusuyla sınırlanmış yakıt konfigürasyonu	4
Şekil 1.4	Basitleştirilmiş ateşleyici bütünü	6
Şekil 1.5	Mevcut lüle tipleri	8
Şekil 1.6	(a) Arayüz izleme ve (b) arayüz yakalama yöntemleri	10
Şekil 2.1	Arayüzün $\phi$ hızıyla hareketi	17
Şekil 2.2	Arayüzün parametrik gösterimi	18
Şekil 2.3	Toplam varyasyonun eğrilerin buruşukluğuna etkisi	19
Şekil 2.4	Entropi şartı	20
Şekil 2.5	Arayüz ilerlemesinde Huygens prensibi	20
Şekil 2.6	Bir boyutlu dalga hareketi	21
Şekil 2.7	Hızlı ilerleme yöntemine güncelleme prosedürü	24
Şekil 2.8	Yönlü türevin tanımı	25
Şekil 2.9	(a) Kabul edilebilir ve (b) kabul edilemez gradyan varsayımları	27
Şekil 2.10	Bir eleman içindeki arayüz senaryoları	29
Şekil 2.11	Arayüz üzerinde bulunan bir eleman	30
Şekil 2.12	Arayüz üzerinde hibrid hesaplama ağı	31
Şekil 2.13	Hesaplama ağının yeniden düzenlenmesi için kullanılan yöntemler (a) Hesaplama ağı üzerindeki arayüz, (b) hibrid hesaplama ağı yöntemi, (c) tetrahedron elemanlara bölme yöntemi ve (d) düğüm noktalarını arayüze hareket ettirme yöntemi	31
Şekil 2.14	Hibrid hesaplama ağının oluşturulması	32
Şekil 3.1	Düz arayüz (a) geometri ve (b) yakıt gerilemesi	34
Şekil 3.2	90° köşe arayüz (a) geometri, (b) 100 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi (c) 50 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi ve (d) 10 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi	35

Şekil 3.3	(a) Dışarı ve (b) içeri doğru yanan daire	35
Şekil 3.4	Dışarıya doğru yanan dairede (a) 100 birimlik ve (b) 10 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi	36
Şekil 3.5	İçeriye doğru yanan dairede 10 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi	36
Şekil 3.6	(a) Dışarı ve (b) içeri doğru yanan üç çeyrek daireden oluşan düzgün arayüz	37
Şekil 3.7	Dışarıya doğru yanan üç çeyrek daireden oluşan düzgün arayüzde (a) 50 birimlik ve (b) 10 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi	37
Şekil 3.8	İçeriye doğru yanan üç çeyrek daireden oluşan düzgün arayüzde 10 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi	38
Şekil 3.9	Çarpışan daireler problemi	38
Şekil 3.10	Çarpışan daireler probleminde (a) 50 birimlik ve (b) 10 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi	39
Şekil 3.11	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan küpte 100 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi	39
Şekil 3.12	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan küpte 25 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi	40
Şekil 3.13	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan küpte yanma alanının ağa göre değişmesi	40
Şekil 3.14	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan silindirde 25 birimlik ağ sıklığı için dışarıya doğru yakıt gerilemesi	41
Şekil 3.15	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan silindir için dışarıya doğru yakıt gerilmesinde yanma alanının hesaplama ağ sıklığına göre değişmesi	41
Şekil 3.16	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan silindirde 100 birimlik ağ sıklığı için içeriye doğru yakıt gerilemesi	42
Şekil 3.17	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan silindirde 25 birimlik ağ sıklığı için içeriye doğru yakıt gerilemesi	42
Şekil 3.18	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan silindir için içeriye doğru yakıt gerilmesinde yanma alanının hesaplama ağ sıklığına göre değişmesi	43
Şekil 3.19	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan düzgün arayüzde 100 birimlik ağ sıklığı için dışarıya doğru yakıt gerilemesi	43
Şekil 3.20	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan düzgün arayüzde 25 birimlik ağ sıklığı için dışarıya doğru yakıt gerilemesi	44
Şekil 3.21	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan düzgün arayüz için dışarıya doğru yakıt gerilmesinde yanma alanının hesaplama ağ sıklıklarına göre değişmesi	44
Şekil 3.22	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan düzgün arayüzde 100 birimlik ağ sıklığı için içeriye doğru yakıt gerilemesi	45
Şekil 3.23	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan düzgün arayüzde 25 birimlik ağ sıklığı için içeriye doğru yakıt gerilemesi	45



Şekil 3.24	Dikdörtgenler prizması içinde bulunan düzgün arayüz için içeriye doğru yakıt gerilmesinde yanma alanının hesaplama ağı sıklıklarına göre değişmesi	46
Şekil 3.25	Dikdörtgenler prizması içindeki çarpışan silindirlerde 25 birimlik ağı sıklığı için yakıt gerilemesi	47
Şekil 4.1	x-yönünde ayrıştırılmış Euler denklemleri için Riemann probleminin yapısı	55
Şekil 5.1	Küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi	68
Şekil 5.2	Küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi (a) 10x10x10 birimlik hesaplama ağı ve (b) 20x20x20 birimlik hesaplama ağı	69
Şekil 5.3	10x10x10 birimlik hesaplama ağı kullanan küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi için Mach eş eğrileri	69
Şekil 5.4	10x10x10 birimlik hesaplama ağı kullanan küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi için statik basıncın simetri eksenini boyunca değişimi	70
Şekil 5.5	20x20x20 birimlik hesaplama ağı kullanan küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi için Mach eş eğrileri	70
Şekil 5.6	20x20x20 birimlik hesaplama ağı kullanan küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi için statik basıncın simetri eksenini boyunca değişimi	71
Şekil 5.7	20x20x20 birimlik hesaplama ağı kullanan küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi için hatanın yinelemelere göre değişimi (Van Leer yöntemi)	71
Şekil 5.8	20x20x20 birimlik hesaplama ağı kullanan küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi için hatanın yinelemelere göre değişimi (Roe yöntemi)	72
Şekil 5.9	İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemi	72
Şekil 5.10	Vuillot, Yumuşak, Taşkınoğlu ve Tınaztepe (1998) tarafından kullanılan iki boyutlu hesaplama ağı	73
Şekil 5.11	Üç boyutlu hesaplama ağı	73
Şekil 5.12	İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemindeki Mach sayısı eğrileri	74
Şekil 5.13	İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemi için x eksenindeki statik basınç dağılımı	74
Şekil 5.14	İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemi için hatanın yinelemelere göre değişimi (Van Leer yöntemi)	75
Şekil 5.15	İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemi için hatanın yinelemelere göre değişimi (Roe yöntemi)	75
Şekil 5.16	İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemi için Mach sayısı eğrileri	76
Şekil 5.17	İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemi için x eksenindeki statik basınç dağılımı	77
Şekil 5.18	IBS2D ile kullanılan iki boyutlu ve HIBS3D ile kullanılan üç boyutlu hesaplama ağları	77
Şekil 5.19	Katı yakıtlı aksenal simetrik mini roket motoru için Mach sayısı eğrileri	78
Şekil 5.20	Katı yakıtlı aksenal simetrik mini roket motoru için x eksenindeki statik	

	basınç dağılımı	78
Şekil 5.21	Katı yakıtlı aksenal simetrik mini roket motoru için hatanın yinelemelere göre değişimi	79
Şekil 5.22	Katı yakıtlı aksenal simetrik mini roket motoru için Mach sayısı eğrileri	80
Şekil 5.23	Katı yakıtlı aksenal simetrik mini roket motoru için yoğunluktaki artakalanın CPU zamanına göre değişimi	80
Şekil 5.24	Katı yakıtlı aksenal simetrik mini roket motoru için yoğunluktaki artakalanın yineleme sayısına göre değişimi	81
Şekil 5.25	Katı yakıtlı aksenal simetrik mini roket motorunda ikinci dereceden çözümler ve ISB2D çözümü için Mach sayısı eğrileri	82
Şekil 6.1	Düğüm noktasının yerinin belirlenmesi	84
Şekil 6.2	Akış alanındaki birleştirilmiş arayüz çözümü	84
Şekil 6.3	Ayrılmış arayüz yakalanması	85
Şekil 6.4	6C4 test motoru	86
Şekil 6.5	6C4 test motorunun analizi için oluşturulan hesaplama ağı	88
Şekil 6.6	6C4 test motorunda Mach eş eğrileri (0,2 s sonra)	88
Şekil 6.7	6C4 test motorunda oluşan x eksenindeki basınç dağılımı (0,2 s sonra)	89
Şekil 6.8	6C4 test motorundaki kütlelel debinin yakınsaması (0,2 s sonra)	89
Şekil 6.9	6C4 test motorundaki yakınsama tarihçesi (0,2 s sonra)	90
Şekil 6.10	6C4 test motorunda Mach eş eğrileri (0,6 s sonra)	90
Şekil 6.11	6C4 test motorunda oluşan x eksenindeki basınç dağılımı (0,6 s sonra)	91
Şekil 6.12	6C4 test motorundaki kütlelel debinin yakınsaması (0,6 s sonra)	91
Şekil 6.13	6C4 test motorundaki yakınsama tarihçesi (0,6 s sonra)	92
Şekil 6.14	6C4 test motorunda Mach eş eğrileri (1 s sonra)	92
Şekil 6.15	6C4 test motorunda oluşan x eksenindeki basınç dağılımı (1 s sonra)	93
Şekil 6.16	6C4 test motorundaki kütlelel debinin yakınsaması (1 s sonra)	93
Şekil 6.17	6C4 test motorundaki yakınsama tarihçesi (1 s sonra)	94
Şekil 6.18	6C4 test motorunda Mach eş eğrileri (1,4 s sonra)	94
Şekil 6.19	6C4 test motorunda oluşan x eksenindeki basınç dağılımı (1,4 s sonra)	95
Şekil 6.20	6C4 test motorundaki kütlelel debinin yakınsaması (1,4 s sonra)	95
Şekil 6.21	6C4 test motorundaki yakınsama tarihçesi (1,4 s sonra)	96
Şekil 6.22	6C4 test motorunun baş tarafındaki basıncın zamana göre değişimi	96
Şekil 6.23	6C4 test motorunun verdiği itkinin zamana göre değişimi	97
Şekil 6.24	Lüle boğazında hesaplama ağı sıklığının etkileri	98
Şekil 6.25	İtici roket motoru	99
Şekil 6.26	İtici roket motorunun analizinde kullanılan hesaplama ağı	99
Şekil 6.27	İtici roket motorunda Mach eş eğrileri (0,5 s sonra)	100

Şekil 6.28	İtici roket motorunda oluşan x eksenini üzerindeki basınç dağılımı (0,5 s sonra)	101
Şekil 6.29	İtici roket motorunda Mach eş eğrileri (18,18 s sonra)	101
Şekil 6.30	İtici roket motorunda oluşan x eksenini üzerindeki basınç dağılımı (18,18 s sonra)	102
Şekil 6.31	İtici roket motorunda Mach eş eğrileri (24,96 s sonra)	102
Şekil 6.32	İtici roket motorunda oluşan x eksenini üzerindeki basınç dağılımı (24,96 s sonra)	103
Şekil 6.33	İtici roket motorunda Mach eş eğrileri (28,96 s sonra)	103
Şekil 6.34	İtici roket motorunda oluşan x eksenini üzerindeki basınç dağılımı (28,96 s sonra)	104
Şekil 6.35	İtici roket motorunun baş tarafındaki basıncın zamana göre değişimi	104
Şekil 6.36	İtici motorunun verdiği itkinin zamana göre değişimi	105
Şekil 6.37	Birinci test durumu için hava boşluklarının yeri	106
Şekil 6.38	İkinci test durumu için hava boşluklarının yeri	106
Şekil 6.39	Birinci ve ikinci test durumları için hesaplama ağı	107
Şekil 6.40	Birinci ve ikinci test durumları için yanma ağıının değişimi	107
Şekil 6.41	Birinci ve ikinci test durumları için statik basıncın zamana göre değişimi	108
Şekil 6.42	Birinci ve ikinci test durumları için itkinin zamana göre değişimi	108
Şekil 6.43	Birinci test durumu için yanma yüzeyinin zaman içerisinde değişimi	109
Şekil 6.44	İkinci test durumu için yanma yüzeyinin zaman içerisinde değişimi	109
Şekil 6.45	Kamburluk parametresinin radyal yöndeki değişimi	110
Şekil 6.46	Kamburluk parametresinin aksenal yöndeki değişimi	110
Şekil 6.47	6C4 test motorunun baş tarafındaki statik basıncın kamburluk etkisiyle zamana göre değişimi	111
Şekil 6.48	6C4 test motorunun verdiği itkinin kamburluk etkisiyle zamana göre değişimi	111

## ÖZET

Katı yakıtlı roket motorlarının performansını motor içinde yapılan aerodinamik hesaplamalarla elde etmek mümkündür. Bu amaçla motor içerisindeki katı yakıtın geriye doğru yanması ve motor ile lüle içerisindeki iç akışın modellenmesi gerekmektedir. Akış hesaplarının yapılacağı kontrol hacminin oluşturulabilmesi için geriye yanma hesaplarının yapılması gerekmektedir. Katı yakıtın yanması esnasında katı ve gaz fazları arasında kalan ara yüzey, yakıtta doğru yüzeye normal yönde hareket ederken, yanma sonucu oluşan yüksek basınç ve sıcaklıktaki gazlar ters yönde kontrol hacmine akmaktadır. Bu durumda çözümün ilerlemesi sırasında hareket etmekte olan yakıt yüzeyinin takip edilmesi gerekmektedir.

Katı yakıtın geriye doğru yanması hızlı ilerleme yöntemi (fast marching method) ile modellenmiştir. Bu yöntemde yakıt ile gaz arasındaki arayüzün tek yöne hareket etme özelliğinden faydalanılarak üç boyutlu sabit bir tetrahedron hesaplama ağı üzerinde Eikonal tipi denklemler çözülmüştür

Katı yakıtın yanmasıyla ortaya çıkan gazların katı yakıt ile lüle içerisindeki ses altı, ses civarı ve ses üstü hızlardaki üç boyutlu sıkıştırılabilen akışı, Euler denklemleri kullanılarak modellenmiştir. Uzaydaki ayrıklaştırma için hücre merkezli sonlu hacim metodu ile Roe'nun yön hassas (upwind) akı ayırımına dayalı yöntemi kullanılmıştır. İkinci dereceden doğruluk için parçalı doğrusal yeniden yapılandırma (piecewise linear reconstruction) yararlanılmıştır. Yeniden yapılandırma için gerekli akış değişkenlerinin gradyanları Green-Gauss yaklaşımı ile en küçük kareler yöntemi (least squares method) ile elde edilmiştir. Çözüm, 4 ile 8 noktalı üç boyutlu elemanlardan oluşan hibrid tipte hesaplama ağı üzerinde elde edilmiştir. Zaman boyutundaki ayrıştırma açık (explicit) olarak 4 kademeli Runge-Kutta yöntemi ile kapalı (implicit) olarak alt-üst simetrik Gauss-Seidel yineleme yöntemi ile gerçekleştirilmiştir.

Yakıt yanma hızı akış çözücüsünden gelen basınca göre güncellenmektedir. Bu nedenle yakıt gerilemesini izleyen ve akışı çözen yazılımlar birbirlerini takip ederek çalıştırılmaktadır. Yazılımlardan elde edilen sonuçlar gerçek roket ateşleme verileri ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

**Anahtar Sözcükler** Katı Yakıtlı Roket Motoru, Yakıt Gerilemesi, Euler denklemleri, Sayısal Akışkanlar Dinamiği, Sonlu Hacim Yöntemi

## ABSTRACT

The performance of solid propellant rocket motors can be obtained through aerodynamic calculations in the motor. For this reason, the simulations of the grain burnback and flow inside the motor and nozzle are required. In order to generate the control volume for flow calculations, grain calculations should be carried out. As the interface between the solid and gas phases moves normal to the grain during the burnback of the propellant, the generated gases at a high temperature and pressure flow into the control volume in the opposite direction. In this case, the interface that is moving must be followed as the solution proceeds.

The burnback of the solid propellant will be simulated by the fast marching method. In this case, Eikonal type equations are solved on a three-dimensional stationary tetrahedron computational grid due to the one directional movement of the interface between the propellant and gas.

The three-dimensional compressible subsonic, transonic and supersonic flow of gases, which are generated due to the combustion of the solid propellant, is modeled by using Euler equations. Space discretisation is achieved by cell centered finite volume method and Roe's upwind flux differencing scheme. Second order accuracy is achieved by piecewise linear reconstruction. Gradients of flow variables required for piecewise linear reconstruction are calculated with the Green-Gauss and least squares approaches. Solution is obtained on a hybrid computational mesh, which is formed by 4- and 8-noded three dimensional elements. Temporal discretisation is obtained explicitly by four stage Runge-Kutta method and implicitly by lower-upper symmetric Gauss-Seidel iteration scheme.

Burning rate of the propellant is updated according to the pressure that is obtained from the flow solver. For this reason, the grain burnback code and flow solver are run successively. The results that are obtained from the developed codes are compared with the actual rocket firing data.

**Keywords:** Solid Propellant Rocket Engine, Grain Burnback, Euler Equations, Computational Fluid Dynamics, Finite Volume Method

# BÖLÜM 1

## GİRİŞ

### 1.1 GENEL

Roket motorlarının birincil işlevi, roket bütününe istenen hızı kazandırmak ve bu hızı belirli bir süre boyunca korumaktır. Katı yakıtlı roketler, istenen itkiyi kendi sistemindeki momentum değişimi sayesinde sağladığından, saf reaksiyon sistemi olarak düşünülürler. Dolayısıyla, ne oksitleyici olarak ne de reaksiyon için gerekli bir madde olarak havaya ihtiyaç duyarlar.

Roket motoru tipik bir enerji dönüştürme sistemidir. Yakıtın yanması sonucunda oluşan yüksek basınç ve sıcaklıktaki gazlar lüleye doğru hareket eder ve buradan dışarıya atılır. Böylece, kimyasal enerji kinetik enerjiye çevrilir. Yanma odası ve lüle çıkışındaki basınç ve hız farkından dolayı itki sağlanmış olur. İtki için gerekli enerji kaynağı, roket motoru içinde kimyasal reaksiyonları sağlayan yakıtın yanması sonucu elde edilir.

Roket motorlarının kullanım alanları, onların özel karakterlerine bağlıdır. Ancak, genel olarak roket motorlarının karakteristiklerini aşağıdaki şekilde özetlemek mümkündür.

- (i) Ortamdaki havaya ihtiyaç duymazlar.
- (ii) Roket motorunda oynar parçalar genelde bulunmaz.
- (iii) Yanma odasındaki yüksek basınç, küçük hacimli bir motordan çok yüksek enerji elde edilmesine olanak verir.
- (iv) Roket motorlarının herhangi bir turbojet motoruna göre daha yüksek özgül yakıt tüketim oranı vardır.

Yukarıda sayılan özelliklerden anlaşılacağı üzere, yüksek irtifadaki uçuşlarda ve kısa sürede çok büyük itki gereksinimi olan uygulamalarda roket motorları kullanım açısından çok uygundur.

Roket motorları pek çok şekilde sınıflandırılabilirler. Yakıt tiplerine göre sınıflandırma da bunlardan biridir.

a) Katı Yakıtlı Roket Motorları: Adından anlaşılacağı gibi, bu tip motorlarda yakıt katı halde ve yanma odasının içinde bulunur. Farklı itki gereksinimlerini karşılamak için çok farklı şekilde ve büyüklükte

yakıtlar mevcuttur. Sıvı yakıtlı roket motorlarıyla karşılaştırıldığında, katı yakıtlı roket motorları daha basit yapıdadır ve herhangi bir bakım gerektirmez. Katı yakıtlı roket motorları bir sonraki bölümde daha detaylı incelenecektir.

b) Sıvı Yakıtlı Roket Motorları: Sıvı yakıtlı roket motorlarında, sıvı yakıt ve oksitleyici yakıt oksitleyici memeleri tarafından yanma odasına püskürtülür. Yanma odasında sıvı yakıt ve oksitleyici birbirine karıştırılarak yakılır. Tipik bir sıvı yakıtlı roket motoru, yanma odası, lüle, destekleyici elemanlar, püskürtücü ve ateşleme sisteminden oluşur. Bazı durumlarda, yanma odasında bir takım vanalar veya kontrol amaçlı cihazlar da bulunabilir. Yavaş yanan sıvı yakıt sayesinde, çok uzun yanma zamanları bu tip roketlerde elde edilir.

c) Gaz Yakıtlı Roket Motorları: Çalışma prensibi olarak sıvı yakıtlı roket motorlarıyla aynıdır. Ancak, yakıt bu tip motorlarda sıvı yerine gaz halindedir.

d) Hibrid Yakıtlı Roket Motorları: Hibrid yakıtlı roket motorlarında, yakıtın bir kısmı katı diğer bir kısmı sıvı haldedir. Bu tip motorlarda herhangi bir yanma dengesizliği yoktur ve yanma hızı yakıt boyunca sabit kalmaktadır.

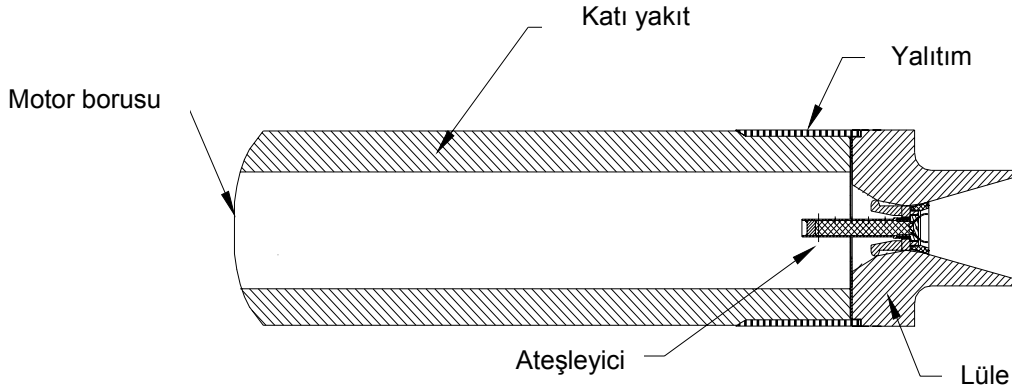
## 1.2. KATI YAKITLI ROKET MOTORLARI

Katı yakıtlı roket motorları en çok kullanım alanı olan roket motorlarıdır. Tipik bir katı yakıtlı roket motorunda, motor borusu, katı yakıt, ateşleyici, lüle, polimer yalıtkan, lüle ve astar bulunur. Çift bazlı katı yakıtlı roket motorlarında polimer yalıtkan ve astar bulunmaz. Tipik bir katı yakıtlı roket motoru Şekil 1.1 de gösterilmiştir.

### 1.2.1 Katı Yakıt

Genel olarak, katı yakıtlar üç farklı sınıfa ayrılır.

a) Çift bazlı katı yakıtlar: Çift bazlı katı yakıtlarda, oksitleyici ve ana yakıt maddesi aynı molekül içindedir ve bu molekül içinde homojen olarak dağılır. Bu yüzden, katı çift bazlı yakıtlar, homojen yakıtlar olarak da adlandırılır. Genel olarak, nitrogliserin ve nitrosellüloz, çift bazlı yakıtların temel iki maddesidir. “Çift baz” terimi, bu iki temel maddeden gelmiştir. Genel olarak, çift bazlı yakıtlar, % 50’den fazla nitrosellüloz ve % 40’tan az nitrogliserin içerir. Bu temel maddeler dışında, yakıtta plastikselleştirici (diethylphthalate), yanma sonucu oluşan kimyasal reaksiyonları yavaşlatan dengeleyici (diphenylamine, ethyl centralite, vs.), yanma hızını arttıran potasyum perklorat, yakıtın ani parlamasını önleyen potasyum sülfat ve çeşitli karışım maddeleri farklı amaçlar için çift bazlı yakıtlara eklenir.

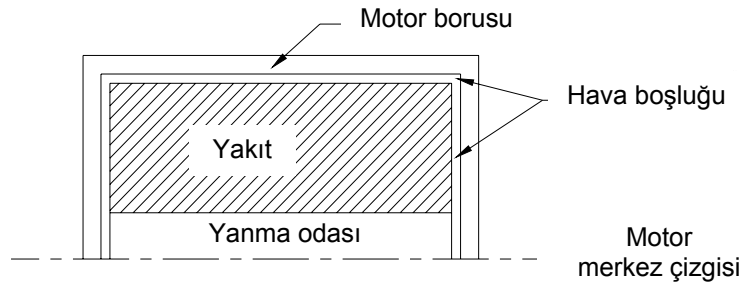


**Şekil 1.1** Katı yakıtlı roket motoru

Çift bazlı yakıtların üretim metotları incelendiğinde, nitroselüloz, nitrogliserin ve diğer katkı maddeleri, uygun bir çözücü (aseton) ile karıştırıcıda karıştırılır, daha sonra uygun bir kalıp kullanılarak istenen şekle ekstrüzyon yöntemi ile getirilir. En son işlem ise, gereğinden fazla çözücüyü kurutma yöntemi ile buharlaştırmaktır. (Barrere, Joumatte ve Vandekerckhove, 1960).

Çift bazlı katı yakıtın boyutları, mevcut kalıp ve ekstrüzyon ekipmanlarının boyutlarıyla sınırlandığı için, çift bazlı yakıtlar, genelde küçük roket motorlarında kullanılır. Yakıtın çekirdek geometrisini mevcut kalıbın geometrisi belirlediği için, karmaşık çekirdek geometrili çift bazlı yakıt elde etmek oldukça zordur. Çift bazlı yakıtın performansı, kompozit yakıtı göre daha azdır ve çift bazlı yakıtlar patlamaya karşı çok duyarlıdır. Üretim kolaylığı ve dolayısıyla üretim masraflarının azlığı çift bazlı yakıtların en önemli avantajıdır.

Çift bazlı yakıtlar roket motorunun dışında üretilir ve daha sonra motorun içine yerleştirilir. Dolayısıyla, Şekil 1.2'de görüldüğü gibi motor borusu ve yakıt arasında boşluk vardır. Yakıt motorun içine sabitleyicilerle sabitlenir. Bu özellikten dolayı çift bazlı yakıtlar, yakıtın motor içindeki konumu açısından "serbest duran yakıt tipi" olarak anılır.

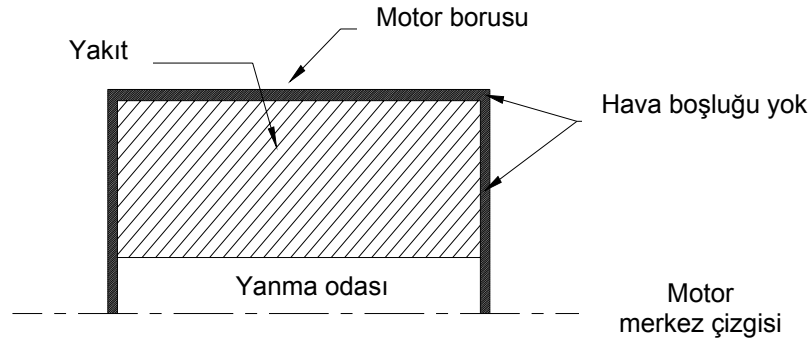


**Şekil 1.2** Serbest duran yakıt konfigürasyonu



b) Kompozit Yakıtlar: Katı yakıtlı roket teknolojisinde en çok kullanılan yakıt tipi kompozit yakıttır. Kompozit yakıtlarda, oksitleyici ve indirgeyici ayrı moleküllerdedir. Bu yüzden, kompozit yakıtlar “heterojen yakıtlar” olarak da anılır. Kompozit yakıtlar, yanma esnasında gerekli oksijeni sağlayan kristal oksitleyici ve yanma ısısını arttıran metal katkı maddelerinden oluşur. En genel olarak, kompozit yakıt, plastik bağlayıcının içinde saçılmış olan amonyum perklorat içerir. HTPB (Hydroxyl Terminated Polybutadiene) bu amaç için kullanılan plastik bağlayıcılardan biridir. Metal katkı maddeleri sadece yanma ısısını arttırmakla kalmaz, ayrıca yanma kararsızlığını da azaltır. Alüminyum, elde edilişi ve maliyeti açısından, bu amaç için kullanılan metal katkı maddelerine bir örnektir. Plastik bağlayıcı kullanılarak, büyük ve mekanik özellikleri çok iyi olan yakıt çekirdekleri üretilir. Yeterli mekanik özelliklerin elde edilmesi ve moleküller arası karşılıklı bağlantının sağlanması için, kompozit yakıtlar döküm sonrası belirli bir süre kendi haline bırakılır (Sutton, 1992).

Kompozit yakıtın üretim aşamalarına gelince, döküm en çok kullanılan işlemdir. İlk önce, oksitleyici kristaller belirli bir tane boyutuna getirilir ve diğer katı katkı maddeleriyle karıştırılır. Daha sonra, ana yakıt maddesi ve oksitleyici, hamur şeklini alana kadar karıştırılır ve hava kabarcıklarını önlemek için vakuma alınır. Vakuma alınan yakıt hamuru, roket motorunun içine dökülür. Bu işlem yapılmadan önce, motor borusunun iç yüzeyi ince bir astar tabakasıyla kaplanır. Yakıt geometrisi, Şekil 1.3'te görüldüğü gibi motor borusunun içine önceden yerleştirilen “mandrel” yardımıyla sağlanır. En son olarak, dökülen yakıt, hamur fazından daha katı bir faza geçerek sertleşmesi için yüksek sıcaklıklarda bir müddet bekletilir (Sutton, 1992).



**Şekil 1.3** Motor borusuyla sınırlanmış yakıt konfigürasyonu

Kompozit yakıtlar, farklı yakıt çekirdeği geometrilerinde üretilebilir. Genellikle, kompozit yakıtlar büyük roket motorlarında kullanılır, çünkü kompozit yakıtın çift bazlı yakıtla göre daha yüksek enerjisi vardır. Farklı sıcaklık limitlerinde kullanım, yanma hızının kolaylıkla kontrolü ve kararlı yanma, kompozit yakıtların avantajlarından bazılarıdır. Buna rağmen, kompozit yakıt üretimi pahalı ve zor bir işlemdir.

### **1.2.2 Motor Borusu**

Genel olarak, motor borusu, katı yakıt, ateşleyici, yalıtım ve astarı çevreleyip sınırlandıran çelikten yapılmış bir borudur. Katı yakıtın yanması, motor borusu içinde meydana geldiğinden, motor borusu yanma odası olarak da adlandırılır. Motor borusu ince cidarlı bir basınç tankı olduğu için, cidar kalınlığı, ince cidarlı basınç tankı yaklaşımıyla hesaplanır. Bükme kuvvetleri, eylemsel kuvvetler ve termal yükler de motor borusu cidar kalınlığı hesaplanırken göz önünde tutulmalıdır. Genellikle, motor borusu, 4000 serisi, ısıl işlem uygulanmış ve normalize edilmiş çelik alaşımdan üretilir (Winpress, 1950).

Günümüz teknolojisinde, ısıl işlem görmüş çelik yerine, güçlendirilmiş fibreglas plastik türü malzemeler de uygun bir alternatif olarak kullanılmaktadır. Alüminyum alaşımlar da yalıtım sorunu olmayan, kısa süreli çalışan küçük roketlerde kullanılmaktadır.

Motor borusunun dayanımı hidrostatik test yapılarak doğrulanır. Hidrostatik test basıncı, motor çalışma basıncının yaklaşık 1.65 katı olarak ayarlanır. Malzeme elastik dayanım basıncı, motor çalışma basıncının 1.85 katı, plastik dayanım basıncı ise motor çalışma basıncının yaklaşık iki katı olarak alınır (Barrere, Joumatte ve Vandenkerckhove, 1960).

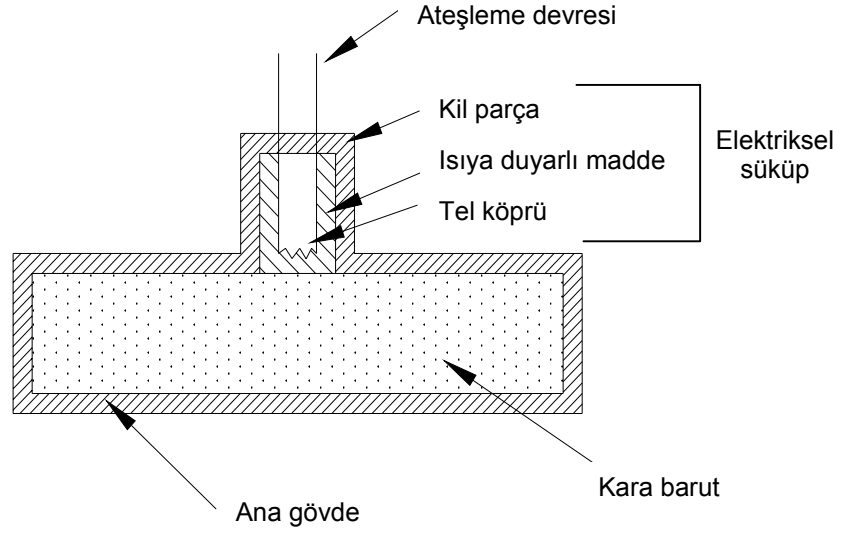
### **1.2.3 Ateşleyici**

Katı yakıtın ateşlenmesi, herhangi bir sinyalin alınmasıyla birbiri ardına meydana gelen çok hızlı adımlardan oluşur. Bu adımlar, ısı açığa çıkarma, açığa çıkarılan ısıyı ateşleyiciden yakıt yüzeyine transfer etme, ortaya çıkan alevi tüm yakıt yüzeyine saçma ve yanma odasını tamamen gaz ile doldurmadır. Ateşleme, genel olarak, üç fazda incelenir.

Ateşleme gecikmesi ilk fazdır. Bu faz, ateşleyicinin ilk sinyali alması ile, yakıtın ilk parçasının yanması arasında geçen zaman olarak tanımlanır. Yanma sırasında oluşan alevin yakıt yüzeyine saçılması ikinci fazdır. Bu faz, yakıtın ilk parçasının yanması ile tümünün yanması arasında geçen zaman olarak tanımlanır. Yanma odasının tamamen gaz ile dolması ise üçüncü ve son fazdır. Yanma odasının tamamen gaz ile dolması ile başlayan bu faz, yanma gazlarının denge durumuna ulaşması ile son bulur.

Tipik bir ateşleyici Şekil 1.4'de gösterilmiştir. Ateşleyici, ateşleme devresi, kil gövde-ısıya duyarlı patlayıcı-tel köprü bileşimi olan sükup, ana gövde ve ateşleyici imla maddesinden oluşur.

Tipik bir ateşleyici şu şekilde çalışır; ateşleyici devresine elektrik akımı verildiğinde, yeterli miktarda ısınan tel köprü, ısıya duyarlı patlayıcı maddeyi patlatır. Patlama sonucu oluşan alev, ateşleyici imlasını patlatarak bu bölgede gaz oluşumunu sağlar. Oluşan gazlar sonucu basınç artarak ana gövdeyi patlatır. Ateşleyiciden çıkan sıcak gazlar, yakıt yüzeyi boyunca dolaşarak yakıtın ilk yanmasını sağlar. Bu ara adımlar yaklaşık 5 ila 15 milisaniye içinde gerçekleşir.



**Şekil 1.4** Basitleştirilmiş ateşleyici bütünü

Genellikle, ateşleyici imlası olarak kullanılan madde kara baruttur. Ateşleyiciler, motor borusunun ön tarafına ya da lüle kısmına yerleştirilir. Ateşleyiciler için çok geniş bir tasarım perspektifi mevcuttur. Ateşleyicilerde güvenlik amaçlı açma kapama cihazı bulunur. Ateşleyici montajından önce, ateşleyicinin kazayla ateşlenmemesi için açma kapama cihazı “kapalı” konumdadır. Montajdan sonra cihaz “açık” konuma getirilir (Winpress, 1950)..

#### 1.2.4 Yalıtım ve Astar

Yalıtımın ana işlevi, yakıtın yanması sonucu belirli bölgelerde oluşan yüksek sıcaklığın, motor borusuna zarar vermemesini sağlamaktır. Bunun dışında, yakıt ile motor borusu arasında oluşabilecek kalıcı gerilimler de yalıtım sayesinde emilir. Yalıtımın yüksek sıcaklıklara maruz kaldığı zaman, yakıt çekirdek geometrisinin yanma gerilemesi analizi yapılarak tespit edilir. Tipik yalıtım maddesi olarak EPDM (Ethylene Propylene Diene Monomer), asbest ve fiber kullanılır. Yalıtımın kalınlığı ve yeri, yakıt çekirdek tasarımı, motor içindeki sıcaklık dağılımı ve geometrik gereksinmelere göre belirlenir.

Astarın en önemli işlevi ise motor borusu ile yakıt arasında sınır görevi görmesi ve yakıtın motor borusuna tam olarak yapışmasını sağlamasıdır. Yakıttan madde göçünü engellemek için primer ve bariyer görevi görecek ekstra maddeler de astara eklenir. Astar ana işlevinin dışında, yakıt biterken oluşan sıcak gazların motor borusuna zarar vermesini, bir nevi yalıtım görevi görerek, önler. Astar kalınlığı ve yerleşimi, yakıt-motor borusu arası boşluğa ve kimyasal değişkenlere göre belirlenir.

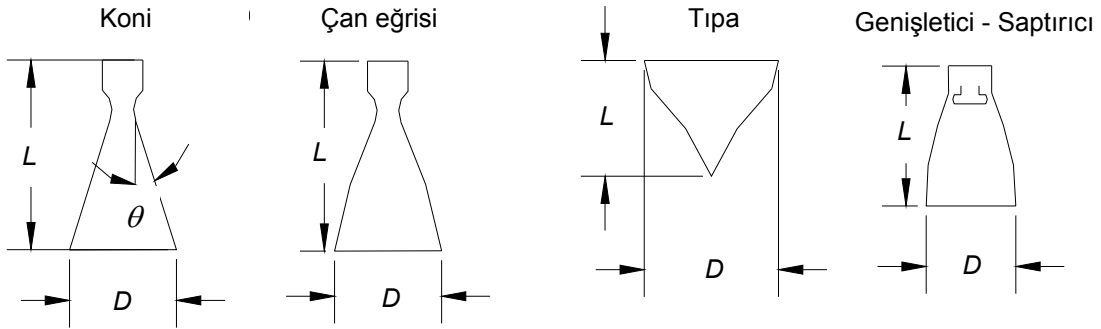
Astar, yakıt dökümünden çok az zaman önce uygulanır. Eğer bu zaman aralığı uzatılırsa, astar kuruyarak etkisini yitirir. Astar, yalıtıma sprey kullanılarak veya fırçayla sürülerek uygulanır.

### 1.2.5 Lüle

Lüle, roket motorunda iki önemli işlevi gerçekleştirir. Bunlardan ilki, yanma odasından çıkan gazların kontrollü bir şekilde dışarı atılmasını sağlayarak, motor içindeki basıncı ayarlamaktır. Diğeri ise, yakıtın yanma enerjisini kinetik enerjiye çevirmektir (Sutton, 1992).

Başarılı bir lüle tasarımında doğru malzemenin seçimi en önemli adımdır. Çünkü, lüle malzemesi, motor içinde akan sıcak gazlara maruz kalmaktadır. Yüksek sıcaklıkta ve yüksek hızdaki yanma ürünü gazlar, kimyasal ve mekanik olarak lüle boğazı üzerinde aşındırıcı bir etkiye sebep olurlar. Lüle boğaz çapı, aşınmayı engelleyici ek bir madde kullanılmadıkça, yanma esnasında artar. Lüle tasarımında kritik olarak gözükten sorunlardan biri budur. Genel olarak, lüle boğaz çapı, yakıtın ateşlenmesi sonunda % 5 kadar artar. Bu durum pek çok uygulamada kabul edilebilir bir artış değildir. Tipik bir lüle, çelik gövde ve bu gövdeye preste basılmış fenol bazlı malzemeden oluşur. Boğaz çapının aşınmasını engellemek için, belirli cinste grafit veya güçlendirilmiş plastik türü malzemeler lüle boğazına çakılır.

Günümüz teknolojisinde, koni, çan eğrisi, tıpa ve genişletici-saptırıcı türünde lüleler mevcuttur. Bu tipler Şekil 1.5'te gösterilmiştir.



Şekil 1.5 Mevcut lüle tipleri

### 1.3 LİTERATÜR TARAMASI

Katı yakıtlı roket motorlarında yanma sırasında yanma yüzeyi üzerindeki her noktanın yüzeye dik olarak gerilemesi sonucunda yakıt geometrisi şekil değiştirmektedir. Dolayısıyla yanma süresince akış kontrol hacmi sürekli olarak artmaktadır. İç akış özellikleri ise katı yakıt yanma yüzeyinin ve akış kontrol

hacminin belirlenmesi ile bulunabilir. Akış kontrol hacmi ise gaz ile yakıt arasındaki arayüzün takip edilmesi veya yakalanması ile belirlenebilir.

Katı yakıtlı bir roket motorunun performansının belirlenmesi kontrol hacmi içerisindeki akışın modellenmesinin gerektirmektedir. Böyle bir analizin iki veya üç boyutlu olarak gerçekleştirilmesi mümkündür. İki boyutlu modeller aksel simetrik, sondan yanmalı ve sabit akış alanına sahip yakıt geometrilerine uygulanmaktadır. Bu tip yakıt geometrilerinde analitik çözümler oldukça hassas sonuçlar vermektedir. Buna karşılık yüksek performanslı katı yakıtlı roket motorları çok daha karmaşık yakıt geometrileri gerektirmektedir. Bu durumda yanma yüzeyi tümüyle üç boyutlu olup, modellenmesi için sayısal teknikler kullanılmaktadır.

Hareketli sınır problemlerinde kullanılan sayısal çözüm yöntemleri katı yakıtlı roket motorlarının modellenmesine de uygundur. Bu yöntemler Smolianski (1998) tarafından üç ana başlık altında toplanmıştır.

(i) Akış Modelleme: Katı yakıtlı roket motoru içerisindeki akış sayısal olarak modellenerek, akış kontrol hacmi içindeki akış özellikleri belirlenmektedir. Bu amaçla Lagrange, Euler ve karışık Euler-Lagrange yöntemleri kullanılmaktadır. Euler yöntemlerinde sabit bir eksen sistemi kullanılmakta ve akışkan hesaplama hücreleri arasında hareket etmektedir. Lagrange yöntemlerinde ise hesaplama hücreleri her zaman aynı akışkan elemanlarından oluşmaktadır. Karışık yöntemler ise her iki yöntemin de özelliklerini taşımaktadır.

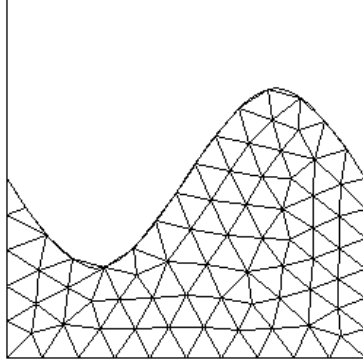
(ii) Arayüz Modelleme: Arayüzün yerini ve şeklini bulmak üzere arayüz izleme (interface tracking) ve arayüz yakalama (interface capturing) olmak üzere iki değişik yöntem kullanılmaktadır. Arayüz izleme yöntemlerinde Şekil 1a'da görüldüğü gibi hareketli cephe akışkan parçacıklarının yolu üzerindeki düğüm noktalarının takibiyle belirlenmektedir. Şekil 1b'de gösterilen arayüz yakalama yöntemlerinde ise hesaplama ağı sabit tutulmakta, buna karşılık hareketli cephe üzerindeki akışkan parçacıkları yakalanmaktadır. Arayüz yakalama yönteminde çözüm alanının her iki tarafı da hesaplanmaktadır.

(iii) Akış-Arayüz Birleştirme: Akış ve arayüz çözümleri ayrık ve birleşik yöntemlerle bir araya getirilmektedir. Ayrık yöntemlerde akış hesaplamaları yapılırken arayüz sabit tutulmakta, arayüz hesaplanırken ise akış özelliklerinin değişmediği kabul edilmektedir.

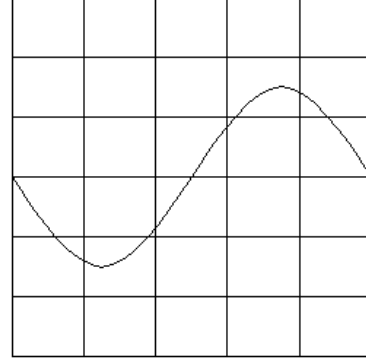
Arayüzün hareketini belirlemek için kullanılan iki yöntemin özellikleri Shyy ve arkadaşları (1996) tarafından karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma aşağıda verilmiştir.

(i) Arayüz Tanımı: Arayüz izleme yöntemlerinde arayüz bir süreksizlik olarak tarif edilmiş olup gelişimi açık olarak izlenmektedir. Bu yöntemde arayüz hakkında her şey bilinmesine karşılık, arayüz yakalama yöntemlerinde arayüzün yerinin bile bulunması karmaşık prosedürler gerektirmektedir.

Arayüzün hareketini belirlemek için kullanılan iki yöntemin özellikleri Shyy ve arkadaşları (1996) tarafından karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma aşağıda verilmiştir.



(a)



(b)

**Şekil 1.6** (a) Arayüz izleme ve (b) arayüz yakalama yöntemleri

(i) Arayüzün Tanımı: Arayüz izleme yöntemlerinde arayüz bir süreksizlik olarak tarif edilmiş olup gelişimi açık olarak izlenmektedir. Bu yöntemde arayüz hakkında her şey bilinmesine karşılık, arayüz yakalama yöntemlerinde arayüzün yerinin bile bulunması karmaşık prosedürler gerektirmektedir.

(ii) Arayüz Sınır Şartları: Arayüz izleme yöntemlerinde arayüzün yerinin her hesaplama adımında bilinmesinden dolayı sınır şartları doğrudan arayüzün bulunduğu yere uygulanmaktadır. Buna karşılık, arayüz yakalama yöntemlerinde sınır şartları ana taşınma denkleminin içerisine yerleştirilmektedir. Bu durumda sınır bilgileri dağılmakta ve yayılmayı en aza indirmek üzere oldukça karmaşık prosedürler uygulanmaktadır.

(iii) Çözüm Alanının Ayrıştırılması: Arayüz izleme yöntemlerinde hesaplama ağı arayüze adapte edilmiş olduğundan, arayüzün hareketi ile hesaplama ağının yeniden düzenlenmesi birleştirilmektedir. Bu durumda, arayüz bozulmaya başladığı zaman hesaplama ağının yeniden oluşturulması gerekmektedir. Ortaya çıkan hesaplama ağı çarpık ve düzensiz dağılmış olabileceğinden hesaplama ağının sıklığını ve bağlantılarını koruyabilmek amacıyla bazı yöntemler gerekmektedir. Bu bakımdan hesaplamaların sabit bir hesaplama ağı üzerinde gerçekleştirilmesi nedeniyle hesaplama ağının yeniden düzenlenmesini gerektirmeyen arayüz yakalama yöntemleri daha avantajlı olmaktadır. Ancak, arayüzün şekli keyfi olarak değiştiği durumlarda bazı bölgelerde daha hassas çözüm elde edilebilmesi için hesaplama ağında karmaşık yerel iyileştirmeler yapılması gerekmektedir.

(iv) Arayüzün Hareketi ve Deformasyonu: Arayüz izleme yöntemlerinde hesaplama ağının düzeninin bozulmasından ve düzensiz hesaplama ağlarında alan bilgilerinin arayüz yakınlarında yeniden dağıtılmasından oluşan topolojik değişikliklerin ele alınması sırasında güçlüklerle karşılaşmaktadır.

Her iki yönteminde avantajları yapılacak uygulamalara bağlıdır ve bu yöntemler Shyy, Udaykumar, Rao ve Smith (1996), Hou (1995) ve Sethian (1999) tarafından incelenmiştir.

### **1.3.1 Arayüz İzleme Yöntemleri**

En çok kullanılan arayüz izleme yöntemleri arasında Lagrange yöntemi (Lagrange method), düzgünleştirilmiş hidrodinamik parçacık yöntemi (smoothened hydrodynamic particle method), keyfi Lagrange-Euler yöntemi (arbitrary Lagrangian-Eulerian method) ve cephe izleme yöntemi (front tracking method) sayılabilir.

Okomoto ve Kawahara (1990) kapalı kaplardaki çalkalanma problemini Lagrange sonlu eleman yöntemini kullanarak incelemiştir. Bu çalışmada her zaman adımı için hesaplama alanındaki düğüm noktaları akışkan parçacıklarını izleyerek bulunmaktadır. Bu yöntem deformasyonun çok fazla olmadığı durumlar için uygundur. Buna karşılık, Lagrange akış çözümleri büyük deformasyonlar için kullanıldığında Fyfe, Oran ve Fritts (1988) tarafından önerildiği gibi yeniden ağ oluşturulmasını gerektirmektedir.

Christodoulou ve Schriener (1992) serbest yüzey akışları için sınır uyumlu sonlu eleman yöntemini kullanmıştır. Bu çalışmada eliptik düzenli ağ ve akış denklemleri birlikte ve sırayla çözülmüşlerdir. Bu yöntem sınır deformasyonlarının küçük olduğu durumlarda doğru sonuçlar vermektedir. Camacho ve Ortiz (1997) ise uzayabilen çukurluklar için sınırlara uyumlu düzensiz doğrusal kavisli ağları kullanmıştır. Bu çalışmada deformasyonunun büyüklüğüne göre hesaplama ağı her zaman adımında ya adapte edilmekte ya da yeniden üretilmektedir. Böylelikle çözümün hassasiyeti artırılmaktadır.

Hirt ve arkadaşları (1974) arayüz yakınlarında hesaplama ağını yeniden oluşturan, diğer bölgelerde ise sabit tutan keyfi Lagrange-Euler yöntemini önermektedir. Bu çalışmada arayüz, cephe üzerindeki köşelerin Lagrange tipindeki hareketleri ile izlenmektedir.

Cristini ve arkadaşları (2001) oluşan yüzeylerdeki hesaplama ağının adapte edilerek yeniden oluşturulması için bir algoritma geliştirmişlerdir.

Monaghan (1994) düzgünleştirilmiş parçacık hidrodinamiği yöntemini sıkıştırılmayan bir akışkanın serbest yüzey hareketine uygulamıştır. Bu yöntemde özellikler çözüm alanına düzensiz olarak dağıtılmış parçacıklardan elde edildiğinden hesaplama ağına gereksinim duyulmamaktadır. Bu çalışmada akış çözümleri Lagrange tipinde gerçekleştirildiğinden çeşitli akışkan faz ve türlerinin birlikte çözümü mümkün olmaktadır.

Yüzey izleme yöntemlerinde akış çözümleri arayüzün bağımsız bir şekilde izlendiği sabit bir hesaplama ağı üzerinde gerçekleştirilmektedir. Hyman (1984) sabit bir hesaplama ağı üzerinde gerçekleştirilen ilk yüzey izleme yöntemleri ile yapılan çalışmaların bir özetini vermektedir.

Batırılmış sınır (immersed boundary) yönteminde sınır şartları içindeki hücrelere uygulanarak bütün bölgeler birlikte çözülmektedir. Peskin (1985) arayüzün korunduğu bölgelerde momentum kuvvetlendirmesini, Goldstein, Handler ve Sirovich (1993) ise katı cisimleri tanımlamak için geri besleme kuvvetlendirmesine önermektedir. Unverdi ve Tryggvason (1992) ile Juric ve Tryggvason (1996) bu yöntemi çoklu akışkan problemlerine uygulamışlardır. Kim, Kim ve Choi (2001) ise bu yöntemin kararlılığını momentum kuvvetlendirmesinin hesaplanmasında ikinci dereceden içdeğer biçim şemalarını kullanarak arttırmıştır.

Udaykumar, Shyy ve Rao (1996) ile Udaykumar, Mittal ve Shyy (1999) normal ve eğrilik bilgilerini elde edebilmek için dairesel yaylar kullanmışlardır. Euler tipindeki hesaplama ağı arayüz üzerindeki birleştirme ve ayırma işlemlerini kolaylaştırmaktadır. Tryggvason ve arkadaşları (2001) cephe izleme yöntemini Navier-Stokes denklemlerinin çözümü ile birlikte serbest yüzey akışlarının sabit bir hesaplama ağı üzerindeki incelenmesine uygulamışlardır.

Glimm, Grove, Li, Shyue, Zhang ve Zeng (1998) ile Glimm, Grove, Li ve Tan (2000) arayüzün yeniden oluşturulabilmesi için bir cephe izleme yöntemi kullanmışlardır. Bu yöntemde ilk önce cephenin sabit bir hesaplama ağı üzerine izdüşümü çıkartılmakta, daha sonra da arayüz bu bilgiler kullanılarak yeniden oluşturulmaktadır. Böylelikle yüzey hesaplama ağının eşit olarak dağılımı garanti altına alınmaktadır. Torres ve Blackbill (2000) noktalar arasındaki bağlantının bir gösterme fonksiyonu kullanılarak belirlendiği nokta koyma (point-set) yöntemini kullanmışlardır. Shin ve Juric (2002) izleme parçacıkları arkasındaki sabit hesaplama ağını kullanarak arayüz üzerindeki noktaları yeniden dağıtabilen veya ortadan kaldıran şekil seviyelerini yeniden oluşturma (level-contour reconstruction) yöntemini kullanmışlardır.

Popinet ve Zaleski (1999) arayüz kuvvetlerini içeren iki boyutlu sıkıştırılmaz Navier-Stokes denklemlerinin çözümü için bir yüzey izleme algoritması kullanmışlardır. Bu çalışmada arayüz işaretleme noktalarının sıralı bir dizini kullanılarak belirlenmiş ve arayüzün parametrik gösterimi arayüz üzerindeki işaret noktalarını birleştiren polinomlar kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Ancak, bu arayüzün genişlemesi veya sıkışmasından dolayı yeniden dağıtım adımına gereksinim duyulmaktadır.

Chuchaga, Celentano ve Tezduyar (2002) sabit bir hesaplama ağı üzerinde sonlu eleman yöntemi ile ifade edilebilen Lagrange arayüz yöntemini önermişlerdir. Johnson ve Belk (1995) sabit bir Kartezyen hesaplama ağı üzerinde arayüzü izleyebilmek için birbirileri üzerine binen hesaplama ağları kullanmışlardır. Yang, Causon ve Ingram (2000) arayüzün hücreleri böldüğü Kartezyen bir hesaplama ağını kullanan kesik hücre yöntemini önererek sınır şartlarını kesilmiş yüzeylere uygulamışlardır.



### 1.3.2 Arayüz Yakalama Yöntemleri

En yaygın olarak bilinen arayüz yakalama yöntemleri arasında işaretleyici ve hücre yöntemi (marker and cell method), akışkan hacmi yöntemi (volume of fluid method), seviye dondurma yöntemi (level set method) ve faz alanı yöntemi (phase field method) sayılabilir.

İşaretleyici hayali bir parçacık olup ağırlık ve enerji gibi özellikleri bulunmamakta ve sadece sıvı bölgeleri göstermek için kullanılmaktadır. Temel denklemlerin işaretleyicilerin bulunduğu sabit bir hesaplama ağı kullanılarak çözülmesinden sonra her bir işaretleyici parçacık akış alanına göre hareket ettirilerek arayüz işaretleyici dağılımına göre bulunmaktadır.

Esas olarak işaretleyici ve hücre yöntemi sonlu fark yöntemi ile kullanılan işaretleyici parçacık yönteminin bir uzantısı olup birbirine dik eğrilerden oluşan bir hesaplama ağını gerektirmektedir. Nakayama ve Mori (1996) işaretleyici parçacık yöntemini sonlu eleman yöntemi ile birleştirerek eğimli duvarların ve viskoz gerilmelerin ele alınmasını genelleyen yeni bir yöntem önermişlerdir.

York, Sulsky ve Schreyer (1999), Blackbill ve Ruppel (1986) tarafından geliştirilmiş olan hücre içinde parçacık (particle-in-cell) yönteminin bir uzantısı olan maddesel nokta yöntemini geliştirmişlerdir. Bu yöntemde maddesel noktaların ağırlığı ve hızı olup, gerilim ve gerilmeleri taşımaktadır. Blackbill (1992) işaretleyici ve hücre yöntemi ile yüzey gerilmelerini modelleyebilmek için bir süreklilik yöntemi önermiştir.

Dai ve Wang (2002), sıvı faz için Navier-Stokes denklemlerini deformasyona uğrayan düzensiz bir hesaplama ağı üzerinde çözmüşlerdir. Bu yöntemde işaretleyici ve hücre yönteminde olduğu gibi sınır adapte edilebilen bir hesaplama ağı kullanılarak izlenmektedir. Bu yeni yöntem, akışkan hacmi yönteminde kullanılan yeniden yüzey oluşturulmasını gerektirmemektedir. Serbest yüzeyin sayısal kararlılığına bağlı olarak yeni bir zaman adımı kriteri de geliştirilmiştir.

Arayüzde ayrışma ve birleşmelerin olduğu serbest yüzey akışlarında deformasyona uğrayan bir hesaplama ağının kullanılması uygun değildir. Hirt ve Nichols (1981), sabit bir hesaplama ağının kullanıldığı ve her hücre için doluluk oranının belirlendiği bir akışkan hacmi yöntemini önermişlerdir. Bu yöntemde hücre doluluk oranları akış çözümü devam ederken arayüzü belirlemede kullanılmaktadır.

Akışkan hacmi yöntemi arayüzün sivri olduğu bölgelerde yayılmacı bir karakter gösterdiğinden yüzeyi yeniden oluşturabilmek için çeşitli yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bu amaçla, Ashgriz ve Poo (1991) akış çizgi parçası (flux line-segment, FLAIR) yöntemini, Rodman (1997) akı düzeltmeli taşınım (flux-corrected transport, FCT) yöntemini, Puckett, Almgren, Bell, Markus ve Rider (1997) en az kareler akışkan hacmi arayüz yeniden oluşturma (least squares volume-of-fluid interface reconstruction, LVIRA) yöntemini, Rider ve Kothe (1998) parçalı doğrusal arayüz hesaplama (piecewise linear interface calculation, PLIC) yöntemini, Aliabadi ve Tezduyar (2000) kararlı sonlu eleman/arayüz yakalama (stabilized finite element/interface capturing, SFE/IC) yöntemini, Scardovelli ve Zaleski (2003) ise açık Euler-kapalı Lagrange (Eulerian implicit-Lagrangian explicit, EI-LE) yöntemlerini önermişlerdir. Maronnier,

Picasso ve Rappaz (2003) adveksiyon ve yayılmayı birbirinden ayırabilmek için kapalı bir ayırma algoritması önermişlerdir. Bu çalışmada adveksiyonun sabit ve düzenli bir hesaplama ağı üzerinde çözülmesine karşılık, yayılma düzensiz bir hesaplama ağı kullanılarak çözülmektedir. Arayüzdeki bulaşmayı azaltmak ve algoritmayı koşulsuz kararlı hale getirebilmek için yayılma çözümlerinde daha ufak hücreler içeren bir hesaplama ağı kullanılmaktadır.

Kelecey ve Pletcher (1997), değişik fazlar tanımlayabilmek için yapay sıkıştırılabilirliği kullanan bir yüzey yakalama yöntemi önermişlerdir. Bu yöntemde arayüzün her iki tarafı birlikte çözülmekte ve arayüz yoğunluğun süreksizliğinden faydalanılarak belirlenmektedir.

Arayüz süreksiz olarak tanımlanabildiği gibi bazen de sıfırıncı dereceden sürekli bir fonksiyon kullanılarak sürekli olarak tanımlanabilmektedir. Osher ve Sethian (1988), Osher ve Fedkiw (2001) ile Sethian (1998, 1999) arayüzü Hamilton-Jakobi tipindeki denklemlerle tanımlamışlardır. Bu denklemler ya hızlı ilerleme (fast marching) yöntemleri ile çözülebilen sınır şartı problemleri ya da dar bant seviye dondurma (narrow band level set) yöntemi ile çözülebilen ilk şart problemleri olarak ifade edilebilmektedir.

Daha sonra seviye dondurma yöntemleri Barth ve Sethian (1998) ile Sethian ve Vladimirsky (2000) tarafından üçgenlerden oluşan düzensiz hesaplama ağlarına uyarlanmıştır. Arayüz hızının sadece cephe üzerinde tanımlandığı durumlarda çözümün sürekliliğini sağlamak amacıyla ara bir adıma gereksinim duyulmaktadır. Adalstenson ve Sethian (1999) tarafından geliştirilmiş olan genişletilmiş hız (extended velocity) yönteminde cephe özelliklerinden dış değer biçim yöntemi ile elde edilen bir hız alanı kullanılmaktadır. Seviye dondurma yöntemi, Sussman, Smereka ve Osher (1994) tarafından iki fazlı akış problemlerine, Adalsteinsson ve Sethian (2003) tarafından yayılma problemlerine, Sukumar, Chopp ve Moran (2003) tarafından çatlak ilerleme problemlerine, Kimmel ve Sethian (1997) tarafından ise geodezik yol problemlerine uygulanmışlardır. Çözümün arayüz etrafındaki hassasiyeti sadece arayüz etrafındaki hesaplama ağının adaptasyonu ile artırılabilir. Sethian (1998) üçgen, Kohno ve Tanahashi (2004) ise ortogonal hesaplama ağı adaptasyonu için yöntemler önermişlerdir.

Kobayashi (1993) arayüz için bir faz fonksiyonunun tanımlandığı faz alanı (phase field) yöntemin önermiştir. Bu yöntemde faz fonksiyonu akışkan bölgelerde 0, katı bölgelerde ise 1 değerini almaktadır. 0 ile 1 arasındaki ani değişim arayüz kalınlığını tanımlamaktadır. Faz alanı yöntemindeki son gelişmeler Kobayashi, Warren ve Carter (2000) tarafından incelenmiştir.

### **1.3.3 Roket Performansının Belirlenmesi**

Yanma sırasında arayüzün hareketi sadece yakıt arayüzünün geometrisine bağımlı olmayıp, çeşitli faktörlere dayanmaktadır. Yakıt arayüzünün hareket hızı önemli ölçüde yakıt özelliklerine ve akış şartlarına bağlıdır. Bu bağlamda Le Breton ve Ribereau (1962) tarafından belirtildiği gibi yakıtın kimyasal birleşiminin, üretim yönteminin, ilk sıcaklığın ve benzer birçok faktörün göz önüne alınması gerekir.

Katı yakıtlı roket üreticileri tarafından sonlu eleman ve sonlu hacim yöntemlerini kullanan ileri düzeyde modeller geliştirilmiş olmasına karşın, Hejl ve Heister (1995) tarafından da belirtildiği gibi problemin askeri niteliği nedeniyle bu modeller hakkında bilgi edinilmesi mümkün olmamaktadır. Bu nedenle katı yakıtlı roket motorlarındaki arayüzün hareketi ve buna bağlı olarak performansın elde edilmesi için geliştirilen yöntemler konusunda elde edilebilecek bilgi sınırlıdır.

Stone (1958) iki boyutlu problemler için katı yakıt geometrisi ile ilerleme oranı ve yanma alanı arasındaki ilişkiyi veren denklemleri türetmiştir. Bu denklemler zamanın bilgisayarları ile çözülerek yanma alanına karşılık gelen ağ verilerini tablo şeklinde tasarımcıların kullanımına sunulmuştur. Bu çalışmada yıldız ve vagon tekerleği tipindeki yakıt geometrileri incelenmiştir.

Zarda (1988) yakıt geometrisini küre, silindir ve dikdörtgen gibi temel bloklar kullanan katı modelleme yazılımı geliştirmiştir. Bu çalışmada kesme, birleştirme ve kesiştirme gibi temel işlemler kullanılarak karmaşık yakıt geometrileri modellenmiştir. Temel blokların boyutlarının ve temel işlemlerin kısıtlamalarını değiştirerek her yanma adımında yakıtın katı modelinin elde edilmesi mümkün olmaktadır. Bu yöntem otomasyona uygun olup güvenilir sonuçlar vermekte ve motor tasarımında yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu yöntemin en önemli dezavantajı değişken yakıt hızları için kullanılamamasıdır.

Yakıt yüzeyini oluşturan noktaların optimum yerlerini belirleyebilmek için Hejl ve Heister (1995) tarafından bir ağırlık faktörü tekniği geliştirilmiştir. Ağırlık faktörlerinin hesaplanmasında yakıt yanma hızının yakıt yüzeyi üzerinde gösterdiği değişiklikler, yakıt yüzeyinin eğriliği ve yakıt duvarına yakınlık göz önüne alınmaktadır. Her yanma adımından sonra yakıt yüzeyinin optimum olarak yeniden modellenebilmesi için mevcut düğüm noktaları yüzey eğiminin daha az olduğu bölgelerden yüzey eğiminin daha çok olduğu bölgelere kaydırılmaktadır.

Saintout, Riberau ve Perrin (1989) hareket eden ara yüzeyi modelleyebilmek için yüzey üzerine yerleştirilmiş bir koordinat sistemi kullanmıştır. Yerel yanma hızına göre yakıtın kendisine dik yönde gerilemesi Hamilton-Jacobi denklemlerini andıran denklemlerle modellenerek her yanma adımında hesaplama ağı üzerinde çözülmüştür. Hesaplama ağının yeniden düzenlenebilmesi için yüzey hesaplama ağı ve koordinat sistemi yaratılmıştır. Her düğüm noktası dik yönde yanma hızıyla orantılı olarak geriletilmiş ve ağ üzerindeki birleşme ve kesişme noktaları kontrol edilmiştir. Yeniden düzenlenen hesaplama ağı yeni yanma alanını oluşturmuştur. Değişken yanma hızlarına da uygulanabilen bu yöntemde ağ düzeltme işlemleri çok karmaşık olup, ağ düzleştirme ve ağ adaptasyonu işlemlerine gereksinim duyulmaktadır.

Amerika Birleşik Devletleri'nde katı yakıtlı roket motorlarının performansını elde edebilmek için Solid Performance Program (SSP) standart olarak kullanılmaktadır. Bu yazılımın yakıt tasarım modülü Dunn ve Coats (1997) tarafından açıklanmıştır. Bu yazılımda yakıt geometrisi dik açılı bir koni, dik açılı dairesel silindir, dik açılı üçgen prizma, küre ve torus kullanılarak tanımlanmıştır. Yanma yüzeye dik olduğu varsayılarak, yakıt hacmi yakıt alanının yakıt boyunca integre edilmesiyle elde edilmiştir. Yakıt

yanma yüzeyi ise hacmin yanma uzaklığına göre türevi alınarak elde edilmiştir. İlk yakıt geometrisinin beş temel şekil kullanılarak tanımlanması durumunda hesaplamalar tüm yakıt geometrileri için genelleştirilmiştir. Bu modül balistik modülüne yanma yüzey alanını, kesit alanını ve çevresini girdi olarak göndermektedir. Balistik modül bir boyutlu akış problemini enerji ve kütle ilavesini göz önüne alarak çözmektedir. SSP yazılımı ana tasarım ve analiz aracı olarak hızlı ve kolaylıkla kullanılabilir.

Le Breton ve Ribereau (2002) üç boyutlu yakıt gerileme sonuçlarını basit bir balistik modelle birleştirerek büyük boyuttaki roket motorlarının performansını belirlemiştir. Bu çalışmada bir roket motorunu değişik özelliklerde yakıtlarla doldurulmasının etkileri incelenmiştir. Bu çalışmada kullanılan üç boyutlu yakıt gerileme yazılımı Saintout, Ribereau ve Perrin (1989) tarafından geliştirilmiştir.

Alavili, Tafti ve Najjar (2000), katı yakıtlı roket motoru içerisindeki akışı sonlu hacim yöntemini kullanarak çok bloklu düzenli, hesaplama ağları üzerinde modellemiştir. Bu çalışmada Navier-Stokes denklemleri sınırların yakıt yüzeyine adapte olduğu dinamik bir hesaplama ağı üzerinde çözülmüştür. Hesaplama ağının yeniden oluşturulması paralel bir bilgisayar kümesi üzerinde çalışan çözücü tarafından gerçekleştirilmiştir.

#### **1.3.4 Euler Çözücüsü**

Euler denklemlerinin çözümünde kullanılan yöntemler sonlu eleman, sonlu fark ve sonlu hacim yöntemleri olmak üzere üç kısımda toplanabilir. Çözüm tekniği açısından sonlu fark ve sonlu hacim metotları benzerlik göstermesine rağmen, sonlu eleman metodu değişik bir yaklaşım kullanmaktadır. Üç metot da pek çok araştırmacı tarafından yaygın olarak kullanılmaktadır.

İlk kez sayısal akışkanlar dinamiğinde, McDonald (1971) ile MacCormack ve Paullay (1972) tarafından, zamanla değişen iki boyutlu Euler denklemlerinin çözümünde kullanılmış ve daha sonrada üç boyutlu akışlar için Rizzi ve Inouye (1973) tarafından geliştirilmiştir.

Sonlu hacim tekniğinde iki tip strateji ile problemleri ele almak mümkündür. Birincisi, sayısal çözüm ağındaki akış değerlerinin hücre merkezindeki değerleri ile ifade edildiği hücre merkezi (cell centered) şemasıdır. Jameson, Schmidt ve Turkel (1981), hücre merkezi yaklaşımını iki boyutlu akış alanlarının hesaplanmasında Euler denklemlerini çözmek için kullanmışlardır. Jameson ve Baker, (1984), bu yaklaşımı üç boyutlu problemler için de uygulamışlardır. Aynı zamanda Rizzi (1982), viskoz olmayan üç boyutlu akışlar için bu metodu uygulayanlardandır. Basit yapısından dolayı hücre merkezi şemaları sayısal akışkanlar dinamiğinde oldukça yaygındır. İkinci strateji ise, sayısal çözüm ağındaki akış değerlerinin hücre uç noktalarındaki değerleri ile ifade edildiği hücre köşesi (cell vertex) şemasıdır. Ni (1982), iki boyutlu viskoz olmayan akışların hesaplanmasında bu yaklaşımı kullanmıştır.

Jameson, Schmidt, ve Turkel (1983), potansiyel çözüme alternatif olarak zamanla değişmeyen akışlarda Euler denklemlerinin çözümü için ekonomik bir metot geliştirmeye çalışmışlardır. Metodun

karmaşık konfigürasyonlara uygulanabilirliği keyfi çözüm ağı kullanmaya imkan veren sonlu hacim metodunun kullanılması ile sağlanmıştır.

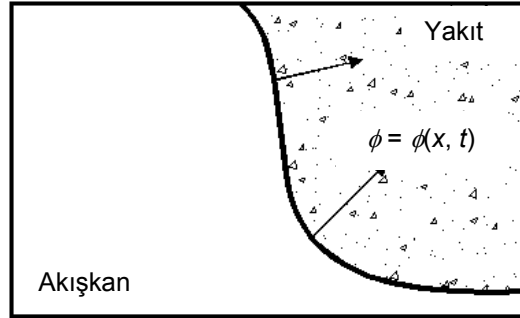
Çalışmaların üç boyutlu geometriler üzerinde yoğunlaşması ile birlikte şemaların hızlandırılmaları kaçınılmaz olmuştur. Jameson da geliştirdiği şemayı üç boyutlu geometriler üzerine uygularken, şemayı hızlandırma yolunu izlemiştir. Şemanın hızlandırılmasında ise Ni (1982)'nin çoklu çözüm ağı metoduyla Jameson (1983)'in sunduğu teknik kullanılmıştır. Jameson ve Baker (1984) yaptıkları bu ortak çalışmada, iki ve üç boyutlu geometriler (kanat/gövde, kanat/gövde/kuyruk) için Euler denklemlerini ses civarı akışlarda çözerek, kullandıkları çoklu çözüm ağı algoritmasının sürekli rejime yakınsamayı hızlandığını göstermişlerdir.

## BÖLÜM 2

### YAKIT GERİLEME YAZILIMININ GELİŞTİRİLMESİ

#### 2.1 GİRİŞ

Gerileyen duvarlar katı ve akışkan fazlarını ayıran bir arayüz olarak tanımlanabilir. Bu çalışmada arayüz yakalama yöntemi olarak hızlı ilerleme (fast marching) yönteminin kullanılmasına karar verilmiştir. Arayüz yakalama yöntemlerinde amaç, Şekil 2.1'de görüldüğü gibi yerel dik yönde belli bir  $\phi(x, t)$  hızıyla hareket eden arayüzün yerinin belirlenmesidir.



Şekil 2.1 Arayüzün  $\phi$  hızıyla hareketi

#### 2.2 EĞRİLERİN ÖZELLİKLERİ

İki boyutta bir eğri olan arayüz, üç boyutta bir yüzey halini almaktadır. Bu nedenle öncelikle eğrilerin özellikleri ele alınmıştır.

##### 2.2.1 Arayüzün Hızı

Arayüzün yanma hızı (i) yüzey normal ve arayüz eğriliğinden oluşan geometrik parametrelere, (ii) katı fazın fiziksel ve kimyasal özelliklerinden oluşan fiziksel parametrelere ve (iii) basınç, sıcaklık ve ivme

gibi akış parametrelerine bağlıdır.

## 2.2.2 Eğri Gelişiminin Parametrik Özellikleri

Şekil 2.2'deki  $\Gamma$  eğrisinin basit, düzgün ve kapalı bir eğri olduğu varsayılırsa,  $x(s, t)$  eğrinin parametrik gösterimini,  $n(s, t)$  is dışa doğru olan normalin parametrik gösterimini,  $\kappa(s, t)$  eğriliğin parametrik gösterimini ve  $\phi(\kappa)$  ise arayüz hızını eğrilik cinsinden ifade etmektedir. Bu durumda Lagrange formülasyonundaki hareket denklemleri Sethian (1999) tarafından verildiği gibi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

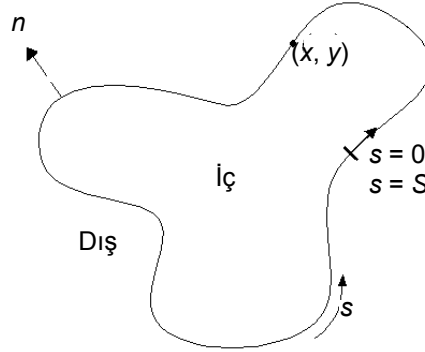
$$\frac{dx}{dt} = \phi(\kappa) \frac{(y_s)}{(x_s^2 + y_s^2)^{1/2}} \quad (2.1)$$

$$\frac{dy}{dt} = \phi(\kappa) \frac{(-x_s)}{(x_s^2 + y_s^2)^{1/2}} \quad (2.2)$$

Burada  $\kappa$  parametresi

$$\kappa = \frac{y_{ss}x_s - x_{ss}y_s}{(x_s^2 + y_s^2)^{3/2}} \quad (2.3)$$

şeklinde verilebilir.



Şekil 2.2 Arayüzün parametrik gösterimi

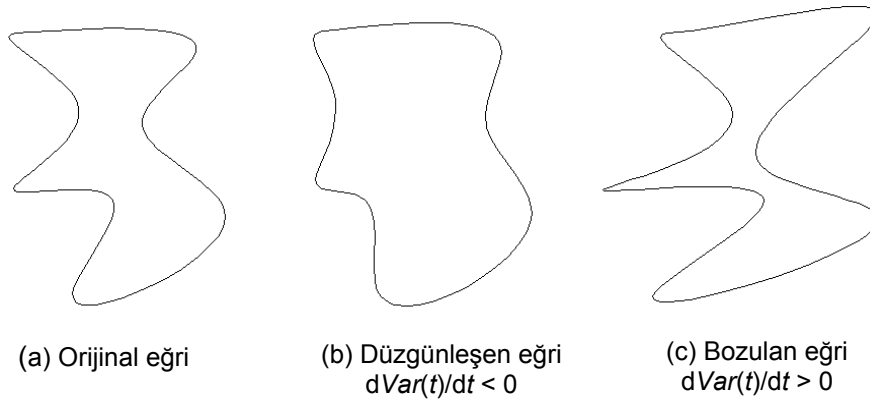
Cephe izleme yöntemlerinin amacı (2.1) ve (2.2) numaralı denklemleri kullanarak işaretleyici noktaların bir sonraki zaman adımındaki yerlerini belirlemektir. Bu denklemlerin kullanılmasıyla bazı önemli parametreler ve eğrilerin karakteristikleri elde edilebilmektedir.

### 2.2.3 Salınımların Büyümesi

Başlangıçta eğri üzerinde bulunan kararsızlıklar artarak çözümün yakınsamasını engelleyebilmektedir. Eğrinin parametrik olarak ifade edilmesinden sonra toplam varyasyon aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$Var(t) = \int_0^s |\kappa(s,t)| \sqrt{x_s^2 + y_s^2} ds \quad (2.4)$$

$Var(t)$  eğrinin buruşukluk ölçüsüdür ve  $Var(t)$  arttıkça çözümün kararlılığı azalmaktadır. Eğrilerin buruşukluk durumu Şekil 2.3'te verilmiştir. Sethian (1999),  $\kappa = 0$  olduğu durumlarda  $\phi_\kappa \leq 0$  olursa,  $dVar(t)/dt < 0$  olduğunu göstermiştir. Bu durumda eğri Şekil 2.3b'de görüldüğü gibi düzgünleşmekte ve cephenin enerjisi sönümlenmektedir.



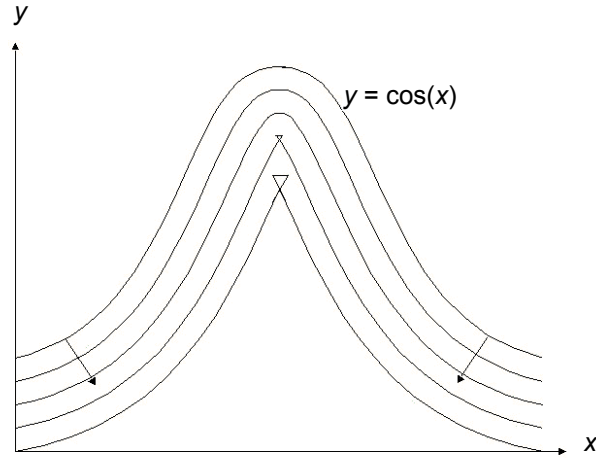
Şekil 2.3 Toplam varyasyonun eğrilerin buruşukluğuna etkisi

Yanma sırasında cephenin hareketi yüzeyin eğriliğine bağlı olmayıp, her zaman pozitif işarete sahiptir. Bu durumda çözümlerde  $\phi_\kappa \leq 0$  şartı sağlanarak hesaplamaların azalan bir toplam varyasyon ile sürekli olarak kararlı olduğu bilinmektedir.

### 2.2.4 Entropi Şartı

Bir eğrini hareketi sırasında tümüyle dışbükey olan eğriler hariç tutulursa nihai olarak düzgünlük kaybolmaktadır. Şekil 2.4'te görülen kosinüs eğrisinin sabit bir hızla hareketi sırasında sivri bir burun meydana getirmektedir. Böyle bir köşenin oluşmasından sonra süreksizlik noktasında normal tarif etmek mümkün olmamaktadır. Bu durumda, çözüme devam edebilmek için zayıf bir çözüme gereksinim duyulmaktadır.

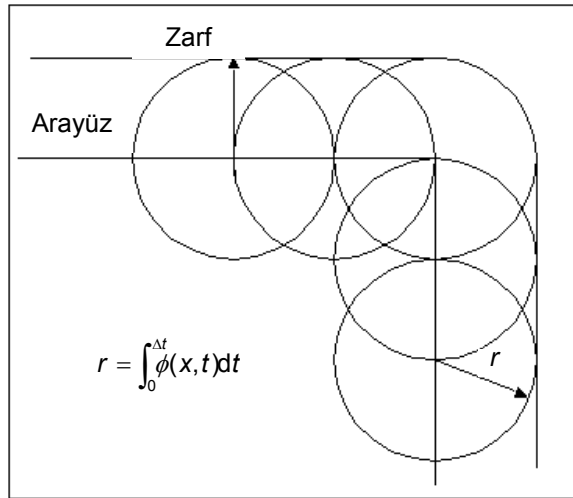




**Şekil 2.4** Entropi şartı

Zayıf çözümlerden bir tanesi iki ayrı yönden gelen eğrilerin birbirini geçmesiyle elde edilmektedir. Ancak, bu zayıf çözüm istenilen amaca uygun değildir.

Diğer bir zayıf çözüm ise eğri üzerindeki her noktaya yarıçapı  $\phi(x, y)$  hızıyla orantılı dairesel bir cephe sistemi çizilmesini öneren Huygens prensibidir. Bu cephe sisteminin zarfı Şekil 2.5'te gösterildiği eğrinin yeni yerini göstermektedir. Entropi şartı çözüm sırasında köşenin oluşmasından sonra geriye dönülemeyeceğini ifade etmektedir. Bu durumda veri kaybı olmadan problemin geriye döndürülmesi mümkün değildir. Örneğin Şekil 5'te oluşan köşe bilgi kaybı olmadan geriye döndürülemez. Entropi şartının matematiksel olarak irdelenmesi Sethian (1999) tarafından yapılmıştır.



**Şekil 2.5** Arayüz ilerlemede Huygens prensibi

### 2.2.5 Sınır Değeri Formülasyonu

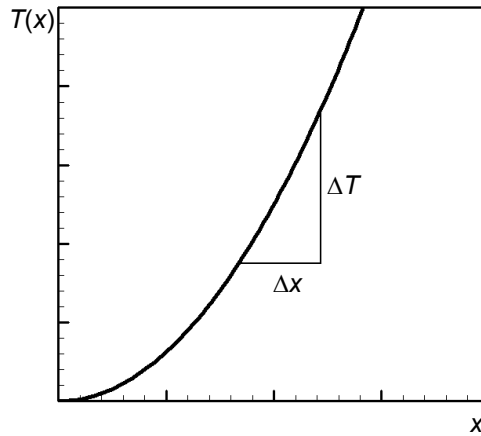
Arayüz hızının tüm çözüm alanı içerisinde pozitif olduğu durumlarda sınır değeri formülasyonu yapılabilir. Bu yöntemde arayüzün her noktaya erişmesi için gerekli zaman olan  $T(x, \phi)$  hesaplanması gerekir. Sethian (1999) bir boyutlu hareket denklemini aşağıdaki gibi vermiştir.

$$\phi \frac{dT}{dx} = 1 \quad (2.5)$$

Bu denklem Şekil 2.6'da görülen bir boyuttaki cephe sisteminin hareketine çok benzemektedir. Çok boyutlu problemlerde,  $T$  eş eğrileri  $\nabla T$  ile ortogondur. Bu durumda

$$\phi |\nabla T| = 1 \quad (2.6)$$

olur. Sınır şartı olarak ise arayüzün ilk baştaki yerini gösteren  $\Gamma$  eğrisi üzerinde  $T = 0$  alınır.



Şekil 2.6 Bir boyutlu dalga hareketi

### 2.2.6 İlk Değer Formülasyonu

Arayüz hızının işaret değiştirdiği durumlarda ise ilk değer formülasyonu yapılması gerekmektedir. Arayüzün ilk pozisyonu sıfırcı seviyeden değer olarak daha yüksek boyuttaki bir fonksiyon olan  $\psi$  fonksiyonunun içine konulduğu zaman, ana denklem bir ilk değer problemi şeklini almaktadır. Bu durumda arayüz üzerindeki yol izi  $x(t)$  olan parçacığın sıfırcı seviye değerinin sıfır olması gerekmektedir. Bu durumda

$$\psi[x(t), t] = 0 \quad (2.7)$$

Denkleminde zincir kuralı uygulanırsa

$$\psi_t + \vec{\nabla} \psi \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} = 0 \quad (2.8)$$

denklemi elde edilir. Burada  $\vec{x}'(t) \cdot \vec{n} = \phi$  ve  $\vec{n} = \vec{\nabla} \psi / |\vec{\nabla} \psi|$  şeklinde ifade edilir. Bunların Denklem (2.8) içine yerleştirilmesiyle

$$\psi_t + \phi |\vec{\nabla} \psi| = 0 \quad (2.9)$$

denklemi bulunur. Bu denklemde  $\psi(x, t = 0)$  başlangıç şartı olarak kullanılabilir. Arayüzün pozisyonunun elde edilebilmesi için Denklem (2.9)'un sıfıncı seviye değeri çözümlenmelidir.

### **2.2.7 Sınır Değer ve İlk Değer Formülasyonlarının Avantajları**

Her iki formülasyonun Euler yaklaşımını kullanmasının yanında aşağıdaki avantajlarını saymak mümkündür.

(i) Her iki formülasyon da tüm boyutlarda aynıdır.

(ii) Her iki formülasyonda da değişimler doğal olarak gerçekleşmektedir. Eğri ve yüzeylerin ayrılması veya birleşmesi özel bir prosedür gerektirmemektedir.

(iii) Her iki formülasyona da hiperbolik korunum denklemlerinin sayısal çözümünün kullanıldığı sayısal şemalarla yaklaşımda bulunulabilir.

(iv) Her iki yöntem de adaptif yöntemler kullanılarak daha verimli hale getirilebilir.

(v) Her iki yöntem de entropi şartını sağlayan tekil bir zayıf çözümü garanti etmektedir.

### **2.2.8 Sınır Değer ve İlk Değer Formülasyonlarının Karşılaştırılması**

Bu formülasyonların karşılaştırılması aşağıda verilmiştir.

(i) İlk değer formülasyonunun hem pozitif hem de negatif hızlara izin vermesine karşılık sınır değer formülasyonunda sadece pozitif hızlara izin verilmektedir. Katı yakıtlı roketlerdeki yakıt gerilemesi için sadece pozitif hız fonksiyonları kullanıldığından her iki formülasyonun da uygulanması mümkündür.

(ii) Buna karşılık sadece pozisyona bağlı pozitif hız fonksiyonlarının ele alınmasında zaman adımının bulunmamasından dolayı CFL şartına gereksinin duyulmamakta ve sınır değer formülasyonu daha avantajlı duruma geçmektedir. Bunun dışında sınır değer formülasyonunun sayısal olarak verimliliğinin artırılması mümkündür.

Dolayısıyla, bu çalışmada yakıt gerilemesinin modellenmesi için sınır değer formülasyonu seçilmiştir.

### 2.3 SINIR DEĞER PROBLEMİ İÇİN SAYISAL ALGORİTMA

Genelleştirilmiş Hamilton-Jacobi denklemi

$$\alpha T_t + \Theta(T_x, T_y, T_z, x, y, z) = 0 \quad (2.10)$$

şeklinde verilebilir. Sınır değer problemleri için bu denklemde Hamiltonyan olarak anılan  $\Theta$

$$\Theta = \phi \sqrt{T_x^2 + T_y^2 + T_z^2} - 1 \quad (2.11)$$

şeklinde verilir ve  $\alpha$  değeri de sıfır olarak alınır.

Hamiltonyan için birinci dereceden yön hassas sonlu fark şeması Sethian (1999) tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$\left[ \begin{array}{l} \max(D^{-x}_{ijk} T, 0)^2 + \min(D^{+x}_{ijk} T, 0)^2 \\ + \max(D^{-y}_{ijk} T, 0)^2 + \min(D^{+y}_{ijk} T, 0)^2 \\ + \max(D^{-z}_{ijk} T, 0)^2 + \min(D^{+z}_{ijk} T, 0)^2 \end{array} \right]^{1/2} = \frac{1}{\phi_{ijk}} \quad (2.12)$$

Bu denklemde  $D^{-x}$  x-yönündeki geriye doğru farkı,  $D^{+x}$  ise x-yönündeki ileriye doğru farkı göstermekte olup sırasıyla

$$D^{+x} T = \frac{T(x + \Delta x) - T(x)}{\Delta x} \quad (2.13)$$

$$D^{-x} T = \frac{T(x) - T(x - \Delta x)}{\Delta x} \quad (2.14)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu şema Sethian (1999) tarafından Eikonol denklemlerin çözümü için irdelenmiştir.

### 2.4 HIZLI İLERLEME YÖNTEMİ

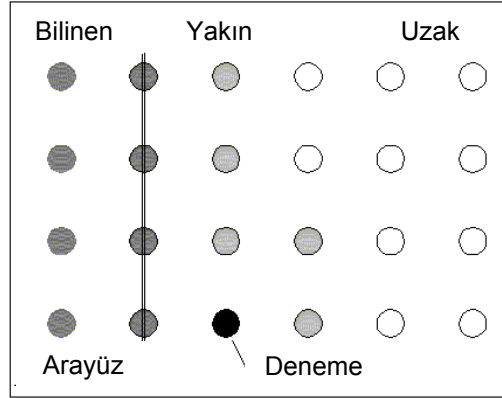
İkinci dereceden bir denklem olan Denklem (2.12)'nin yinelemelerle tüm hesaplama alanında çözülmesi için üç boyutlu bir problemde yineleme başına yaklaşık  $N^3$  işlem gerektirmektedir. Burada  $N$  çözüm alanındaki düğüm noktası sayısını göstermektedir. Çözüme erişilmesi için  $N$  adet yineleme gerektiği varsayılırsa yaklaşık  $N^4$  işlem gerektirmektedir.

Denklem (2.12)'nin çözümü sadece yön hassas değerler kullanarak gerçekleştirilmektedir. Başka bir deyişle güncellemeler daha küçük  $T$  değerleri kullanılarak yapılmaktadır. Bu durumda, bilgi sadece bir yönde ilerlemektedir. Hızlı ilerleme yöntemi de bu özellikleri taşımaktadır.

Hızlı ilerleme yönteminde arayüz etrafındaki noktalar seçilmekte ve çözüm ilerideki noktaların arayüz kendilerine erişmeden çözülmediği bu bölgede ilerlemektedir.

### 2.4.1 Güncelleme Prosedürü

Şekil 12.7'de sınırdaki olan noktalar *bilinen* noktalar olarak nitelendirilir. Buna karşılık, hemen yanındaki sıradaki noktalar *yakın* noktalar olarak tanımlanır. Bunların ilerisinde olan bütün noktalar *uzak* noktalar olarak nitelendirilir ve içinde bulunan yineleme sırasında bu noktalar kullanılmazlar.



Şekil 2.7 Hızlı ilerleme yöntemine güncelleme prosedürü

Çözüme *yakın* noktalarda  $T$  değeri elde edilerek başlanır. Bu bilgiler arayüz ilk pozisyonundan alındıktan sonra çözüm algoritması aşağıdaki şekilde devam ettirilir.

- (i) En küçük  $T$  değerine sahip *deneme* noktası seçilir.
- (ii) Bu *deneme* noktası *bilinen* noktaların oluşturduğu sete, deneme noktasına komşu bilinmeyen noktalar ise *yakın* noktaların oluşturduğu sete eklenir.
- (iii) *Yakın* setinde bulunan komşu noktaların  $T$  değerleri (2.12) numaralı denklem kullanılarak bulunur.
- (iv) Çevrimin başlangıç noktasına dönülür.

En küçük  $T$  değerine sahip deneme noktasının bulunması için kullanılan sıralama algoritması  $\log N$  kadar işlem yapılması gerekmektedir. Her noktanın sadece bir kere ziyaret edilmesinden dolayı işlem sayısı üç boyutlu problemlerde  $N^3 \log N$ 'e düşmektedir.

### 2.4.2 Üçgenlerden Oluşan Hesaplama Alanında Yaklaşım

Daha önceki yapılmış tanımlar sabit ve dikdörtgen hesaplama ağları için yapılmıştır. Bu çalışmada ise Barth ve Sethian (1998) tarafından belirtilen nedenlerden dolayı düzensiz hesaplama ağları kullanılmıştır.

(i) Bazı bölgelerde daha hassas çözümler gerektiği zaman düzensiz hesaplama ağlarında adaptasyon uygulanması çok daha kolaydır.

(ii) Adaptasyon gibi arayüze uyumlu hücreler oluşturulması mümkündür. Böylelikle arayüz üzerindeki özellikler kolaylıkla tarif edilebilir ve gaz tarafındaki akış düzensiz hesaplama ağlarına uygun çözümlerle rahatlıkla gerçekleştirilir.

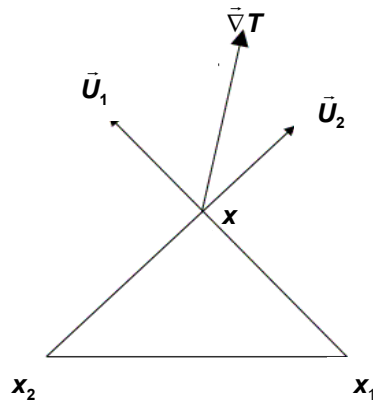
(iii) Geometrinin çok karmaşık olması üçgenleme yöntemiyle hesaplama ağı oluşturulmasını kolaylaştırmaktadır. Üçgenleme yöntemi ile hemen her geometriyi ayrıştırmak mümkündür.

### 2.4.3 Düzensiz Hesaplama Ağlarında Türev Yaklaşımı

Sethian ve Viladimirski (2000), düzensiz hesaplama ağlarında koordinat sisteminin doğal olarak seçimi mümkün olmamasından dolayı gradyanı yönlü türevlerin birleştirilmesiyle elde etmişlerdir.

Şekil 2.8'deki üçgen hesaplama ağında, yönleri belirleyen birim vektörler aşağıdaki gibi tarif edilebilir.

$$\bar{U}_i = \frac{\bar{x} - \bar{x}_i}{\|\bar{x} - \bar{x}_i\|} \quad (2.15)$$



Şekil 2.8 Yönlü türevin tanımı

Arayüz erişim zamanının  $U_1$  ve  $U_2$  birim vektörleri yönündeki yönlü türevleri ise

$$\bar{U} \cdot \bar{\nabla} T(x) = v(x) \quad (2.16)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem (2.6) ve (2.16) birleştirildiğinde herhangi bir düzensiz hesaplama ağı için yönlü türev aşağıdaki şekilde bulunur.

$$v(x)^T (\bar{U}\bar{U}^T)^{-1} v(x) = \frac{1}{\phi^2(x)} \quad (2.17)$$

Bu denklemin ayrıştırılabilmesi için yönlü türevin aşağıdaki gibi doğrulaştırılması gerekir.

$$\mathbf{v} = \mathbf{a}T(x) + \mathbf{b} \quad (2.18)$$

Burada  $a$  ve  $b$  ayrıştırma katsayılarıdır. Denklem (2.17) ve (2.18) birleştirilince

$$(a^T (\bar{U}\bar{U}^T)^{-1} a)T^2 + (2a^T (\bar{U}\bar{U}^T)^{-1} b)T + (b^T (\bar{U}\bar{U}^T)^{-1} b) - 1/\phi^2 = 0 \quad (2.19)$$

denklemini elde edilir. İkinci dereceden bu denklemin çözümü irdelenen hücreler için zaman değişkeni bulunur.

Denklem (2.19)'daki  $a$  ve  $b$  değerlerinin bulunması için birinci ve ikinci dereceden ayrıklaştırma kullanılabilir. Birinci derece doğruluktaki ayrıklaştırmada yönlü türev

$$v_i = \frac{T(x) - T(x_i)}{\|\bar{x} - \bar{x}_i\|} \quad (2.20)$$

şeklinde tarif edilerek  $a$  ve  $b$

$$\mathbf{a} = \frac{1}{\|\bar{x} - \bar{x}_i\|} \quad \text{ve} \quad \mathbf{b} = \frac{-T(x_i)}{\|\bar{x} - \bar{x}_i\|} \quad (2.21)$$

denklemleriyle verilir. İkinci derece doğruluktaki ayrıklaştırmada yönlü türev

$$v_i = 2 \frac{T(x) - T(x_i)}{\|\bar{x} - \bar{x}_i\|} - \bar{U}_i \cdot \bar{\nabla} T(x_i) \quad (2.22)$$

şeklinde tarif edilerek  $a$  ve  $b$

$$\mathbf{a} = \frac{2}{\|\bar{x} - \bar{x}_i\|} \quad \text{ve} \quad \mathbf{b} = \frac{-2T(x_i)}{\|\bar{x} - \bar{x}_i\|} - \bar{U}_i \cdot \bar{\nabla} T(x_i) \quad (2.23)$$

denklemleriyle verilir. Burada

$$\bar{\nabla} T(x_i) = \bar{U}_i^{-1} [\mathbf{a}T(x_i) + \mathbf{b}] \quad (2.24)$$

Gradyan değerleri sınır üzerinde tarafsızdır. Bu durumda çözüme sınıra komşu noktalarda birinci derece doğrulukta ayrıştırma ile başlanılmakta ve iç noktadaki gradyan değerlerinin bulunmasından sonra ikinci derece doğrulukta ayrıştırma ile devam edilmektedir. Dolayısıyla, doğru çözümler için sınırlarda diğer bölgelere nazaran daha sık bir hesaplama ağına gereksinim vardır.

#### 2.4.4 Yön Hassasiyeti Kriteri

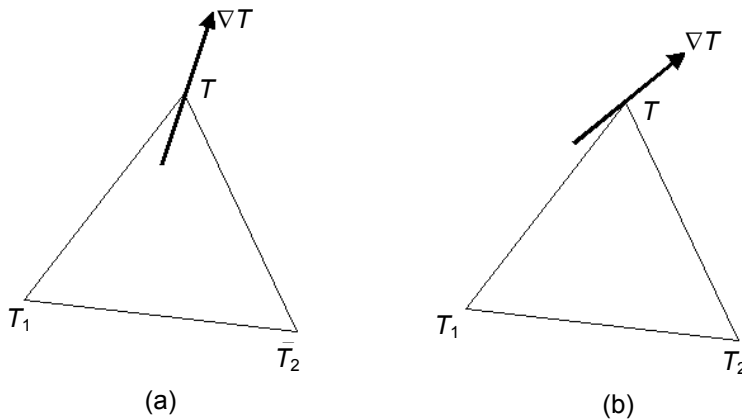
Güncelleme prosedürünün problemin yön hassa doğasını koruyacak kriterleri içermesi ve hızlı ilerleme yönteminin doğru olarak çalışmasını sağlaması gerekmektedir.  $T(x)$  değerlerinin bir üçgen içerisindeki  $T_1$ ,  $T_2$  ve  $T_3$  değerleri kullanılarak güncellendiği varsayılırsa aşağıdaki kriterlerin sağlanması gerekir.

(i) Kriter 1: Hesaplanan  $T(x)$  değerinin üçgen içerisindeki  $T_1$ ,  $T_2$  ve  $T_3$  değerlerinden büyük olmalıdır. Bu kriter hızlı ilerleme yöntemindeki güncelleme prosedürünün doğru olarak çalışması için gereklidir. Aksi takdirde, en küçük değere sahip deneme değerinin kabul edilmesi yanlış olacaktır.

(ii) Kriter 2: Köşe değerleri kullanılarak elde edilen  $T$  gradyanının Şekil 2.9a'daki gibi olması gerekmektedir. Şekil 2.9b'de gösterilen durumlar için bu elemandan elde edilen bilgi yanlış olacaktır. Bu kısıtlama aşağıdaki şekilde verilebilir.

$$(\vec{U} \cdot \vec{U}^T)^{-1} \mathbf{v} \geq 0 \quad (2.25)$$

(iii) Kriter 3: Yukarıdaki her iki kriter sağlansa bile değişik elemanlardan hesaplanan değerler birbirinden farklı olabilir. Her yineleme sırasında keskin köşelerde ve çarpışan arayüzlerde bu problemle defalarca karşılaşmaktadır. Dolayısıyla, en küçük değere sahip sonuç doğru olarak kabul edilmelidir.



Şekil 2.9 (a) Kabul edilebilir ve (b) kabul edilemez gradyan varsayımları



Fiziksel olarak gerçek hayatta olduğu gibi ilk gelen arayüz daha sonra gelen arayüzlerin yerini almaktadır.

Hızlı ilerleme yöntemi ile elde edilen değerlerin üç kriteri sağlaması gerekir. Ancak iki önemli nedenden dolayı normal çözüm yöntemleri bazen bu üç kriteri sağlamayabilir.

(i) Problem 1: Bir üçgen elemanın iç açıları 90 dereceden büyük olduğu durumlarda ikinci kriter sağlanamamaktadır. Bu problemin ortadan kaldırılması için çözümün daha önce kabul edilmiş köşelere geriye çekilerek oluşturulacak yeni elemanın yön hassasiyeti kriterine uyması sağlanabilir.

(ii) Problem 2: Elemanın çözüm hacminin sınırlarında olduğunda serbest tarafında yeterli sayıda eleman olmamasından dolayı bulunan pozisyona yeterli bilginin gelmediğinden birinci ve ikinci kriterler sağlanamamaktadır. Genelde bu tip problemlerle üç boyutlu problemlerde karşılaşmaktadır. Üç boyutlu uzayda sınırlar iki boyutlu hızlı ilerleme yöntemiyle çözülmektedir. Orijinal çözümün sınırlarda problemle karşılaştığı zaman yüzey çözümünden elde edilen bilgiler kullanılmaktadır.

## 2.5 KESİK HÜCRE METODOLOJİSİ

Yakıt gerileme yazılımının üç boyutlu hale getirilmesine ikinci proje döneminin sonuna doğru başlanılmıştır. Bu bağlamda, akış ve arayüz analiz çifti için ayrılaştırılmış bir yaklaşım kullanılmıştır. Bu yaklaşımda, arayüzün hareketi dondurulduktan sonra akışın çözümü gerçekleştirilmekte, daha sonra da en son hesaplanmış akış özellikleri kullanılarak arayüzün yeni pozisyonu bulunmaktadır. Katı yakıt ile arayüz arasında sınır şartlarını uygulayabilmek için kesilmiş hücre yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntemde hücrelerin arayüz tarafından kesilmesine izin verilmekte ve ikiye bölünmüş elemanın her iki yüzeyinde de sınır şartları uygulanmaktadır. Akış çözücüsü ile yakıt gerileme yazılımları arasındaki haberleşmeyi sağlayan bir araca gereksinim bulunmaktadır. Bu haberleşmeyi sağlamak üzere kesilmiş hücre yöntemleri kullanılarak akış çözücüsünün performans belirlenmesi için gerekli kontrol hacimleri oluşturulmaktadır. Arayüzü yakalama işlemi sadece tetrahedron elemanlar üzerinde uygulanmaktadır. Arayüz bir elemanı değişik şekillerde ikiye bölerek ele alınması gereken değişik senaryolar oluşturmaktadır.

Bir tetrahedron eleman için 15 değişik senaryo bulunmaktadır. Ancak, tetrahedron elemanlar hesaplama ağı üreticisi tarafından hazırlandığı için bazı senaryoların oluşması imkansız hale gelmektedir. Örneğin bütün düğüm noktalarındaki zaman değerlerinin arayüzü tanımlayan zaman değerine eşit olması durumunda elemanın hacmi sıfır olmaktadır. Böylelikle hangi senaryoların oluşabileceği incelenerek iş yükünün azaltılması mümkündür. Bu yaklaşımla gerçek tetrahedron elemanlar için 8 senaryo olduğu ortaya çıkmaktadır. Herhangi bir zaman adımında arayüzü tanımlayan zaman parametresinin  $T_0$  ve elemanın D, C, B ve A köşe noktalarını tanımlayan zaman parametrelerinin  $T_D \geq T_C \geq T_B \geq T_A$  olduğu varsayılırsa, bu durumda aşağıdaki senaryolar oluşmaktadır.

a) Senaryo 1:  $T_0 \geq T_D$  olduğu durumda, elemanın tüm köşelerinin gaz içerisinde kalmakta olduğu anlaşılmakta ve eleman akış çözümünün gerçekleştirileceği elemanlar arasına alınmaktadır.

b) Senaryo 2:  $T_0 \leq T_A$  olduğu durumda, elemanın tüm köşelerinin katı yakıt içerisinde kalmakta olduğu anlaşılmakta ve eleman katı yakıt analizinin gerçekleştirileceği elemanlar arasına alınmaktadır.

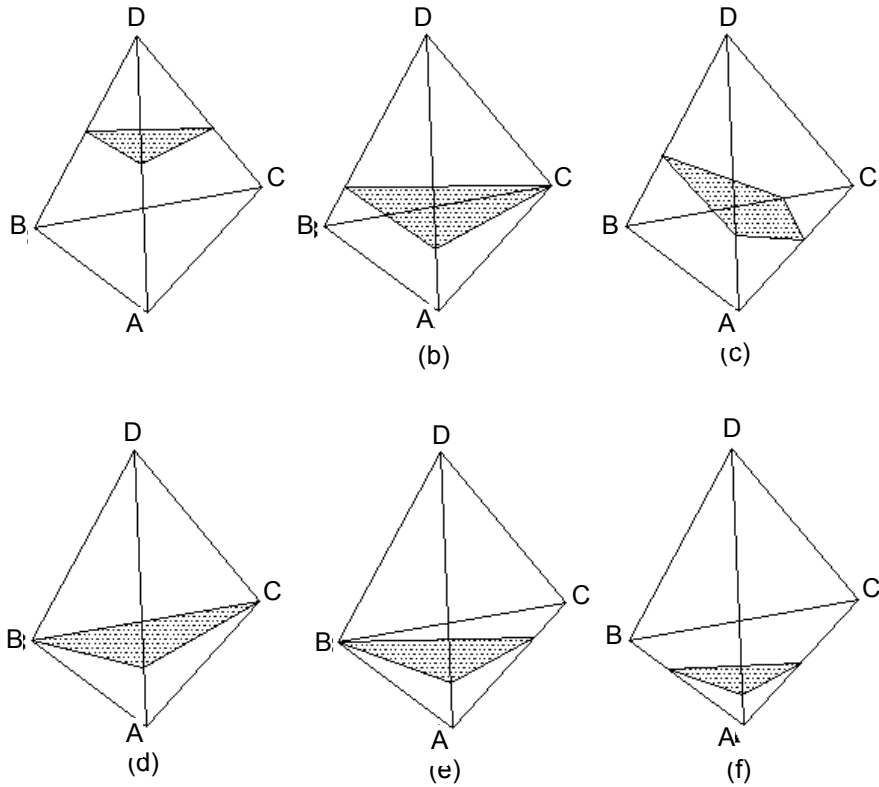
c) Senaryo 3:  $T_D > T_0 > T_C$  olduğu durumda, Şekil 2.10a'da görüldüğü gibi üçgen bir yüzey elemanı ve üçgen prizma bir hacim elemanı oluşmaktadır.

d) Senaryo 4:  $T_D > T_C = T_0 > T_B$  olduğu durumda, Şekil 2.10b'de görüldüğü gibi üçgen bir yüzey elemanı ve piramid bir hacim elemanı oluşmaktadır.

e) Senaryo 5:  $T_C > T_0 > T_B$  olduğu durumda, Şekil 2.10c'de görüldüğü gibi dörtgen bir yüzey elemanı ve üçgen prizma bir hacim elemanı oluşmaktadır.

f) Senaryo 6:  $T_D > T_C = T_B = T_0 > T_A$  olduğu durumda, Şekil 2.10d'de görüldüğü gibi üçgen bir yüzey elemanı ve tetrahedron bir hacim elemanı oluşmaktadır.

g) Senaryo 7:  $T_D > T_C > T_B = T_0 > T_A$  olduğu durumda, Şekil 2.10e'de görüldüğü gibi üçgen bir yüzey elemanı ve tetrahedron bir hacim elemanı oluşmaktadır.



**Şekil 2.10** Bir eleman içindeki arayüz senaryoları

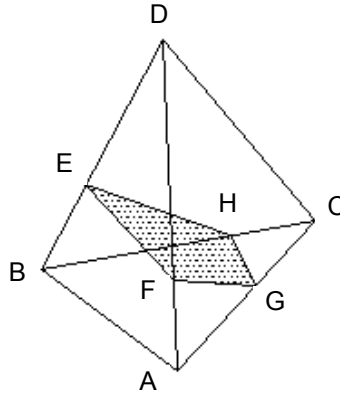
h) Senaryo 6:  $T_B > T_0 > T_A$  olduğu durumda, Şekil 2.10’de görüldüğü gibi üçgen bir yüzey elemanı ve tetrahedron bir hacim elemanı oluşmaktadır.

Üç boyutlu akış çözücüsü arayüzdeki sınırların tanımlanmasını ve çözüm alanının belirlenmesini gerektirmektedir. Arayüzün belirlenmesinden sonra gaz ve katı yakıt tarafındaki elemanlar ayrılmakta ve sınırlar tarif edilmektedir. Akış çözücüsü için gerekli üç boyutlu hesaplama ağının oluşturulabilmesi için arayüz üzerindeki elemanlar ikiye bölünmektedir. Hesaplama ağında bulunan elemanları

- (i) katı yakıt içerisinde bulunan elemanlar,
- (ii) gaz içerisinde bulunan elemanlar ve
- (iii) arayüz boyunca ikiye bölünen elemanlar

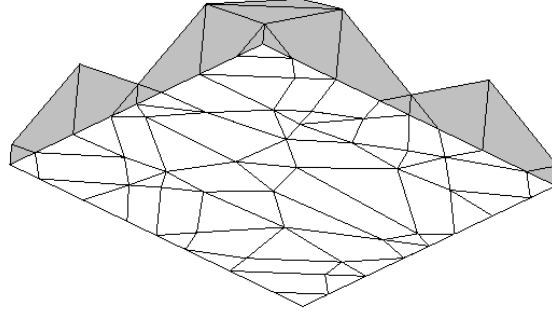
olmak üzere üç kategoriye ayırmak mümkündür.

Hesaplama ağı içerisinde bulunan elemanlar birer birer ziyaret edilerek katı yakıt içerisinde bulunan elemanlar akış çözücüsünde işlem görmemek üzere bir diziyeye depolanmaktadır. Gaz tarafında bulunan elemanlar ise başka bir dizide saklanmaktadır. Bir eleman içerisinden arayüz geçtiği zaman, bu eleman yukarıdaki senaryolardan biri kullanılarak ikiye bölünmekte ve orijinal eleman listeden çıkartılmaktadır. Şekil 2.11’de görüldüğü gibi arayüz üzerinde bulunan düğüm noktaları (A, B, C ve D) yeni elemanı oluşturmakta kullanılmaktadır. Bu işlem Şekil 2.12’de görülen 4, 5 ve 6 yüzeye sahip yapısal olmayan elemanların oluşmasına neden olmaktadır.



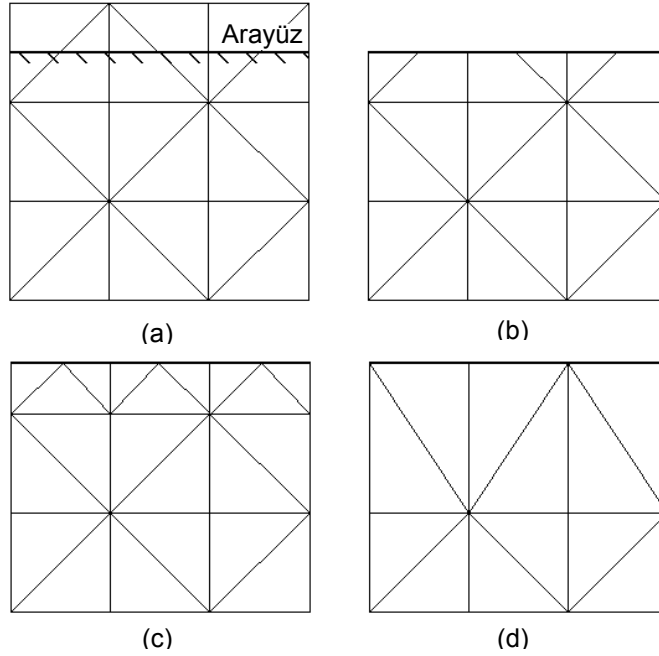
**Şekil 2.11** Arayüz üzerinde bulunan bir eleman

Yeni elemanların oluşturulması sırasında birbirleriyle çakışan düğüm noktaları ortaya çıkmaktadır. Bu düğüm noktaları bulunarak bağlantı (connectivity) matrisleri yeniden düzenlenmektedir. Bazı elemanların üç yüzeyi hesaplama ağı dosyasında kalabilmekte ve bu durumda dilimin bir yüzeyi elemanın yüzeyi ile çakıştığından hacim ortadan kalkabilmektedir.



**Şekil 2.12** Arayüz üzerinde hibrid hesaplama ağı

Şekil 2.13a'da görülen ikiye bölünmüş elemanların yeniden düzenlenebilmesi için üç ayrı yöntem kullanılmaktadır. Bu elemanlar olduğu gibi bırakıldığında Şekil 2.13b'de görülen hibrid bir hesaplama ağı ortaya çıkmaktadır. Şekil 2.13c'de görüldüğü gibi hibrid elemanlar tetrahedron elemanlara bölünerek homojenlik korunabilmektedir. Ancak, bu işlem eleman sayısının artmasına neden olmaktadır. Bu durum viskoz akışlar için bir dezavantaj oluşabilmektedir. Üçüncü yöntemde ise hesaplama ağının hibrid bölümü Şekil 2.13d'de görüldüğü gibi akış alanının dışına katı yakıta doğru ötelenmektedir.

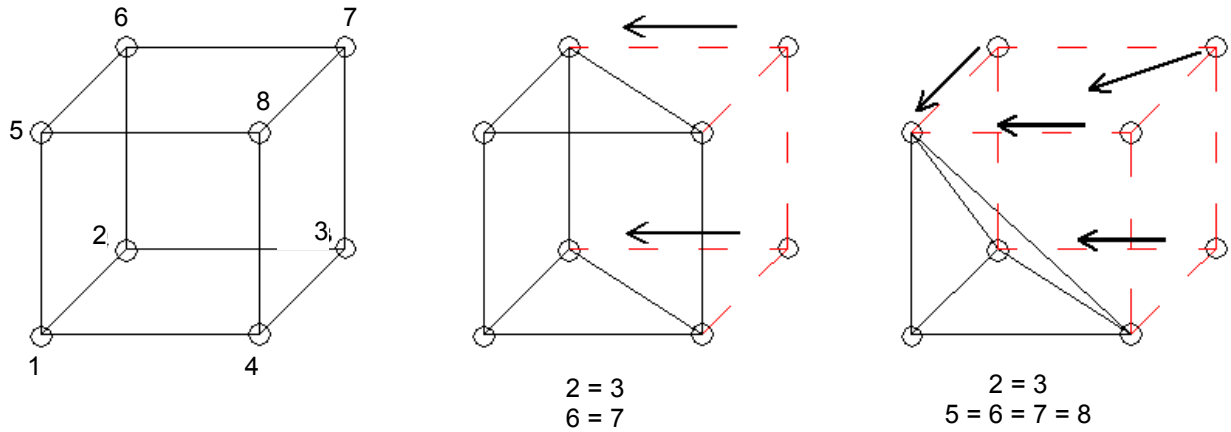


**Şekil 2.13** Hesaplama ağının yeniden düzenlenmesi için kullanılan yöntemler  
 (a) Hesaplama ağı üzerindeki arayüz, (b) hibrid hesaplama ağı yöntemi, (c) tetrahedron elemanlara bölme yöntemi ve (d) düğüm noktalarını arayüze hareket ettirme yöntemi

Hibrid hesaplama ağı yönteminde hesaplama ağının yeniden düzenlenmesi gerekmediğinden bu yöntem son derece verimlidir. Hesaplama ağının yeniden oluşturulması gerekmediğinden hatalar minimize edilmekte ve eleman sayısı sabit kalmaktadır. Ancak, hibrid hesaplama ağları her türlü elemanı kabul eden bir akış çözücüsüne gereksinim duymaktadır.

Hibrid bir hesaplama ağında değişik geometrik şekillere sahip elemanlar bulunmaktadır. Bu elemanların 4 ile 8 arasında köşesi bulunmaktadır. 8 köşe bir dikdörtgenler prizmasını, 6 köşe bir üçgen prizmayı, 5 köşe bir piramidi, 4 köşe ise bir tetrahedron elemanı oluşturmaktadır. Bir tetrahedron eleman ikiye bölündüğünde oluşturulan elemanın en fazla 6 köşeye sahip olmasına izin verilmektedir.

Bütün elemanlar için bağlantı tanımları aynıdır. Bağlantı matrisinde her eleman için 8 düğüm noktası tanımlanmıştır. Bu durumda dikdörtgenler prizmasının dışındaki elemanlar için düğüm noktaları tekrarlanmaktadır. Şekil 2.14'te her eleman için bağlantının oluşturulmasında kullanılan yöntem oluşturulmaktadır. Tablo 2.1'de hibrid bir hesaplama ağında bulunan değişik elemanlar için bağlantılar gösterilmiştir.



**Şekil 2.14** Hibrid hesaplama ağının oluşturulması

**Tablo 2.1** Hibrid hesaplama ağındaki değişik elemanlar için bağlantılar

Eleman tipi	Bağlantı							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Dikdörtgen prizma	1	2	3	4	5	6	7	8
Üçgen prizma	1	2	2	3	4	5	5	6
Piramit	1	2	3	4	5	5	5	5
Dört yüzlü eleman	1	2	2	3	4	4	4	4

## BÖLÜM 3

### YAKIT GERİLEME YAZILIMININ TEST EDİLMESİ

#### 3.1 GİRİŞ

Yakıt gerileme yazılımı önce iki boyutlu olarak hazırlanmış, daha sonra da üç boyutlu hale getirilmiştir. Dolayısıyla yazılımın doğrulanması da iki ve üç boyutlu olarak gerçekleştirilmiştir.

#### 3.2 İKİ BOYUTLU YAKIT GERİLEME YAZILIMININ TEST EDİLMESİ

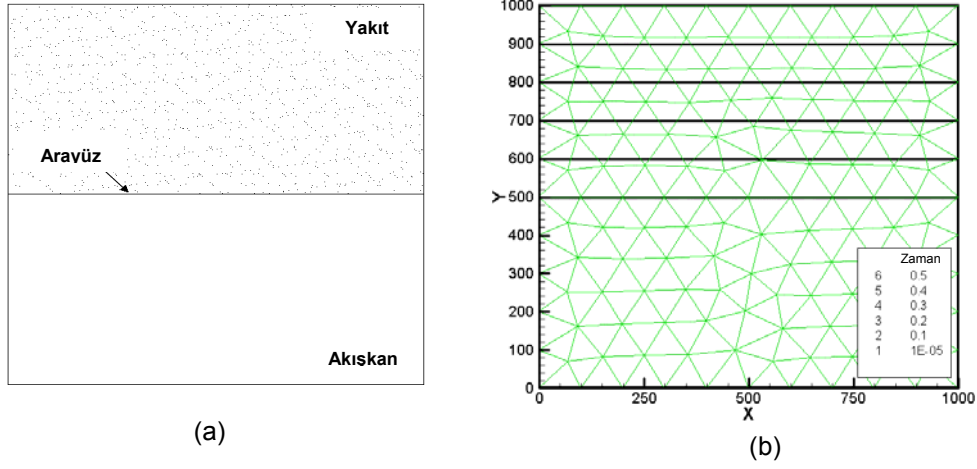
Birinci proje döneminde başlanılan projenin iki boyutlu yakıt gerileme yazılımının test edilmesi aşaması üçüncü proje dönemi içerisinde tamamlanmıştır. Projenin bu aşamasında geliştirilen yazılımın doğrulanabilmesi amacıyla çözümü analitik olarak da elde edilebilen

- (i) düz arayüz,
- (ii)  $90^{\circ}$  köşe arayüz,
- (iii) dairesel arayüz,
- (iv) üç çeyrek daireden oluşan düzgün arayüz ve
- (v) çarpışan daireler

problemleri kullanılmıştır. Bu çalışmalarda hesaplama ağının boyutu çözüm alanındaki hücrelerin en büyük kenarının boyu olarak alınmaktadır. Örneğin hesaplama ağının boyutu 10 olarak alındığında, hesaplama ağındaki hücrelerin hiçbir kenarının 10 birimi geçmeyeceği belirtilmektedir. Bu tanım ele alınan problemlerde ağ sıklığını belirtmek için kullanılmıştır.

##### 3.2.1 Düz Arayüz

İki boyutlu olan bu test probleminin geometrisi Şekil 3.1a'da verilmiştir. Bu problemdeki karenin boyutları 1000 birim x 1000 birim olarak alınmış ve arayüz ise karenin ortasına yerleştirilmiştir. Arayüzün üst tarafı yakıt olarak, alt tarafı ise akışkan olarak alınmıştır. Çözüm hızlı ilerleme yöntemi kullanılarak yakıt tarafında gerçekleştirilerek arayüz yakıtı doğru ilerlemektedir. Akışkan bölümünde ise hiçbir çözüm yapılmamaktadır. Şekil 3.1b'de görülen eğriler arayüzün zaman içerisinde ilerlemesini göstermektedir. Çözümde arayüzün eğiminin değişmediği görülmektedir. Bu şekilde kesintisiz çizgiler sayısal çözümün sonuçlarını, kesintili çizgiler ise analitik çözümün sonuçlarını göstermektedir.



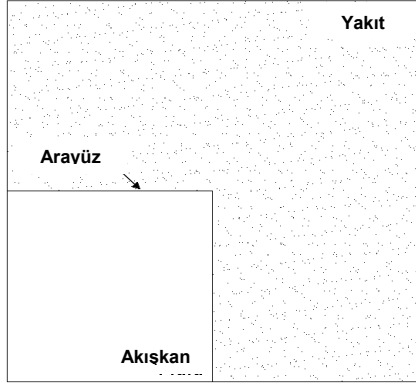
**Şekil 3.1** Düz arayüz (a) geometri ve (b) yakıt gerilemesi

### 3.2.2 90° Köşe Arayüz

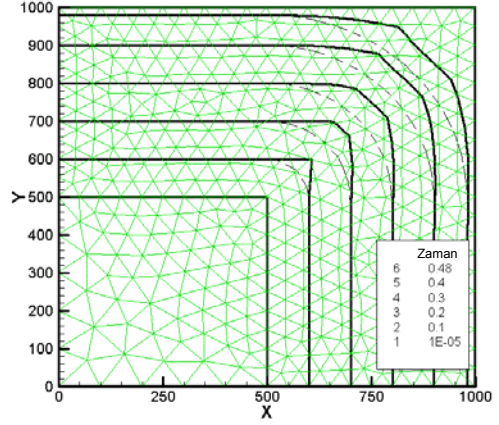
İki boyutlu olan bu test probleminin geometrisi Şekil 3.2a'da verilmiştir. Bu problemdeki karenin boyutları 1000 birim x 1000 birim olarak alınmıştır. Akışkan fazı ise 500 birim x 500 birim büyüklüğünde bir kare olup büyük karenin sol alt köşesine yerleştirilmiştir. 100, 50 ve 10 birim ağ sıklıkları için yakıt gerilemesi sonuçları sırasıyla Şekil 3.2b, 3.2c ve 3.2d'de verilmiştir. Bu sonuçlar, sivri köşelerin sivri köşeler oluşturmayacağını belirten Huygens prensibini doğrulamaktadır. Bu şekillerde kesintisiz çizgiler sayısal, kesintili çizgiler ise analitik çözüm sonuçlarını göstermektedir.

### 3.2.3 Dairesel Arayüz

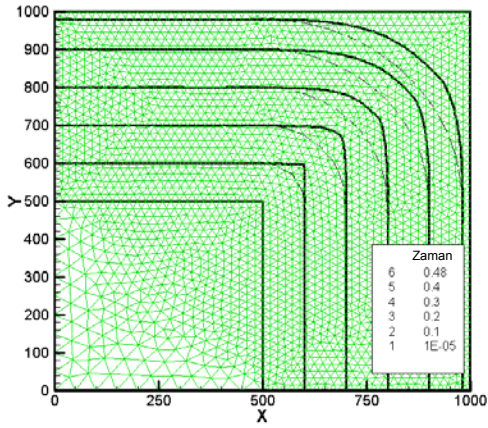
Bu problemde Şekil 3.3'de gösterilen 1000 x 1000 birimlik bir kare içindeki 250 birim çapındaki bir daire dışarıya ve içeriye doğru geriletilmektedir. Dışarıya doğru yanan daire problemi eğriliğin tüm çözüm alanında sabit olması nedeniyle hızlı ilerleme algoritması için bir problem yaratmamaktadır. Buna karşılık, içeriye doğru yanan daire probleminde arayüzün işlem sonucunda yok olması nedeniyle zorluklar meydana gelmektedir. Arayüz izleme algoritmalarının çoğunda bir geometrinin kayboluşu karmaşık ağ düzenleme algoritmaları gerektirmektedir. Buna karşılık, bu çalışmada yüzeyin kayboluşu doğal olarak modellenebildiğinden ek algoritmalara gereksinim duyulmamaktadır. 100 ve 10 birim ağ sıklıkları için dışarıya doğru yanma sonuçları sırasıyla Şekil 3.4a ve 3.4b'de verilmiştir. Buna karşılık 10 birim ağ sıklığı için dışarıya doğru yanma sonuçları Şekil 3.5'te verilmiştir. Bu şekillerde kesintisiz çizgiler sayısal çözümün sonuçlarını, kesintili çizgiler ise analitik çözümün sonuçlarını göstermektedir.



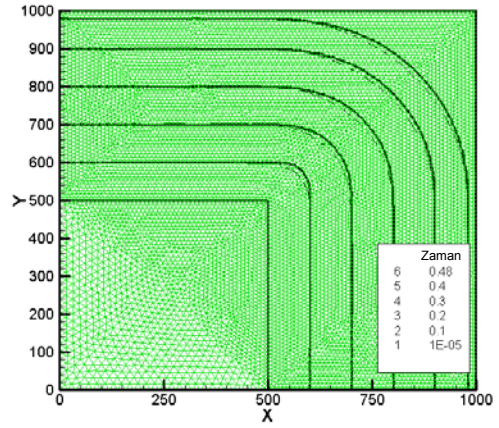
(a)



(b)

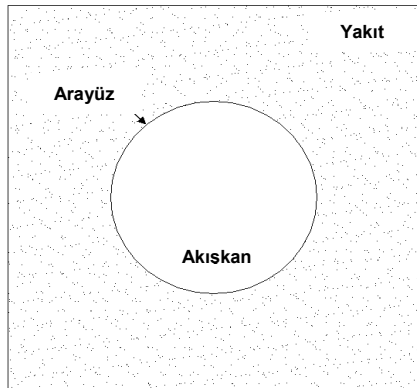


(c)

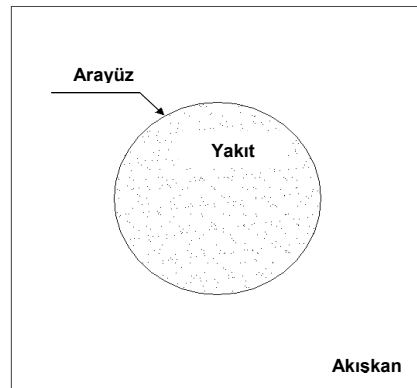


(d)

**Şekil 3.2**  $90^\circ$  köşe arayüz (a) geometri, (b) 100 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi (c) 50 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi ve (d) 10 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi



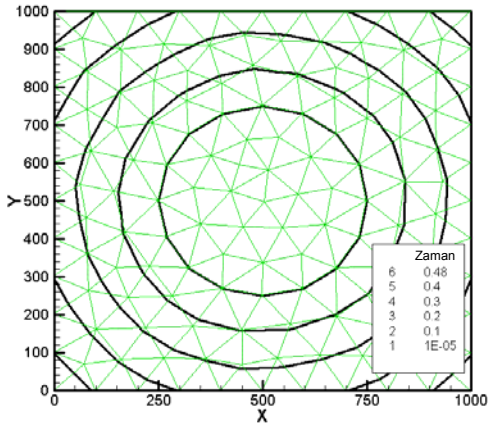
(a)



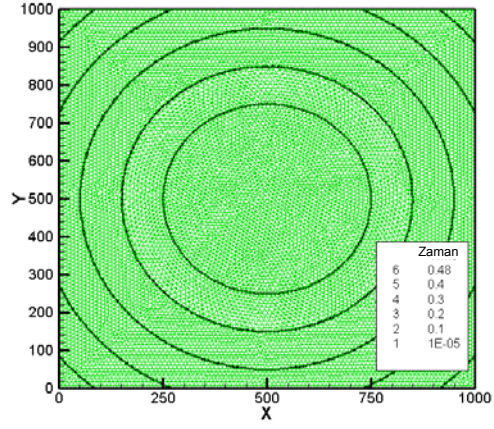
(b)

**Şekil 3.3** (a) Dışarı ve (b) içeri doğru yanan daire



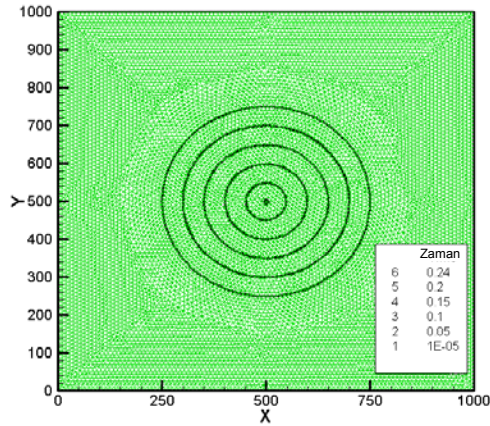


(a)



(b)

**Şekil 3.4** Dışarıya doğru yanan dairede (a) 100 birimlik ve (b) 10 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi

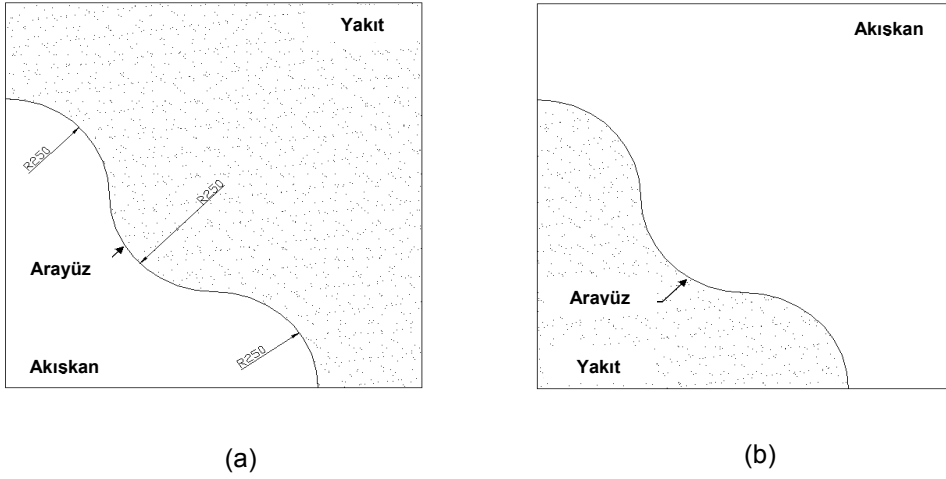


**Şekil 3.5** İçeriye doğru yanan dairede 10 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi

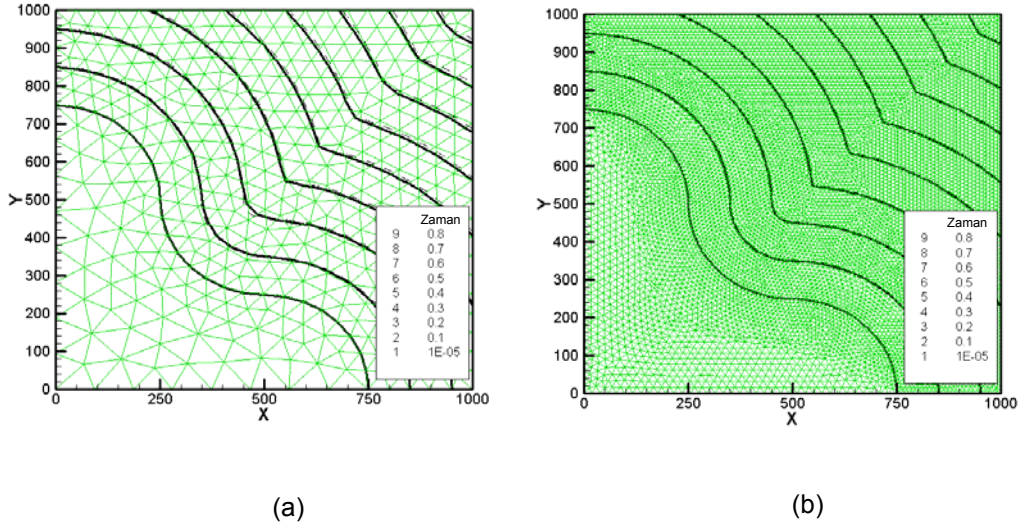
### 3.2.4 Üç Çeyrek Daireden Oluşan Düzgün Arayüz

Bu problemde Şekil 3.6'da gösterilen 1000 x 1000 birimlik bir kare içinde birbirleriyle düzgün bir şekilde birleştirilmiş bir arayüz dışarıya ve içeriye doğru geriletilmektedir. Bu problemin çözümü dışarıya doğru gerilemede orta dairenin, içeriye doğru gerilemede ise yandaki dairelerin yok olması nedeniyle oldukça problemlidir. Diğer bütün yöntemler, özellikle de arayüz izleme yöntemleri bu problemi çözebilmek için özel önlemler alınmasını gerektirmektedir. Bu çalışmada ise arayüzün düzgün olması nedeniyle

değişik ağ sıklıklarında elde edilen sonuçlar gerçekleri ile uyum içerisindedir. 100 ve 10 birim ağ sıklıkları için dışarıya doğru yanma sonuçları sırasıyla Şekil 3.7a ve 3.7b'de verilmiştir. Buna karşılık 10 birim ağ sıklığı için içeriye doğru yanma sonuçları Şekil 3.8'de verilmiştir. Bu şekillerde kesintisiz çizgiler sayısal çözümün sonuçlarını, kesintili çizgiler ise analitik çözümün sonuçlarını göstermektedir.



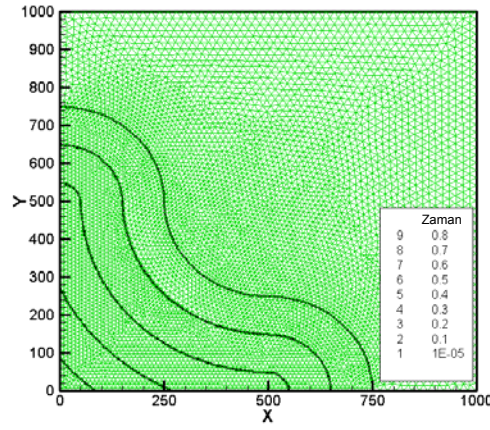
Şekil 3.6 (a) Dışarı ve (b) içeri doğru yanma üç çeyrek daireden oluşan düzgün arayüz



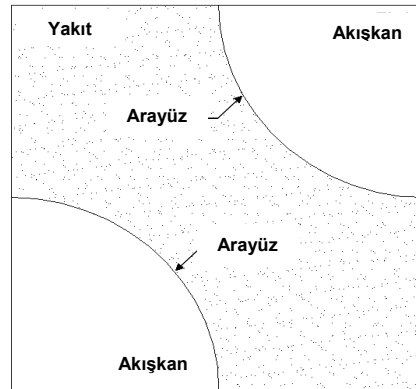
Şekil 3.7 Dışarıya doğru yanma üç çeyrek daireden oluşan düzgün arayüzde  
(a) 50 birimlik ve (b) 10 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi

### 3.2.5 Çarpışan Daireler

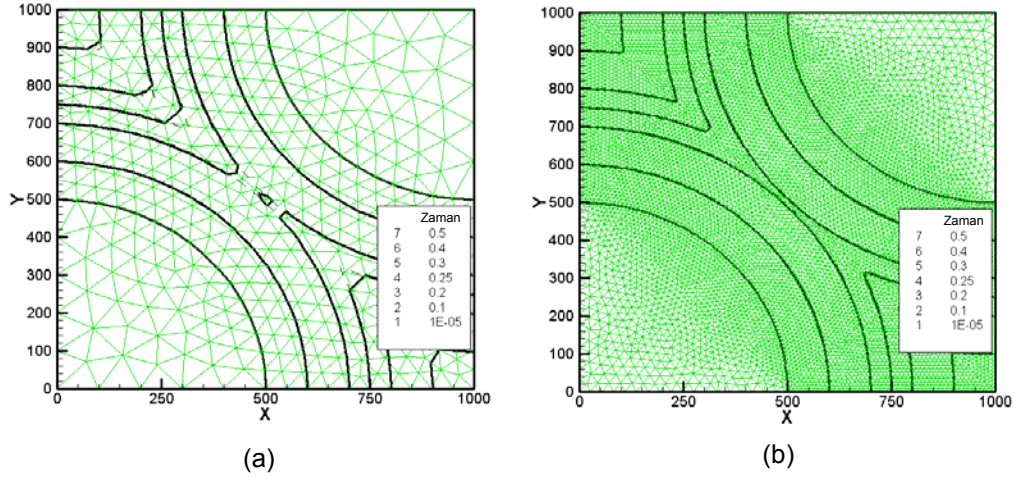
İki boyutlu arayüz gerilemesindeki en zor problem, Şekil 3.9'da gösterilen 1000 x 1000 birimlik bir karenin sağ üst ve sol alt köşesindeki dairelerin birbirine doğru genişlemesiyle meydana gelmektedir. Bu problemdeki en kritik nokta iki arayüzün çözüm alanında birbirleriyle buluşmasıyla ortaya çıkmaktadır. Bu buluşmanın yeri önceden bilinmediği için daha önceden önlem alınması mümkün değildir. Bir düğüm noktası için en küçük erişim zamanı geçerli olduğundan ve bir düğüm noktası ikiden fazla ziyaret edilmediği için çözüm hızlı ilerleme yönteminin doğasında bulunmaktadır. 50 ve 10 birim ağ sıklıkları için gerileme sonuçları sırasıyla Şekil 3.10a ve 3.10b'de verilmiştir. Bu şekillerde kesintisiz çizgiler sayısal çözümün sonuçlarını, kesintili çizgiler ise analitik çözümün sonuçlarını göstermektedir.



Şekil 3.8 İçeriye doğru yanan üç çeyrek daireden oluşan düzgün arayüzde 10 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi



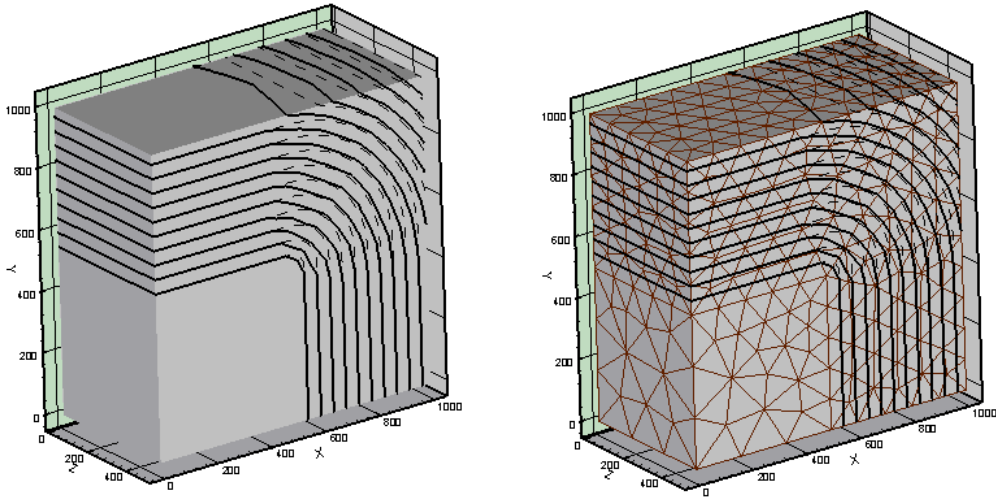
Şekil 3.9 Çarpışan daireler problemi



**Şekil 3.10** Çarpışan daireler probleminde (a) 50 birimlik ve (b) 10 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi

### 3.2 ÜÇ BOYUTLU YAKIT GERİLEME YAZILIMININ TEST EDİLMESİ

Üç boyutlu yakıt gerileme yazılımının test edilebilmesi için iki boyutlu problemlere benzer problemler kullanılmıştır. Sabit eğimli yüzeyler için yazılım herhangi bir hata yapmadığı için ilk test problemi denenmemiştir. Üç boyutlu deneme problemleri için iki boyutlu problemler z-yönünde 500 birim genişletilmiştir.

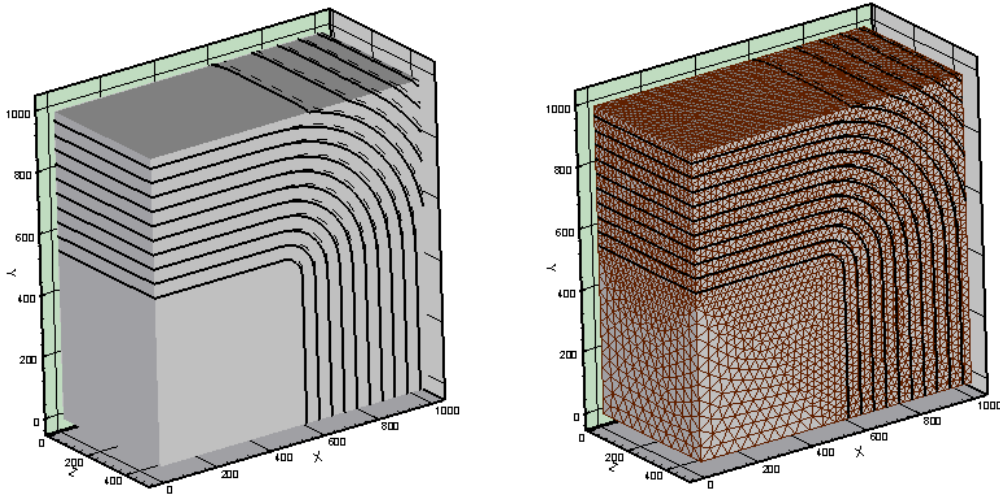


**Şekil 3.11** Dikdörtgenler prizması içinde bulunan küpte 100 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi

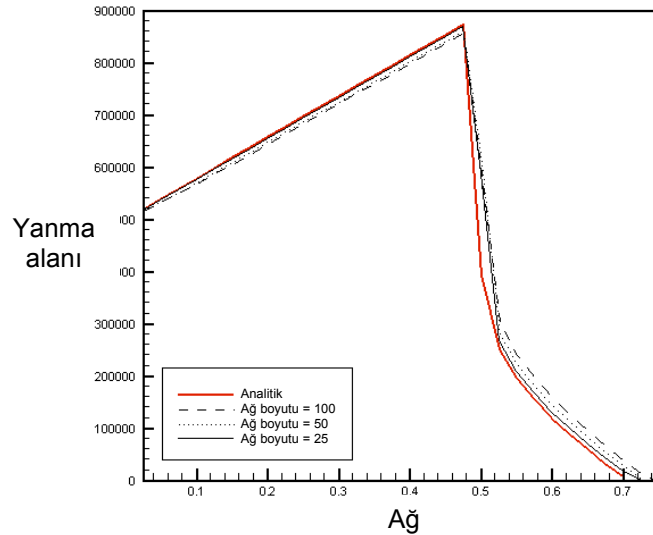
### 3.2.1 Dikdörtgenler Prizması içindeki Küp

Bu probleme ait çözümler 100 ve 25 birimlik ağ sıklıkları için yakıt gerilemesi sonuçları sırasıyla Şekil 3.11 ve 3.12'de verilmiştir. Bu şekillerde kesintisiz çizgiler sayısal çözümün sonuçlarını, kesintili çizgiler ise analitik çözümün sonuçlarını göstermektedir. Bu sonuçlardan ağ sıklığı arttıkça çözüm zamanının artmasına karşılık çözümün hassasiyetinin arttığı anlaşılmaktadır.

Yanma alanının hassasiyeti ağ sıklığının artırılmasıyla artmaktadır. Arayüz alanının karşılaştırılması Şekil 3.13'te gösterilmiştir.



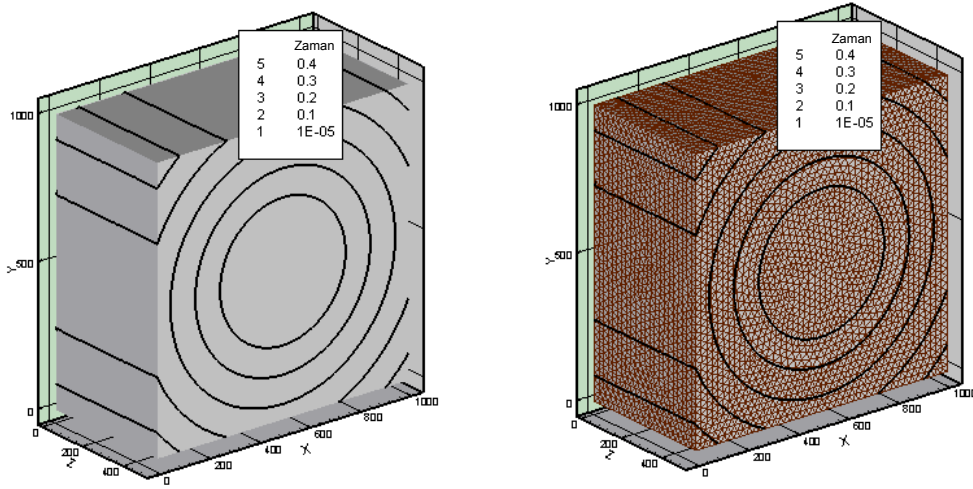
Şekil 3.12 Dikdörtgenler prizması içinde bulunan küpte 25 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi



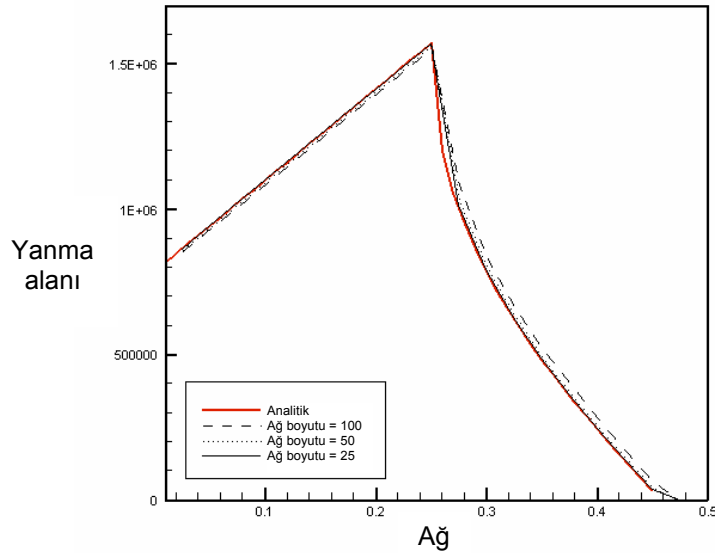
Şekil 3.13 Dikdörtgenler prizması içinde bulunan küpte yanma alanının ağa göre değişmesi

### 3.2.2 Dikdörtgenler Prizması içindeki Silindir

Bu problem için 25 birimlik ağ sıklığındaki dışarıya doğru yakıt gerilemesinin sonuçları Şekil 3.14'te verilmiştir. Bu şekillerde kesintisiz çizgiler sayısal çözümün sonuçlarını, kesintili çizgiler ise analitik çözümün sonuçlarını göstermektedir. Bu sonuçlardan ağ sıklığı arttıkça çözüm zamanının artmasına karşılık çözümün hassasiyetinin arttığı anlaşılmaktadır. Yanma alanının değişik hesaplama ağı sıklıklarına göre değişimi ise Şekil 3.15'te verilmiştir.

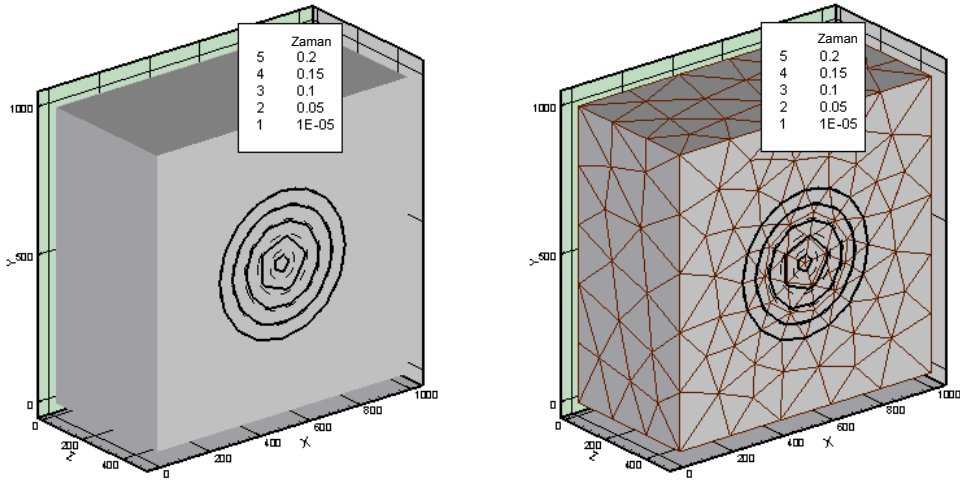


Şekil 3.14 Dikdörtgenler prizması içinde bulunan silindirde 25 birimlik ağ sıklığı için dışarıya doğru yakıt gerilemesi

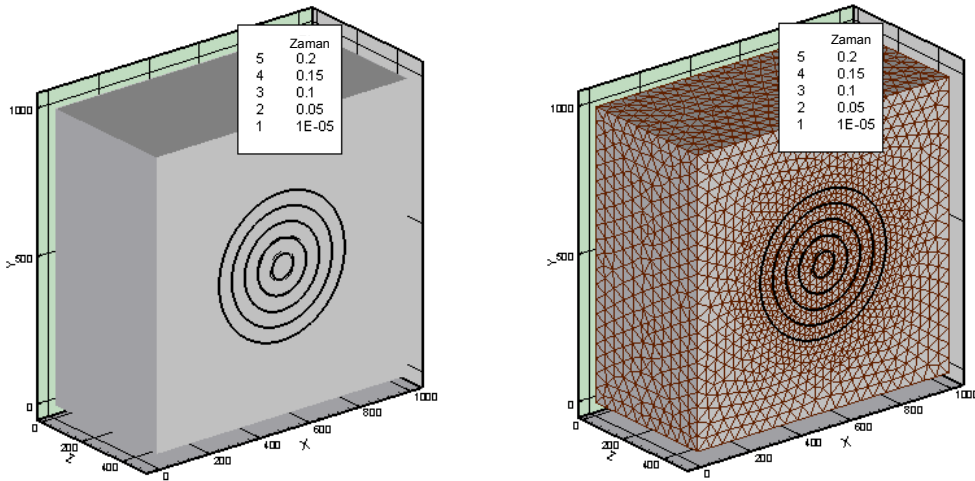


Şekil 3.15 Dikdörtgenler prizması içinde bulunan silindir için dışarıya doğru yakıt gerilmesinde yanma alanının hesaplama ağı sıklığına göre değişimi

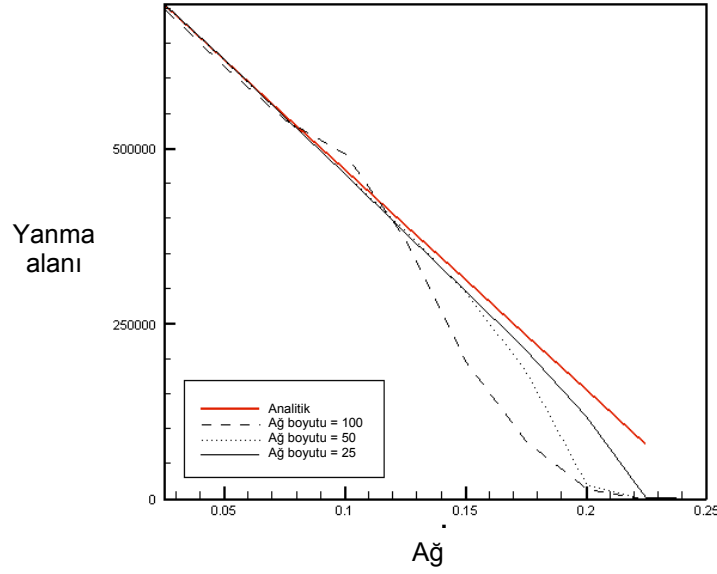
Aynı problem için, 100 ve 25 birimlik ağ sıklıklarında içeriye doğru yakıt gerilemesi sırasıyla Şekil 3.16 ve 3.17’de verilmiştir. Bu şekillerde de kesintisiz çizgiler sayısal çözümün sonuçlarını, kesintili çizgiler ise analitik çözümün sonuçlarını göstermektedir. İçe doğru yakıt gerilemesinde, kaba bir hesaplama ağı kullanıldığında arayüzde meydana gelen hata artmaktadır. Bir modelde kaybolan parçaların bulunduğu bölgeler kritik bölgeler olup, buralarda hesaplama ağının hassasiyetinin artırılması gerekmektedir. Yanma alanının değişik hesaplama ağı sıklıklarına göre değişimi ise Şekil 3.18’de verilmiştir.



**Şekil 3.16** Dikdörtgenler prizması içinde bulunan silindirde 100 birimlik ağ sıklığı için içeriye doğru yakıt gerilemesi



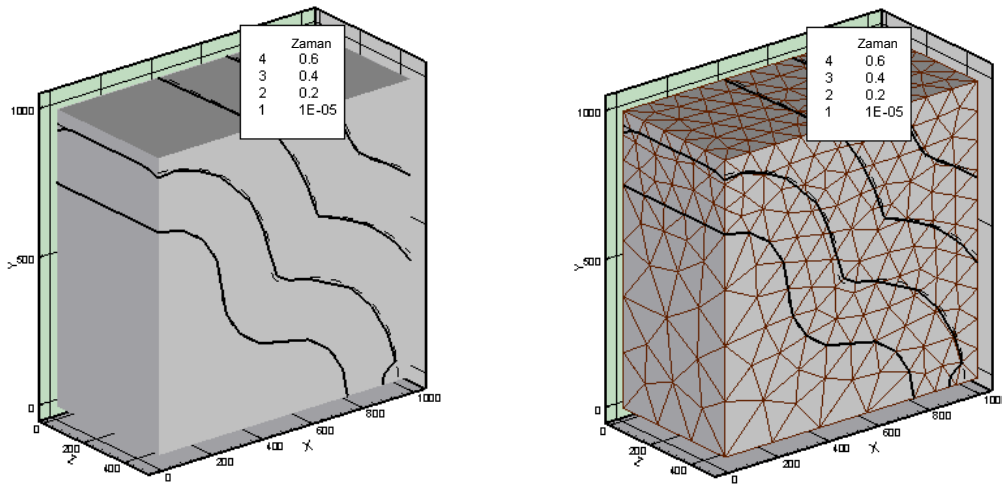
**Şekil 3.17** Dikdörtgenler prizması içinde bulunan silindirde 25 birimlik ağ sıklığı için içeriye doğru yakıt gerilemesi



**Şekil 3.18** Dikdörtgenler prizması içinde bulunan silindir için içeriye doğru yakıt gerilmesinde yanma alanının hesaplama ağı sıklığına göre değişmesi

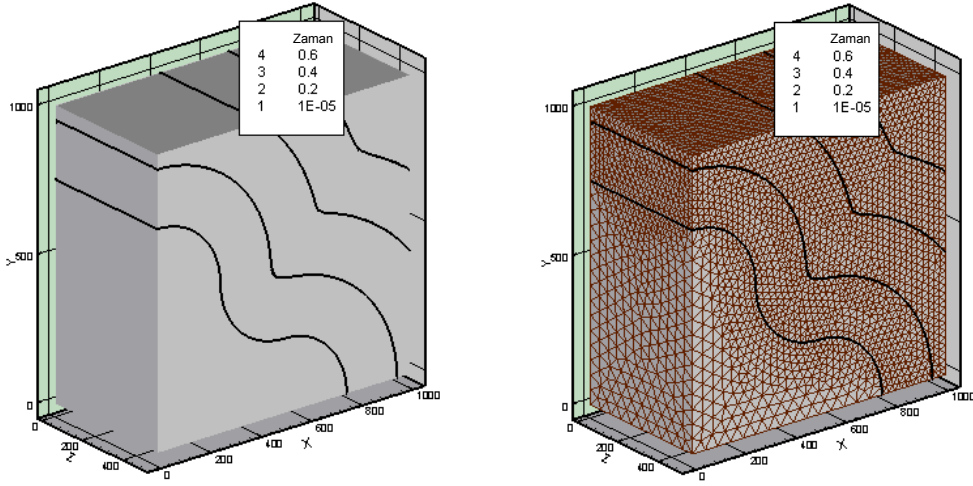
### 3.2.3 Dikdörtgenler Prizması içindeki Düzgün Arayüz

Bu problemde 100 ve 25 birimlik ağı sıklıkları için dışarıya doğru yakıt gerilemesi sonuçları sırasıyla Şekil 3.19 ve 3.20'de verilmiştir. Bu şekillerde kesintisiz çizgiler sayısal çözümün sonuçlarını, kesintili çizgiler ise analitik çözümün sonuçlarını göstermektedir. Yanma alanının değişik hesaplama ağı sıklıklarına göre değişimi ise Şekil 3.21'de verilmiştir.

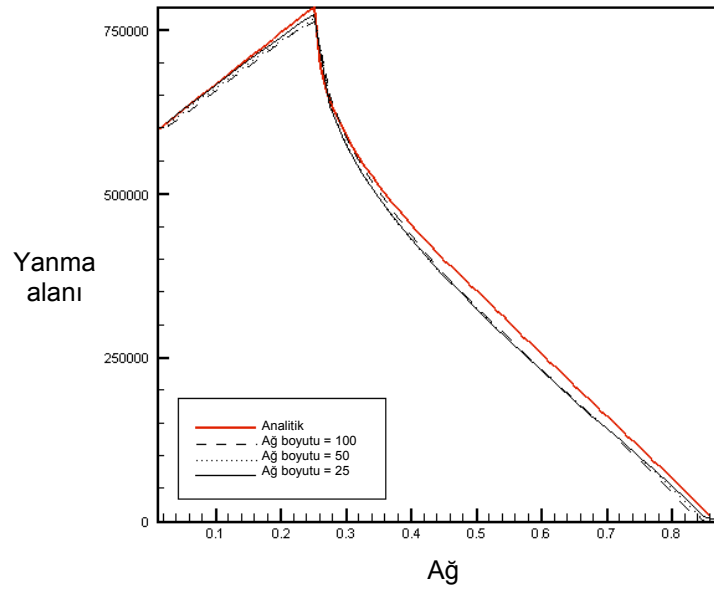


**Şekil 3.19** Dikdörtgenler prizması içinde bulunan düzgün arayüzde 100 birimlik ağı sıklığı için dışarıya doğru yakıt gerilemesi



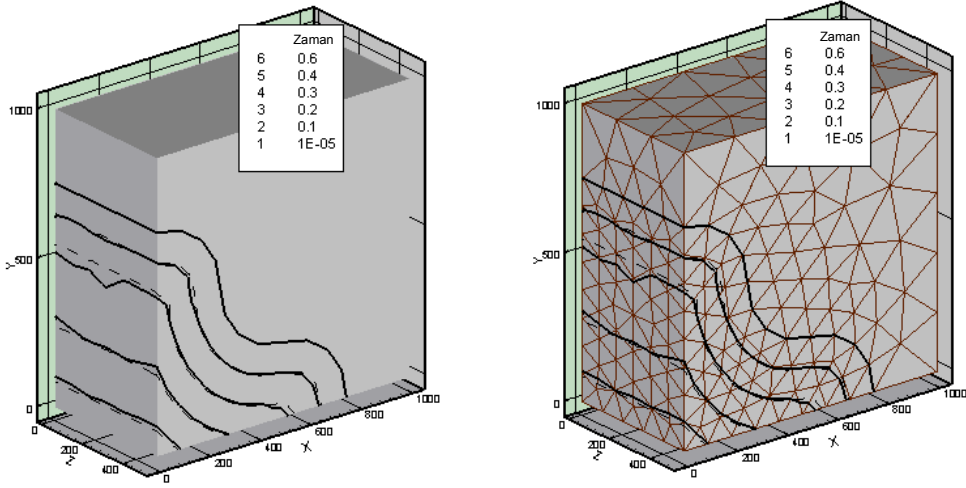


**Şekil 3.20** Dikdörtgenler prizması içinde bulunan düzgün arayüzde 25 birimlik ağ sıklığı için dışarıya doğru yakıt gerilemesi

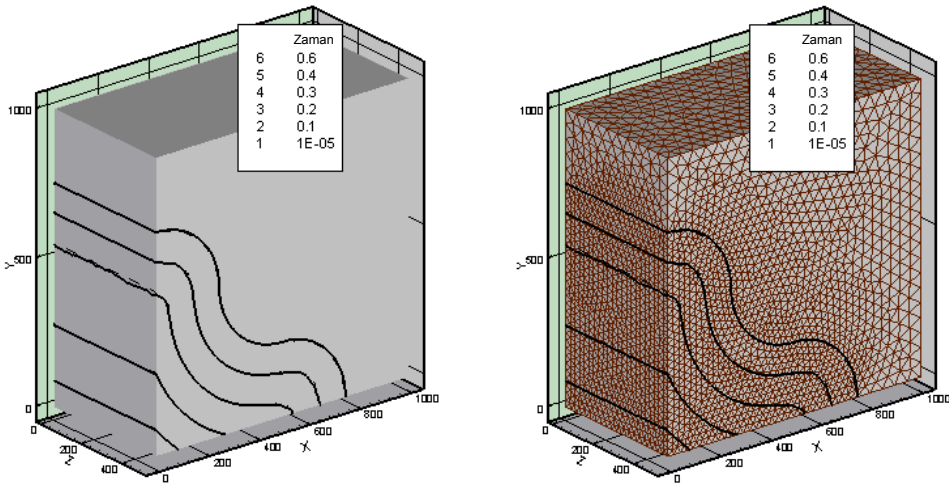


**Şekil 3.21** Dikdörtgenler prizması içinde bulunan düzgün arayüz için dışarıya doğru yakıt gerilmesinde yanma alanının hesaplama ağ sıklıklarına göre değişmesi

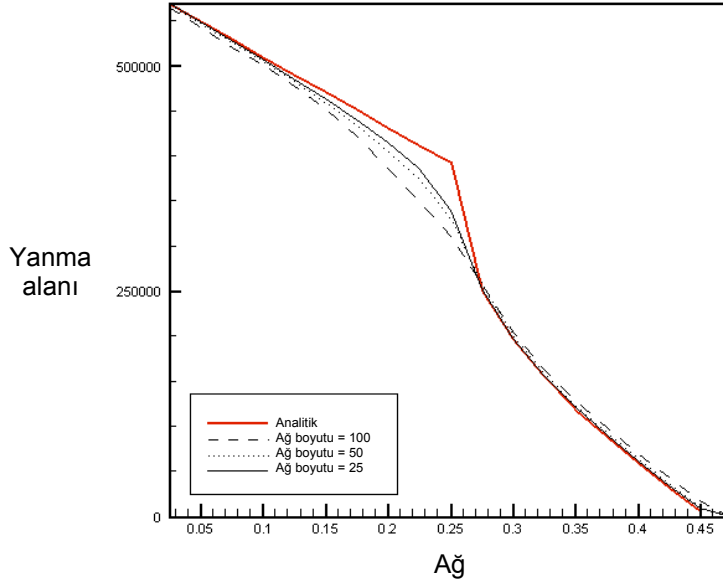
Dikdörtgenler prizması içindeki düzgün arayüzde 100 ve 25 birimlik ağ sıklıkları için içeriye doğru yakıt gerilemesi sonuçları sırasıyla Şekil 3.22 ve 3.23'te verilmiştir. Bu şekillerde kesintisiz çizgiler sayısal çözümün sonuçlarını, kesintili çizgiler ise analitik çözümün sonuçlarını göstermektedir. Yanma alanının değişik hesaplama ağı sıklıklarına göre değişimi ise Şekil 3.24'te verilmiştir.



**Şekil 3.22** Dikdörtgenler prizması içinde bulunan düzgün arayüzde 100 birimlik ağ sıklığı için içeriye doğru yakıt gerilemesi



**Şekil 3.23** Dikdörtgenler prizması içinde bulunan düzgün arayüzde 25 birimlik ağ sıklığı için içeriye doğru yakıt gerilemesi

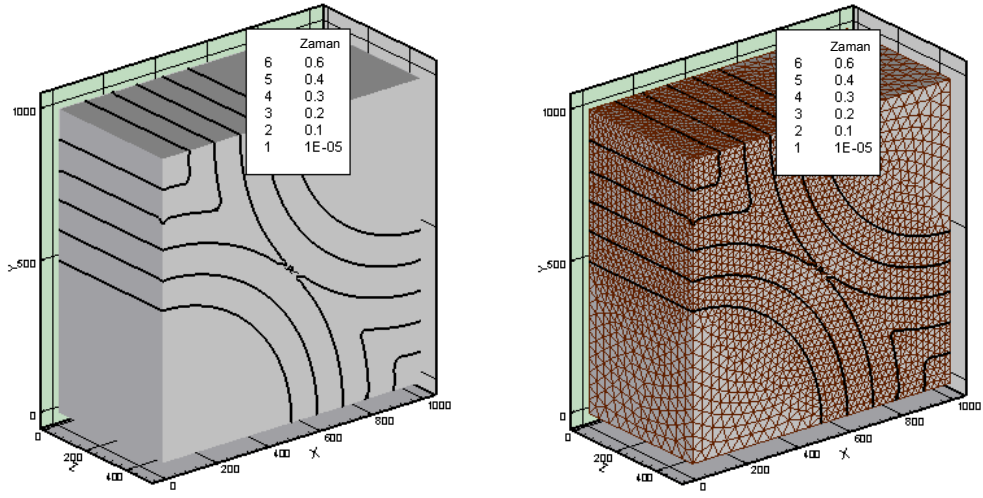


**Şekil 3.24** Dikdörtgenler prizması içinde bulunan düzgün arayüz için içeriye doğru yakıt gerilmesinde yanma alanının hesaplama ağı sıklıklarına göre değişmesi

Sınırlardaki kabul kriteri için gerekli bilginin yeterli olmamasından dolayı yön hassasiyeti kriteri sınırlarda hata oluşmasına sebep olmaktadır. Genel olarak, hesaplama ağının hassasiyetinin artırılması bu problemin çözümü için yeterli olmaktadır.

### 3.2.4 Dikdörtgenler Prizması içindeki Çarpışan Silindirler

Bu problemde 25 birimlik ağ sıklığı için elde edilen yakıt gerilemesi sonuçları Şekil 20'de verilmiştir. Bu şekillerde kesintisiz çizgiler sayısal çözümün sonuçlarını, kesintili çizgiler ise analitik çözümün sonuçlarını göstermektedir. Bu problem için çözüm doğru gradyan yönünü belirleyememektedir. Çarpışma noktasındaki gradyanın her iki yönden yaklaşan yanma yüzeylerinden gelen iki değişik değeri bulunmaktadır. Çözümün karar verebilmesi için hassas hesaplama ağlarının temin edebileceği bilgiye gereksinim vardır. Bu nedenle, çarpışma bölgesinde ağ adaptasyonunun yapılması bu problemin çözümünde yararlı olabilecektir.



**Şekil 3.25** Dikdörtgenler prizması içindeki çarpışan silindirlerde 25 birimlik ağ sıklığı için yakıt gerilemesi

## BÖLÜM 4

### EULER ÇÖZÜCÜSÜNÜN GELİŞTİRİLMESİ

#### 4.1 GİRİŞ

Motor içindeki katı yakıt ile gaz fazını ayıran arayüzün hareketi üzerinden geçen akışın özelliklerine bağlıdır. Katı yakıtlı roket motorlarında yakıtın geriye doğru yanma hızı akışın statik basıncından etkilenmekte olup Saint Robert bağlantısı ile verilmektedir.

$$r_b = a \cdot p^n \quad (4.1)$$

Bu denklemdeki  $a$  ve  $n$  sabit bir başlangıç yakıt sıcaklığı için deneysel olarak belirlenmektedir.

Yanma hızını etkileyen statik basıncın yerel olarak hesaplanması ile yanma yüzeyi üzerindeki yanma hızının değişmesi göz önüne alınmaktadır. Bu nedenle üç boyutlu aerodinamik kodun yakıt gerilemesi koduyla bir arada çalıştırılması gerekmektedir.

#### 4.2 EULER DENKLEMLERİNİN KORUNABİLİR HALİ

Üç boyutta, Euler denklemleri korunabilir akış değişkenleri kullanılarak aşağıdaki şekilde verilebilir.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial K}{\partial z} = 0 \quad (4.2)$$

Bu denklemdeki korunabilir akış değişkenleri ise

$$Q = [\rho \quad \rho u \quad \rho v \quad \rho w \quad \rho e_0]^T \quad (4.3)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $\rho$  yoğunluğu,  $u$ ,  $v$  ve  $w$  sırasıyla  $x$ ,  $y$  ve  $z$  yönlerindeki hız bileşkelerini,  $e_0$  ise toplam enerjiji göstermekte ve aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$e_0 = e + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \quad (4.4)$$

Akı vektörleri ise

$$F = [\rho \quad \rho u^2 + p \quad \rho uv \quad \rho uw \quad \rho u h_o]^T \quad (4.5)$$

$$G = [\rho \quad \rho uv \quad \rho v^2 + p \quad \rho vw \quad \rho v h_o]^T \quad (4.6)$$

$$K = [\rho \quad \rho uw \quad \rho vw \quad \rho w^2 + p \quad \rho w h_o]^T \quad (4.7)$$

şeklinde tarif edilebilir. Burada  $h_o = e_o + p/\rho$  toplam entalpiyi göstermektedir. İdeal gaz bağlantısı olan  $p = \rho RT$  kullanıldığında statik basınç aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$p = (\gamma - 1)\rho \left[ e_o - \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \right] \quad (4.8)$$

Burada  $\gamma$  özgül ısı oranını göstermektedir.

Eğer akı vektörleri  $\vec{H} = \vec{F}i + \vec{G}j + \vec{K}k$  şeklinde tanımlanırsa, korunabilir Euler denklemleri gradyan şeklinde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad (4.9)$$

Bu denklemin  $\Omega$  kontrol hacmi üzerinde integrali alınıp İraksay teoremi uygulandığında

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} Q d\Omega + \iint_S (\vec{H} \cdot \vec{n}) dS = 0 \quad (4.10)$$

denklemini elde edilir. Bu denklem, sonlu hacme  $S$  yüzeyinden giren toplam akının sonlu hacim içerisindeki korunabilir değişkenlerin zamana göre değişimiyle dengelendiğini göstermektedir.

### 4.3 JAKOBİYEN MATRİSLERİ

(4.10) numaralı denklem sanki doğrusal (quasi-linear) olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial \vec{H}}{\partial Q} \cdot \vec{\nabla} Q = \frac{\partial Q}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial Q}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial Q}{\partial y} + \mathbf{C} \frac{\partial Q}{\partial z} = 0 \quad (4.11)$$

Burada **A**, **B** ve **C** korunabilen değişkenler cinsinden ifade edilmiş Jakobiyeen matrislerini göstermektedir. Bu matrisler

$$\mathbf{A} = \frac{\partial F_i}{\partial Q_j} = [a_{i,j}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\gamma-1}{2}V^2 - u^2 & (3-\gamma)u & (1-\gamma)v & (1-\gamma)w & (\gamma-1) \\ -uv & v & u & 0 & 0 \\ -uw & w & 0 & u & 0 \\ \frac{\gamma-1}{2}uV^2 - uh_o & h_o - (\gamma-1)u^2 & (1-\gamma)uv & (1-\gamma)uw & \gamma u \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\partial G_i}{\partial Q_j} = [b_{i,j}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -uv & v & u & 0 & 0 \\ \frac{\gamma-1}{2}V^2 - v^2 & (1-\gamma)u & (3-\gamma)v & (1-\gamma)w & (\gamma-1) \\ -vw & 0 & w & v & 0 \\ \frac{\gamma-1}{2}vV^2 - vh_o & (1-\gamma)uv & h_o - (\gamma-1)v^2 & (1-\gamma)vw & \gamma v \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\mathbf{C} = \frac{\partial K_i}{\partial Q_j} = [c_{i,j}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -uw & w & 0 & u & 0 \\ -vw & 0 & w & v & 0 \\ \frac{\gamma-1}{2}V^2 - w^2 & (1-\gamma)u & (1-\gamma)v & (3-\gamma)w & (\gamma-1) \\ \frac{\gamma-1}{2}wV^2 - wh_o & (1-\gamma)uw & (1-\gamma)vw & h_o - (\gamma-1)w^2 & \gamma w \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Burada  $V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$  şeklinde ifade edilmektedir. Korunabilir şekilde yazılan Euler denklemlerinin giz değerlerinin elde edilmesi oldukça karmaşık olduğu için Euler denklemlerinin ilkel değişkenler cinsinden elde edilmesi gerekir. Bu durumda, korunabilir akış değişkenleri matrisi olan Q matrisine benzer olarak ilkel değişkenler cinsinden

$$P = [\rho \quad u \quad v \quad w \quad p]^T \quad (4.15)$$

matrisi tanımlanabilir. Buna bağlı olarak transformasyon matrisleri ise

$$\mathbf{M} = \frac{\partial Q}{\partial P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ u & \rho & 0 & 0 & 0 \\ v & 0 & \rho & 0 & 0 \\ w & 0 & 0 & \rho & 0 \\ \frac{V^2}{2} & \rho u & \rho v & \rho w & \frac{1}{\gamma-1} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{\partial P}{\partial Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -u/\rho & 1/\rho & 0 & 0 & 0 \\ -v/\rho & 0 & 1/\rho & 0 & 0 \\ -w/\rho & 0 & 0 & 1/\rho & 0 \\ (\gamma-1)\frac{V^2}{2} & (1-\gamma)u & (1-\gamma)v & (1-\gamma)w & \gamma-1 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

şeklinde verilebilir. Bu transformasyon matrisleri (4.11) numaralı denkleme konulduğunda

$$\mathbf{M} \frac{\partial P}{\partial t} + \mathbf{AM} \frac{\partial P}{\partial x} + \mathbf{BM} \frac{\partial P}{\partial y} + \mathbf{CM} \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (4.18)$$

denklemi elde edilir. Bu denklem sol taraftan  $\mathbf{M}^{-1}$  ile çarpılırsa temel denklemler ilkel değişkenler cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \tilde{\mathbf{A}} \frac{\partial P}{\partial x} + \tilde{\mathbf{B}} \frac{\partial P}{\partial y} + \tilde{\mathbf{C}} \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (4.19)$$

Buradaki ilkel değişkenlerin Jakobiyenleri

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{AM} = \begin{bmatrix} u & \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 & 0 & 1/\rho \\ 0 & 0 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u & 0 \\ 0 & \rho c^2 & 0 & 0 & u \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{BM} = \begin{bmatrix} v & 0 & \rho & 0 & 0 \\ 0 & v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v & 0 & 1/\rho \\ 0 & 0 & 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & \rho c^2 & 0 & v \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{CM} = \begin{bmatrix} w & 0 & 0 & \rho & 0 \\ 0 & w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w & 1/\rho \\ 0 & 0 & 0 & \rho c^2 & w \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

şeklinde verilir.

#### 4.4 EULER DENKLEMLERİNİN KARAKTERİSTİKLERİ

Euler denklemlerinin giz değer ve giz vektörleri bir önceki bölümde elde edilen ilkel Jakobiyenler yardımıyla bulunabilir. İkel Jakobiyenler toplandığında da bağlantılar hala doğruluğunu korurlar. Buradaki amaç, bağlantıları sonlu hacim yöntemi ile formüle etmek olduğu için, karakteristiklerin bir yönde, ki bu yön yüzeylere dik yön olarak alınabilir, hesaplanması önem kazanmaktadır. Bu durumda



$$\tilde{\mathbf{D}} = \tilde{\mathbf{A}}n_x + \tilde{\mathbf{B}}n_y + \tilde{\mathbf{C}}n_z = \begin{bmatrix} V_n & \rho n_x & \rho n_y & \rho n_z & 0 \\ 0 & V_n & 0 & 0 & n_x / \rho \\ 0 & 0 & V_n & 0 & n_y / \rho \\ 0 & 0 & 0 & V_n & n_z / \rho \\ 0 & \rho c^2 n_x & \rho c^2 n_y & \rho c^2 n_z & V_n \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

şeklini alır. Burada  $V_n = \vec{V} \cdot \vec{n} = un_x + vn_y + wn_z$  şeklini ifade edilir. Bu hiperbolik denklem sistemi doğrusal olarak birbirine bağlı olmayan giz vektör ve gerçek giz değerlere sahiptir.  $\mathbf{D}$  matrisinin giz değerleri

$$\det|\tilde{\mathbf{D}} - \lambda \mathbf{I}| = 0 \quad (4.24)$$

bağlantısı kullanılarak bulunabilir. Bu denklemin çözümünden

$$\lambda_1 = \vec{V} \cdot \vec{n}, \quad \lambda_2 = \vec{V} \cdot \vec{n}, \quad \lambda_3 = \vec{V} \cdot \vec{n}, \quad \lambda_4 = \vec{V} \cdot \vec{n} + c, \quad \lambda_5 = \vec{V} \cdot \vec{n} - c \quad (4.25)$$

özgün değerleri elde edilir.  $\mathbf{D}$  matrisinin sol özgün vektörleri

$$\tilde{\mathbf{L}}\tilde{\mathbf{D}} = \tilde{\mathbf{L}}\tilde{\mathbf{\Lambda}} \quad (4.26)$$

denklemin çözümünden bulunur. Burada, özgün vektörleri  $\lambda_i$  olan  $\mathbf{\Lambda}$  köşegenel matrisi aşağıdaki gibi verilir.

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} V_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_n + c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_n - c \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Yukarıdaki denklemdeki hesaplamalar gerçekleştirildiğinde aşağıdaki giz vektörler elde edilir.

$$\tilde{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1/c^2 \\ 0 & 0 & -n_z/(n_y^2 + n_z^2) & n_y/(n_y^2 + n_z^2) & 0 \\ 0 & 1 & -n_x n_y/(n_y^2 + n_z^2) & -n_x n_z/(n_y^2 + n_z^2) & 0 \\ 0 & n_x & n_y & n_z & 1/(\rho c) \\ 0 & -n_x & -n_y & -n_z & 1/(\rho c) \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$\tilde{\mathbf{L}}$  matrisinin tersi  $\mathbf{D}$  vektörünün aşağıdaki sağ giz vektörlerini verir.

$$\tilde{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \rho/(2c) & \rho/(2c) \\ 0 & 0 & n_y^2 + n_z^2 & n_x/2 & -n_x/2 \\ 0 & -n_x & n_x n_y & n_y/2 & -n_y/2 \\ 0 & n_y & n_x n_z & n_z/2 & -n_z/2 \\ 0 & 0 & 0 & \rho c/2 & \rho c/2 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Sağ ve sol giz vektörler ise aşağıdaki gibi  $\mathbf{\Lambda}$  köşegenel vektörünün bulunmasında kullanılır.

$$\tilde{\mathbf{L}}\tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{\Lambda} \quad (4.30)$$

#### 4.5 SONLU HACİM ÇÖZÜMÜ

Sonlu hacim elemanı olan  $\Omega$ 'nın yüzeylerine dik olan akının hesaplanması için hızın normal bileşkesi olan

$$H_n = \vec{H} \cdot \vec{n} \quad (4.31)$$

kullanılır. Bu durumda (4.35) numaralı denklem

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} Q d\Omega + \iint_S H_n dS = 0 \quad (4.32)$$

şeklini alır. Bu denklemi ayrıklaştırmak için akış özelliklerinin sonlu hacim elemanının üzerinde değişmediği kabul edilerek özellikler elemanın merkezinde hesaplanır. Bu durumda, (4.32) numaralı denklemdeki ikinci integral toplama operatörü ile değiştirilirse

$$\Omega_i \frac{\partial Q_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^{N_i} [H_n]_{i,j} \Delta S_{i,j} = 0 \quad (4.33)$$

denklemini elde edilir. Burada,  $\Delta S_{i,j}$   $i$  hücresindeki  $j$  yüzeyinin alanını,  $[H_n]_{i,j}$  ise  $i$  hücresinin  $j$  yüzeyinden geçen net akıyı göstermektedir.

#### 4.6 VAN LEER AKI AYRIŞTIRMASI

Van Leer yönteminde  $H_n$  akı vektörü yoğunluk, ses hızı ve Mach sayısı cinsinden

$$H_n = H_n^+(Q^L) + H_n^-(Q^R) \quad (4.34)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $Q^L$  ve  $Q^R$  sırasıyla hücre içinden ve komşusundan gelen korunabilir bilgiyi göstermektedir.  $|M| < 1.0$  durumu için kütle akısı aşağıdaki gibi ayrıştırılabilir.

$$f^+_{mass} = \frac{1}{4} \rho c (1 + M)^2 \quad (4.35)$$

$$f^-_{mass} = -\frac{1}{4} \rho c (1 - M)^2 \quad (4.36)$$

Momentum akısının ayrıştırılması üçüncü dereceden polinomlarla aşağıdaki gibi elde edilir.

$$f^+_{mom} = f^+_{mass} \frac{2c}{\gamma} \left[ \frac{(\gamma - 1)}{2} M + 1 \right] \quad (4.37)$$

$$f_{mom}^- = f_{mass}^- \frac{2c}{\gamma} \left[ \frac{(\gamma-1)}{2} M - 1 \right] \quad (4.38)$$

Enerji akısının ayrıştırılması ise

$$f_{energy}^\pm = \frac{\gamma^2}{2(\gamma^2-1)} (f_{momentum}^\pm)^2 / (f_{mass}^\pm) \quad (4.39)$$

şeklinde verilir. Üç boyutlu Euler denklemleri için x-yönündeki akı ayrıştırma formülü  $|M_n| < 1.0$  durumu için vektör olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$H_n^\pm = \pm \frac{1}{4} \rho c (1 \pm M) \begin{bmatrix} \frac{2c}{\gamma} \left( \frac{\gamma-1}{2} M \pm 1 \right) \\ v \\ w \\ \frac{2c^2}{\gamma^2-1} \left( \frac{\gamma-1}{2} M \pm 1 \right)^2 + \frac{1}{2} (v^2 + w^2) \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Eğer yüzeye dik yöndeki Mach sayısı  $M_n \geq 1.0$  şeklinde ise

$$H_n^+ = H_n \quad H_n^- = 0 \quad (4.41)$$

olur, buna karşılık yüzeye dik yöndeki Mach sayısı  $M_n \leq -1.0$  şeklinde ise

$$H_n^+ = 0 \quad H_n^- = H_n \quad (4.42)$$

şeklinde olur. Van Leer aşağıdaki kararlılık kriterini tarif etmiştir.

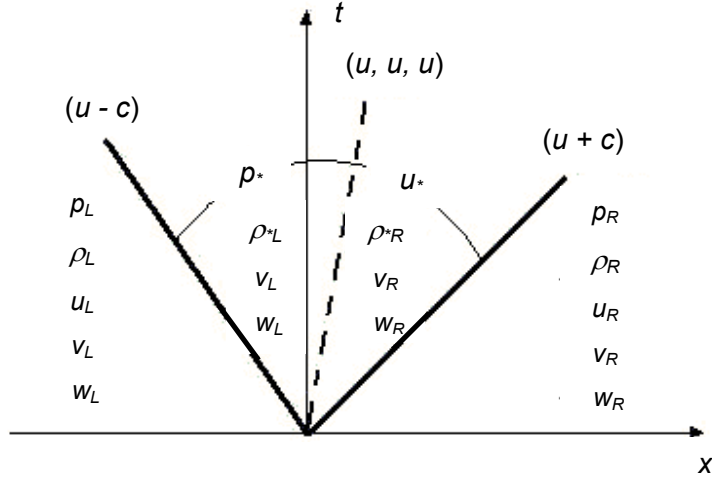
$$CFL = \frac{\Delta t}{\Delta x} (|u| + c) \leq \frac{2\gamma + |M|(3-\gamma)}{\gamma + 3} \quad (4.43)$$

#### 4.7 ROE'NUN RIEMANN ÇÖZÜCÜSÜ

Bu bölümde orijinal Roe yönteminin algoritması incelenecektir. x-yönünde ayrıştırılmış Euler denklemleri için Riemann probleminin doğru çözümünün yapısı Şekil 4.1'de gösterilmiştir. Korunabilir değişken ve akı vektörleri ise

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad H_n = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ u(e_0 + p) \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

şeklinde verilir. Parçalar halinde tanımlanmış başlangıç verileri ise



**Şekil 4.1** x-yönünde ayrıştırılmış Euler denklemleri için Riemann probleminin yapısı

$$W_L = \begin{bmatrix} \rho_L \\ u_L \\ v_L \\ w_L \\ \rho_L \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad W_R = \begin{bmatrix} \rho_R \\ u_R \\ v_L \\ w_L \\ \rho_L \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

şeklinde tanımlanır. Bu durumda orijinal Roe yöntemine göre, hücreler arası akı

$$H_n = 0.5 \cdot (H_L + H_R) - 0.5 \cdot \sum_{i=1}^m \bar{\alpha}_i |\bar{\lambda}_i| \bar{K}^{(i)} \quad (4.46)$$

şeklinde ifade edilir. Akış özelliklerinin Roe ortalamaları ise aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$\bar{u} = \frac{\sqrt{\rho_L} u_L + \sqrt{\rho_R} u_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (4.47)$$

$$\bar{v} = \frac{\sqrt{\rho_L} v_L + \sqrt{\rho_R} v_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (4.48)$$

$$\bar{w} = \frac{\sqrt{\rho_L} w_L + \sqrt{\rho_R} w_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (4.49)$$

$$\bar{h}_0 = \frac{\sqrt{\rho_L} h_{0L} + \sqrt{\rho_R} h_{0R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (4.50)$$

$$\bar{c} = (\gamma - 1) \left( \bar{h}_0 - \frac{1}{2} \bar{V}^2 \right) \quad (4.51)$$

A'nın x-yönündeki Jakobiyen matrisini giz değerleri ortalamalı değerler cinsinden

$$\bar{\lambda}_1 = \bar{u} - \bar{c} \quad , \quad \bar{\lambda}_2 = \bar{u} \quad , \quad \bar{\lambda}_3 = \bar{u} \quad , \quad \bar{\lambda}_4 = \bar{u} \quad , \quad \bar{\lambda}_5 = \bar{u} + \bar{c} \quad (4.52)$$

şeklinde verilir. Ortalamalı giz değer vektörleri ise

$$\bar{K}^{(1)} = [1 \quad \bar{u} - \bar{c} \quad \bar{v} \quad \bar{w} \quad \bar{h}_0 - \bar{u}\bar{c}]^T \quad (4.53)$$

$$\bar{K}^{(2)} = [1 \quad \bar{u} \quad \bar{v} \quad \bar{w} \quad \frac{1}{2} \bar{V}^2]^T \quad (4.54)$$

$$\bar{K}^{(3)} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \bar{v}]^T \quad (4.55)$$

$$\bar{K}^{(4)} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad \bar{w}]^T \quad (4.56)$$

$$\bar{K}^{(5)} = [1 \quad \bar{u} + \bar{c} \quad \bar{v} \quad \bar{w} \quad \bar{h}_0 + \bar{u}\bar{c}]^T \quad (4.57)$$

şeklinde ifade edilir. Dalga kuvvetleri ise aşağıdaki gibi verilir.

$$\bar{\alpha}_3 = \Delta u_3 - \bar{v} \Delta u_1 \quad (4.58)$$

$$\bar{\alpha}_4 = \Delta u_4 - \bar{w} \Delta u_1 \quad (4.59)$$

$$\bar{\alpha}_2 = \frac{\gamma - 1}{\bar{c}^2} [\Delta u_1 (\bar{h}_0 - \bar{u}^2) + \bar{u} \Delta u_2 - \overline{\Delta u_5}] \quad (4.60)$$

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{1}{2\bar{c}} [\Delta u_1 (\bar{u} + \bar{c}) - \Delta u_2 - \bar{c} \bar{\alpha}_2] \quad (4.61)$$

$$\bar{\alpha}_5 = \Delta u_1 - (\bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_2) \quad (4.62)$$

Burada

$$\overline{\Delta u_5} = \Delta u_5 - (\Delta u_3 - \bar{v} \Delta u_1) \bar{v} - (\Delta u_4 - \bar{w} \Delta u_1) \bar{w} \quad (4.63)$$

şeklinde dir. Yukarıda verilen çözüm tekniği ses hızı akış bölgelerinde entropi düzeltme yöntemi kullanılarak düzenlenebilir.

#### 4.8 ENTROPİ DÜZELTME ŞARTI

Riemann probleminin doğrusallaştırılmış çözümü süresiz değişimlerde sonuç vermektedir. Bu durum şok ve temas yüzeylerinde tercih edilmektedir. Buna karşılık, bu yöntem genişleme dalgalarında hatalara neden olmaktadır. Entropi ihlallerini içeren çözümleri önlemek üzere Roe çözücüsünün düzenlenmesi mümkündür. Bu bölümde, Harten-Hyman entropi düzeltme şartı incelenmiştir.

Her yüzeyde genişleme dalgalarının bulunup bulunmadığı aşağıdaki bağlantılar kullanılarak kontrol edilebilir. Genişleme dalgasının bulunması durumunda orijinal Roe yöntemi yerine entropi düzeltme yöntemi kullanılmaktadır. Bu durumda soldaki hızlar

$$\lambda_1^L = u_L - c_L \quad \text{ve} \quad \lambda_1^R = u_L - c_{*L} \quad (4.64)$$

şeklinde bulunur. Burada

$$\rho_{*L} = \rho_L + \bar{\alpha}_1 \quad (4.65)$$

$$u_{*L} = \frac{\rho_L u_L + \bar{\alpha}_1 (\bar{u} - \bar{c})}{\rho_L + \bar{\alpha}_1} \quad (4.66)$$

$$p_{*L} = (\gamma - 1) \cdot \left[ e_{0L} + \bar{\alpha}_1 (\bar{h}_0 - \bar{u}\bar{c}) - \frac{1}{2} \rho_{*L} u_{*L}^2 \right] \quad (4.67)$$

$$c_{*L} = \sqrt{\frac{\gamma p_{*L}}{\rho_{*L}}} \quad (4.68)$$

şeklinde ifade edilir.  $\lambda_1^L < 0 < \lambda_1^R$  durumunda soldaki dalga ses civarı veya genişleme dalgasıdır. Bu durumda aşağıda verilen prosedür takip edilir.

$$H_n = H_L + \hat{\lambda}_1 \bar{\alpha}_1 \bar{K}^{(1)} \quad (4.69)$$

Burada

$$\hat{\lambda}_1 = \lambda_1^L \left( \frac{\lambda_1^R - \bar{\lambda}_1^L}{\lambda_1^R - \lambda_1^L} \right) \quad (4.70)$$

şeklindedir. Sağdaki hızlar ise

$$\lambda_5^L = u_R + c_{*R} \quad \text{ve} \quad \lambda_5^R = u_R + c_R \quad (4.71)$$

şeklinde bulunur. Burada

$$\rho_{*R} = \rho_R - \bar{\alpha}_5 \quad (4.72)$$

$$u_{*R} = \frac{\rho_R u_R - \bar{\alpha}_5 (\bar{u} + \bar{c})}{\rho_R - \bar{\alpha}_5} \quad (4.73)$$

$$p_{*R} = (\gamma - 1) \cdot \left[ e_{0R} - \bar{\alpha}_5 (\bar{h}_0 + \bar{u}c) - \frac{1}{2} \rho_{*R} u_{*R}^2 \right] \quad (4.74)$$

$$c_{*R} = \sqrt{\frac{\gamma p_{*R}}{\rho_{*R}}} \quad (4.75)$$

şeklinde ifade edilir.  $\lambda_5^L < 0 < \lambda_5^R$  durumunda sağdaki dalga ses civarı veya genişleme dalgasıdır. Bu durumda aşağıda verilen prosedür takip edilir.

$$H_n = H_R - \hat{\lambda}_5 \bar{\alpha}_5 \bar{K}^{(5)} \quad (4.76)$$

Burada

$$\hat{\lambda}_5 = \lambda_5^R \left( \frac{\bar{\lambda}_5 - \lambda_5^L}{\lambda_5^R - \lambda_5^L} \right) \quad (4.77)$$

#### 4.9 AKI HESAPLAMALARI

Akı hesaplamalarının doğruluk derecesi bir hücre yüzünün sağ ve solundaki akış değişkenlerinin bulunmasında kullanılan yaklaşıma bağlıdır.

##### 4.9.1 Birinci Derece Doğruluk

Bu yaklaşımda bir hücre yüzünün sağ ve sol tarafındaki akış değişkenlerinin değerleri ilgili hücrelerin merkezindeki değerler olarak alınır.

##### 4.9.2 İkinci Derece Doğruluk

Akı hesaplamalarında daha yüksek dereceden doğruluk akış değişkenlerinin hücre içinde değiştiği varsayılarak elde edilir. Eğer akış değişkenlerinin doğrusal olarak değiştiği kabul edilirse akı hesaplamalarındaki doğruluk ikinci dereceden olur. Bu çalışmada, ikinci dereceden doğruluk elde edebilmek için Barth ve Jespersen (1989) tarafından geliştirilen parçalı doğrusal yeniden yapılandırma (piecewise linear reconstruction) yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde, çözümün hücre üzerine parçalı doğrusal şekilde dağıldığı varsayılmaktadır. Hücre merkezli şemada bir yüzün sağ ve solundaki değerler aşağıdaki bağlantılar kullanılarak bulunabilir.

$$Q_L = Q_i + \Psi_i (\nabla \bar{Q}_i \cdot \vec{r}_L) \quad (4.78)$$

$$Q_R = Q_j + \Psi_j (\nabla \bar{Q}_j \cdot \vec{r}_R) \quad (4.79)$$

Bu denklemlerde  $Q_L$  ve  $Q_R$  bir yüzün sırasıyla sol ve sağındaki halleri,  $Q_I$  ve  $Q_J$  iki komşu hücrenin merkezindeki değerleri,  $\psi$  ise sınırlayıcı fonksiyonu göstermektedir.  $\vec{r}_L$  ve  $\vec{r}_R$  vektörleri ise hücre merkezlerinden iki hücre arasındaki yüzün orta noktasını işaret etmektedir.

Bu yöntem akış değişkenlerinin gradyanlarının hücre merkezlerinde bilinmesini gerektirmektedir. Bu çalışmada, gradyanlar Green-Gauss ve en küçük kareler yaklaşımı (least squares approach) olmak üzere iki ayrı yöntemle bulunmaktadır. Blazek ve Haselbacker (2000), Green-Gauss yaklaşımının hibrid hesaplama ağlarında, özellikle değişik elemanlarının birleştiği bölgelerde, doğru sonuçlar vermediğini göstermişlerdir. Buna karşılık, Delanaye (1996) en küçük kareler yaklaşımının genel hesaplama ağlarında birinci dereceden doğru olduğunu göstermiştir.

#### 4.9.2.1 Green-Gauss Yaklaşımı

Bu yaklaşımda akış değişkenlerinin gradyanları kontrol hacmi üzerinde yüzey integrali olarak ifade edilmektedir. Hücrenin yüzündeki akış değişkenleri bu yüzü paylaşan hücrelerdeki değerlerinin ortalaması alınarak bulunmaktadır. Bu durumda hücre merkezindeki gradyan aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\nabla \bar{Q} \approx \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_f} (Q_i + Q_j) \vec{n}_{i,j} \Delta S_{i,j} \quad (4.80)$$

Burada  $Q$  herhangi bir akış değişkenini,  $\vec{n}_{i,j}$  hücre yüzünün normal vektörünü,  $\Delta S_{i,j}$  ise hücre yüzünün alanını göstermektedir. İntegrasyon kontrol hacminin tüm yüzleri dolaşarak gerçekleştirilmektedir.

#### 4.9.2.2 En Küçük Kareler Yaklaşımı

Gradyanların en küçük kareler yöntemiyle hesaplanabileceği ilk olarak Barth (1991) tarafından gösterilmiştir. En küçük kareler yaklaşımı gradyanların hesaplanacağı hücreye komşu hücrelerin merkezlerindeki değerlerin birinci dereceden Taylor serisi yaklaşımı ile bulunmasını baz almaktadır. İki hücre merkezini birleştiren çizgi üzerinde çözümün değişimi aşağıdaki bağlantı kullanılarak bulunmaktadır.

$$\nabla \bar{Q}_I \cdot \vec{r}_{IJ} = Q_J - Q_I \quad (4.81)$$

Burada  $\vec{r}_{IJ}$  vektörü  $I$  hücresinin merkezinden  $J$  hücresinin merkezini işaret etmektedir. Bu bağlantı,  $I$  hücresinin tüm komşu hücrelerine uygulandığında aşağıdaki doğrusal denklem seti elde edilir.



$$\begin{bmatrix} \Delta x_{I1} & \Delta y_{I1} & \Delta z_{I1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta x_{IJ} & \Delta y_{IJ} & \Delta z_{IJ} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta x_{IN_A} & \Delta y_{IN_A} & \Delta z_{IN_A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial Q / \partial x \\ \vdots \\ \partial Q / \partial y \\ \vdots \\ \partial Q / \partial z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 - Q_I \\ \vdots \\ Q_1 - Q_J \\ \vdots \\ Q_1 - Q_{N_A} \end{bmatrix} \quad (4.82)$$

Burada  $\Delta(o)_{IJ} = (o)_J - (o)_I$  şeklindedir.  $N_A$  ise  $I$  hücresinin komşu hücrelerinin sayısını göstermektedir. Yukarıdaki sistemin aşağıdaki gibi ifade edilmesi mümkündür.

$$\bar{A} \bar{x} = \bar{b} \quad (4.83)$$

Yukarıdaki denklemin  $\bar{x}$  gradyan vektörü için çözülebilmesi için  $\bar{A}$  matrisinin tersinin alınması gerekir. Hastalıklı yapı (ill-conditioning) ile ilgili problemleri önlemek için Anderson ve Bonhaus (1994) tarafından önerildiği gibi Gram-Schmidt yöntemi kullanılarak  $\bar{A}$  matrisi  $\bar{Q}$  ortogonal matrisi ile  $\bar{R}$  üst üçgen matrisinin çarpımı şeklinde ifade edilebilir. Bu durumda çözüm

$$\bar{x} = \bar{R}^{-1} \bar{Q}^T \bar{b} \quad (4.84)$$

şeklinde verilir. Yukarıdaki denklem açık şekilde ifade edildiği zaman gradyan değerleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\bar{\nabla} Q_I = \sum_{J=1}^{N_A} \bar{\omega}_{IJ} (Q_J - Q_I) \quad (4.85)$$

Bu denklemdeki ağırlık vektörü  $\bar{\omega}_{IJ}$

$$\bar{\omega}_{IJ} = \begin{bmatrix} \alpha_{IJ,1} - \frac{r_{12}}{r_{11}} \alpha_{IJ,2} + \beta \alpha_{IJ,3} \\ \alpha_{IJ,2} - \frac{r_{23}}{r_{22}} \alpha_{IJ,3} \\ \alpha_{IJ,3} \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem (4.85)'teki terimler ise aşağıdaki şekilde verilir.

$$\alpha_{IJ,1} = \frac{\Delta x_{IJ}}{r_{11}^2} \quad (4.87a)$$

$$\alpha_{IJ,2} = \frac{1}{r_{22}^2} \left( \Delta y_{IJ} - \frac{r_{12}}{r_{11}} \Delta x_{IJ} \right) \quad (4.87b)$$

$$\alpha_{IJ,3} = \frac{1}{r_{33}^2} \left( \Delta z_{IJ} - \frac{r_{23}}{r_{22}} \Delta y_{IJ} + \beta \Delta x_{IJ} \right) \quad (4.87c)$$

$$\beta = \frac{r_{12}r_{23} - r_{13}r_{22}}{r_{11}r_{22}} \quad (4.87c)$$

Buna ek olarak, aşağıda verilen matris bileşenleri her hücre için hesaplanarak saklanmaktadır.

$$r_{11} = \sqrt{\sum_{J=1}^{N_N} (\Delta x_{IJ})^2} \quad (4.88a)$$

$$r_{12} = \frac{1}{r_{11}} \sum_{J=1}^{N_N} \Delta x_{IJ} \Delta y_{IJ} \quad (4.88b)$$

$$r_{22} = \sqrt{\sum_{J=1}^{N_N} (\Delta y_{IJ})^2 - r_{12}^2} \quad (4.88c)$$

$$r_{13} = \frac{1}{r_{11}} \sum_{J=1}^{N_N} \Delta x_{IJ} \Delta z_{IJ} \quad (4.88d)$$

$$r_{23} = \frac{1}{r_{22}} \left( \sum_{J=1}^{N_N} \Delta y_{IJ} \Delta z_{IJ} - \frac{r_{12}}{r_{11}} \sum_{J=1}^{N_N} \Delta x_{IJ} \Delta z_{IJ} \right) \quad (4.88e)$$

$$r_{33} = \sqrt{\sum_{J=1}^{N_N} (\Delta z_{IJ})^2 - (r_{13}^2 + r_{23}^2)} \quad (4.88f)$$

#### 4.9.2.3 Sınırlayıcı Fonksiyon

İkinci ve daha yüksek dereceden yön hassas uzaysal ayrıştırılmalar çözümdeki salınımları ve şok gibi yüksek gradyanların mevcut olduğu bölgelerde çözümün bozulmasını önlemek için sınırlayıcı fonksiyonların kullanılmasını gerektirmektedir. Başka bir deyişle, çözüm zaman içerisinde ilerlerken akış alanında bulunan maksimum değerlerin artmaması, minimum değerlerin azalmaması ve yeni yerel maksimum ve minimum değerlerin oluşmaması gerekir.

Yapısız ve hibrid hesaplama ağlarında sınırlayıcının görevi kontrol hacim yüzeyinin sağ ve sol tarafındaki hal değerlerinin oluşturulması sırasında meydana gelen gradyanın değerinin azaltılmasıdır. Kuvvetli süreksizliğin bulunduğu noktalarda sınırlayıcı fonksiyonun değerinin sıfır olması gerekir. Böylelikle, birinci dereceden yön hassas şemanın monoton olması garanti edilir. Buna ek olarak, sayısal yayılımı önlemek için akışın düzgün olduğu bölgelerde sınırlayıcısız orijinal yeniden yapılandırmanın kullanılması gerekir.

Sınırlayıcı fonksiyon olarak, Venkatakrisnan (1993, 1995) tarafından geliştirilen sınırlayıcı kullanılmıştır. Bu sınırlayıcı  $I$  hücresinin merkezindeki yeniden yapılandırılan gradyan olan  $\bar{\nabla}Q_I$ 'nin değerini aşağıda verilen faktörle azaltmaktadır.

$$\Psi_I = \min_J \begin{cases} \frac{1}{\Delta_2} \left[ \frac{(\Delta_{1,\max}^2 + \varepsilon^2)\Delta_2 + 2\Delta_2^2\Delta_{1,\max}}{\Delta_{1,\max}^2 + 2\Delta_2^2 + \Delta_{1,\max}\Delta_2 + \varepsilon^2} \right] & \Delta_2 > 0 \\ \frac{1}{\Delta_2} \left[ \frac{(\Delta_{1,\min}^2 + \varepsilon^2)\Delta_2 + 2\Delta_2^2\Delta_{1,\min}}{\Delta_{1,\min}^2 + 2\Delta_2^2 + \Delta_{1,\min}\Delta_2 + \varepsilon^2} \right] & \Delta_2 < 0 \\ 1 & \Delta_2 = 0 \end{cases} \quad (4.89)$$

Burada

$$\Delta_{1,\max} = Q_{\max} - Q_I \quad (4.90)$$

$$\Delta_{1,\min} = Q_{\min} - Q_I \quad (4.91)$$

şeklinde ifade edilir. (4.90) ve (4.91) numaralı denklemlerde  $Q_{\max}$  ve  $Q_{\min}$  sırasıyla  $I$  hücresini ve bu hücreyi çevreleyen hücrelerdeki maksimum ve minimum değerleri göstermektedir.  $\Delta_2$ 'nin tanımı ise

$$\Delta_2 = \bar{\nabla}Q \cdot \bar{r}_L \quad (4.92)$$

şeklinde verilir. Burada  $\bar{r}_L$  vektörü hücre merkezinden ilgili yüzün orta noktasını işaret etmektedir.

$\varepsilon^2$  parametresi ise sınırlamanın miktarını kontrol etmek için kullanılmaktadır. Pratikte  $\varepsilon^2$ 'nin değeri aşağıdaki gibi yerel uzunluk ile orantılıdır.

$$\varepsilon^2 = (\kappa\Delta h)^3 \quad (4.93)$$

Burada  $\kappa$  sabit bir katsayı olup,  $\Delta h$  ise hücre hacminin küp kökünü göstermektedir.

#### 4.10 ZAMAN BOYUTUNDA AYRIŞTIRMA

Bu çalışma çerçevesinde geliştirilen yazılımda zaman boyutundaki ayrıştırma iki değişik yaklaşımla gerçekleştirilmiştir. Bu çözücü temel denklemleri zamanda açık (explicit) ve kapalı (implicit) olarak tümlenmektedir. Açık zaman adımlaması için Runge-Kutta çok kademeli şemasının kullanılmasına karşılık, kapalı zaman adımlaması için alt-üst simetrik Gauss-Seidel (lower-upper symmetric Gauss-Seidel) yaklaşımı kullanılmıştır.

#### 4.10.1 Açık (Explicit) Zaman Adımlaması

Denklem (4.33) ile ifade edilen temel denklem zaman boyutunda aşağıdaki gibi ayrıştırılabilir.

$$\Omega_i \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{\Delta t} = R_i^n \quad (4.94)$$

Burada  $R_i^n$  artakalanı göstermekte olup

$$R_i^n = \sum_{j=1}^{N_i} [H_n]_{i,j}^n \Delta S_{i,j} \quad (4.95)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem (4.94)'ü aşağıdaki gibi ifade etmek mümkündür

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{\Omega_i} R_i^n \quad (4.96)$$

$n+1$  zaman adımındaki çözüm  $n$  zaman adımındaki başlangıç verileri kullanılarak Runge- Kutta yöntemindeki açık algoritma ile bulunabilir.  $m$  derecesinden genel bir Runge-Kutta şeması aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\begin{aligned} Q^{(0)} &= Q^n \\ Q^{(k)} &= Q^{(0)} - \alpha_k \frac{\Delta t}{\Omega} R(Q^{(k-1)}) \quad k = 1, 2, \dots, m \\ Q^{(n+1)} &= Q^{(m)} \end{aligned} \quad (4.97)$$

Buradaki sabitler  $0 < \alpha_k < 1$  ve  $\alpha_m = 1$  şeklinde alınabilir.

Bu çalışmada gerçekleştirilen çözücüde aşağıda verilen standart katsayılarla dördüncü dereceden Runge-Kutta şeması kullanılmıştır.

$$\alpha_1 = 1/4 \quad , \quad \alpha_2 = 1/3 \quad , \quad \alpha_3 = 1/2 \quad , \quad \alpha_4 = 1 \quad (4.98)$$

Runge-Kutta şemasının değişik katsayılar kullanılarak kararlılık sınırlarının arttırılabileceği bilinmektedir. CFL katsayısını arttırılabilmesi için aşağıdaki optimum katsayıların kullanılması önerilebilir.

$$\alpha_1 = 0.12 \quad , \quad \alpha_2 = 0.26 \quad , \quad \alpha_3 = 1/2 \quad , \quad \alpha_4 = 1 \quad (4.99)$$

Courant sayısının katsayısı olan CFL sayısı ise aşağıdaki gibi tarif edilebilir.

$$CFL = \frac{\Delta t}{\Delta X} V_{\max}^n \quad (4.100)$$

Burada  $V_{\max}^n$  hücreler içinde  $n$  zaman adımındaki en yüksek dalga hızını göstermektedir.

#### 4.10.2 Kapalı (Implicit) Zaman Adımlaması

Bu çalışmada kapalı zaman adımlaması için kullanılan alt-üst simetrik Gauss-Seidel (lower-upper symmetric Gauss-Seidel) yaklaşımı Yoon ve Jameson (1986) tarafından geliştirilmiştir. Tomaro, Strang ve Sankar (1997), Sharov ve Nakahashi (1997), Kano ve Kazuhiro (1998) ile Sharov ve Nakahashi (1998) daha sonra bu yöntemi hibrid ve karışık hesaplama ağlarına uygulamıştır.

Denklem (4.33) ile ifade edilen temel denkleme zaman tümlemesi için geriye doğru Euler şeması uygulanınca aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{\Omega_j}{\Delta t} (Q_i^{n+1} - Q_i^n) + \sum_{j=1}^{N_i} [H_n]_{i,j}^{n+1} \Delta S_{i,j} = 0 \quad (4.101)$$

Yukarıdaki denklemdeki taşınım akılarının  $n + 1$  zaman adımında hesaplanması gerekmektedir. Ancak, hücre yüzlerindeki değerler  $n + 1$  zaman adımında bilinmemektedir. Bu nedenle,  $n + 1$  zaman adımındaki akı değerlerinin  $n$  zaman adımı etrafında aşağıdaki gibi doğrusallaştırılması gerekir.

$$\sum_{j=1}^{N_i} [H_n]_{i,j}^{n+1} \Delta S_{i,j} = \sum_{j=1}^{N_i} [H_n]_{i,j}^n \Delta S_{i,j} + \sum_{j=1}^{N_i} \Delta F_{i,j}^n \Delta S_{i,j} \quad (4.102)$$

Akıların doğrusallaştırılmasından sonra, denklem (4.101) aşağıdaki şekli alır.

$$\frac{\Omega_j}{\Delta t} (\Delta Q_i^n) + \sum_{j=1}^{N_i} \Delta F_{i,j}^n = -R_i^n \quad (4.103)$$

Bu denklemdeki artakalan  $R_i^n$  denklem (4.95)'te verilmiş olup,  $\Delta Q_i^n$  ise

$$\Delta Q_i^n = Q_i^{n+1} - Q_i^n \quad (4.104)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem (4.103)'teki  $\Delta F_{i,j}^n$  hücre yüzlerinde  $n$  zaman adımı ile  $n + 1$  zaman adımı arasındaki akı farkını göstermektedir. Bu akı farkları  $i$  ve  $j$  hücrelerindeki akılara bağlı olduğu için yaklaşık olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\Delta F_{i,j}^n = [F(Q_i^{n+1}, Q_j^{n+1}) - F(Q_i^n, Q_j^{n+1})] + [F(Q_i^n, Q_j^{n+1}) - F(Q_i^n, Q_j^n)] \quad (4.105)$$

Yukarıdaki denklemin sağ tarafındaki birinci terim doğrusallaştırılırsa

$$[F(Q_i^{n+1}, Q_j^{n+1}) - F(Q_i^n, Q_j^{n+1})] = \frac{\partial F_{i,j}}{\partial Q_i} \Delta Q_i^n \quad (4.106)$$

denklemi elde edilir. (4.106) numaralı denklem (4.103) numaralı denkleme konulursa, bu denklem aşağıdaki şekli alır.

$$D\Delta Q_i^n + \sum_{j=1}^{N_i} [F(Q_i^n, Q_j^n + \Delta Q_j^n) - F(Q_i^n, Q_j^n)] \Delta S_{i,j} = -R_i^n \quad (4.107)$$

Burada  $D$  köşegen bir matris olup

$$D = \frac{\Omega_i}{\Delta t} I + \sum_{j=1}^{N_i} \frac{\partial F_{i,j}}{\partial Q_i} \Delta S_{i,j} \quad (4.108)$$

şeklinde verilir. (4.107) numaralı denklemdeki artakalan  $R_i^n$  Roe'nun yaklaşık Reimann çözücüsü kullanılarak hesaplanır. Buna karşılık, denklemin sol tarafındaki akılar birinci dereceden yaklaşımla aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$F_{i,j} = \frac{1}{2} [H_n(Q_i) + H_n(Q_j) - \lambda_{i,j}(Q_j - Q_i)] \quad (4.109)$$

Bu denklemde  $\lambda_{i,j}$  hücre yüzeyindeki akı Jakobiyen matrisinin spektral yarıçapını göstermekte olup

$$\lambda_{i,j} = \bar{V} \cdot \bar{n}_{i,j} + a \quad (4.110)$$

Yukarıdaki denklemde  $\bar{n}_{i,j}$  hücre yüzünün birim normal vektörünü,  $\bar{V}$  hız vektörünü,  $a$  ise ses hızını göstermektedir.

Kontrol hacmi kapalı olduğu için  $i$  hücresi için

$$\sum_{j=1}^{N_i} \left( \frac{\partial H_{n,i}}{\partial Q_i} \right) \Delta S_{i,j} \quad (4.111)$$

(4.111) numaralı denklem (4.108) numaralı denklemin içine konulursa ve (4.109) ile (4.110) numaralı denklemler kullanılırsa, köşegen matris ölçek faktörü ile benzerlik (identity) matrisi haline gelir.

$$D = \left( \frac{\Omega_i}{\Delta t} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_i} \lambda_{i,j} \Delta S_{i,j} \right) I \quad (4.112)$$

(4.109) numaralı denklemle verilen yaklaşım sayısal akılar için (4.107) numaralı denklemde kullanılırsa şemanın son şekli aşağıdaki gibi elde edilir.

$$D\Delta Q_i^n + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_i} [H_n(Q_j^n + \Delta Q_j^n) - H_n(Q_j^n) - \lambda_{i,j} Q_j^n] \Delta S_{i,j} = -R_i^n \quad (4.113)$$

Yukarıdaki denklem simetrik Gauss-Seidel yinelemesinin bir taraması için aşağıdaki gibi çözülür. İleri tarama için

$$D\Delta Q_i^* = -R_i^n - \frac{1}{2} \sum_{j \in L(i)} [H_n(Q_j^n + \Delta Q_j^*) - H_n(Q_j^n) - \lambda_{i,j} Q_j^n] \Delta S_{i,j} \quad (4.114)$$

şeklini alan denklem, gri tarama için

$$\Delta Q_i^n = \Delta Q_i^* - \frac{1}{2} D^{-1} \sum_{j \in U(i)} [H_n(Q_j^n + \Delta Q_j^n) - H_n(Q_j^n) - \lambda_{i,j} Q_j^n] \Delta S_{i,j} \quad (4.115)$$

şeklinde ifade edilir. (4.114) ve (4.115) numaralı denklemlerdeki  $L(i)$  ve  $U(i)$   $i$  hücresinin sırasıyla altındaki ve üstündeki komşu hücreleri göstermektedir.

#### 4.11 BAŞLANGIÇ VE SINIR ŞARTLARI

Sayısal çözüme başlanabilesi için başlangıç şartlarının tarif edilmesi gerekir. Katı yakıtlı roket motorlarında, motor içindeki statik basınç oldukça yüksektir. Buna karşılık, lüle boyunca statik basınç hızlı bir şekilde azalmaktadır. Eğer motor ve lüledeki hesaplamalar aynı başlangıç basıncı ile başlatılırsa motor içindeki çözümün yakınsaması uzun bir zaman alacaktır. Bu nedenle, ses altı akış bölgelerinde daha önceki çözümlerden elde edilen yüksek basınç değerleri kullanılmasına karşılık, ses üstü akış bölgelerinde çıkış basıncı kullanılır.

Eğer bir eleman yüzeyinin hiçbir komşu elemanı bulunmuyorsa, o yüzey üzerinde sınır şartının tanımlanması gerekir. Bu çalışmada geliştirilen çözücüde enjeksiyon, ses altı çıkış akışı, ses üstü çıkış akışı, simetri ve duvar sınır şartları kullanılmıştır. Bu sınır şartları ilerideki bölümlerde açıklanmıştır.

##### 4.11.1 Enjeksiyon Sınır Şartı

Bu sınır şartı için enjeksiyon yüzeyindeki basınç gradyanı sıfır olarak alınmıştır. Enjekte edilen gazın yoğunluğu aşağıdaki bağlantıların çözümünden elde edilir.

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2C_p} \quad (4.116)$$

$$T_0 = \frac{p}{\rho R} + \frac{(G/\rho)^2}{2C_p} \quad (4.117)$$

Burada  $T_0$  alev sıcaklığını,  $G$  ise enjekte edilen küte akısını göstermektedir. Yoğunluğun hesaplanmasından sonra, momentum akısı da hesaplanabilir. Enerji akısı ise alev sıcaklığı kullanılarak bulunabilir.

#### **4.11.2 Simetri Sınır Şartı**

Simetri sınır şartında yüzeyden geçen normal akı terimi sıfıra, diğer akı terimlerinin de gradyanları sıfıra eşitlenmektedir. Bu işlem simetri çizgisi üzerinde oluşturulan hayalet elemanlarla gerçekleştirilmektedir. Bu elemanlarda yüzeye teğet olan akı terimleri aynen, yüzeye dik olan akı terimleri ise ayna yansıması alınarak saklanmaktadır.

#### **4.11.3 Sürtünmesiz Akış için Duvar Sınır Şartı**

Sürtünmesiz akışlar için duvardan geçen tüm akıların sıfıra eşitlenmesine karşılık, teğet akı terimleri aynen korunmuştur.

#### **4.11.4 Ses Altı Çıkış Akışı Sınır Şartı**

Çözüm yakınsadığında ses altı akışın çıkış basıncına erişmesi gerekir. Bu şart, sınırdaki basıncın çıkış basıncına eşitlenmesiyle uygulanmaktadır. Yüzeye dik hız ve basınç gradyanları ise aşağıda verildiği gibi sıfıra eşitlenmektedir.

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial \vec{n}} = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} = 0 \quad (4.118)$$

Sınırdaki yoğunluk ise çıkıştaki çevre basıncı ve sıcaklığı kullanılarak hesaplanmaktadır.

#### **4.11.5 Ses Üstü Çıkış Akışı Sınır Şartı**

Ses üstü akışlar çıkıştaki şartlardan etkilenmezler. Bu durumda çıkıştaki akış parametreleri dışdeğerbiçim yöntemiyle iç noktalardan hesaplanır.



## BÖLÜM 5

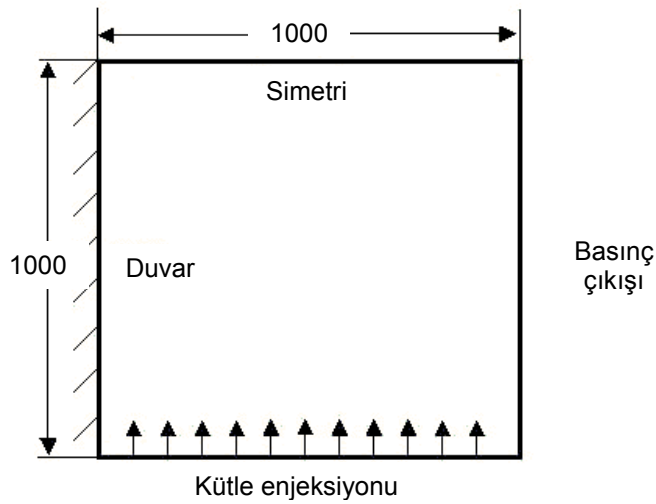
### EULER ÇÖZÜCÜSÜNÜN TEST EDİLMESİ

#### 5.1 GİRİŞ

Bu çözücünden elde edilen sonuçlar literatürde mevcut sayısal ve deneysel sonuçlarla karşılaştırılarak doğrulanmıştır. Sayısal karşılaştırma için Vuillot, Yumuşak, Taşkınoğlu ve Tınaztepe (1998) tarafından geliştirilen ve IBS2D olarak anılan iki boyutlu iç balistik çözücüsü kullanılmıştır. Bu çalışma çerçevesinde geliştirilen üç boyutlu hibrid iç balistik çözücüsü ise HIBS3D şeklinde anılmaktadır.

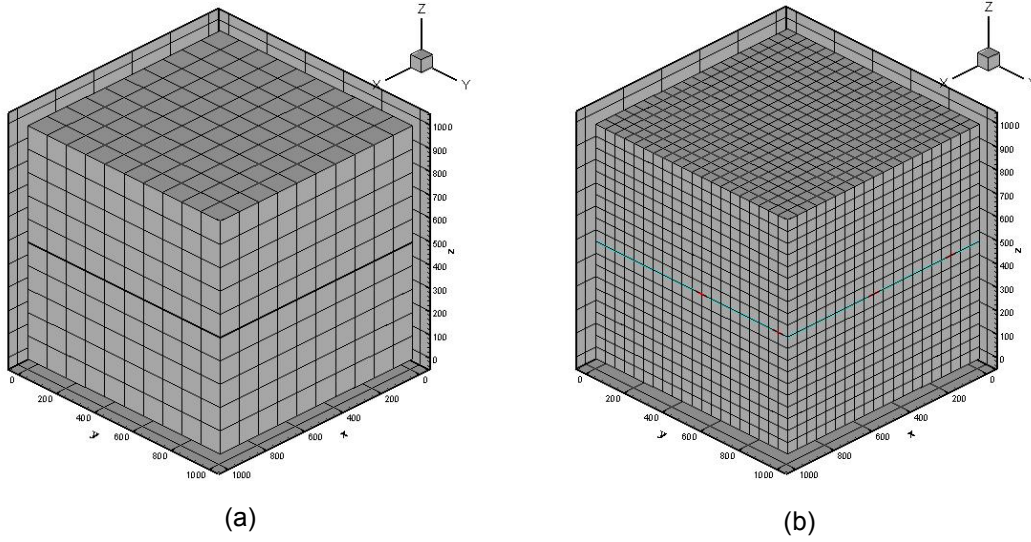
#### 5.2 KÜP ŞEKLİNDE KÜTLE ENJEKSİYONU PROBLEMİ

Üç boyutlu Euler çözücüsünün denenmesine Şekil 5.1'de gösterilen küp şeklindeki enjeksiyon problemi ile başlanılmıştır. Her bir kenarı 1000 birim uzunluğunda olan küpün sol yüzeyinde hareketsiz bir duvar bulunmaktadır. Küpün alt yüzeyinden  $100 \text{ kg/m}^2/\text{s}$  akısında kütle enjekte edilmekte olup, küpün üst yüzeyinde ise simetri sınır şartı kullanılmaktadır. Küpün sağ yüzeyinde ise çıkış basıncı  $100 \text{ kPa}$  olarak alınmıştır. Bu problem için referans sıcaklık  $300 \text{ K}$  ve referans basınç  $100 \text{ kPa}$  olarak alınmıştır.

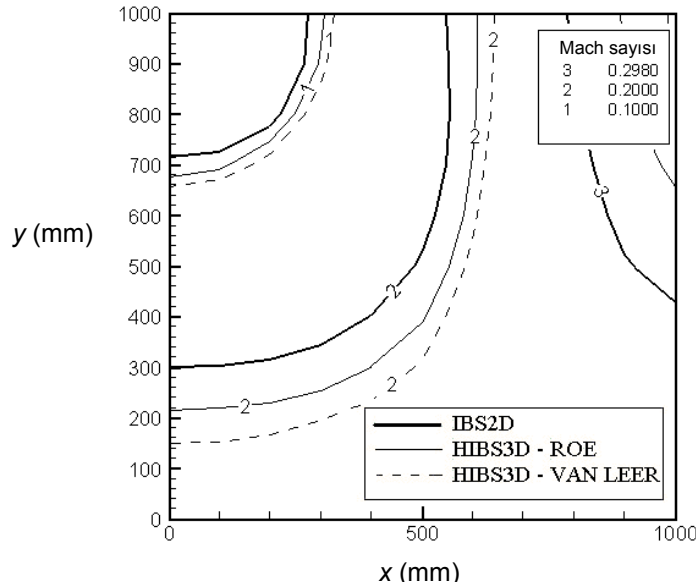


Şekil 5.1 Küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi

Çözümler değişik sıklıkta ve dikdörtgenler prizması şeklinde hesaplama ağı kullanılarak gerçekleştirmiştir. İlk çözümler Şekil 5.2'a'da görüldüğü gibi 10x10x10 birim sıklıkta hesaplama ağı, ikinci çözümler ise Şekil 5.2'b'de görüldüğü gibi 20x20x20 birim sıklıkta hesaplama ağı kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

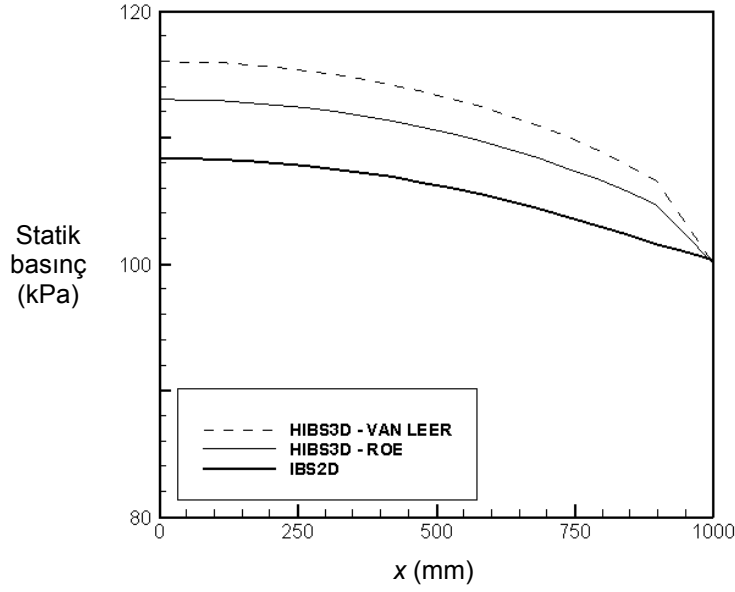


**Şekil 5.2** Küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi (a) 10x10x10 birimlik hesaplama ağı ve (b) 20x20x20 birimlik hesaplama ağı

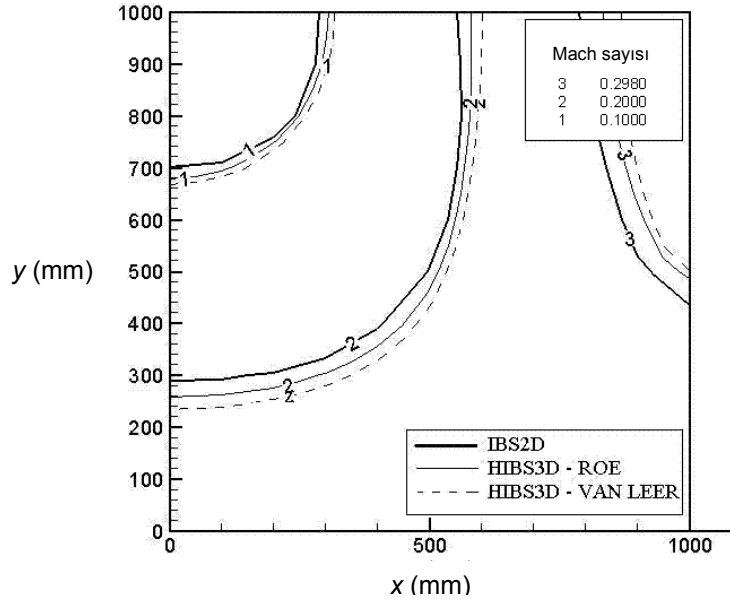


**Şekil 5.3** 10x10x10 birimlik hesaplama ağı kullanan küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi için Mach eş eğrileri

Düşük sıklıktaki hesaplama ağı için Mach eş eğrileri ve statik basıncın simetri eksenini boyunca değişimi sırasıyla Şekil 5.3 ve Şekil 5.4'te verilmiştir. Bu şekillerde koyu kesintisiz çizgiler IBS2D ile elde edilen çözümleri, kesintisiz çizgiler Roe yöntemini kullanan HIBS3D ile elde edilen çözümleri, kesintili çizgiler ise Van Leer akı ayrıştırma yöntemini kullanan HIBS3D ile elde edilen çözümleri göstermektedir.

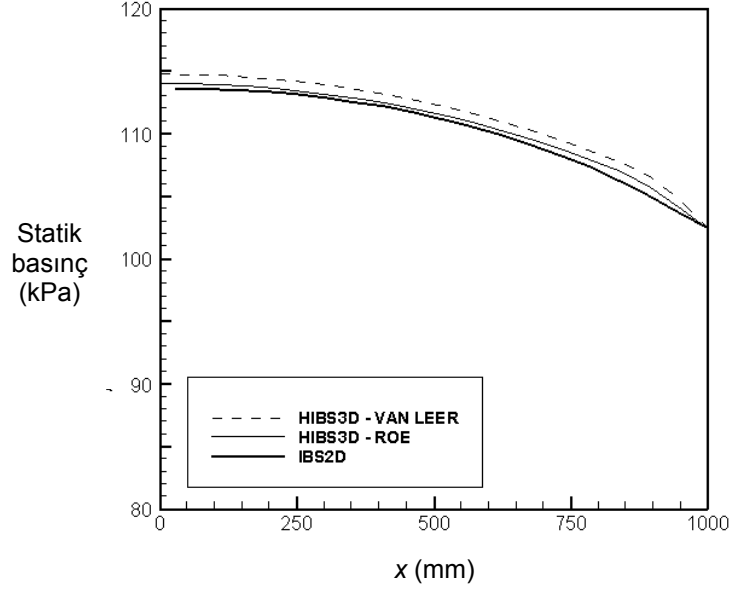


**Şekil 5.4** 10x10x10 birimlik hesaplama ağı kullanan küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi için statik basıncın simetri eksenini boyunca değişimi



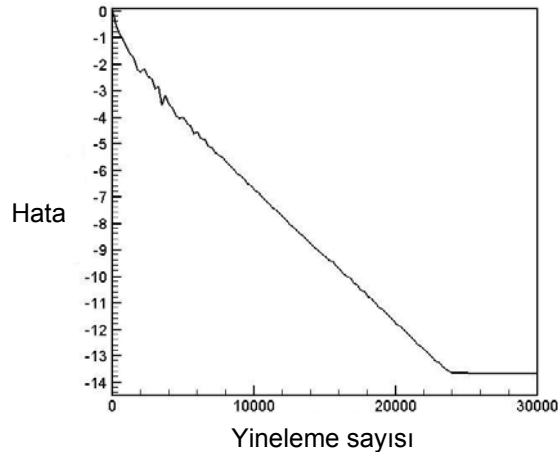
**Şekil 5.5** 20x20x20 birimlik hesaplama ağı kullanan küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi için Mach eş eğrileri

Yüksek sıklıktaki hesaplama ağı için Mach eş eğrileri ve statik basıncın simetri eksenini boyunca değişimi sırasıyla Şekil 5.5 ve Şekil 5.6'da verilmiştir.



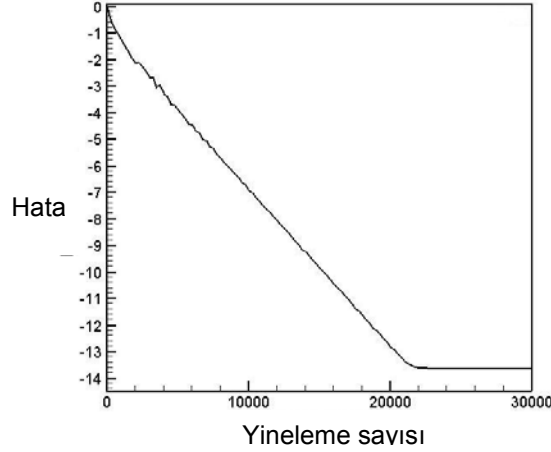
Şekil 5.6 20x20x20 birimlik hesaplama ağı kullanan küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi için statik basıncın simetri eksenini boyunca değişimi

20x20x20 birimlik hesaplama ağı kullanan küp şeklinde kütle enjeksiyonu probleminde hatanın yinelenmelere göre değişimi Van Leer ve Roe yöntemleri için sırasıyla Şekil 5.7 ve Şekil 5.8'de verilmiştir.



Şekil 5.7 20x20x20 birimlik hesaplama ağı kullanan küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi için hatanın yinelenmelere göre değişimi (Van Leer yöntemi)

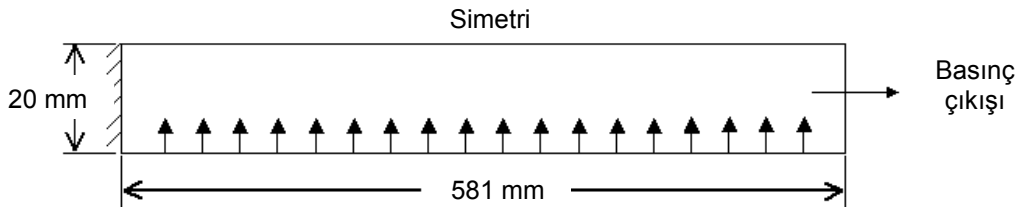
Bu sonuçlardan hesaplama ağının sıklığı arttırıldıkça sonuçların iyileştiği görülmektedir. Buna ek olarak, analizi tamamlanan bu problemde Roe yönteminin diğer yöntemlere göre daha iyi sonuçlar verdiği anlaşılmıştır.



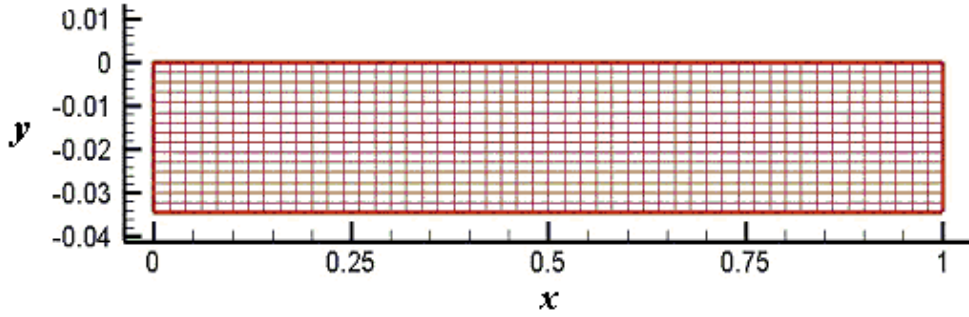
**Şekil 5.8** 20x20x20 birimlik hesaplama ağı kullanan küp şeklinde kütle enjeksiyonu problemi için hatanın yinelemelere göre değişimi (Roe yöntemi)

### 5.3 SESALTI AKIŞLI İKİ BOYUTLU KÜTLE ENJEKSİYONU PROBLEMİ

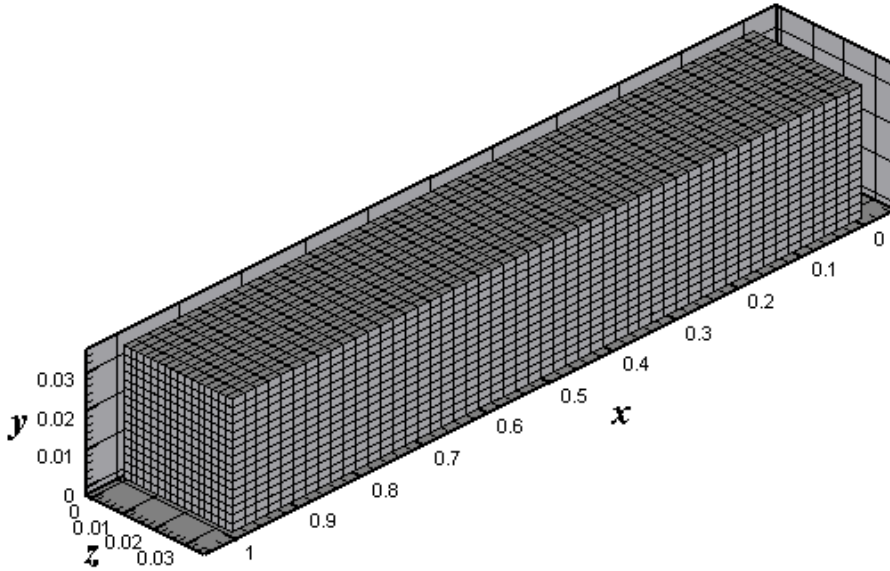
Üç boyutlu Euler çözücüsünün denenmesi için çözülen ikinci problem Şekil 5.9'da gösterilen akışın tümüyle sesaltı hızlarda olduğu iki boyutlu kütle enjeksiyonu problemidir. Çözüm alanının alt yüzeyinden  $2.42 \text{ kg/m}^2/\text{s}$  akısında kütle enjekte edilmekte olup, çözüm alanının üst yüzeyinde ise simetri sınır şartı kullanılmaktadır. Çözüm alanının sol yüzeyi duvar olup, sağ yüzeyinde ise çıkış basıncı 150 kPa olarak alınmıştır. Bu problem için alev sıcaklığı 303 K ve referans basıncı ise 100 kPa şeklindedir. Buna ek olarak, özgül ısı oranı 1.4 ve gaz sabiti  $286.7 \text{ J/kg/K}$  olarak alınmıştır. Vuillot, Yumuşak, Taşkınoğlu ve Tınaztepe (1998) tarafından kullanılan iki boyutlu  $51 \times 16$  büyüklüğündeki hesaplama ağı Şekil 5.10'da, bu çalışmada kullanılan üç boyutlu  $51 \times 16 \times 16$  büyüklüğündeki hesaplama ağı ise Şekil 5.11'de görülmektedir.



**Şekil 5.9** İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemi



**Şekil 5.10** Vuillot, Yumuşak, Taşkınoğlu ve Tınaztepe (1998) tarafından kullanılan iki boyutlu hesaplama ağı

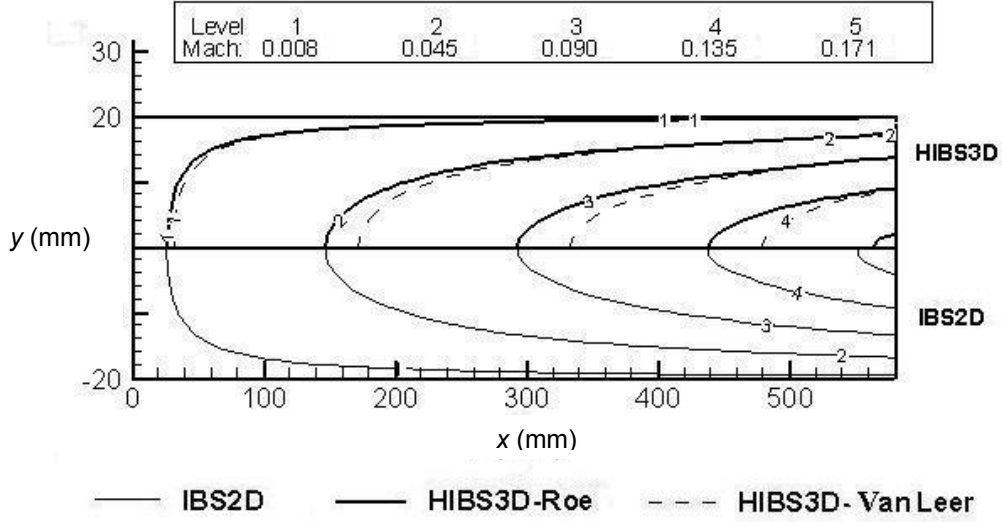


**Şekil 5.11** Üç boyutlu hesaplama ağı

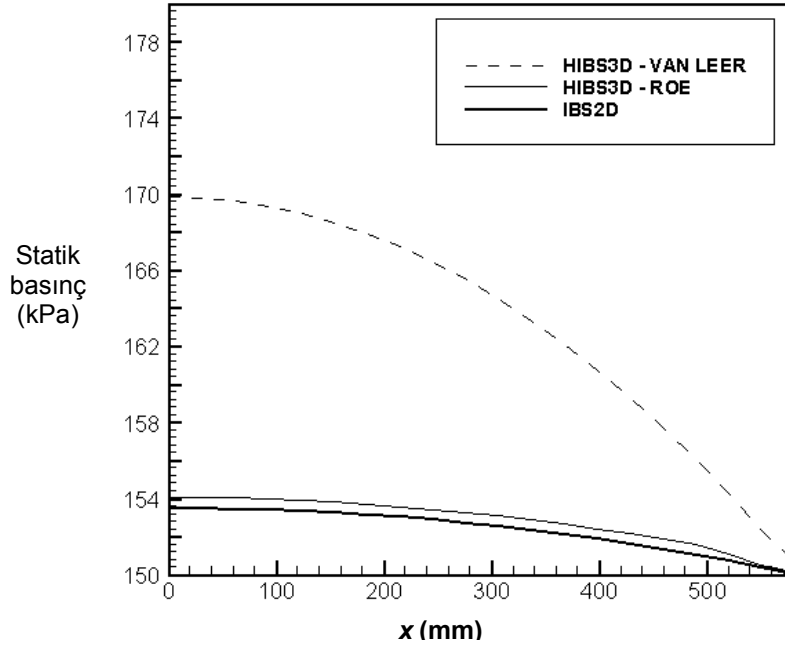
Sonuçları İki boyutlu çözümlerle karşılaştırmak amacıyla aynı başlangıç ve sınır şartlarını kullanan dikdörtgenler prizmalarından oluşan bir hesaplama ağı hazırlanmıştır. Üç boyutlu sonuçlar, çözüm alanının ortasındaki iki boyutlu çözüm alanı üzerinde gösterilmiştir.

Karşılaştırma amacıyla, Mach sayısı eğrileri Şekil 5.12'de, x eksenindeki statik basınç dağılımı ise Şekil 5.12'te verilmiştir. Bu şekillerde koyu kesintisiz çizgiler IBS2D ile elde edilen çözümleri, kesintisiz çizgiler Roe yöntemini kullanan HIBS3D ile elde edilen çözümleri, kesintili çizgiler ise Van Leer akı ayrıştırma yöntemini kullanan HIBS3D ile elde edilen çözümleri göstermektedir. IBS2D ile elde edilen sonuçlar, Roe yöntemini kullanan HIBS3D ile elde edilen sonuçlarla gayet uyumlu olmasına karşılık Van Leer akı ayrıştırma yöntemini kullanan HIBS3D ile elde edilen sonuçlarla uyumlu değildir. Toro (1997),

Van Leer akı ayrıştırma yönteminin Roe'nun yaklaşık Riemann çözücüsünü kullanan Godunov yöntemine nazaran daha az hassas olduğunu belirtmektedir.

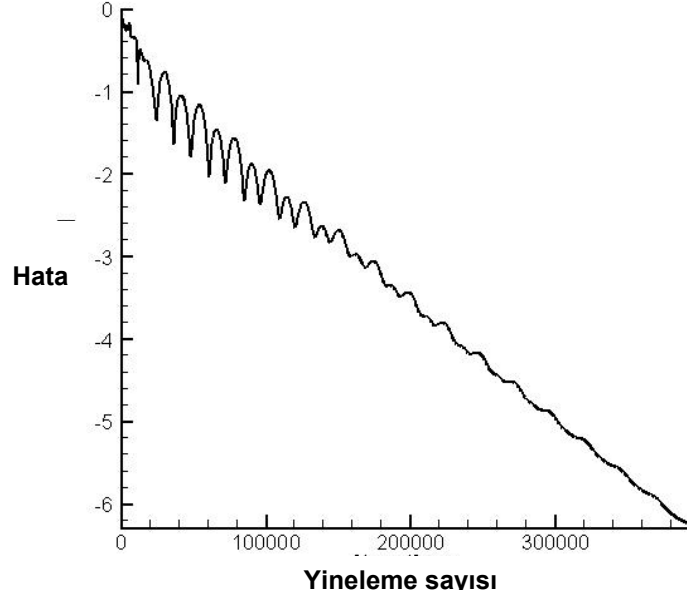


Şekil 5.12 İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemindeki Mach sayısı eğrileri

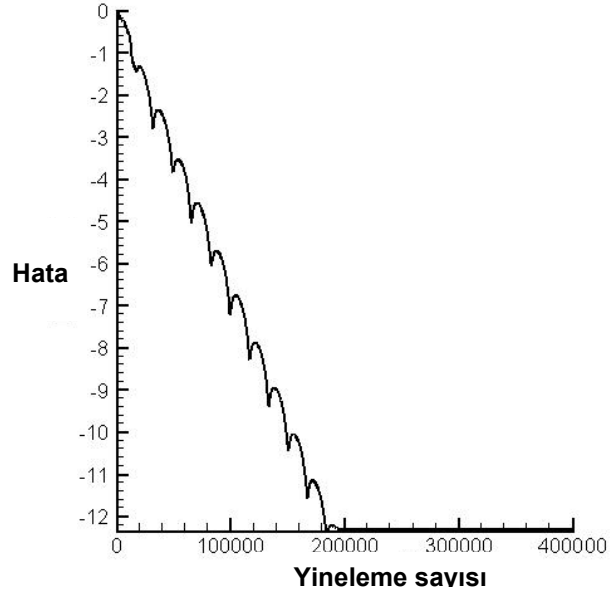


Şekil 5.13 İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemi için x eksenindeki statik basınç dağılımı

İki boyutlu kütle enjeksiyonu probleminde hatanın yinelemelere göre değişimi Van Leer ve Roe yöntemleri için sırasıyla Şekil 5.14 ve Şekil 5.15'te verilmiştir.



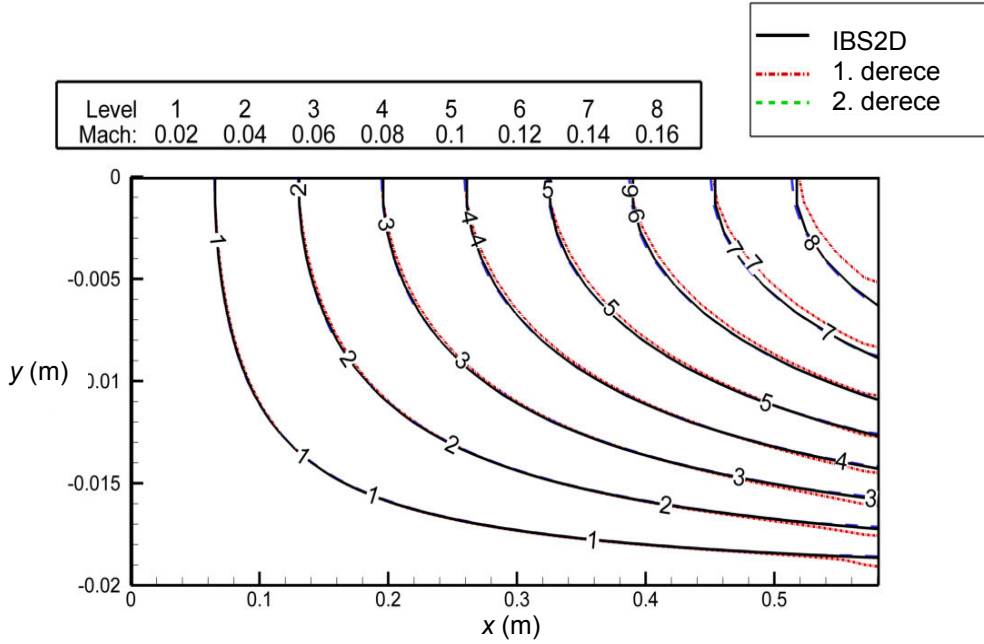
Şekil 5.14 İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemi için hatanın yinelemelere göre değişimi (Van Leer yöntemi)



Şekil 5.15 İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemi için hatanın yinelemelere göre değişimi (Roe yöntemi)



Daha sonra, ikinci dereceden doğru yöntemin etkisini anlayabilmek için birinci ve ikinci dereceden doğru çözümler Roe yöntemi kullanılarak karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada akış değişkenlerinin gradyanlarını hesaplamak üzere Green-Gauss yöntemi kullanılmıştır. Mach sayısı eğrileri Şekil 5.16'da gösterilmiştir. Düşük Mach sayılarında birinci ve ikinci dereceden doğru çözümlerin birbirine çok yakın sonuçlar verdiği görülmektedir. Ancak, Mach sayısı arttıkça, ikinci dereceden doğru olan çözümün yine ikinci dereceden doğru olan IBS2D çözücü ile elde edilen sonuçlara daha iyi uyum gösterdiği belirlenmiştir. x eksenindeki statik basınç dağılımı ise Şekil 5.17'de verilmiştir. İkinci dereceden doğru çözümün verdiği basınç dağılımının IBS2D çözücü ile elde edilen basınç dağılımına çok yakın sonuçlar verdiği görülmektedir. Akışın tümüyle ses altı hızlarda ve maksimum Mach sayısı değerinin küçük olması nedeniyle birinci ve ikinci dereceden çözümler arasındaki farkın çok ufak olduğu belirlenmiştir.

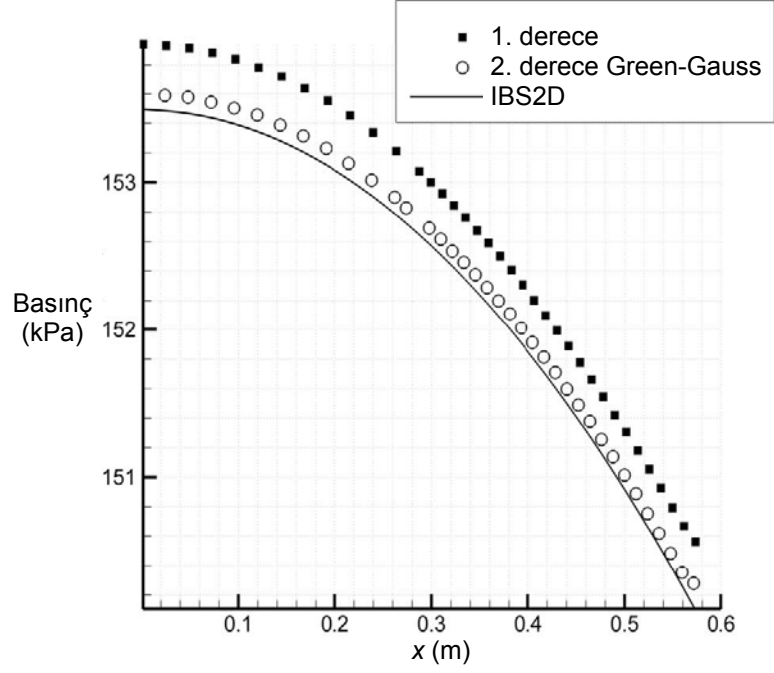


Şekil 5.16 İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemi için Mach sayısı eğrileri

#### 5.4 KATI YAKITLI EKSENEL SİMETRİK MİNİ ROKET MOTORU

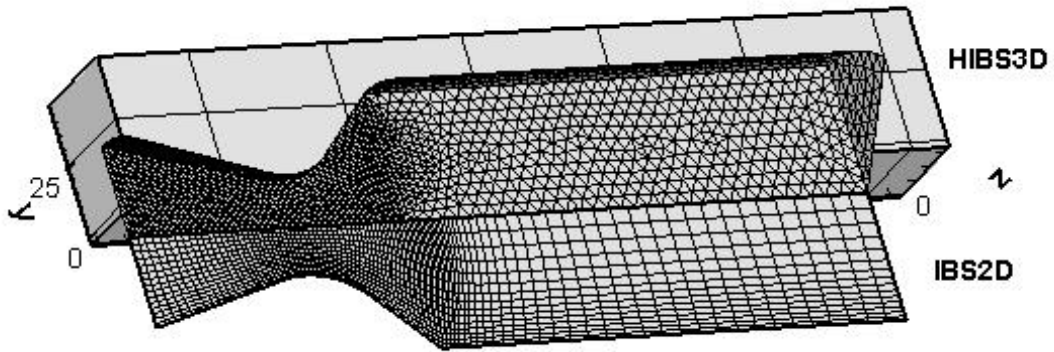
Üç boyutlu Euler çözücüsünün denenmesi için çözülen üçüncü problemi ise Şekil 5.18'de gösterilen akışın ses altı hızlardan ses üstü hızlara doğru değiştiği katı yakıtlı aksenal simetrik mini roket motorudur. Çözüm alanının alt yüzeyinden  $11.39 \text{ kg/m}^2/\text{s}$  akısında kütle enjekte edilmekte olup, çözüm alanının üst yüzeyinde ise simetri sınır şartı kullanılmaktadır. Çözüm alanının sol yüzeyi duvar olup, sağ yüzeyinde ise çıkış basıncı  $150 \text{ kPa}$  olarak alınmıştır. Bu problem için alev sıcaklığı  $3387 \text{ K}$  ve referans basıncı  $100 \text{ kPa}$  şeklindedir. Buna ek olarak, özgül ısı oranı  $1.14$  ve gaz sabiti  $299.5 \text{ J/kg/K}$  olarak

alınmıştır. IBS2D ile kullanılan iki boyutlu 99 x16 büyüklüğündeki hesaplama ağı ve HIBS3D ile kullanılan 7271 düğüm noktasından ve 32332 elemandan oluşan üç boyutlu hesaplama ağı Şekil 5.18'de gösterilmiştir.



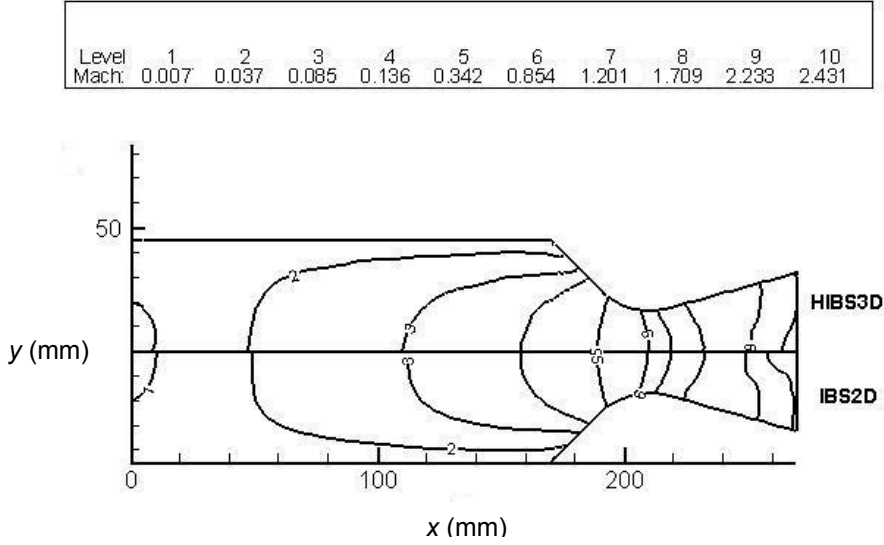
Şekil 5.17 İki boyutlu kütle enjeksiyonu problemi için x eksenindeki statik basınç dağılımı

Sonuçları aksenal simetrik İki boyutlu çözümlerle karşılaştırmak amacıyla dörtgen prizmalardan oluşan bir hesaplama ağı hazırlanmıştır. Karşılaştırma amacıyla, üç boyutlu sonuçlar iki boyutlu x-y düzleminde gösterilmiştir.

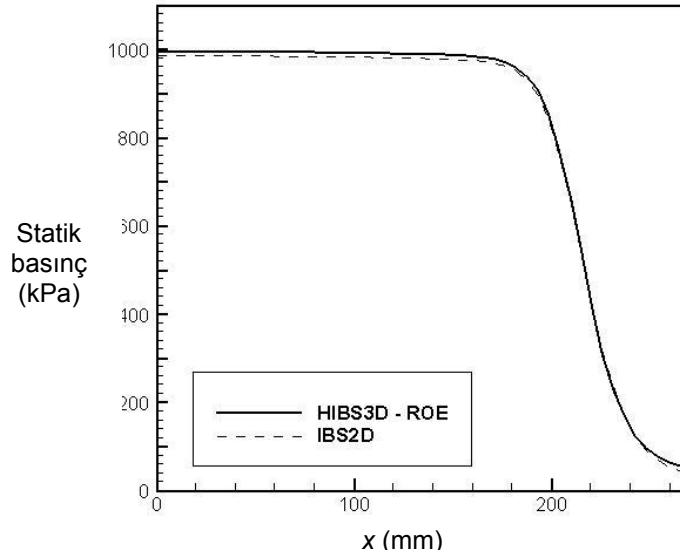


Şekil 5.18 IBS2D ile kullanılan iki boyutlu ve HIBS3D ile kullanılan üç boyutlu hesaplama ağları

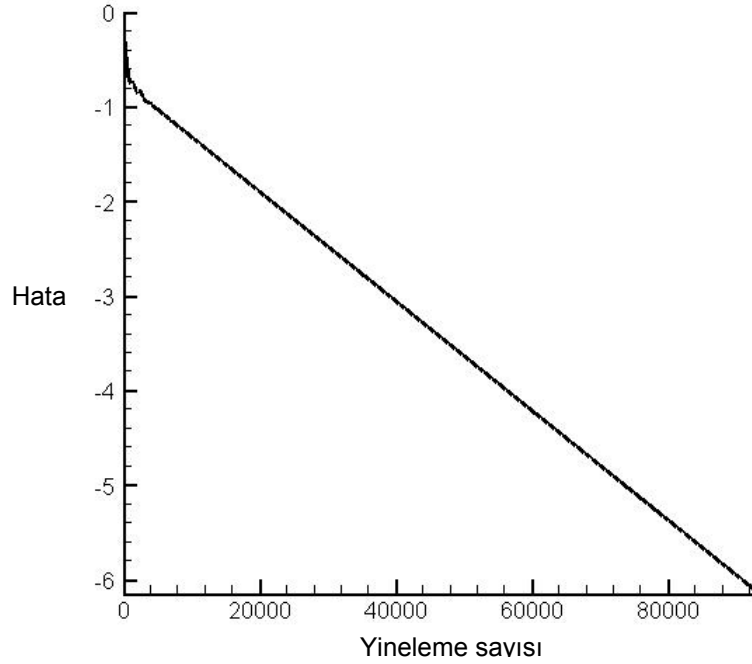
Karşılaştırma amacıyla, Mach sayısı eğrileri Şekil 5.19'da, simetri eksenindeki statik basınç dağılımı ise Şekil 5.20'de verilmiştir. Van Leer akı ayrıştırma yönteminden istenilen hassaslıkta sonuçlar elde edilemediğinden, bundan sonraki çözümler Roe yöntemini kullanan HIBS3D ile elde edilmiştir. Katı yakıtlı aksenal simetrik mini roket motoru probleminde hatanın yinelemelere göre değişimi Şekil 5.21'de verilmiştir.



Şekil 5.19 Katı yakıtlı aksenal simetrik mini roket motoru için Mach sayısı eğrileri



Şekil 5.20 Katı yakıtlı aksenal simetrik mini roket motoru için x eksenindeki statik basınç dağılımı



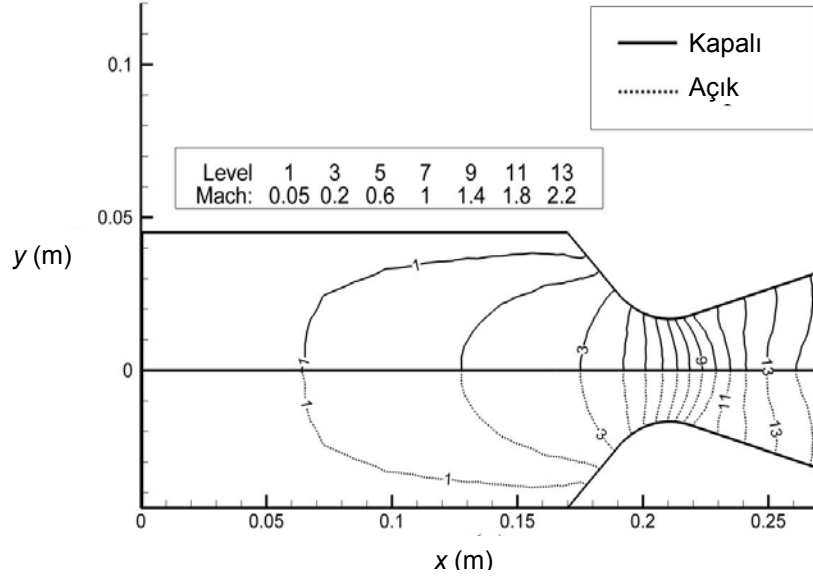
**Şekil 5.21** Katı yakıtlı aksel simetrik mini roket motoru için hatanın yinelemelere göre değişimi

#### 5.4.1 Zamanda Tümlenme Yöntemlerinin Karşılaştırılması

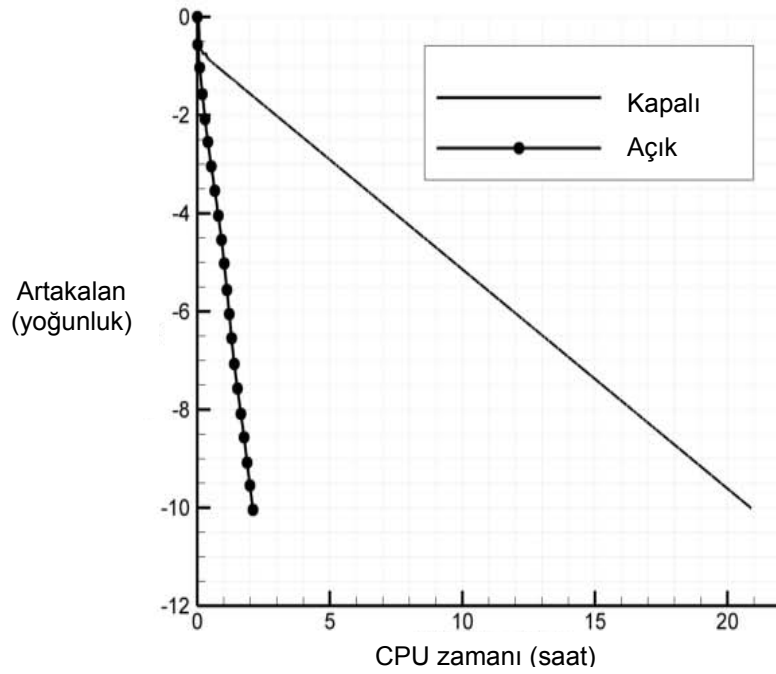
Zamanda tümlenme yöntemlerini karşılaştırmak amacıyla birinci dereceden doğru çözüm açık (explicit) ve kapalı (implicit) olarak elde edilmiştir. Bu çalışmalarda 3 GB ana belleğe sahip Intel Xeon 3.4 GHz işlemcili bir bilgisayar kullanılmıştır.

Açık olarak gerçekleştirilen çözümde CFL sayısı 0,95 olarak alınırken, kapalı çözümde  $10^6$  olarak alınmıştır.

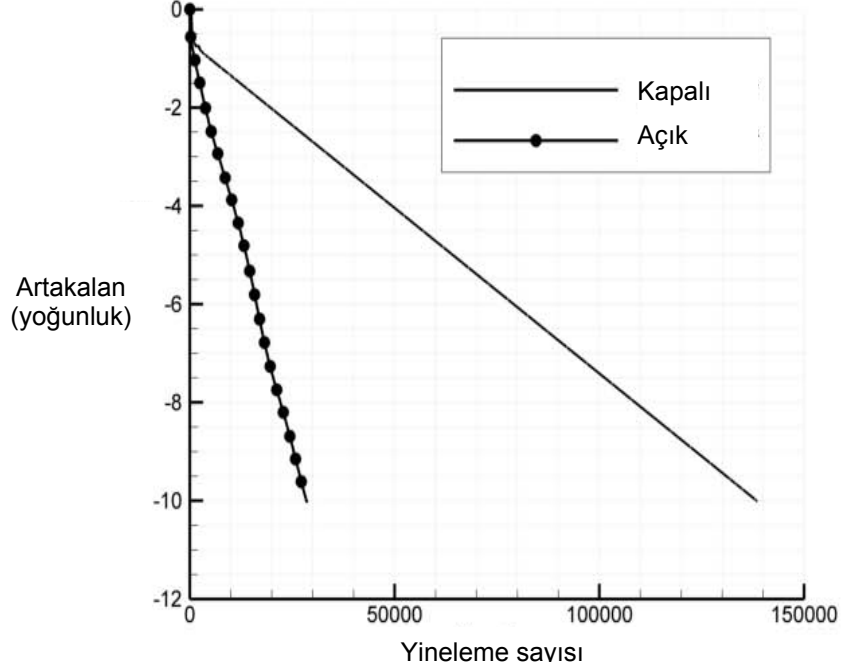
Her iki yöntemle elde edilen Mach sayısı eğrileri Şekil 5.22'de gösterilmiştir. Bu şekilden açık ve kapalı zamanda tümlenme yöntemlerinin aynı sonuçları verdiği görülmektedir. Dolayısıyla, kapalı zaman adımlama yönteminin ek bir sayısal yayılım hatası oluşturmadığı anlaşılmaktadır. Artakalan ve merkezi işlem ünitesi (CPU) zamanı eğrileri ise sırasıyla Şekil 5.23 ve 5.24'te verilmiştir. Kapalı zaman tümlenme yönteminde kullanılan yineleme sayısında % 80 oranında azalma elde edilirken merkezi işlem ünitesi zamanında % 90 oranında bir azalma olmuştur. Gerekli merkezi işlem ünitesi zamanında ve toplam yineleme zamanında bu kadar belirgin bir azalma olmasının iki önemli nedeni bulunmaktadır. Bunlardan birincisi her bir yineleme için kapalı zaman tümlenme yönteminde bir kez akı hesaplanması gerekirken, açık tümlenme yönteminde dört kez akı hesaplaması yapılmaktadır. İkincisi ise kapalı zaman tümlenme yönteminde yüksek CFL sayısı kullanılmasının meydana getirdiği hızlanmadır.



Şekil 5.22 Katı yakıtlı eksenel simetrik mini roket motoru için Mach sayısı eğrileri



Şekil 5.23 Katı yakıtlı eksenel simetrik mini roket motoru için yoğunluktaki artakalanın CPU zamanına göre değişimi

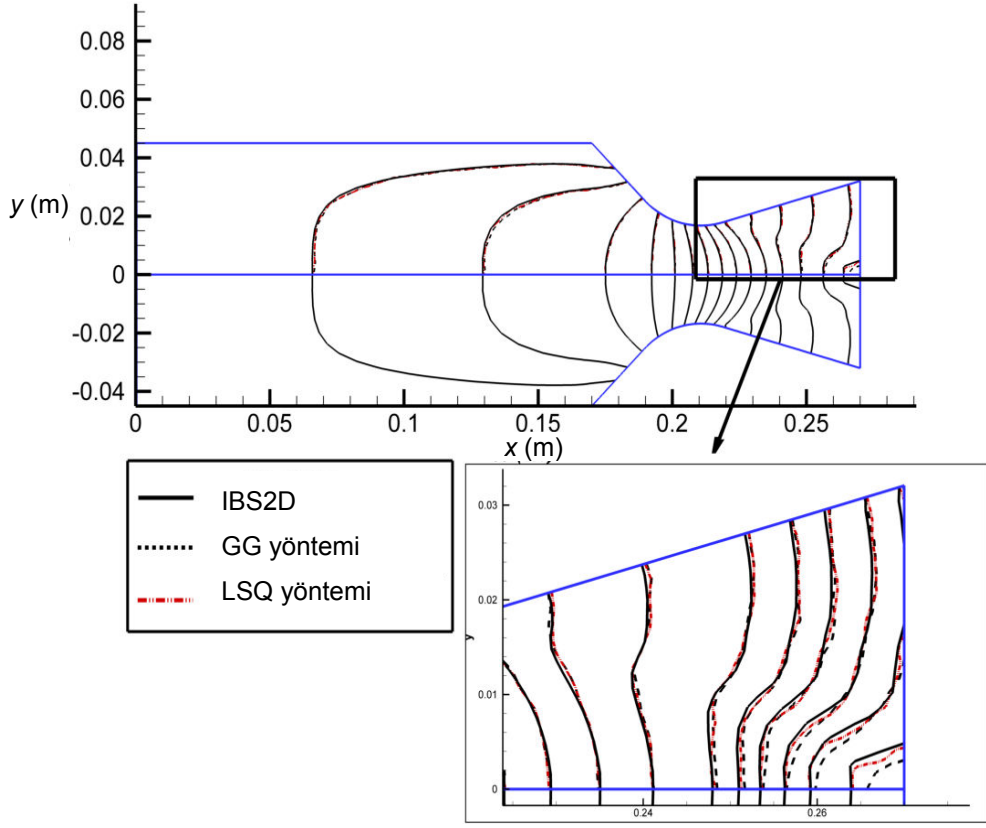


**Şekil 5.24** Katı yakıtlı aksenal simetrik mini roket motoru için yoğunluktaki artakalanın Yineleme sayısına göre değişimi

#### 5.4.2 Gradyan Hesaplama Yöntemlerinin Karşılaştırılması

Gradyan hesaplama yöntemlerini karşılaştırabilmek amacıyla ikinci dereceden doğru çözümler Green-Gauss (GG) yöntemi ve en küçük kareler yöntemi (least squares method) (LSQ) kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Her iki çözümde de CFL sayısı olarak  $10^6$  kullanılmıştır. Çözümler IBS2D yazılımıyla elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Şekil 5.19'da birinci dereceden doğru çözüm ile IBS2D ile elde edilen Mach sayısı eğrileri gösterilmiştir. Bu şekilden lüenin iraksak bölümünde Mach sayısı ses üstü değerlere ulaştığı zaman iki çözüm arasındaki farklılığın belirgin hale geldiği görülmektedir. Şekil 5.25'te ise Green-Gauss ve en küçük kareler yöntemlerini kullanan ikinci dereceden doğru çözümler IBS2D ile elde edilen çözümle karşılaştırılmıştır. Her iki yöntemle de elde edilen doğruluk kazanımı açık olarak görülmektedir. Ancak, ses üstü akış bölgesi incelendiğinde LSQ yönteminin GG yöntemine göre daha hassas sonuçlar verdiği anlaşılmaktadır.



**Şekil 5.25** Katı yakıtlı aksenal simetrik mini roket motorunda ikinci dereceden çözümler ve IBS2D çözümü için Mach sayısı eğrileri

## BÖLÜM 6

# YAKIT GERİLEMESİ YAZILIMI İLE AKIŞ ÇÖZÜCÜNÜN BİRLİKTE ÇALIŞTIRILMASI

### 6.1 GİRİŞ

Akış çözücüsü ile arayüz yakalama yazılımlarının bağlanması her iki yazılımın sıralı olarak çalıştırılmasıyla gerçekleştirilmiştir. Başka bir deyişle bir yazılım çalıştırılırken diğer yazılım dondurulmaktadır.

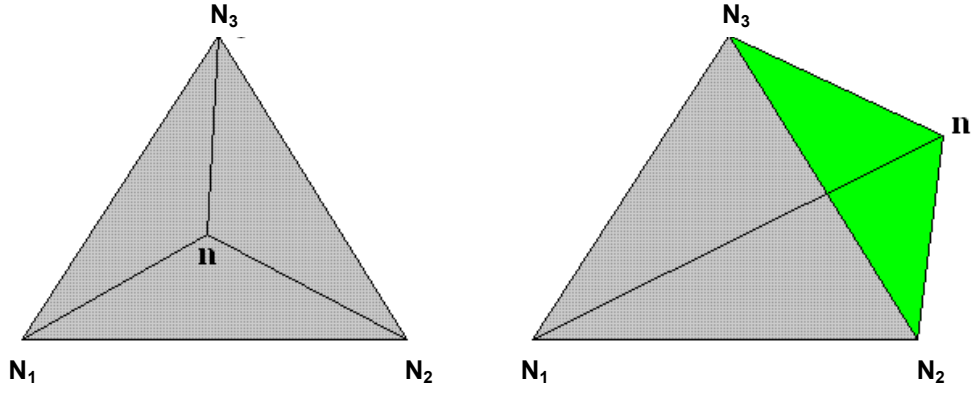
Arayüz yakalama yazılımının yoğun bir hesaplama ağı gerektirmesine karşılık akış çözücüsünde daha gevşek bir hesaplama ağı kullanılmaktadır. Başka bir deyişle yalıt gerileme yazılımı ile akış çözücüsünde kullanılan hesaplama ağları birbirlerinden farklıdır. Bu nedenle arayüz çözümünden elde edilen sonuçların akış çözümünün gerçekleştirileceği hesaplama ağına aktarılmaktadır.

Buna ek olarak arayüz çözümünün gerçekleştirileceği hesaplama ağı da bölümlere ayrılmıştır. Bunun sebebi yüksek eğriliğin ve süreksizliğin bulunduğu yerlerde çözümün yoğun bir hesaplama ağı gerektirmesidir. Buna karşılık, düzgün yüzeylerin bulunduğu yerlerde hesaplama ağının sıklığı daha azdır. Bu nedenle problem çözüm alanını değişiklik sıklıklarında hesaplama ağına sahip bölgelere ayırarak çözülmektedir.

Bir hücrenin hacim bilgisine dayanan bir algoritma arayüz çözümündeki her bölgenin akış için kullanılan hesaplama ağı ile birleştirilmesi için kullanılmıştır. Düğüm noktalarının birbiriyle çakışmadığı yerlerde hesaplama ağının bölümleri birbiri üzerine konulmaktadır. Daha sonra akış alanındaki düğüm noktalarının arayüzün modellenmesinde kullanılan alandaki hücrelerden hangisinin içinde olduğu bulunmaktadır. Bu çerçevede sorgulanan düğüm noktası arayüz hücresinin düğüm noktalarıyla birleştirilerek, Şekil 6.1'de görüldüğü gibi bir tetrahedron oluşturulmaktadır.

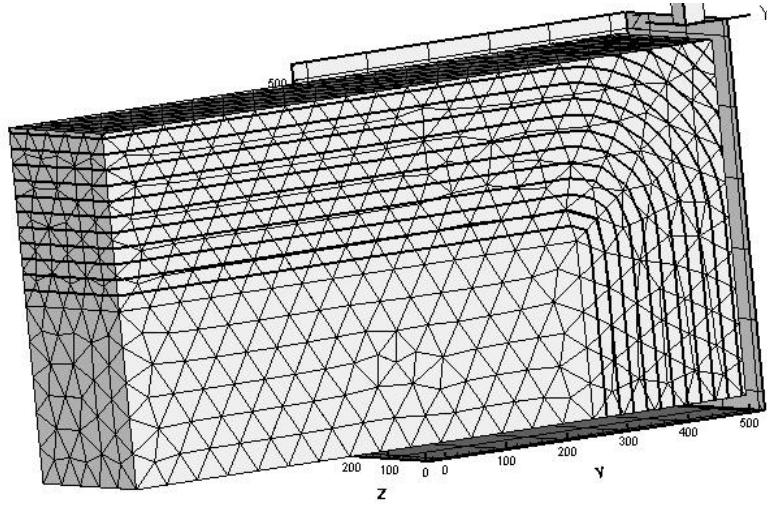
Yeni oluşturan tetrahedronların hacmi hücrenin orijinal hacmine eşitse, düğüm noktası elemanın içerisinde. Eğer hacimlerin toplamı orijinal tetrahedronun hacminden büyük ise düğüm noktası elemanın dışında kalmaktadır. Akış için kullanılan hesaplama ağındaki düğüm noktalarının arayüz hesaplama ağının hangi hücresinin içinde olduğunun bulunmasından sonra arayüzün erişim zamanını aktarabilmek için uzaklık fonksiyonuna bağlı olarak interpolasyon uygulanmaktadır.



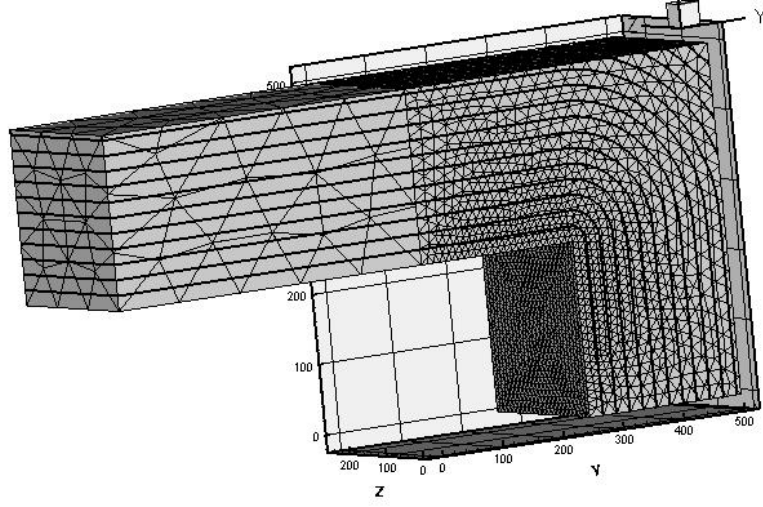


**Şekil 6.1** Düğüm noktasının yerinin belirlenmesi

Uygulanan yöntem Şekil 6.2'de verilen örnek yardımı ile açıklanabilir. Bu örnekte çoğunlukla düz yüzeylerden oluşan bir çözüm alanındaki köşe çözülmektedir. Arayüz çözümü Şekil 37'de görüldüğü gibi iki ayrı hesaplama ağı kullanarak elde edilmiştir. Arayüz modellemesi için gerekli çözümlerin elde edilmesinden sonra arayüz erişim zamanları akışın çözümü için kullanılan hesaplama ağına aktarılmaktadır.



**Şekil 6.2** Akış alanındaki birleştirilmiş arayüz çözümü



**Şekil 6.3** Ayrılmış arayüz yakalanması

Termokimyasal parametrelerin tanımlanabilmesi için sabit basınç altındaki özgül ısı,  $c_p$ , karakteristik hız,  $c^*$  ve moleküler kütle,  $M_m$ 'ye gereksinim vardır. Bu durumda gaz sabiti

$$R = \frac{R_u}{M_m} \quad (6.1)$$

şeklinde belirlenir. Burada  $R_u = 8.314 \text{ kJ/(kgmol.K)}$  universal gaz sabitidir. Bu durumda, sabit hacim altındaki özgül ısı,  $c_v$ , ile özgül ısı oranı,  $\gamma$ ,

$$c_v = c_p - R \quad (6.2)$$

ve

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (6.3)$$

şeklinde tanımlanabilir. Son olarak, alev sıcaklığı

$$T_0 = \frac{\gamma c^{*2}}{R \left( \frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (6.4)$$

Şeklinde verilir. Yanma hızı,  $r_b$ , ise Saint Robert empirik eşitliği olan

$$r_b = ap^n \quad (6.5)$$

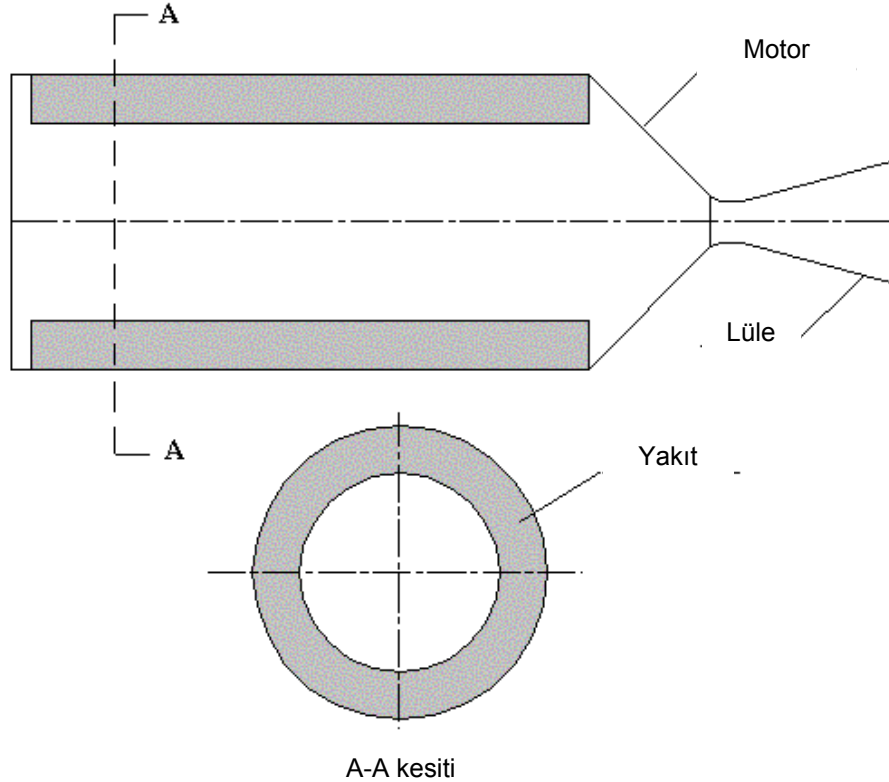
kullanılarak bulunur. Bu denklemdeki basınç üst indisi sabit basınçta iki motor ateşlemesi kullanılarak aşağıdaki gibi bulunmaktadır.

$$\frac{r_{b,1}}{r_{b,2}} = \left( \frac{p_{hazne,1}}{p_{hazne,2}} \right)^n \quad (6.6)$$

Haznedeki basıncın ve yanma hızının deneysel olarak belirlenmesinden sonra basınç üst indisi olan  $n$  elde edilmektedir. Daha sonra, (6.6) numaralı denklem ve ateşleme verilerinden bir tanesi kullanılarak  $a$  katsayısı bulunmaktadır.  $a$  katsayısının bulunmasında kullanılan basınç ve yanma hızı referans basınç ve referans yanma hızı olarak alınmaktadır.

## 6.2 6C4 TEST MOTORU

6C4 motorunda iç çapı 4 inç ve dış çapı 6 inç olan ve iki uçtan yanar silindirik bir yakıt bulunmaktadır. Bu test motoru yakıt özelliklerinin sabit basınç altında analizi için kullanılmaktadır. Şekil 38'deki yakıt geometrisi nötr bir yanma profili meydana getirmektedir. Değişik tiplerde lüle geometrisinin kullanılmasıyla basınç ayarlaması yapılabilmektedir.



Şekil 6.4 6C4 test motoru

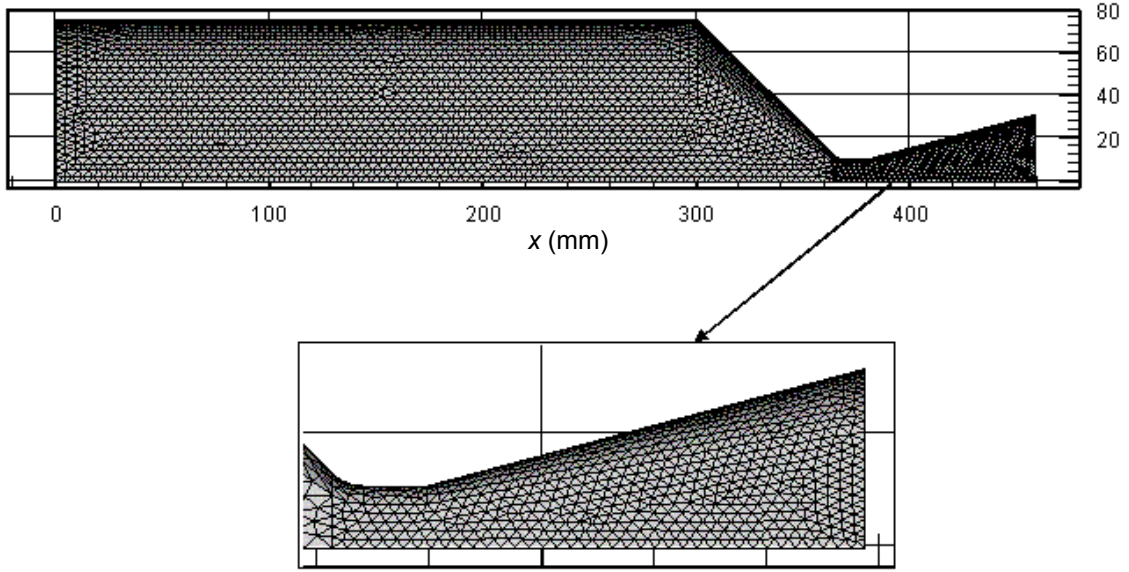
Bu çalışmada arayüz hareketinin çözümünde hızlı ilerleme algoritmaları kullanılmış olup, her zaman adımıdaki parametreler melez akış çözücüsü ile elde edilmiştir. Yakıt özellikleri Tablo 6.1'de verilmiş olup, hesaplama ağı ise Şekil 6.5'de gösterilmiştir.

**Tablo 6.1** 6C4 test motoru için gerekli girdi parametreleri

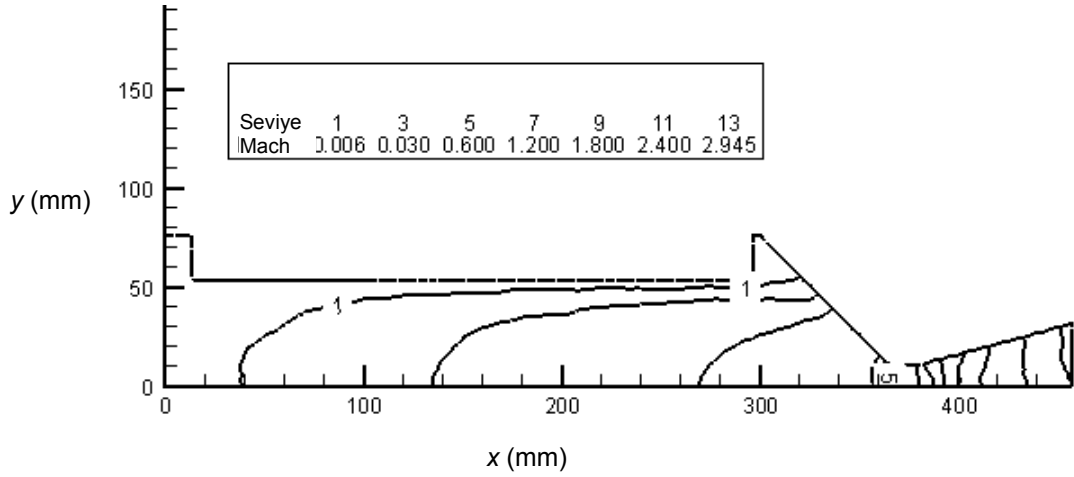
<b>Geometrik Özellikler</b>	
Yakıt dış yarı çapı	76,2 mm
Yakıt iç yarı çapı	50,8 mm
Yakıt boyu	285,0 mm
<b>Yakıt Özellikleri</b>	
Alev sıcaklığı	3078 K
Kütle akısı (3 Mpa basınçta)	16,8 kg/m <sup>2</sup> s
Kütle akısı (6 Mpa basınçta)	21,8 kg/m <sup>2</sup> s
Kütle akısı (9 Mpa basınçta)	25,4 kg/m <sup>2</sup> s
Özgül ısı oranı	1,169
Gaz sabiti	319,8 J/kgK

Hesaplama ağı tetrahedron elemanlar kullanılarak oluşturulmuş olup, çözüm alanı lüle, yakıt ve ses altı akış alanı olmak üzere üç bölüme ayrılmıştır. Hesaplama ağı 10.002 düğüm noktasından ve 45.518 elemandan oluşmaktadır.

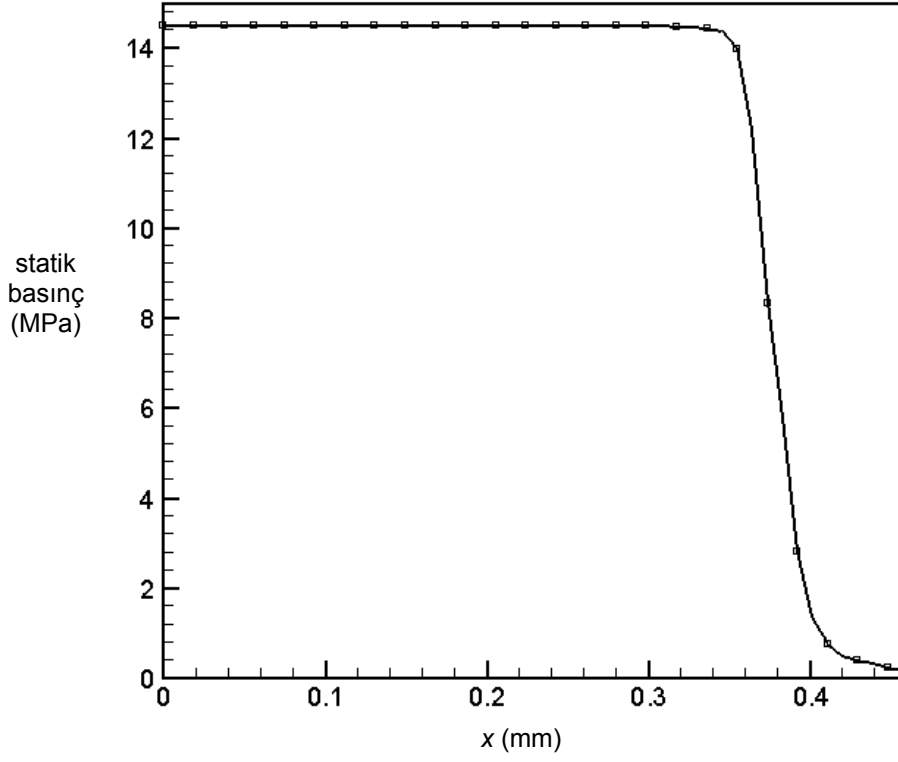
6C4 test motorunda 0,2 s sonra oluşan Mach eş eğrileri, x eksenini boyunca oluşan basınç dağılımı, kütleli debideki yakınsama ve yakınsama tarihçesi sırasıyla Şekil 6.6, 6.7, 6.8 ve 6.9'da gösterilmiştir.



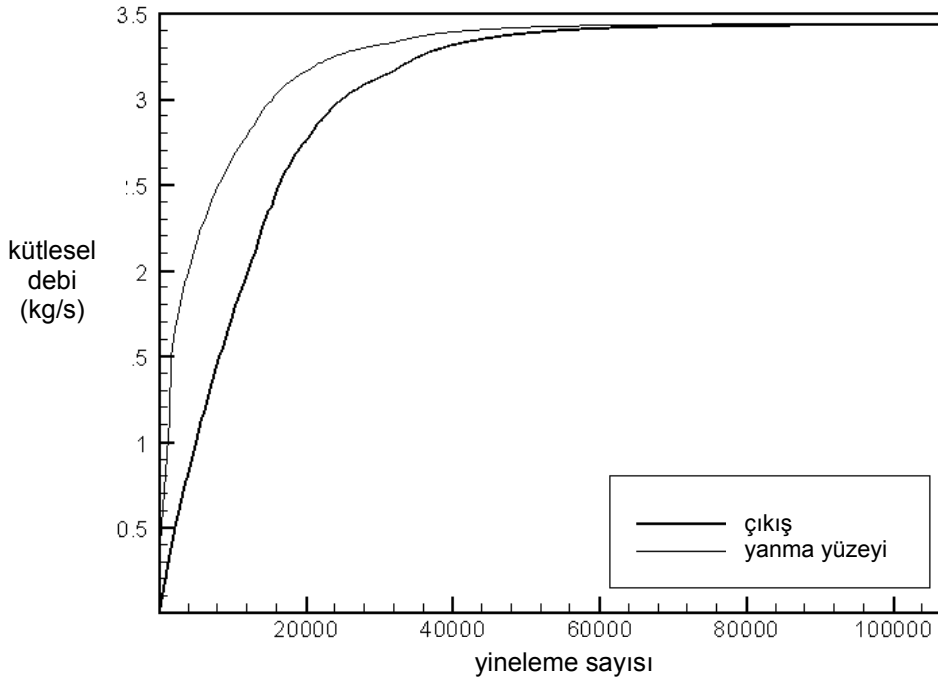
**Şekil 6.5** 6C4 test motorunun analizi için oluşturulan hesaplama ağı



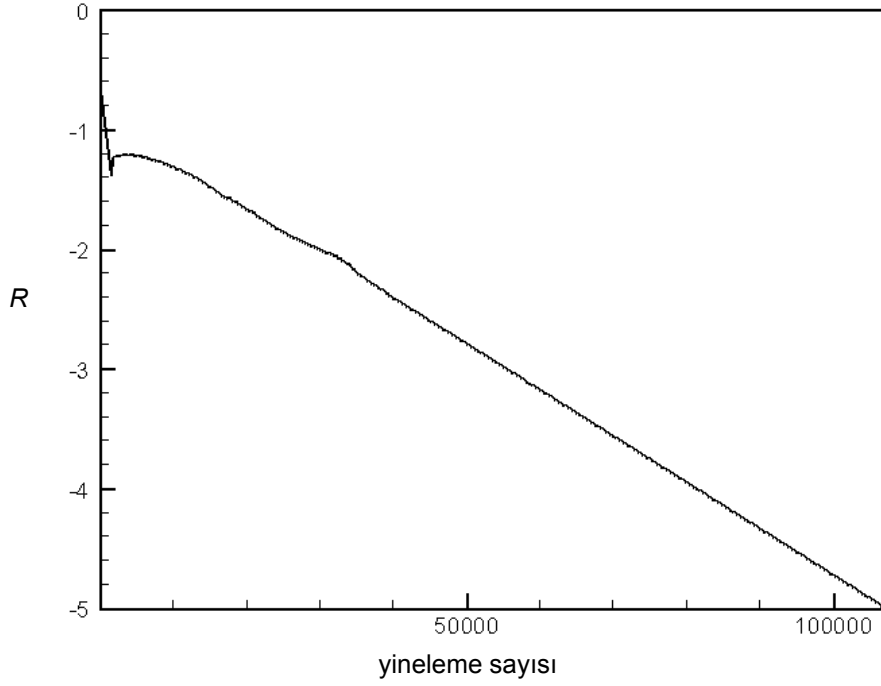
**Şekil 6.6** 6C4 test motorunda Mach eş eğrileri (0,2 s sonra)



Şekil 6.7 6C4 test motorunda oluşan x eksenini üzerindeki basınç dağılımını (0,2 s sonra)

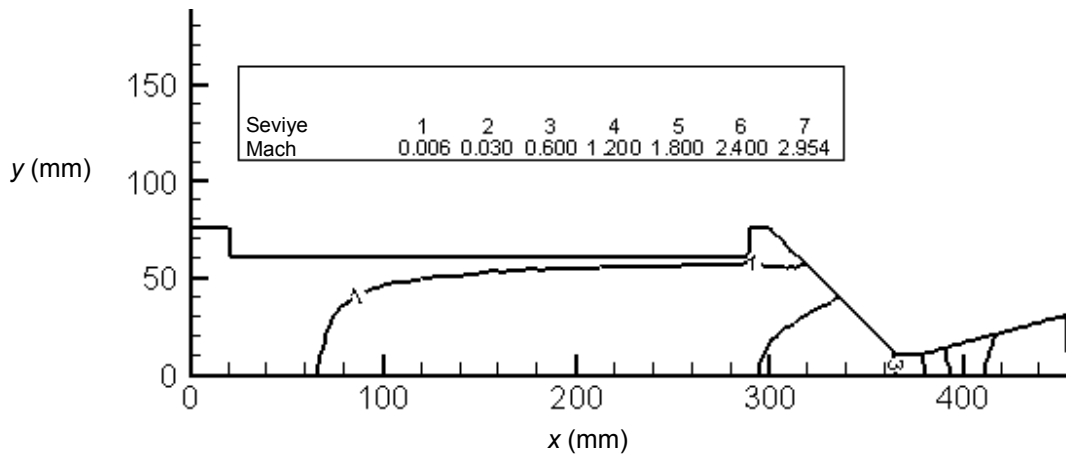


Şekil 6.8 6C4 test motorundaki kütleli debinin yakınsamasını (0,2 s sonra)

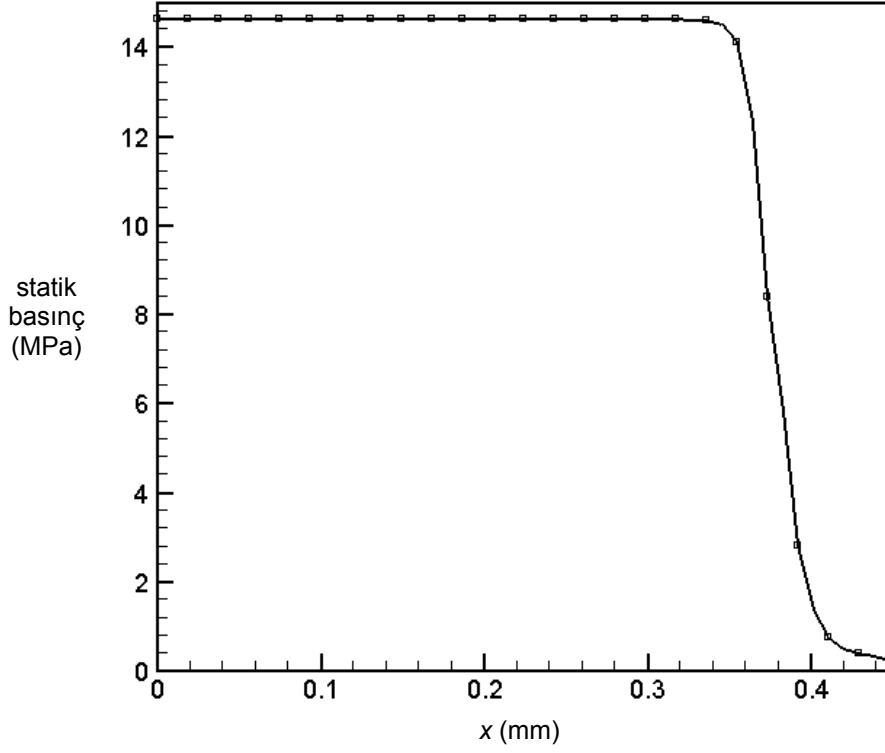


**Şekil 6.9** 6C4 test motorundaki yakınsama tarihçesi (0,2 s sonra)

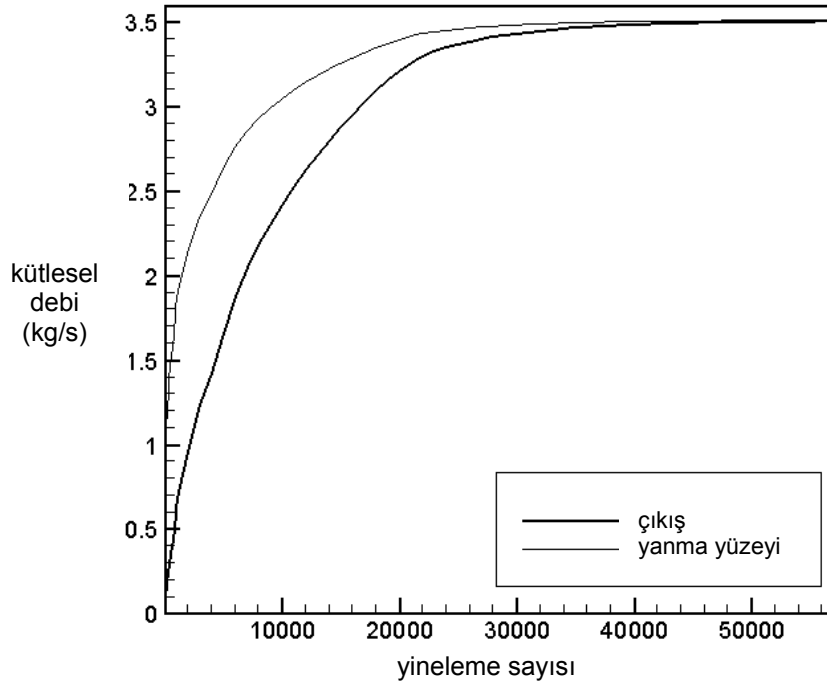
6C4 test motorunda 0,6 s sonra oluşan Mach eş eğrileri, x eksenı boyunca oluşan basınç dağılımı, kütleel debideki yakınsama ve yakınsama tarihçesi sırasıyla Şekil 6.10, 6.11, 6.12 ve 6.13'te gösterilmiştir.



**Şekil 6.10** 6C4 test motorunda Mach eş eğrileri (0,6 s sonra)

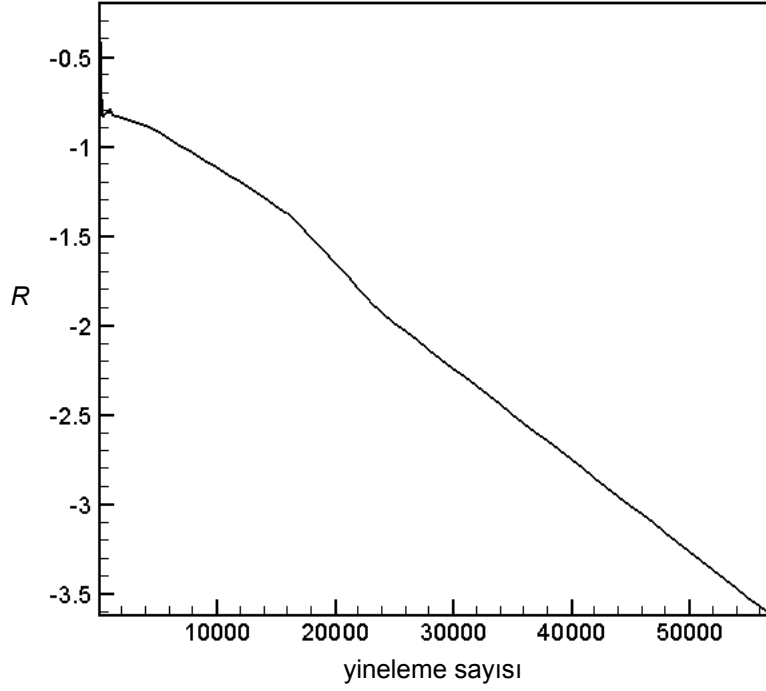


Şekil 6.11 6C4 test motorunda oluşan x eksenindeki basınç dağılımı (0,6 s sonra)



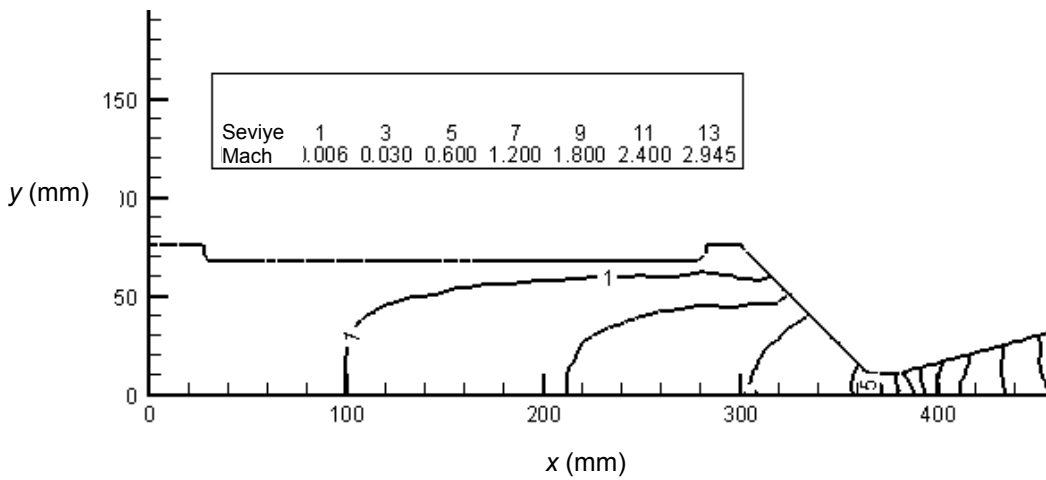
Şekil 6.12 6C4 test motorundaki kütleli debinin yakınsaması (0,6 s sonra)



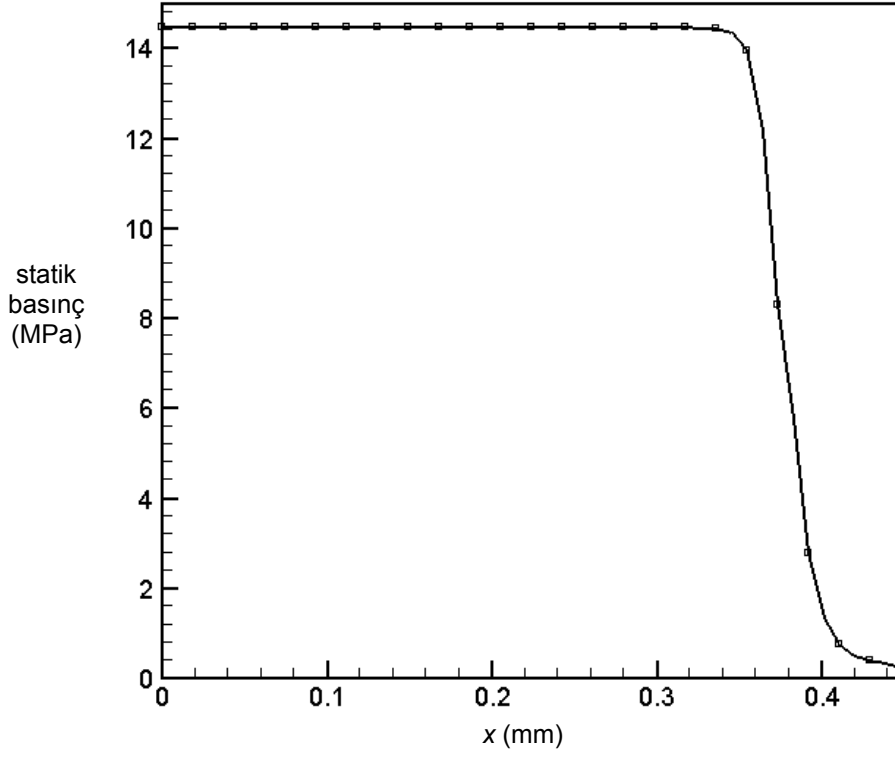


**Şekil 6.13** 6C4 test motorundaki yakınsama tarihçesi (0,6 s sonra)

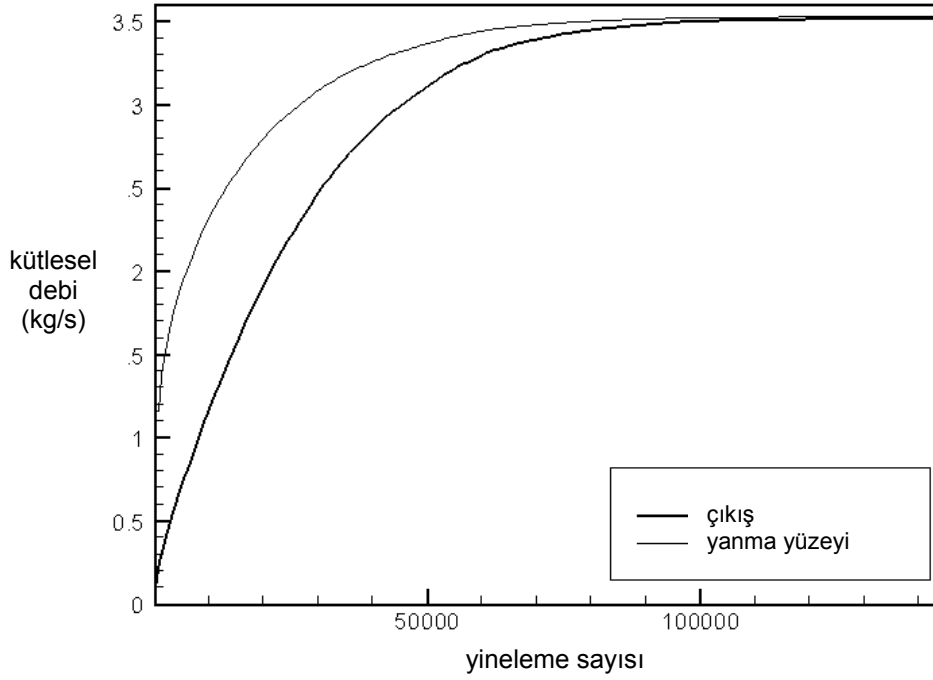
6C4 test motorunda 1 s sonra oluşan Mach eş eğrileri, x ekseni boyunca oluşan basınç dağılımı, kütleysel debideki yakınsama ve yakınsama tarihçesi sırasıyla Şekil 6.14, 6.15, 6.16 ve 6.17'de gösterilmiştir.



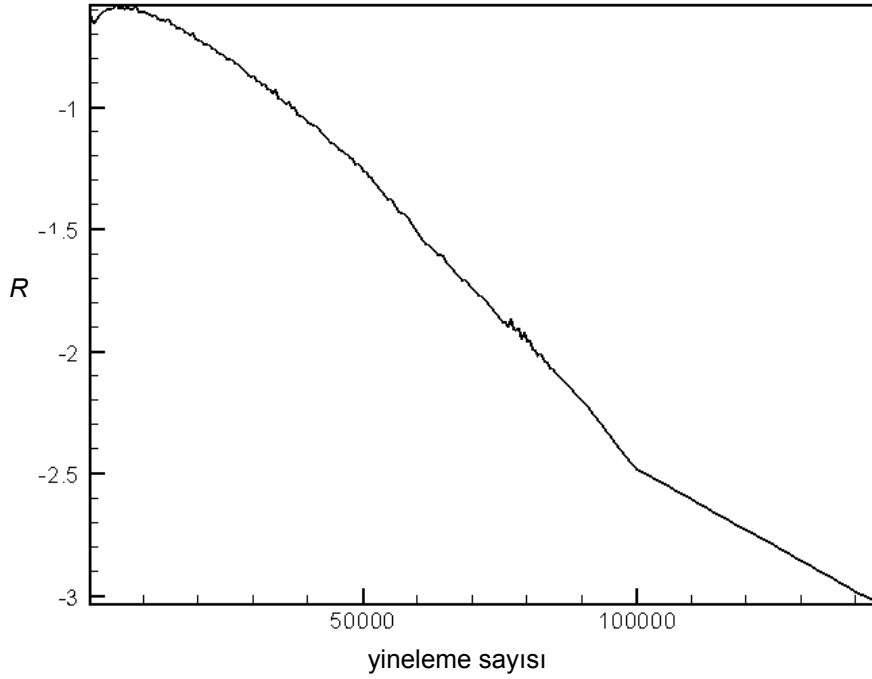
**Şekil 6.14** 6C4 test motorunda Mach eş eğrileri (1 s sonra)



Şekil 6.15 6C4 test motorunda oluşan x eksenindeki basınç dağılımı (1 s sonra)

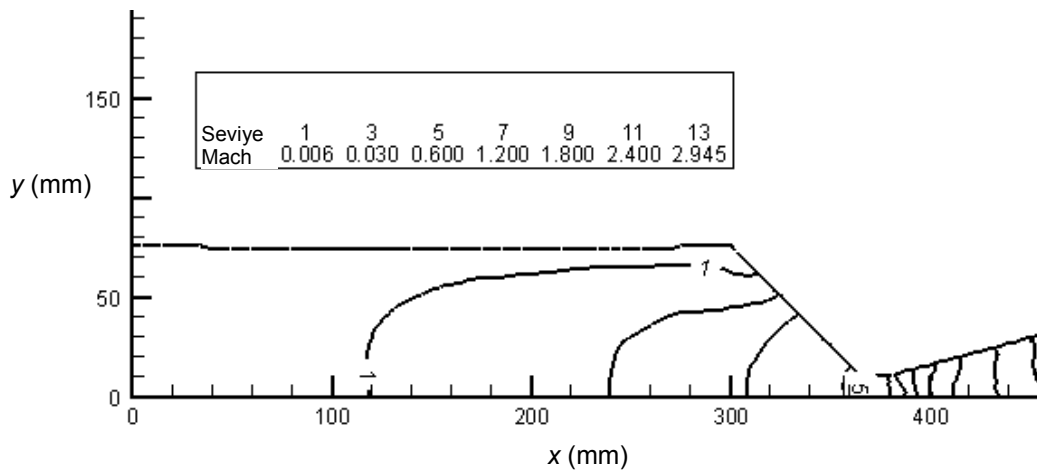


Şekil 6.16 6C4 test motorundaki kütleli debinin yakınsaması (1 s sonra)

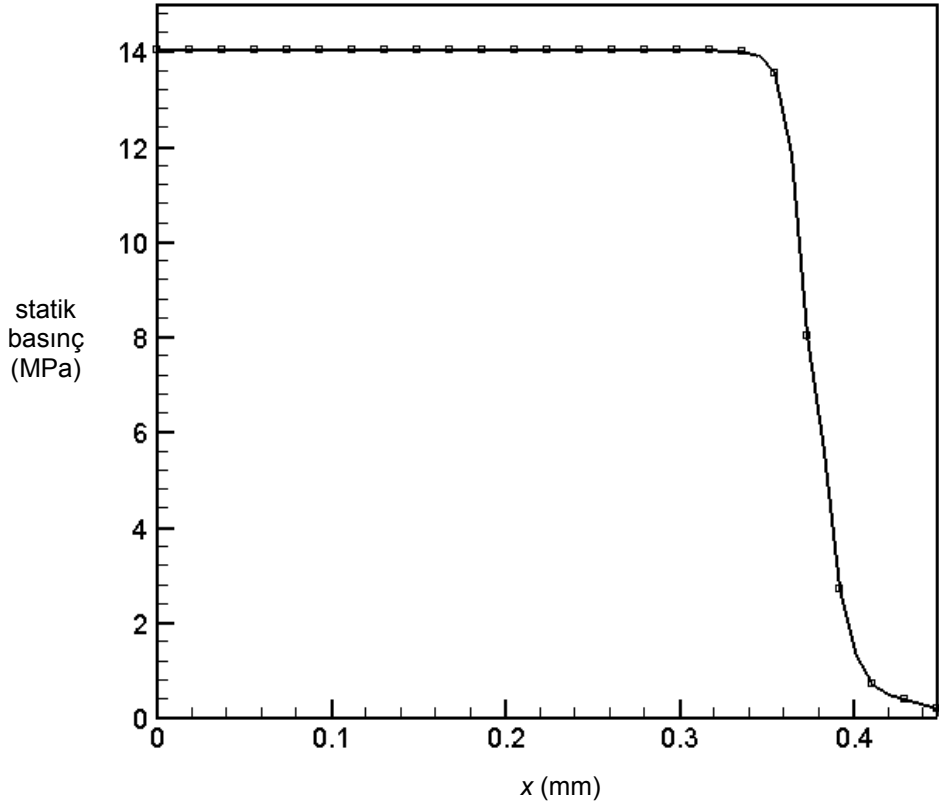


**Şekil 6.17** 6C4 test motorundaki yakınsama tarihçesi (1 s sonra)

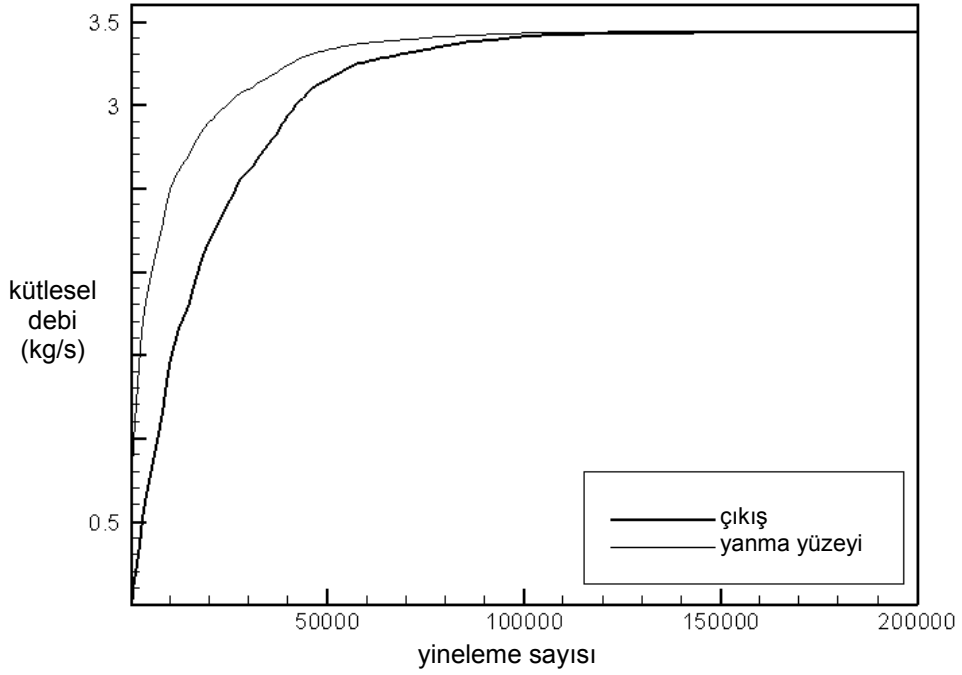
6C4 test motorunda 1,4 s sonra oluşan Mach eş eğrileri, x eksenı boyunca oluşan basınç dağılımı, kütleel debideki yakınsama ve yakınsama tarihçesi sırasıyla Şekil 6.18, 6.19, 6.20 ve 6.21'de gösterilmiştir.



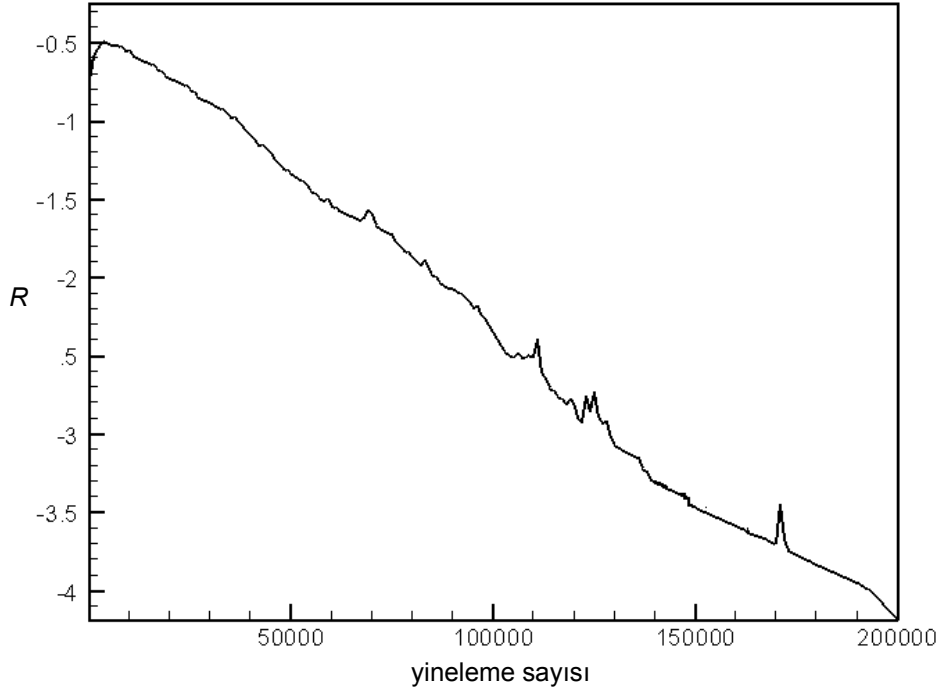
**Şekil 6.18** 6C4 test motorunda Mach eş eğrileri (1,4 s sonra)



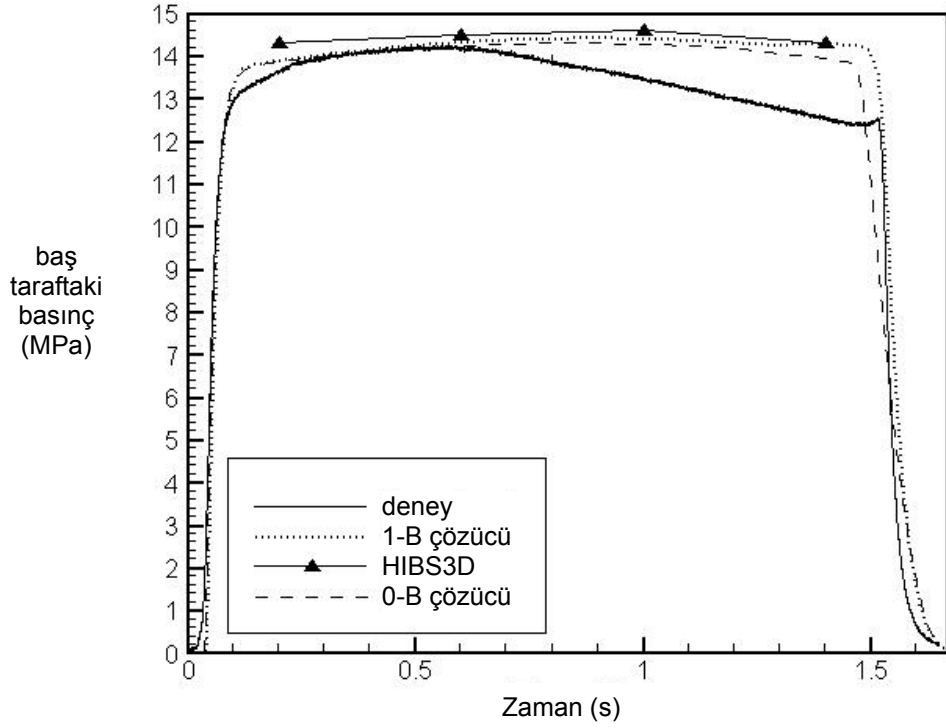
Şekil 6.19 6C4 test motorunda oluşan x eksenindeki basınç dağılımı (1,4 s sonra)



6.20 6C4 test motorundaki kütleli debinin yakınsaması (1,4 s sonra)



Şekil 6.21 6C4 test motorundaki yakınsama tarihçesi (1,4 s sonra)



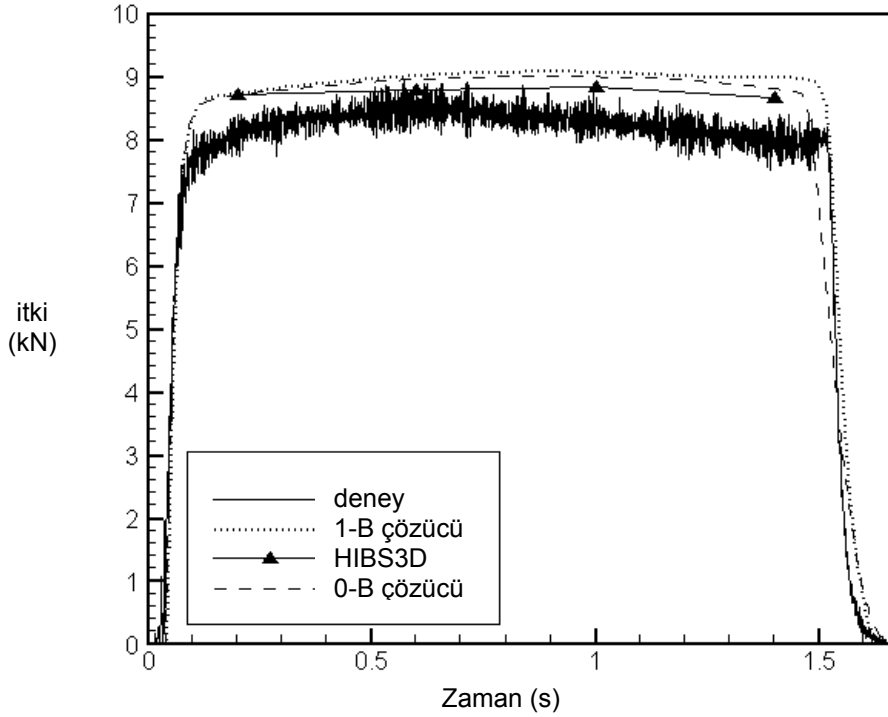
Şekil 6.22 6C4 test motorunun baş tarafındaki basıncın zamana göre değişimi

6C4 test motorunun baş tarafındaki basıncın zamana göre değişimi Şekil 6.22'de gösterilmiştir. Bu şekilde bu çalışma çerçevesinde elde edilen sonuçlar deneysel, sıfır boyutlu çözücü ve bir boyutlu çözücü sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

İtki ise basınç çıkış sınırındaki hücre yüzeylerinden aşağıdaki eşitliğin kullanılmasıyla hesaplanmaktadır.

$$T_i = \dot{m}V_n + A_i(p_i - p_{çıkı}) \quad (6.7)$$

Toplam itki ise bütün hücre yüzeylerinden gelen itkinin toplanmasıyla elde edilmektedir. Şekil 6.23'te görüldüğü gibi elde edilen itki seviyeleri deneysel sonuçlar ve diğer çözücülerden elde edilen sonuçlarla uyumludur. Basınç seviyeleri ise deneysel sonuçlara ve diğer çözücülerin sonuçlarına göre daha yüksektir.

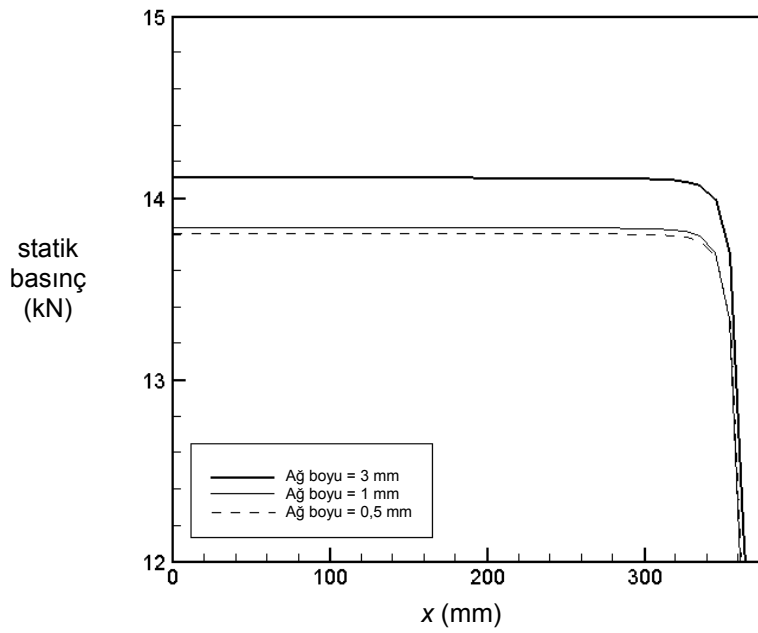


**Şekil 6.23** 6C4 test motorunun verdiği itkinin zamana göre değişimi

Lüle boğaz alanı yazılımlara aynen girdi olarak verilmesine karşılık üç boyutlu çözücüde hesaplama ağına sıklığı lülenin boğaz alanını tanımlamaktadır. Lüle boğazında oluşturulan sonlu hacimler lüle boğazındaki gerçek geometriyle çakışmadığından boğaz daha dar olmaktadır. Hesaplama ağı sıklığının etkilerini belirlemek üzere bir test durumu aynı kütleli debide üç farklı ağ sıklığında çözümlenerek sonuçlar Şekil 6.24'te gösterilmiştir.

Motorun ateşlenmesi sırasında oluşan sıcak gazlar yüzeydeki materyali aşındırdıkça lülenin boğazı genişlemektedir. Gerçekleştirilen tüm çözümlerde bu etki göz önüne alınmadığından tahmin yazılımları ateşlemenin sonunda oluşan basınç düşüşünü yakalayamamaktadır.

Katı yakıtlı roket motorlarının gerçek fiziği iki fazlı akış, türbülans ve yanma kararsızlıkları nedeniyle oldukça karmaşıktır. Euler denklemlerinin kullanılmasıyla problem ideal hale getirilmiş olup bu analizlerden elde edilen sonuçlar sadece tahmin olacağından yapılan hataların kabul edilmesi mümkündür.

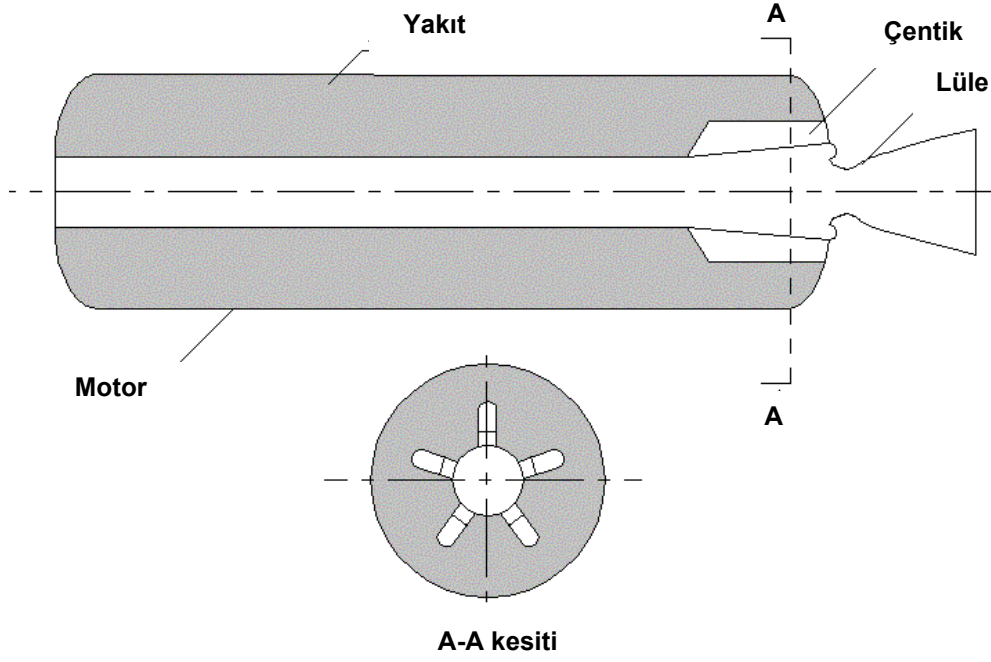


Şekil 6.24 Lüle boğazında hesaplama ağı sıklığının etkileri

### 6.3 İTİCİ ROKET MOTORU

Bu test durumunda itici bir katı yakıtlı roket motorunun kavramsal tasarımı incelenmiştir. Bu tasarımın kavramsal olması nedeniyle sonuçlar daha önce doğrulanmış çözümlerin sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

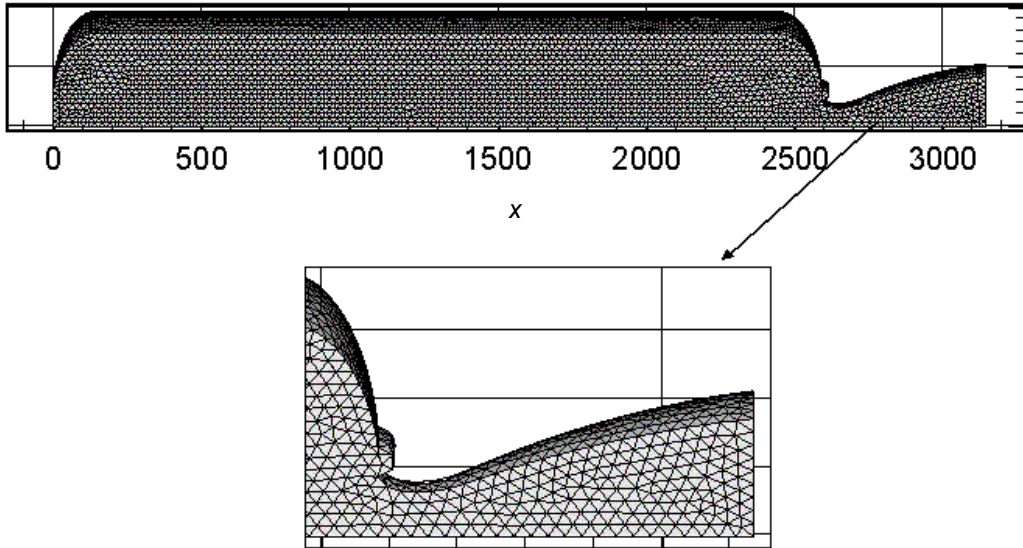
Motorun çapı 400 mm olup uzunluğu 3150 mm'dir. Ateşleme sırasında yüksek basınç elde edebilmek için yakıtın arkasına 5 tane çentik yerleştirilmiştir. Dolayısıyla, yakıt geometrisi aksenal simetrik değildir. Roket ve motor geometrisi Şekil 6.25'te gösterilmiştir.



**Şekil 6.25** İtici roket motoru

İtici roket motorunun geometrik özellikleri ile yakıtın özellikleri Tablo 6.2'de verilmiştir. Çözümde kullanılan hesaplama ağı ise Şekil 6.26'da gösterilmiştir.

İtici roket motorunun ateşlenmesinden 0,5 s sonra oluşan Mach eş eğrileri ve x eksenini boyunca basınç dağılımı sırasıyla Şekil 6.27 ve 6.28'de verilmiştir.

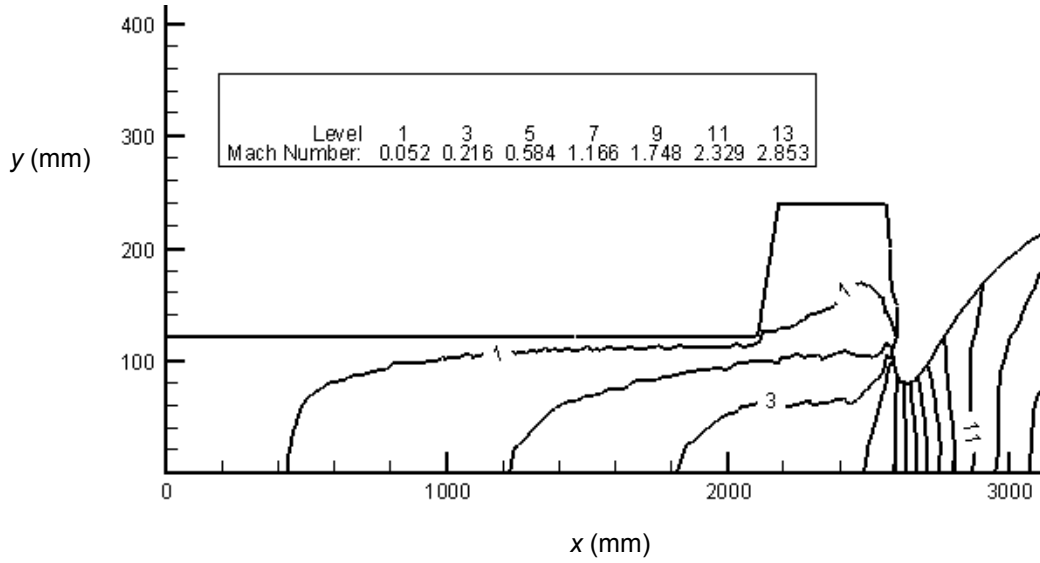


**Şekil 6.26** İtici roket motorunun analizinde kullanılan hesaplama ağı

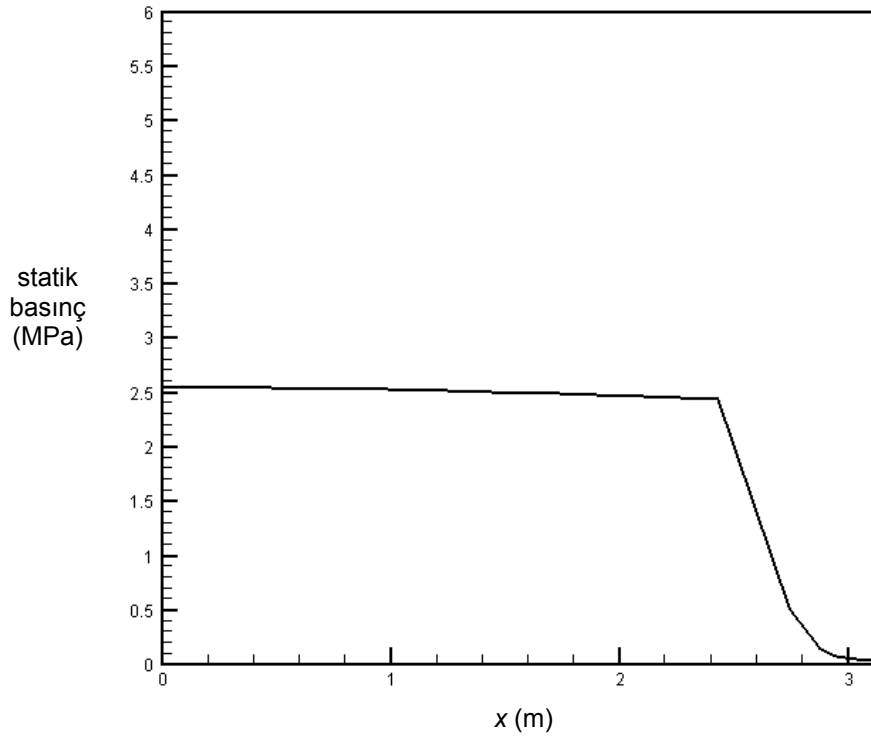


**Tablo 6.2** İtici roket motoru için gerekli girdi parametreleri

<b>Geometrik Özellikler</b>	
Yakıt yarı çapı	397 mm
Yakıt boyu	2.600 mm
Çentikli bölümün uzunluğu	400 mm
Silindirik bölümün uzunluğu	2.200 mm
Çentik sayısı	5
Yıldız genişliği	50 mm
<b>Yakıt Özellikleri</b>	
Alev sıcaklığı	2886 K
Kütle akısı (3 MPa basınçta)	14,0 kg/m <sup>2</sup> s
Kütle akısı (6 MPa basınçta)	17,2 kg/m <sup>2</sup> s
Kütle akısı (9 MPa basınçta)	19,3 kg/m <sup>2</sup> s
Özgül ısı oranı	1,12
Gaz sabiti	325,4 J/kgK

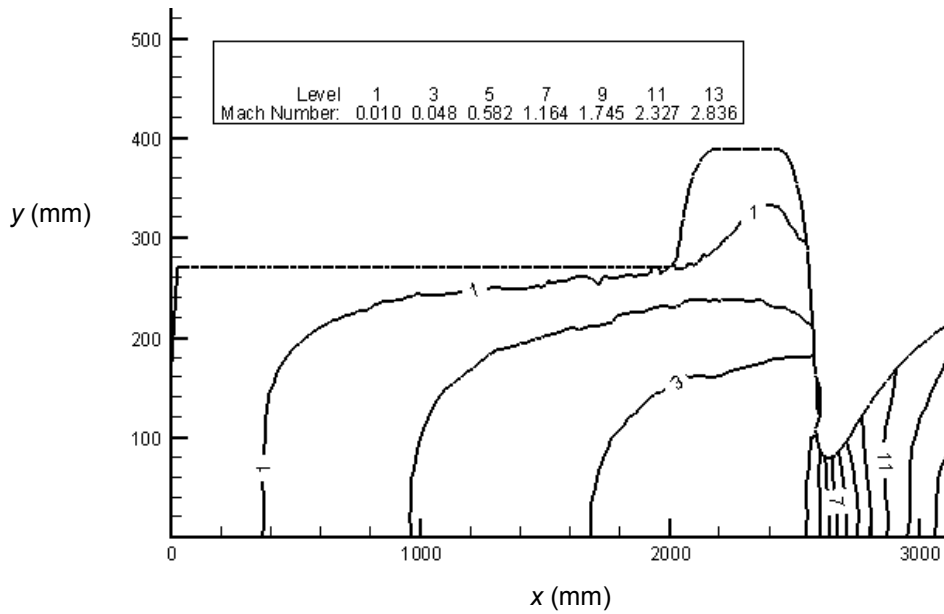


**Şekil 6.27** İtici roket motorunda Mach eş eğrileri (0,5 s sonra)

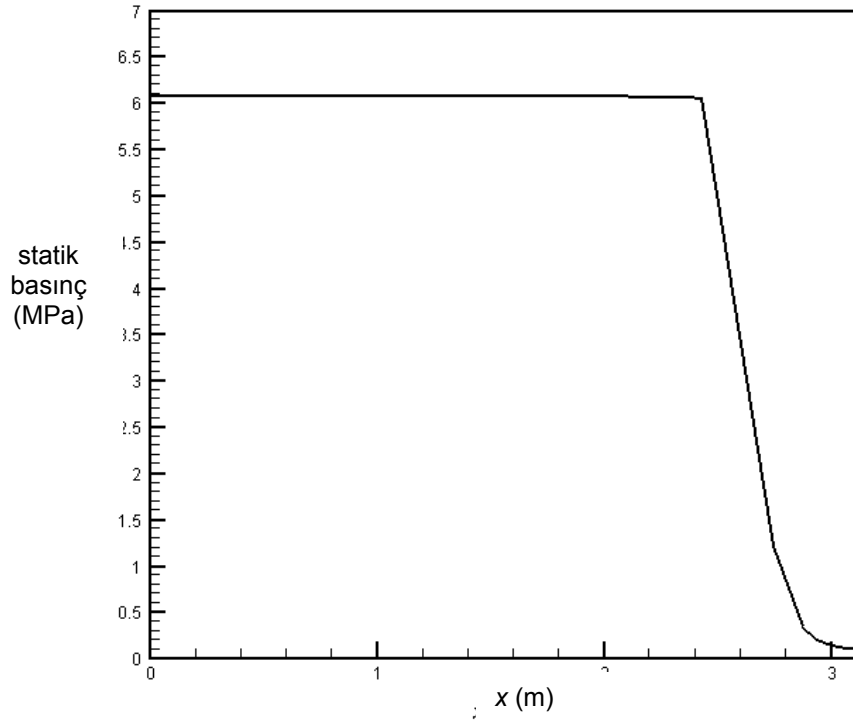


**Şekil 6.28** İtici roket motorunda oluşan x eksenı üzerindeki basınç dağılımı (0,5 s sonra)

İtici roket motorunun ateşlenmesinden 18,18 s sonra oluşan Mach eş eğrileri ve x eksenı boyunca basınç dağılımı sırasıyla Şekil 6.29 ve 6.30'da verilmiştir.

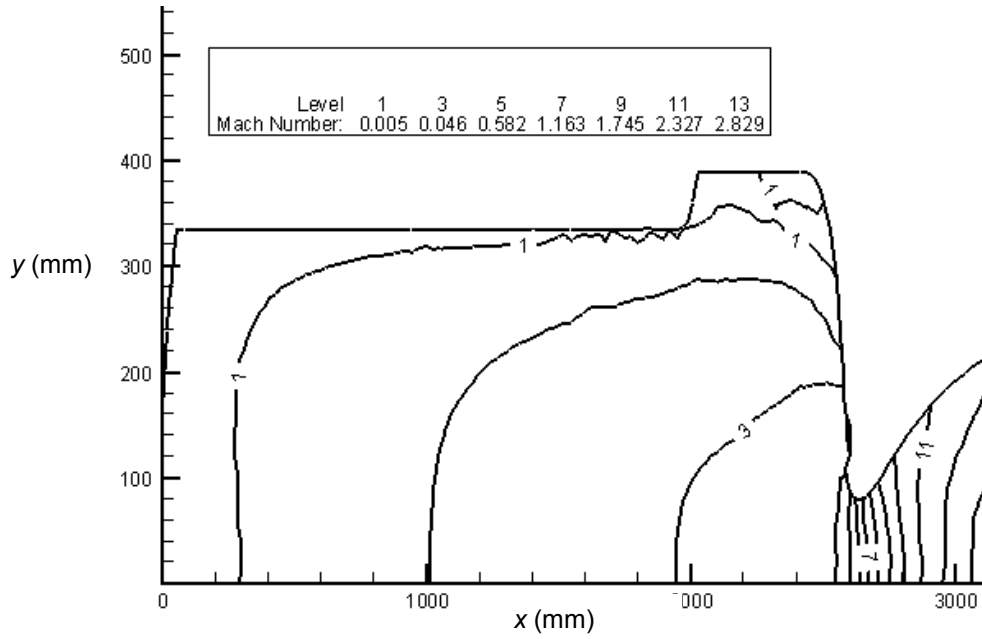


**Şekil 6.29** İtici roket motorunda Mach eş eğrileri (18,18 s sonra)

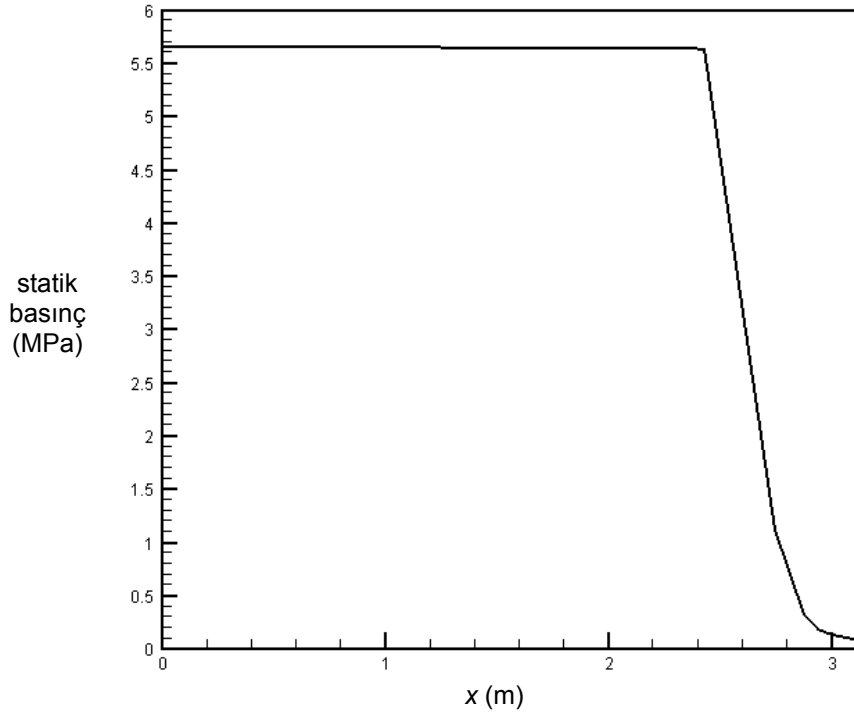


**Şekil 6.30** İtici roket motorunda oluşan x eksenindeki basınç dağılımı (18,18 s sonra)

İtici roket motorunun ateşlenmesinden 24,96 s sonra oluşan Mach eş eğrileri ve x eksenini boyunca basınç dağılımı sırasıyla Şekil 6.31 ve 6.32'de verilmiştir.

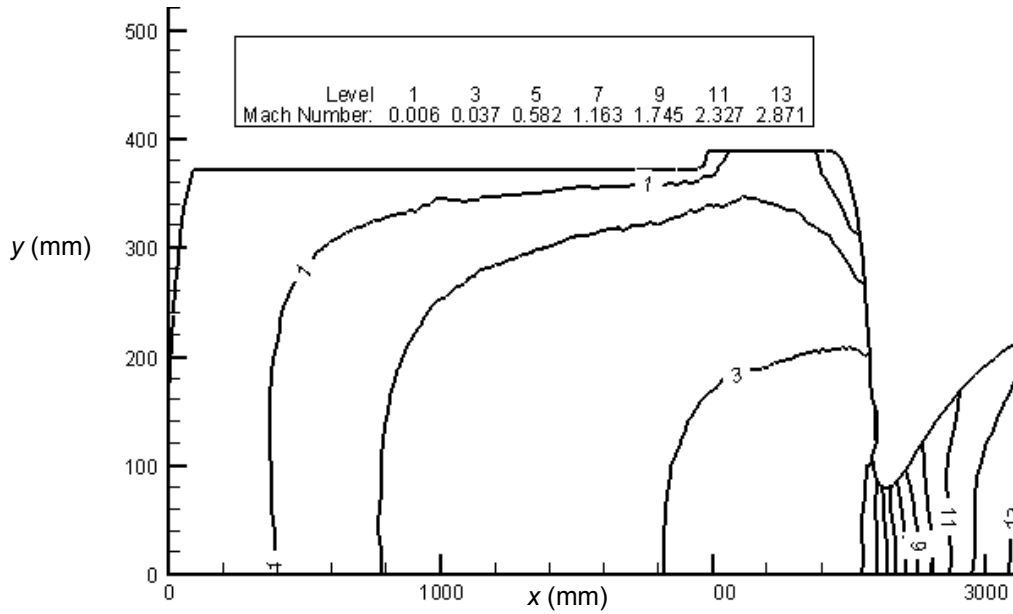


**Şekil 6.31** İtici roket motorunda Mach eş eğrileri (24,96 s sonra)

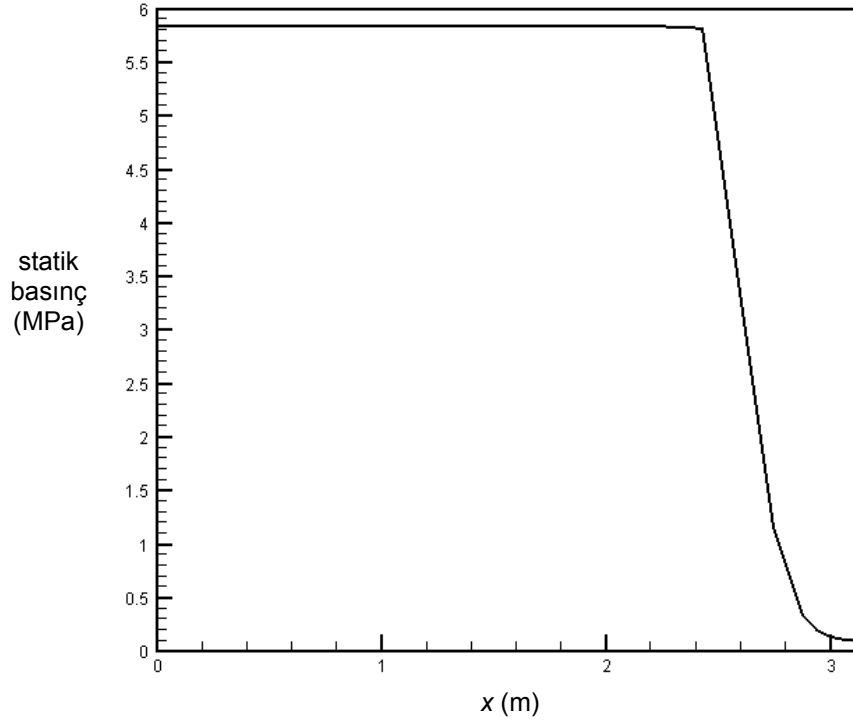


**Şekil 6.32** İtici roket motorunda oluşan x eksenini üzerindeki basınç dağılımını (24,96 s sonra)

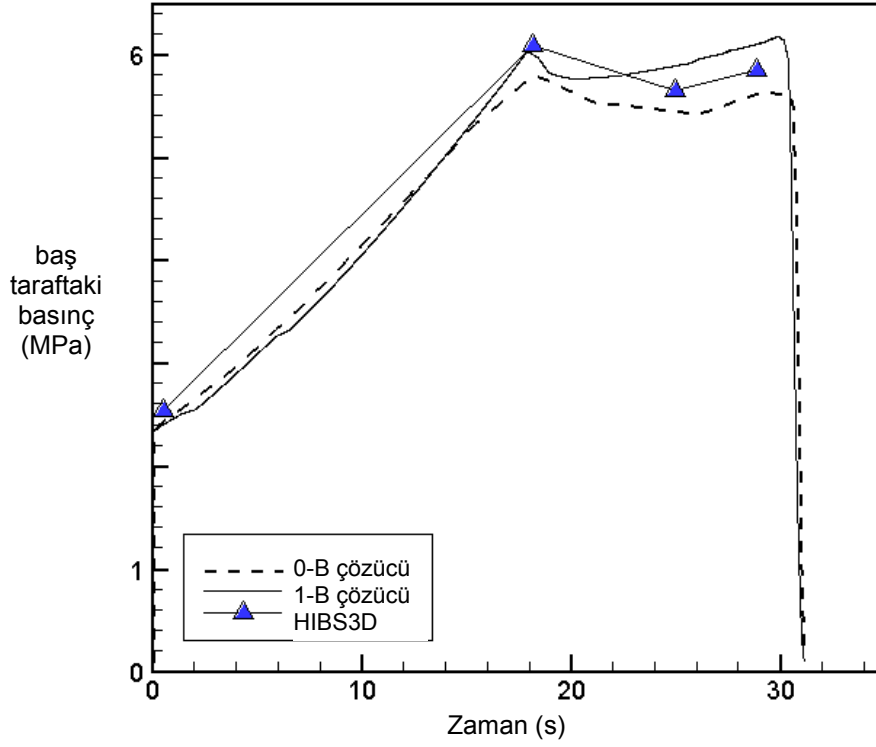
İtici roket motorunun ateşlenmesinden 28,86 s sonra oluşan Mach eş eğrileri ve x eksenini boyunca basınç dağılımını sırasıyla Şekil 6.33 ve 6.34'te verilmiştir.



**Şekil 6.33** İtici roket motorunda Mach eş eğrileri (28,96 s sonra)

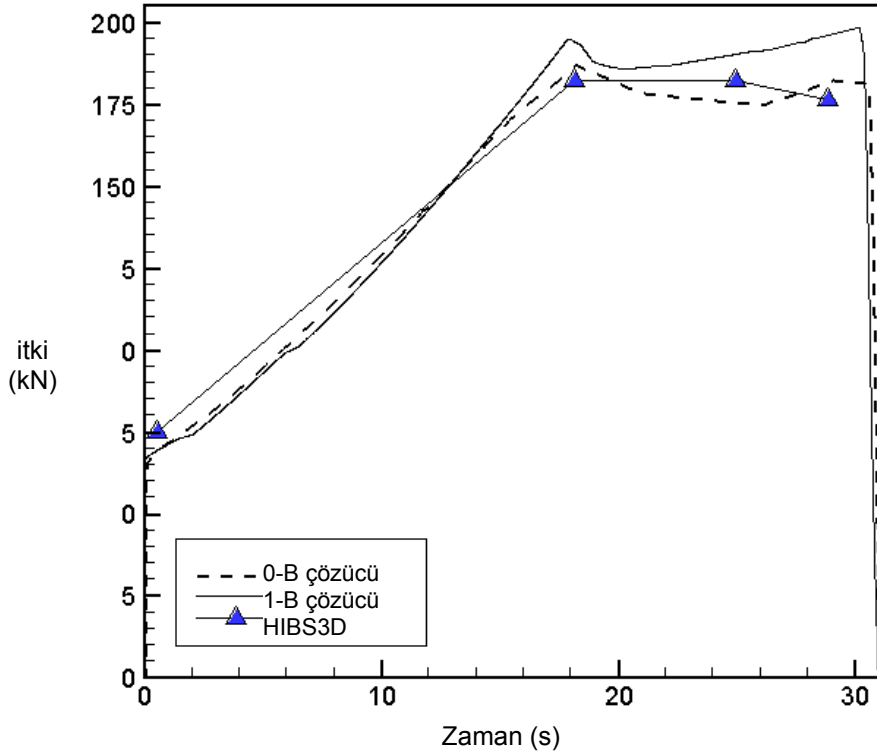


Şekil 6.34 İtici roket motorunda oluşan x eksenindeki basınç dağılımı (28,96 s sonra)



Şekil 6.35 İtici roket motorunun baş tarafındaki basıncın zamana göre değişimi

6C4 test motorunun baş tarafındaki basıncın zamana göre değişimi Şekil 6.35'te gösterilmiştir. Bu şekilde bu çalışma çerçevesinde elde edilen sonuçlar sıfır boyutlu çözücü ve bir boyutlu çözücü sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. İtici roket motorunun verdiği itkinin zamana göre değişimi ise Şekil 6.36'da gösterilmiştir.



**Şekil 6.36** İtici motorunun verdiği itkinin zamana göre değişimi

İtici roket motorunda kullanılan yakıt geometrisi üç boyutlu olduğu için analitik ve iki boyutlu çözümler yanma yüzeyini hassas bir şekilde yakalayamamaktadırlar. Bu motorda şekillendirilmiş bir lüle kullanılarak radyal yöndeki momentum bileşkesi azaltılmıştır. Lüle geometrisinin optimizasyonunda kriter olarak genleşme dalgalarının yakınsadığı noktanın lüle dışında olması istenmiştir. Genleşme dalgaları basınç çıkış şartını kesmekte olup, bu durum lüle içindeki çözümde kararlı bir yakınsama elde edilebilmesi için CFL sayısının düşük alınmasını gerektirmektedir. Genleşme dalgalarının boğazın boğulmuş bölgesinin arkasında oluşmasından sonra CFL sayısının artırılması mümkün olmaktadır.

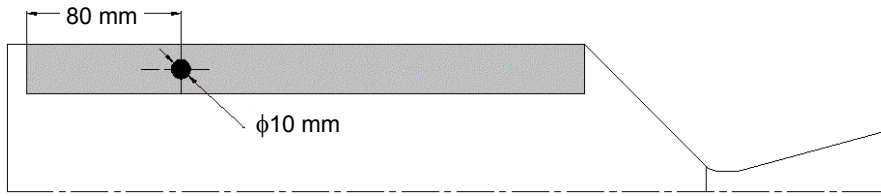
Yanmanın ilk aşamalarında yakıtın silindirik bölümü baskın olduğu için ilerleyen bir performans karakteristiği elde edilmektedir. Buna karşılık, yanmanın son aşamalarında yakıtın arka tarafı baskın hale

gelmektedir. Yanmanın ilerleme bölgesinde aksel simetrik varsayımı geçerli olduğu için bu bölgede elde edilen sonuçların sıfır boyutlu ve bir boyutlu çözümlerden elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir. Ancak, yakıtın arka bölgesinin baskın olmasıyla sonuçlar arasındaki fark açık olarak görülmektedir.

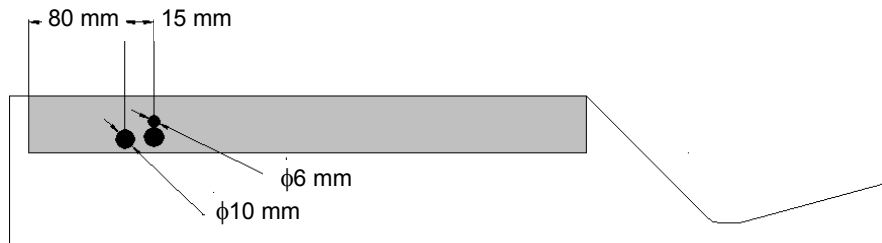
#### 6.4 YAKIT HATALARI

Birleştirilmiş çözücü yakıt içerisindeki boşluk ve çatlak gibi yakıt hatalarını modellemek ve bu hataların yakıt performansına etkisini incelemek için de kullanılabilir.

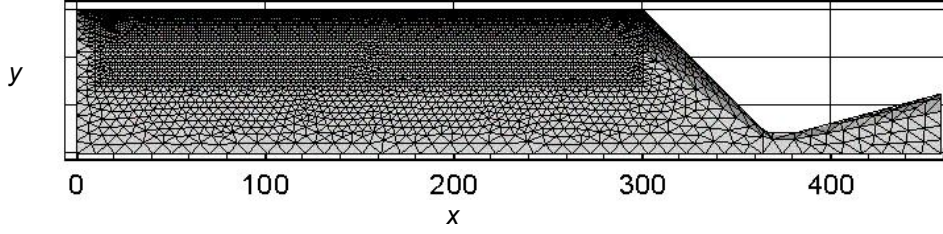
Bu çalışmada yakıt dökümü sırasında yakıt içerisinde kalan hava boşluklarının etkisi incelenmiştir. Hava boşluklarının küresel olduğu varsayılarak iki test durumu incelenmiştir. Yakıt içerisine birinci test durumunda 10 mm çapında bir boşluk, ikinci test durumunda ise 2 adet 10 mm çapında ve bir adette 6 mm çapında olmak üzere 3 adet boşluk yerleştirilmiştir. Yakıtın sekizde birinin modellendiği göz önüne alınırsa, yakıt içerisinde birinci test durumunda 8 boşluk, ikinci test durumunda ise 24 boşluk bulunmaktadır. Birinci ve ikinci test durumları için yakıt geometrisi ve boşlukların yerleri sırasıyla Şekil 6.37 ve 6.38’de verilmiştir. Çözümlerde kullanılan hesaplama ağı ise Şekil 6.39’da gösterilmiştir.



Şekil 6.37 Birinci test durumu için hava boşluklarının yeri

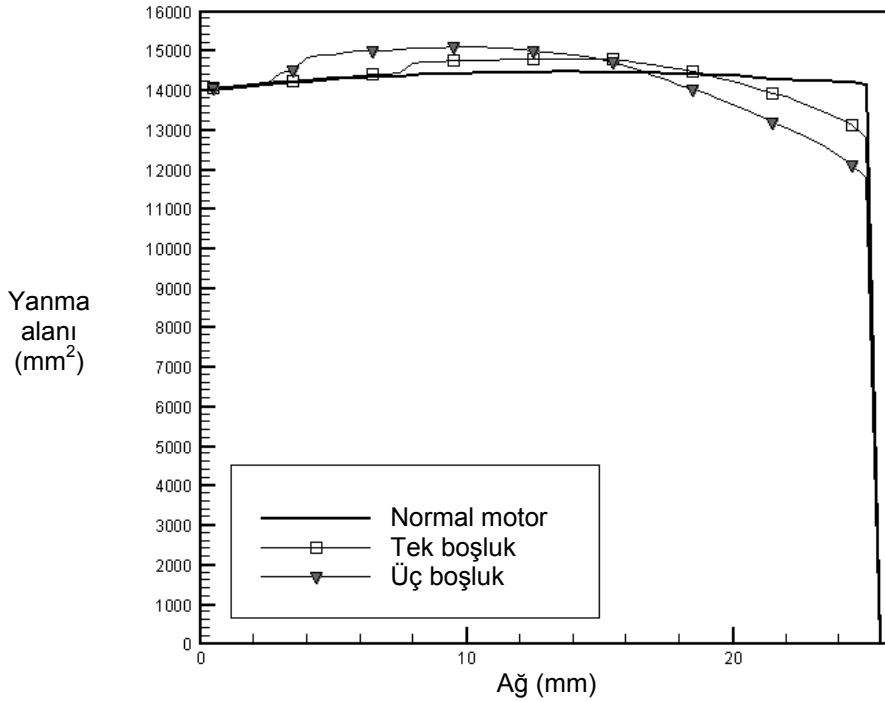


Şekil 6.38 İkinci test durumu için hava boşluklarının yeri



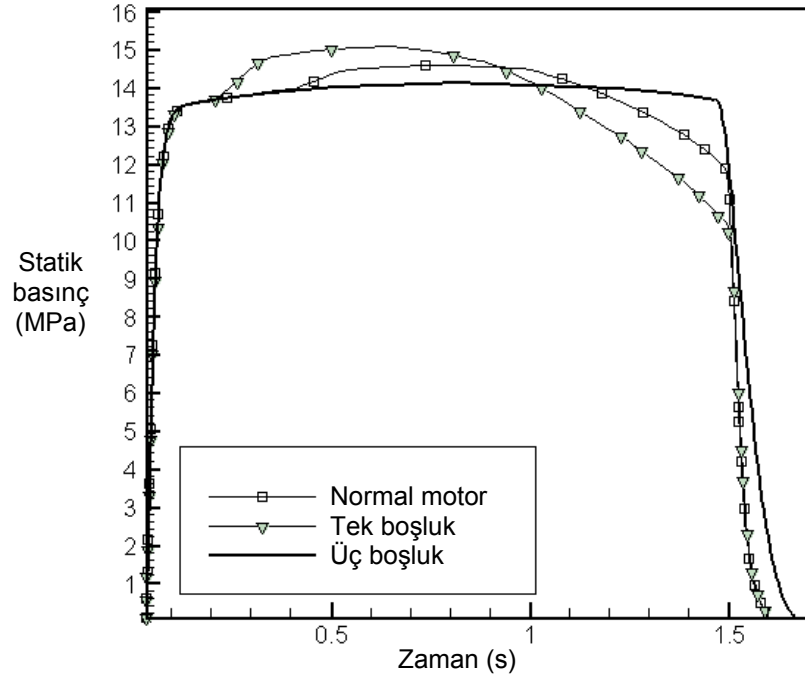
**Şekil 6.39** Birinci ve ikinci test durumları için hesaplama ağı

Birinci ve ikinci test durumları için yanma alanının değişimi Şekil 6.40'ta, basıncın zamana göre değişimi Şekil 6.41'te ve itkinin zamana göre değişimi ise Şekil 6.42'de gösterilmiştir. Yakıt içerisindeki boşluklar yanma alanını ani olarak arttırmakta ve buna bağlı olarak yakıtın basınç ve itki tarihçesini de değiştirmektedir. Birinci ve ikinci test durumları için yanma yüzeyinin zaman içerisindeki değişimi ise sırasıyla Şekil 6.43 ve 6.44'te verilmiştir.

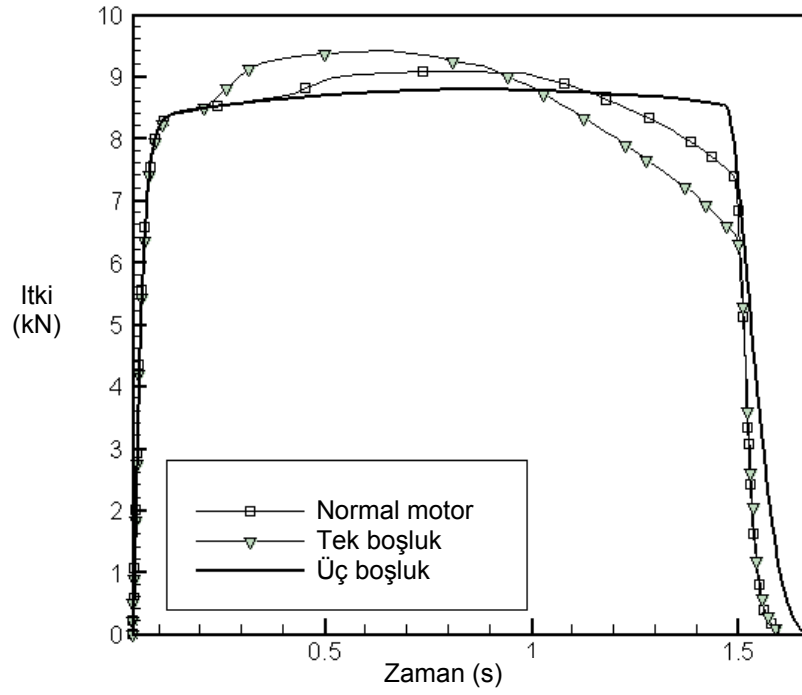


**Şekil 6.40** Birinci ve ikinci test durumları için yanma ağının değişimi

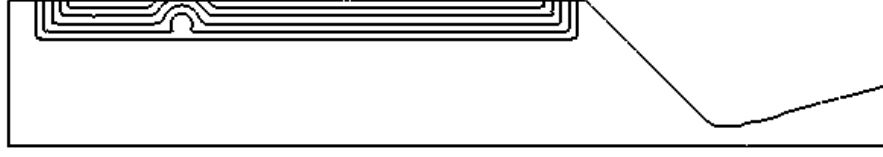




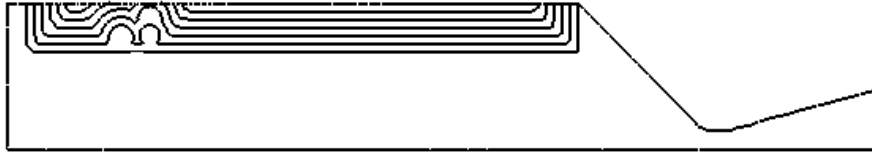
Şekil 6.41 Birinci ve ikinci test durumları için statik basıncın zamana göre değişimi



Şekil 6.42 Birinci ve ikinci test durumları için itkinin zamana göre değişimi



Şekil 6.43 Birinci test durumu için yanma yüzeyinin zaman içerisinde değişimi



Şekil 6.44 İkinci test durumu için yanma yüzeyinin zaman içerisinde değişimi

## 6.5 KAMBURLUK ETKİSİ

Motor borusunun mandrele değdiği noktalarda bağlayıcı yönünden zengin olan bölgeler oluşur. Bunun nedeni, yakıt dökülürken yakıt içerisinde bulunan bağlayıcıların metal yüzeylere yapışmasıdır Davenas (1993). Bağlayıcı yönünden zengin olan bölgeler daha yavaş olarak yanmaktadır. Motorun ön tarafı da döküm sırasında metal bir parça ile kapatıldığı için burada da yanma hızı azalmaktadır. Kamburluk etkisi aşağıdaki bağlantı ile tanımlanabilir.

$$\frac{r_b}{r_o} = f(R, \theta, z) \quad (6.8)$$

Bu denklemde  $r_b$  gerçek yanma hızını,  $r_o$  kamburluk etkisi olmadığı zamanki yanma hızını ve  $f(R, \theta, z)$  kamburluk etkisini kontrol eden bir fonksiyondur. Kamburluk etkisini veren fonksiyon sinus eğrisi şeklinde olup, değeri 0,95 ile 1,05 arasında değişmektedir.

$R$ -yönünde kamburluk fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$f(R) = 1 + 0.05 \sin\left(\frac{2\pi(R - R_i)}{(R_o - R_i)} - \frac{\pi}{2}\right) \quad (6.9)$$

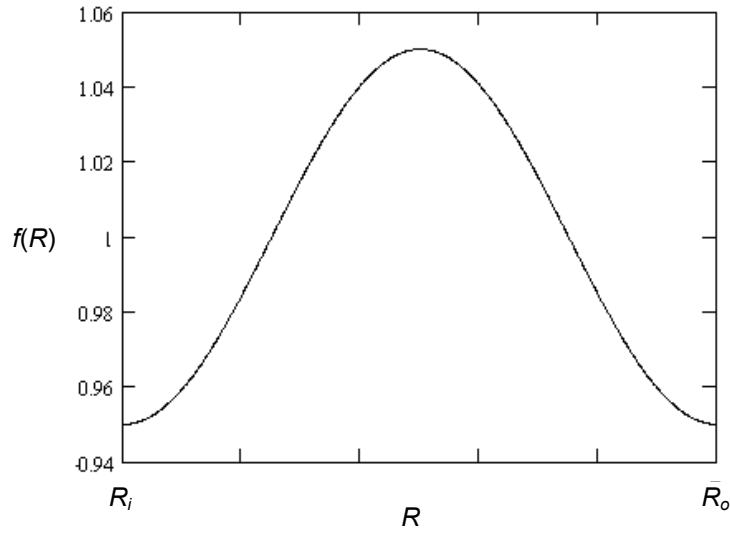
Yukarıdaki denklemde  $R_i$  yakıtın iç yarıçapını,  $R_o$  ise motorun dış yarıçapını göstermektedir.  $Z$ -yönünde ise kamburluk fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$f(z) = 0.95 + 0.025 \left( \sin\left(\frac{\pi z}{R_o - R_i} - \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right) \quad z \leq R_o - R_i \quad (6.10)$$

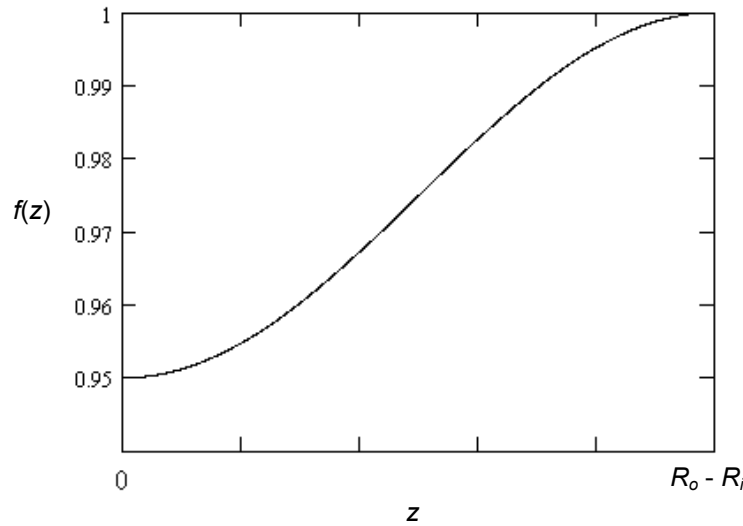
Radyal ve aksenal yöndeki kamburluk parametreleri sırasıyla Şekil 6.45 ve 6.46'da tanımlanmıştır.

6C4 motorunda aksenal yanma hızı tüm motor boyunun sadece % 10'unda etkili olup, en büyük fark  $z = 0$  noktasında % 5'tir. Dolayısıyla, motorun genel performansına etkisi % 5'in altındadır.

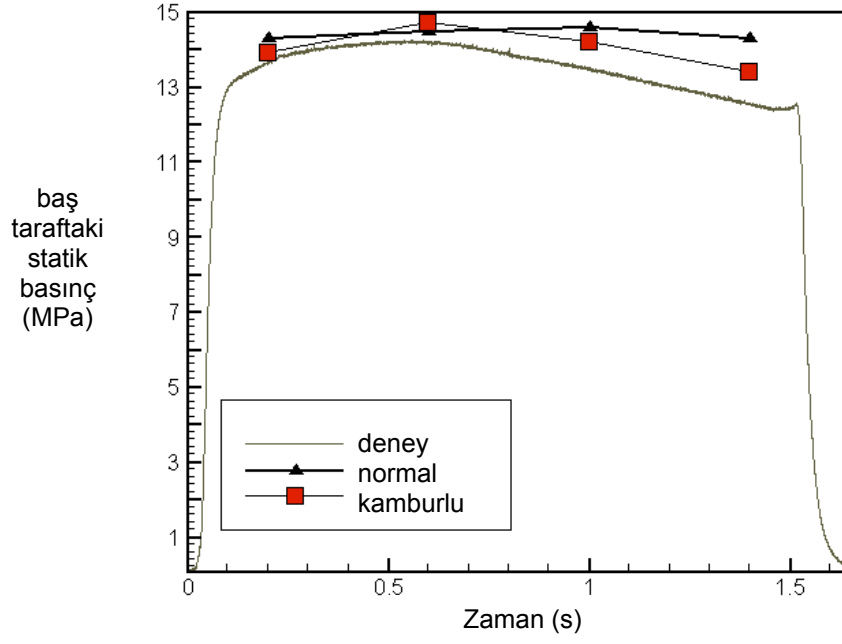
Buna karşılık akış çözümünde radyal yöndeki yanma hızının değişimi etkin olmaktadır. Bu yanma hızındaki değişim tüm motor boyunca etkili olduğu için motorun genel performansında en fazla % 5 oranında bir değişim oluşmaktadır. Motorun baş tarafındaki statik basıncın ve itkinin zamana göre değişimi sırasıyla Şekil 6.47 ve 6.48'de verilmiştir.



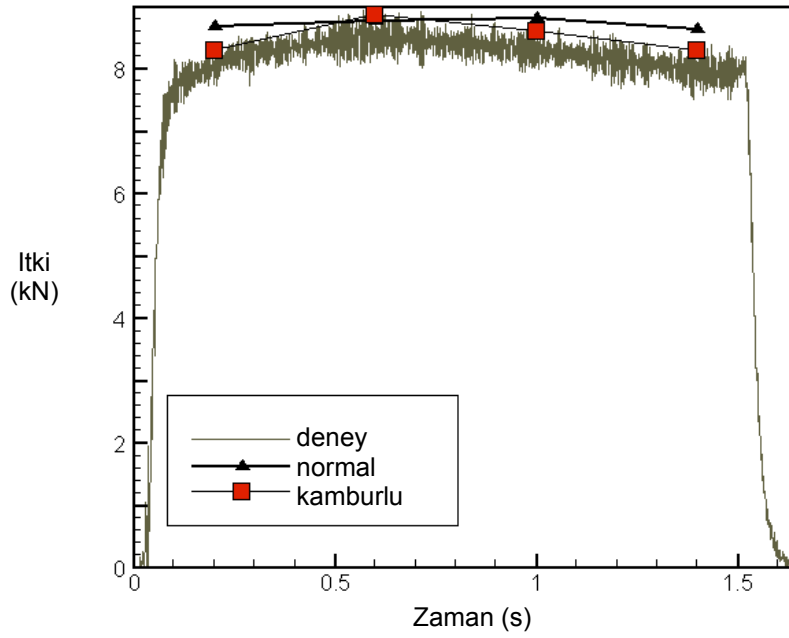
**Şekil 6.45** Kamburluk parametresinin radyal yöndeki değişimi



**Şekil 6.46** Kamburluk parametresinin aksenal yöndeki değişimi



Şekil 6.47 6C4 test motorunun baş tarafındaki statik basınçın kamburluk etkisiyle zamana göre değişimi



Şekil 6.48 6C4 test motorunun verdiği itkinin kamburluk etkisiyle zamana göre değişimi

## BÖLÜM 7

### DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada kullanılan yöntem katı yakıtlı roket motorlarındaki üç boyutlu yakıt gerilemesini modellemek amacıyla geliştirtmesine karşılık tüm hareketli sınır problemlerine uygulanabilmektedir. Arayüz yakalama algoritması olan hızlı ilerleme yöntemi akış çözücüsü ile sıralı olarak çalıştırılmıştır. Bu çalışmadaki hesaplamalardan elde edilen sonuçlar daha önceki çalışmalarla uyumludur.

Arayüz hesaplamaları arayüz yakalama algoritması kullanılarak gerçekleştirildiği için sonuçlar kullanılan hesaplama ağından etkilenmektedir. Eleman sayısının artırılmasıyla daha doğru sonuçlar elde edilebilmesine karşılık bu durum hesaplama zamanının artmasına sebep olmaktadır. Aksi halde arayüz yayılmaya başlamaktadır.

Sınırlarda oluşturulan elemanlar çözüm alanının diğer bölgelerine göre daha küçük olduğu için akış çözücüsü bu elemanların analizi sırasında zaman kaybetmektedir. Sınırdaki bulunan küçük elemanlar her ne kadar algoritma tarafından ortadan kaldırılıyorsa da bu işlem sınırın gerçek pozisyonunda değişikliklere sebep olmaktadır. Problemin ikinci dereceden kapalı (implicit) veya paralel bir çözücü kullanılarak ta çözülmesi mümkündür.

Hesaplama ağı değişmediğinden bir önceki hesaplamadan elde edilen sonuçlar daha sonraki hesaplama için başlangıç şartı olarak kullanılmaktadır. Bu durum yakınsama için gerekli olan hesaplama zamanını önemli ölçüde azaltmaktadır.

Arayüz yakalama yöntemi elemanlar arasındaki bağlantı bilgilerinin saklanmasını gerektirmemektedir. Bundan dolayı, bu çalışmada kullanılan yöntemde yüzeyin parçalanmasından kaynaklı hatalar bulunmamaktadır. Hesaplama ağı sabit olduğu için yakıtla ilgili çatlak, boşluk ve benzeri üretim hataları çözüm öncesinden oluşturulabilmektedir.

Entropi düzeltme şartını kullanan Roe akış çözücüsünün ses civarı akışlarda etkin bir şekilde çalıştığı görülmüştür. Bu akış çözücüsü dört yüzlü elemanlarda etkin olarak kullanılan kesik hücre yöntemine dört yüzlü çözücü hibrid çözücüye dönüştürülerek adapte edilmiştir. Bu hibrid çözücü güvenli olup, doğru notasyon kullanıldığı sürece elde edilen sonuçlar tüm eleman tipleri için doğru sonuçlar vermektedir.

Sonuç olarak, bu çalışma çerçevesinde (i) hızlı ilerleme yöntemi katı yakıtlı roket motorlarında yanma yüzeyini gerilemesini modellenmek için kullanılmış, (ii) hızlı ilerleme yöntemi ve kesik hücre yöntemi dört yüzlü elemanlara uygulanmış ve (iii)  boyutlu akış çözücüsü ile kesik hücre yöntemini kullanan hızlı ilerleme arayüz yakalama yazılımını sıralı olarak çalıştıran birleştirilmış bir çözücü geliştirilmiştir.

Bu alışma çerçevesinde gerçekleştirilen çalışmaları takiben yapılabilecek çalışmalar aşağıda özetlenmiştir.

- (i) Akış zcs paralel hesaplamalara uygun hale getirilebilir.
- (ii) Arayüz yakalama için başlangıç değeri formülasyonu uygulanarak arayüz çözücüsü diğer hareketli sınır problemlerine uygulanabilir.
- (iii) Akış çözücüsüne yanma, türbülans ve iki fazlı akış modelleri eklenebilir.
- (iv) Arayüz yakalama yazılımına ağ adaptasyonu eklenerek arayüzün yayılması engellenerek kullanılan eleman sayısı azaltılabilir.
- (v) Lledeki erozyon modellenebilir.
- (vi) Yapısal analiz ile akış analizi birleştirilerek yakıt ve motor borusu modellenebilir.

## KAYNAKLAR

ADALSTEINSSON, D. and SETHIAN, J. A., The Fast Construction of Extension Velocities in Level Set Methods, *J. of Comp. Phys.* 148, 2-22, (1999).

ADALSTEINSSON, D. and SETHIAN, J. D., Transport and Diffusion of Material Quantities on Propagating Interfaces Via Level Set Methods, *J. of Comp. Phys.*, 185, 271-288, (2003).

ANDERSON, W. K. and BONHAUS, D. L., An Implicit Upwind Algorithm for Computing Turbulent Flows on Unstructured Grids, *Computers & Fluids*, 23, 1-21, (1994).

ALAVILLI, P., TAFTI, D. and NAJJAR, F., The Development of an Advanced Solid-Rocket Flow Simulation: Program ROCFLO, AIAA-2000-0824, (2000).

ALIABADI, S., and TEZDUYAR, T., Stabilized-finite-element / Interface-Capturing Technique for Parallel Computation of Unsteady Flows with Interfaces, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 190, 243-261, (2000).

ASHGRIZ, N. and POO, J. Y., FLAIR-Flux Line Segment Model for Advection and Interface Reconstruction, *J. of Comp. Phys.*, 93, 449-48, (1991).

BARRERE, M., JOUMATTE, A. and VANDENKERKHOVE, J., *Rocket Propulsion*, The Advisory Group for Aeronautical Research and Development of NATO, New York, (1960). Pp: 828.

BARTH, T. J., A 3-D Upwind Euler Solver for Unstructured Meshes, AIAA Paper 91-1548, (1991).

BARTH, T. and SETHIAN J.A., Numerical Schemes for the Hamilton-Jacobi and Level Set Equations on Triangulated Domains, *J. of Comp. Phy.* 145, 1-40, (1998).

BARTH, T. J. and JESPERSEN, D. C., The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes, AIAA Paper 89-0366, (1989).

BRACKBILL, J. U., A Continuum Method for Modeling Surface Tension, *J. of Comp. Phys.*, 100, 335-354, (1992).

BRACKBILL, J. U. and RUPPEL H. M., FLIP: a Method for Adoptively Zoned, Particle-In-Cell Calculations in Two-dimensions, *J. of Comp. Phys.*, 65, 314-343, (1986).

CAMACHO, G. T. and ORTIZ, M., Adaptive Lagrangian Modeling of Ballistic Penetration of Metallic Targets, *Comp. Meth. App. Mech. Eng.*, 142, 269-301, (1997).

- CHRISTODOULOU, K. N. and SCRIVEN, L. E., Discretization of Free Surface Flows and Other Moving Boundary Problems, *J. of Comp. Phys.*, 99, 39-55, (1992).
- CRISTINI, V., BLAWSDEZIEWICZ, J. and LOEWENBERG M., An Adaptive Mesh Algorithm for Evolving Surfaces: Simulations of Drop Break-up and Coalescence, *J. of Comp. Phys.*, 168, 445-463, (2001).
- CRUCHAGA, M., CELENTANO, D. and TEZDUYAR, T., Computation of Mould Filling Processes with a Moving Lagrangian Interface Technique, *Comm. Num. Meth. Eng.*, 18, 483-493, (2002).
- DAI, M. and WANG, H., A Numerical Method for Interface Tracking ILASS 15th Annual Conference on Liquid Atomization and Spray Systems, (2002).
- DAVENAS, A., *Solid Rocket Propulsion Technology*, Pergamon Press, (1993).
- DELANAYE, M., *Polynomial Reconstruction Finite Volume Schemes for the Compressible Euler and Navier-Stokes Equations on Unstructured Adaptive Grids*, (Ph. D. Thesis), The University of Liege, Belgium, (1996).
- DUNN, S. S. and COATS, D. E., 3-D Grain Design and Ballistic Analysis Using the SPP97 Code, AIAA 97-3340, (1997).
- FYFE, D. E., ORAN, E. S. and FRITTS M. J., Surface Tension and Viscosity with Lagrangian Hydrodynamics on a Triangular Mesh, *J. Comput. Phys.*, 76, 349-384, (1988).
- GLIMM, J., GROVE, J. W., LI, X. L. and TAN, D. C., Robust Computational Algorithms for Dynamic Interface Tracking in Three Dimensions, *SIAM J. Sci. Comput.*, 21, 2240-2256, (2000).
- GLIMM, J., GROVE, J. W., LI, X. L., SHYUE, K. M., ZHANG, Q. and ZENG Y., *Three-dimensional Front Tracking*, SIAM J. Sci. Comput., 19, 703-727, (1998).
- GOLDSTEIN, D., HANDLER, R. and SIROVICH, L., Modeling a No-slip Flow Boundary with an External Force Field, *J. of Comp. Phys.*, 105, 354, (1993).
- HASELBACHER, A. And BLAZEK, J., On the Accurate and Efficient Discretisation of the Navier-Stokes Equations on Mixed Grids", *AIAA Journal*, 38, 2094-2102, (2000).
- HEJL, R. J. and HEISTER, S. D., *Solid Rocket Motor Grain Burnback Analysis Using Adaptive Grids*, *J. of Propulsion and Power*, 11, 1006-1011, (1995).
- HIRT, C. W., AMSDEN, A. A. and COOK, J. L., An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Speeds, *J. of Comp. Phys.*, 227-253, (1974).
- HIRT, C. W. and NICHOLS, B. D., Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries, *J. of Comp. Phys.*, 39, 201-225, (1981).
- HOU, T. Y., Numerical Solutions to Free Boundary Problems, *Acta Numerica*, 335-415, (1995).



- HYMAN, J. M., *Numerical Methods for Tracking Interfaces*, *Physica D*, 12, 396-407, (1984).
- JAMESON, A., Solution of the Euler Equations for Two-Dimensional Transonic Flow by a Multigrid Method," Princeton Uni., MAE Report No. 1613, (1983).
- JAMESON, A. and BAKER, T. J., Multigrid Solutions of the Euler Equations for Aircraft Configurations, AIAA Paper 84-0093, AIAA 22<sup>nd</sup> Aerospace Sciences Meeting, Nevada, (1984).
- JAMESON, A., SCHMIDT, W. and TURKEL, E., "Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time Stepping Schemes", AIAA Paper 81-1259, 14<sup>th</sup> Fluid and Plasma Dynamics Conference, California, (1981).
- JOHNSON, R. A. and BELK, D. M., Multi-grid Approach to Overset Grid Communication, *AIAA J.*, 33, 2305, (1995).
- JURIC, D. and TRYGGVASON, G., A Front Tracking Method for Dendritic Solidification, *J. of Comp. Phys.*, 123, 127-148, (1996).
- KANO, S. and KAZUHIRO, N., Navier Stokes Computations of HSCT Off Design Aerodynamics Using Unstructured Hybrid Grids, AIAA Paper No. 98-0232,(1998).
- KELECY, F. J. and PLETCHER, R. H., The Development of a Free Surface Capturing Approach for Multidimensional Free Surface Flows in Closed Containers, *J. of Comp. Phys.*, 138, 939-980, (1997).
- KIM, J., KIM, D. and CHOI, H., An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulations of Flow in Complex Geometries, *J. of Comput. Fluids*, 171, 132-150, (2001).
- KIMMEL, R. and SETHIAN, J. A., *Computing Geodesic Paths on Manifolds*, Proc. Nat. Academy Sci., (1997).
- KOBAYASHI, R., Modeling and Numerical Simulation of Dendritic Crystal Growth, *Physica D*, 3, 410-423, (1993).
- KOBAYASHI, R., WARREN, J. A. and CARTER W. C., A Continuum Model of Grain Boundaries, *Physica D*, 140, 141-150, (2000).
- KOHNO, H. and TANAHASHI, T., Numerical Analysis of Moving Interfaces Using a Level Set Method Coupled with Adaptive Mesh Refinement, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 45, 921-944, (2004).
- LE BRETON, P. and RIBEREAU, D., Casting Process Impact on Small-Scale Solid Rocket Motor Ballistic Performance, *J. of Propulsion and Power*, 18, 1211-1217, (2002).
- MACCORMACK, R. W., and PAULLAY, A. J., Computational Efficiency Achieved by Time Splitting of Finite Difference Operators, AIAA Paper, 72-154, SanDiego, (1972).

MCDONALD, P. W., The Computation of Transonic Flow Through Two-Dimensional Gas Turbine Cascades, ASME Paper, 71-GT-89, (1971).

MONAGHAN, J. J., *Simulating Free Surface Flows with SPH*, J. of Comp. Phys., 110, 399-406, (1994).

MARONNIER, V., PICASSO, M. and RAPPAZ, J., "Numerical Simulation of Three-dimensional Free Surface Flows", Int. J. Num. Meth. Fluids, 42, 697-716, (2003).

NAKAYAMA T., MORI M., "An Eulerian Finite Element Method for Time-dependent Free Surface Problems in Hydrodynamics" Int. J. Num. Meth. Fluids, vol: 22, pp. 175-194, (1996).

NI, R. H., "A Multiple-Grid Scheme for Solving the Euler Equations", *AIAA Journal*, 20, 1565-1571, (1982),

OKAMOTO, T. and KAWAHARA, M., Two-dimensional Sloshing Analysis by Lagrangian Finite Element Method, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 11, 453-477, (1990).

OSHER, S. and FEDKIW, R. P., *Level Set Methods: An overview and Some Recent Results*, J. of Comp. Phys., 169, 463-502, (2001).

OSHER, S. and SETHIAN, J. A., Fronts Propagating with Curvature Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations, *J. of Comp. Phys.*, 79, 12-49, (1988).

PESKIN, C. S., *The Dynamics of Heart Valves: Experimental, Theoretical and Computational Methods*, Ann. Rev. Fluid Mech., 14, 235, (1982).

POPINET, S. and ZALESKI, S., A Front Tracking Algorithm for Accurate Representation of Surface Tension, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 30, 775-793, (1999).

PUCKETT, E. G., ALMGREN, A. S., BELL, J. B., MARCUS, D. L. and RIDER W. J., A High Order Projection Method for Tracking Fluid Interfaces in Variable Density Compressible Flows, *J. of Comp. Phys.*, 130, 269-282, (1997).

RIDER, W. J. and KOTHE, D. B., Reconstructing Volume Tracking, *J. of Comp. Phys.*, 141, 112-152, (1998).

RIZZI, A., Damped Euler-Equation Model to Compute Transonic Flow Around Wing-Body Combinations, *AIAA Journal*, 20, 1321-1328, (1982).

RUDMAN, M., Volume Tracking Methods for Interfacial Flow Calculations, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 24, 671-691, (1997).

SAINTOUT, E., RIBERAU, D. and PERRIN, P., *ELEA: A Tool for 3D Surface Regression Analysis in Propellant Grains*", AIAA Paper No.89-2782, (1989).

- SCARDOVELLI, R. and ZALESKI, S., *Interface Reconstruction with Least-Square Fit and Split Eulerian-Lagrangian Advection*, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 41, 251-274, (2003).
- SETHIAN, J. A., *Fast Marching Methods and Level Set Methods for Propagating Interfaces*, VKI Lecture Series, 3, (1998).
- SETHIAN J. A., *Level Set Methods and Fast Marching Methods*, Cambridge University Press, 2<sup>nd</sup> ed., (1999).
- SETHIAN, J. A. and VLADIMIRSKY, A., *Fast Methods for the Eikonal and Related Hamilton Jacobi Equations on Unstructured Meshes*, *PNAS*, 97, 5699-5703, (2000).
- SHAROV, D. and NAKAHASHI, K., Reordering of 3D Hybrid Unstructured Grids for Vectorized LUSGS Navier Stokes Calculations, AIAA Paper 97-2102, (1997).
- SHAROV, D. and NAKAHASHI, K., *Low Speed Preconditioning and LUSGS Scheme for 3D Viscous Flow Computations on Unstructured Grids*, AIAA Paper No. 98-0614, (1998).
- SHIN, S. and JURIC, D., Modeling Three-dimensional Multiphase Flow Using a Level Contour Reconstruction Method for Front Tracking without Connectivity, *J. of Comp. Physics*, 180, 427-470, (2002).
- SHYY, W., UDAYKUMAR, H. S., RAO, M. and SMITH, R., *Computational Fluid Dynamics with Moving Boundaries*, Taylor & Francis, (1996).
- SMOLIANSKI A., *Finite Element/Level-Set/Operator-Splitting (FELSOS) Approach for Computing Two-Fluid Unsteady Flows with Free Moving Interfaces*, (Doktora Tezi), Institute of Mathematics, University of Zurich, (1998).
- STONE, M. W., A Practical Mathematical Approach to Grain Design, *Jet Propulsion*, 236-244, (1958).
- SUKUMAR, N., CHOPP, D. L. and MORAN, B., Extended Finite Element Method and Fast Marching Method for Three-dimensional Fatigue Crack Propagation, *Eng. Fracture Mech.*, 70, 29-48, (2003).
- SUSSMAN, M., SMEREKA, P. and OSHER, S., A Level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-phase Flows, *J. Comput. Phys.*, 114, 14-149, (1994).
- SUTTON, G. P., *Rocket Propulsion Elements*, New York, (1992). Pp: 361.
- TOMARO, R. F., STRANG, W. Z. and SANKAR, L. N., An Implicit Algorithm for Solving Time Dependent Flows on Unstructured Grids, AIAA Paper No. 97-0333, (1997).
- TORRES, D. J. and BRACKBILL, J. U., The Point-set Method: Front Tracking without Connectivity, *J. Comput. Phys.*, 165, 620-644, (2000).

- TRYGGVASON, G., BUNNER, B., ESMAEELI, A. and JURIC D., A Front Tracking Method for the Computations of Multiphase Flow", *J. of Comp. Phys.*, 169-2, 708-759, (2001).
- UDAYKUMAR, H. S., MITTAL, R. and SHYY, W., Computation of Solid-Liquid Phase Fronts in the Sharp Limit on Fixed Grids, *J. of Comp. Phys.*, 153, 535-574, (1999).
- UDAYKUMAR, H. S., SHYY, W. and RAO, M. M., ELAFINT-A Mixed Eulerian-Lagrangian Method for Fluid Flows with Complex and Moving Boundaries, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 22, 691, (1996).
- UNVERDI, S. O. and TRYGGVASON, G., A Front Tracking Method for Viscous, Incompressible, Multi-fluid Flows, *J. of Comp. Phys.*, 100, 25-37, (1992).
- VENKATAKRISHNAN, V., On the Accuracy of Limiters and Convergence to Steady State Solutions, AIAA Paper No. 93-0880, (1993).
- VENKATAKRISHNAN, V., Convergence to Steady State Solutions of Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters, *J. of Comp. Phys.*, 118,120-130, (1995).
- WINPRESS, R. N., *Internal Ballistics of Solid-Fuel Rockets*, McGraw-Hill Book Company, New York, (1950). Pp: 214.
- YANG, G., CAUSON, D. M. and INGRAM, D. M., Calculation of Compressible Flows about Complex Moving Geometries Using a Three-dimensional Cartesian Cut Cell Method, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 33, 1121-1151, (2000).
- YOON, S and JAMESON, A., A Multigrid LU-SSOR Scheme for Approximate Newton-Iteration Applied to the Euler Equations, NASA CR-17954, (1986).
- YORK, A. R., SULSKY, D. and SCHREYER, H. L., The Material Point Method for Simulation of Thin Membranes, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 44, 1429-1456, (1999)
- ZARDA, P. R., Computer Aided Propulsion Burn Analysis, Martin Marietta Electronics and Missile Group, AIAA Paper No 88-3342, (1988).

## BÜTÇE RAPOR

Kurulu Adı : 104M429 Katı Yakıtlı Roket Motorlarında Üç Boyutlu Yakıt Gerilemesi ile Akı ın Modellenmesi  
Cari Yıl : 2005

HESAP KODU	GELİR HESAP ADI	TUTAR	HESAP KODU	GİDER HESAP ADI	TUTAR	KALAN
800.01.1.6.01	Ödül ve kramiyeler	4.500,00	830.01.1.6.01	Ödül ve kramiyeler	4.500,00	0,00
800.03.2.9.90	Diğer Tüketim Mal ve Malzemesi Alımları	2.500,00	830.03.2.9.90	Diğer Tüketim Mal ve Malzemesi Alımları	2.496,34	3,66
800.03.7.2.01	Bilgisayar Yazılım Alımları ve Yapımları	3.000,00	830.03.7.2.01	Bilgisayar Yazılım Alımları ve Yapımları	3.000,00	0,00
800.06.1.2.90	Diğer Makine Teçhizat Alımları	6.000,00	830.06.1.2.90	Diğer Makine Teçhizat Alımları	6.000,00	0,00
800.07.1.5.90	Diğer	2.300,00	830.07.1.5.90	Diğer	2.298,00	2,00
	TOPLAM	18.300,00		TOPLAM	18.294,34	5,66

## YARDIMCI DEFTER

Kurulu Adı : Katı Yakıtlı Roket Motorlarında Üç Boyutlu Yakıt Gerilemesi ile Akı ın Modellenmesi  
 Cari Yıl : 2005  
 Ba langıç Hesap Kodu : 800 Ba langıç Tarihi : 01.01.2005  
 Biti Hesap Kodu : 9 Biti Tarihi : 25.08.2008

800. BÜTÇE GEL R HESAPLARI				3.000,00	21.300,00
800.01. PERSONEL G DERLER				0,00	4.500,00
800.01.1. MEMURLAR				0,00	4.500,00
800.01.1.6. Ödül ve kramiyeler				0,00	4.500,00
800.01.1.6.01. Ödül ve kramiyeler				0,00	4.500,00
F NO	YEV M YE NO	F AÇIKLAMA	DURUM	BORÇ	ALACAK
15		2008-1.donem Fi i	Onaylı	0,00	4.050,00
16		2008-1-Ek Ödenek Fi i	Onaylı	0,00	450,00
800.03. MAL VE H ZMET ALIM G DERLER				3.000,00	8.500,00
800.03.2. TÜKET ME YÖNEL K MAL VE MALZEME ALIMLARI				3.000,00	5.500,00
800.03.2.9. Di er Tüketim Mal ve Malzemesi Alımları				3.000,00	5.500,00
800.03.2.9.90. Di er Tüketim Mal ve Malzemesi Alımları				3.000,00	5.500,00
F NO	YEV M YE NO	F AÇIKLAMA	DURUM	BORÇ	ALACAK
2		2.donem Fi i	Onaylı	0,00	5.500,00
10		2005-2-Fasıl Aktarım Fi i	Onaylı	2.000,00	0,00
14		2005-2-Fasıl Aktarım Fi i	Onaylı	1.000,00	0,00
800.03.7. MENKUL MAL,GAYR MADD HAK ALIM, BAKIM VE ONARIM G DERLER				0,00	3.000,00
800.03.7.2. Gayri Maddi Hak Alımları				0,00	3.000,00
800.03.7.2.01. Bilgisayar Yazılım Alımları ve Yapımları				0,00	3.000,00
F NO	YEV M YE NO	F AÇIKLAMA	DURUM	BORÇ	ALACAK
10		2005-2-Fasıl Aktarım Fi i	Onaylı	0,00	2.000,00
14		2005-2-Fasıl Aktarım Fi i	Onaylı	0,00	1.000,00
800.06. SERMAYE G DERLER				0,00	6.000,00
800.06.1. MAMUL MAL ALIMLARI				0,00	6.000,00
800.06.1.2. Büro ve yeri Makine Teçhizat Alımları				0,00	6.000,00
800.06.1.2.90. Di er Makine Teçhizat Alımları				0,00	6.000,00
F NO	YEV M YE NO	F AÇIKLAMA	DURUM	BORÇ	ALACAK
2		2.donem Fi i	Onaylı	0,00	6.000,00

## YARDIMCI DEFTER

Kurulu Adı : Katı Yakıtlı Roket Motorlarında Üç Boyutlu Yakıt Gerilemesi ile Akı ın Modellenmesi  
 Cari Yıl : 2005  
 Ba langıç Hesap Kodu : 800 Ba langıç Tarihi : 01.01.2005  
 Biti Hesap Kodu : 9 Biti Tarihi : 25.08.2008

800.07. SERMAYE TRANSFERLER				0,00	2.300,00
800.07.1. YURT Ç SERMAYE TRANSFERLER				0,00	2.300,00
800.07.1.5. Di er Sermaye Transferleri				0,00	2.300,00
800.07.1.5.90. Di er				0,00	2.300,00
F NO	YEVMIYE NO	F AÇIKLAMA	DURUM	BORÇ	ALACAK
5		2006-1.donem Fi i	Onaylı	0,00	2.300,00
830. BÜTÇE G DER HESAPLARI				18.294,34	0,00
830.01. PERSONEL G DERLER				4.500,00	0,00
830.01.1. MEMURLAR				4.500,00	0,00
830.01.1.6. Ödül ve kramiyeler				4.500,00	0,00
830.01.1.6.01. Ödül ve kramiyeler				4.500,00	0,00
F NO	YEVMIYE NO	F AÇIKLAMA	DURUM	BORÇ	ALACAK
17		PT ÖDEMES	Onaylı	4.500,00	0,00
830.03. MAL VE H ZMET ALIM G DERLER				5.496,34	0,00
830.03.2. TÜKET ME YÖNEL K MAL VE MALZEME ALIMLARI				2.496,34	0,00
830.03.2.9. Di er Tüketim Mal ve Malzemesi Alımları				2.496,34	0,00
830.03.2.9.90. Di er Tüketim Mal ve Malzemesi Alımları				2.496,34	0,00
F NO	YEVMIYE NO	F AÇIKLAMA	DURUM	BORÇ	ALACAK
11		HALUK AKSEL AVANSI MAHSUBU	Onaylı	48,00	0,00
18		.	Onaysız	2.448,34	0,00
830.03.7. MENKUL MAL,GAYR MADD HAK ALIM, BAKIM VE ONARIM G DERLER				3.000,00	0,00
830.03.7.2. Gayri Maddi Hak Alımları				3.000,00	0,00
830.03.7.2.01. Bilgisayar Yazılım Alımları ve Yapımları				3.000,00	0,00
F NO	YEVMIYE NO	F AÇIKLAMA	DURUM	BORÇ	ALACAK
11		HALUK AKSEL AVANSI MAHSUBU	Onaylı	1.952,00	0,00
18		.	Onaysız	1.048,00	0,00
830.06. SERMAYE G DERLER				6.000,00	0,00
830.06.1. MAMUL MAL ALIMLARI				6.000,00	0,00

## YARDIMCI DEFTER

Kurulu Adı : Katı Yakıtlı Roket Motorlarında Üç Boyutlu Yakıt Gerilemesi ile Akı ın Modellenmesi  
Cari Yıl : 2005  
Ba langıç Hesap Kodu : 800 Ba langıç Tarihi : 01.01.2005  
Biti Hesap Kodu : 9 Biti Tarihi : 25.08.2008

830.06.1.2. Büro ve yeri Makine Teçhizat Alımları				6.000,00	0,00
830.06.1.2.90. Di er Makine Teçhizat Alımları				6.000,00	0,00
F NO	YEVMIYE NO	F AÇIKLAMA	DURUM	BORÇ	ALACAK
3		TETRA B LG.LTD. T .	Onaylı	6.000,00	0,00
830.07. SERMAYE TRANSFERLER				2.298,00	0,00
830.07.1. YURT Ç SERMAYE TRANSFERLER				2.298,00	0,00
830.07.1.5. Di er Sermaye Transferleri				2.298,00	0,00
830.07.1.5.90. Di er				2.298,00	0,00
F NO	YEVMIYE NO	F AÇIKLAMA	DURUM	BORÇ	ALACAK
6		KL MA(KURUM H SSES )	Onaylı	1.885,00	0,00
12		OKYANUS F RMASINDAN PERDE ALIM	Onaylı	413,00	0,00



**TÜBİTAK**  
**PROJE ÖZET BİLGİ FORMU**

<b>Proje No:</b> 104M429
<b>Proje Başlığı:</b> Katı Yakıtlı Roket Motorlarında Üç Boyutlu Yakıt Gerilemesi ile Akışın Modellenmesi
<b>Proje Yürütücüsü ve Araştırmacılar:</b> Prof. Dr. M. Halûk AKSEL, Makina Yük. Müh. Korhan ÇOŞKUN, Dr. Atılgan TOKER, Dr. Tuğrul TINAZTEPE
<b>Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:</b> Makina Mühendisliği Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, 06531 Ankara
<b>Destekleyen Kuruluş(ların) Adı ve Adresi:</b>
<b>Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:</b> 1 Temmuz 2005 – 1 Temmuz 2008
<b>Öz (en çok 70 kelime)</b> <p>Roket motoru içerisindeki katı yakıtın geriye doğru yanması ve motor ile lüle içerisindeki iç akış modellenmiştir. Katı yakıtın geriye doğru yanması hızlı ilerleme yöntemi ile üç boyutlu sabit bir dört yüzlü hesaplama ağı üzerinde Eikonal tipi denklemler çözülerek belirlenmiştir. Yanmış gazların üç boyutlu akışı, Euler denklemleri kullanılarak çözülmüştür. Bu nedenle, yakıt gerilemesini izleyen ve akışı çözen yazılımlar birbirlerini takip ederek çalıştırılmaktadır. Yazılımlardan elde edilen sonuçlar gerçek roket ateşleme verileri ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır.</p>
<b>Anahtar Kelimeler:</b> Katı Yakıtlı Roket Motoru, Yakıt Gerilemesi, Euler Denklemleri, Sayısal Akışkanlar Dinamiği, Sonlu Hacim Yöntemi
<b>Projeden Yapılan Yayınlar:</b> Bu proje çerçevesinde gerçekleştirilen çalışmaları içeren makale Science Citation Index tarafından taranan Journal of Propulsion and Power isimli dergiye yayınlanmak üzere gönderilme aşamasındadır.