1997_14/13

DUP

TÜBİTAK

TÜRKİYE BİLİMSEL VE
TEKNİK ARAŞTIRMA KURUMU

THE SCIENTIFIC AND TECHNICAL
RESEARCH COUNCIL OF TURKEY

Makina, Kimyasal Teknolojiler, Malzeme ve İmalat Sistemleri Araştırma Grubu

Mechanical Engineering, Chemical Technologies, Material Sciences and Manufacturing Systems Research Grant Committee

ROBOT DİNAMİĞİ LİNEERİZASYON VE BASİTLEŞTİRME YÖNTEMLERİNİN GELİŞTİRİLMESİ VE İMAL EDİLMİŞ BİR ROBOTA UYGULANARAK İRDELENMESİ

PROJE NO : MODİSA - 4

DOÇ. DR. REŞİT SOYLU

DOÇ. DR. TUNA BALKAN

Y. MÜH. ALİ SARRAFİ

ÖNSÖZ

Bu proje MODİSA 4 proje numarası ile TÜBİTAK tarafından desteklenmiştir.

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTELERİ

ŞEKİL LİSTELERİ

ÖZ

Bu projede bir robot kolun hareket denklemlerini sembolik olarak veren bir program geliştirilmiştir. Bu denklemler Lagrange eşitliği kullanılarak türetilmekte olup, gerekli bilgisayar zamanı robotun kinematiğinde ilk olarak Lipkin ve Duffy tarafından kullanılan bir notasyonu geliştirerek kullanmak suretiyle büyük ölçüde azaltılmıştır. Ayrıca, bir manipülatörün lineerliğini (veya nonlineerliğini) ölçebilmek amacıyla Lineerlik Endeksi (LE) isimli yeni bir ölçüt tanımlanmıştır. Bu endeks robotun lineerlik derecesinin sayısal bir ölçütüdür. Lineerlik endeksi kavramını kullanarak tamamiyle (veya olabildiğince) lineer robotlar tasarlamak mümkündür.

Proje kapsamında ayrıca ODTÜ-ASELSAN robotunu simüle edebilmek için bir benzetim programı da geliştirilmiştir. Bu program kullanılarak Lineerlik Endeksi ile robotun lineer bir kontrol algoritmasının denetimi altındaki performansı arasındaki ilişki incelenmiştir. ODTÜ-ASELSAN robotunun dinamik parametreleri deneysel olarak elde edilmeye çalışılmış ve son olarak da söz konusu robotun ikinci ve üçüncü uzuvlarının dinamik parametrelerini değiştirebilmek için bir aparat tasarlanarak robota monte edilmiştir.

Anahtar Sözcükler : Robot Dinamiği, Robot Tasarımı, Lineerizasyon, Benzetim.

ABSTRACT

In this project, a computer code, which yields the equations of motion of a robot manipulator in closed-form, has been developed. These equations are derived using the Lagrange's method. The CPU time and memory requirements have been extensively reduced by extending the kinematic notation developed by Lipkin and Duffy and by using it in the kinematics of the robot. A novel measure, called Linearity Number, has been defined to quantify the linearity (or nonlinearity) of any robot manipulator. Using this new concept, it is possible to design robots which are fully linear, or as linear as the design constraints allow.

A simulation software has also been developed to simulate the motion of the ODTÜ-ASELSAN robot. Using this program, the relation between the Linearity Number and the performance of the robot (when a lineer control algorithm is implemented) has been investigated. An experimental method has been implemented to determine the dynamic parameters of the ODTÜ-ASELSAN robot. Finally, a detachable device (which modifies the dynamic parameters of the second and third links) has been designed and installed on the robot.

Key Words : Dynamics of Robots, Design of Robots, Linearization, Simulation.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Bilindiği gibi, robot kolların etkin bir biçimde kontrol edilebilmesi için manipülatörün hareket denklemlerine gereksinim vardır. Bu denklemler kullanılarak: (i) Geliştirilen bir kontrol algoritmasının performansını robotun hareketini bilgisayarda benzetim yaparak test etmek; (ii) İleri beslemeli kontrol algoritmalarında robot kolun tutacının istenen bir yörüngeyi izleyebilmesi için gerekli nominal motor torklarını hesaplamak mümkündür. Her ne kadar hareket denklemlerini bilgisayar kullanmadan, elle türetmek mümkün ise de, gerekli işlemlerin çok uzun olması ve hata yapma olasılığının yüksek olması nedeniyle, bu yöntem serbestlik derecesi ikiden çok olan robotlar için pratik olmamaktadır.

Hareket denklemlerini sembolik veya nümerik olarak elde etmek mümkündür. Bu denklemlerdeki değişik terimlerin ağırlıklı etkilerini görebilmek ve bu çalışmada da görüleceği gibi robot kolun dinamik parametrelerinin tasarımlarını gerçekleştirebilmek için hareket denklemlerini kapalı formda elde etmek daha yararlı olmaktadır.

İleri beslemeli kontrol algoritmalarında tutacın istenen bir yörüngeyi izleyebilmesi için gereken nominal motor torklarının reel zamanda (on line) hesaplanması gerekmektedir. Bu nedenle, hareket denklemlerinin basitleştirilmesi veya mümkünse lineerize edilmesi (böylece lineer kontrol algoritmalarının etkin bir biçimde kullanılabilmesi) önem kazanmaktadır. Asada [1983] robotun genelleştirilmiş atalet matrisinin sabit ve diagonal olabilmesi için birtakım şartlar önermiş, Park ve Cho [1987, 1991] ise robotun enerji denklemlerini kullanarak hareket denklemlerinin bir ölçüde de olsa sadeleştirilebileceğini göstermişlerdir. Bir diğer çalışmada da, Yang ve Tzeng [1986] yine enerji denklemlerini kullanarak, birtakım robotların hareket denklemlerinin lineerize edilebileceğini göstermişlerdir.

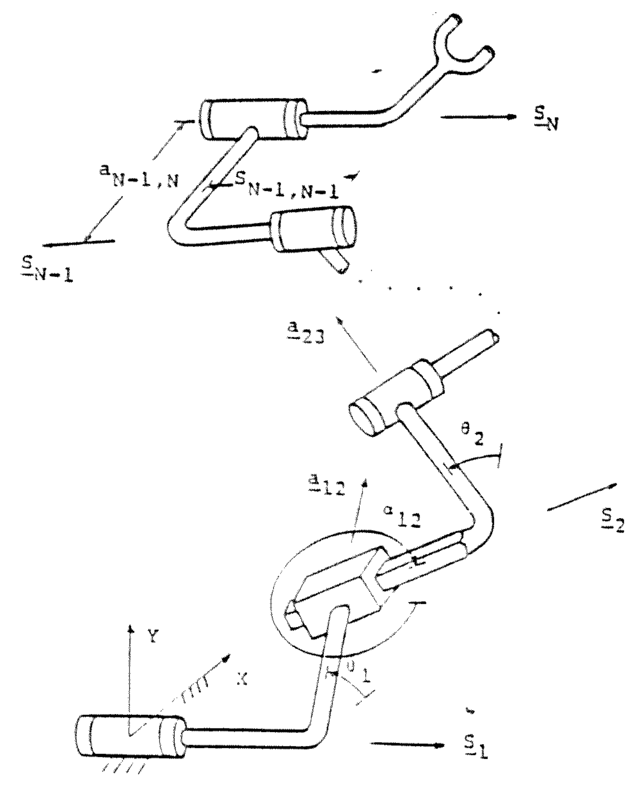
Bu çalışmanın amaçları altı ana başlık altında toplanabilir: (i) Herhangi bir robotun hareket denklemlerini kapalı formda veren bir bilgisayar programının geliştirilmesi; (ii) Verilen bir robotun "ne kadar lineer olduğunu" belirleyen bir ölçüt geliştirilmesi; (iii) Bir robotun dinamik parametrelerinin hareket denklemlerini olabildiğince lineer yapacak şekilde seçilmesi; (iv) Robot simülasyonu için bir program geliştirilmesi; (v) ODTÜ - ASELSAN robotunun dinamik parametrelerinin belirlenmesi; (vi) ODTÜ - ASELSAN robotunun dinamik parametrelerinin bir aparat yardımıyla değiştirilmesi.

BÖLÜM 2

HAREKET DENKLEMLERİNİN OTOMATİK OLARAK ELDE EDİLMESİ VE LİNEERİZASYONU

2.1. Kinematik Notasyon

Şekil 2.1'de gösterilen N serbestlik dereceli manipülatörde S_i (i = 1, 2, ..., N) vektörleri eklem eksenlerine paralel birim vektörleri simgelemektedir. $\mathbf{a}_{ij}$ vektörleri de birim uzunlukta olup, S_i ve S_j vektörlerine dik olarak tanımlanmışlardır. Şimdi, ghij artan sırada 4 ardışık tamsayıyı simgelesin. S_h ($\mathbf{a}_{gh}$) ve S_i ($\mathbf{a}_{hi}$) arasındaki açı α_{hi} (θ_h) ile gösterilmekte olup, S_h ($\mathbf{a}_{gh}$) 'den S_i ($\mathbf{a}_{hi}$) 'ye doğru sağ el kuralı kullanılarak $\mathbf{a}_{hi}$ (S_h) etrafında ölçülmektedir. S_{hh} (a_{hi}) uzunluğu, $\mathbf{a}_{gh}$ ve $\mathbf{a}_{hi}$ (S_h ve S_i) vektörlerinin üzerinde bulunduğu doğruların arasındaki en kısa mesafe olarak tanımlanmaktadır.



Şekil 2.1. N Serbestlik Dereceli Manipülatör.

uzuv olarak numaralandıralım. Ayrıca, i uzvuna da $[B_i]$ eksen takımını sabitlediğimizi varsayalım. Bu eksen takımının x, y ve z eksenleri sırasıyla $\mathbf{a}_{ij}$, $\mathbf{b}_{ij}$ ($\equiv \mathbf{S}_i \times \mathbf{a}_{ij}$) ve $\mathbf{S}_i$ vektörlerine paralel olup, O_i orijini ise $S_{ii}\,\mathbf{S}_i$ vektörünün ucunda yer alacaktır. Diğer bir deyişle, O_i orijini $\mathbf{S}_i$ ve $\mathbf{a}_{ij}$ vektörlerinin üzerinde yer aldığı doğruların kesişim noktasında olacaktır.

$[B_i]$ eksen takımını, birinci, ikinci ve üçüncü sütunları sırasıyla $\mathbf{a}_{ij}$, $\mathbf{b}_{ij}$ ve $\mathbf{S}_i$ vektörlerinden oluşan bir rotasyon matrisi olarak göstermek mümkündür. Bu durumda, herhangi iki $[B_{...}]$ eksen takımı arasındaki ilişkiyi simgeleyen $[M_{...}]$ rotasyon matrislerinin elemanları Duffy [1980] tarafından geliştirilmiş ve Lipkin [Lipkin H. ve Duffy J., 1985] tarafından genişletilmiş bir kinematik notasyon kullanılarak kolaylıkla elde edilebilir. Söz konusu rotasyon matrislerinin tanımları aşağıda verilmiştir.

$$[M_i] \equiv [B_h]^T\,[B_i] \tag{2.1}$$

$$[M_{ij}] \equiv [B_h]^T\,[B_j] \tag{2.2}$$

.
.
.

$$[M_{ijklmn}] \equiv [B_h]^T\,[B_n] \tag{2.3}$$

.
.
.

Burada,

$$[M_i] = [\alpha_{hi}]\,[\theta_i] \equiv \begin{bmatrix} P_i & U_i & 0 \\ Q_i & V_i & -s_{hi} \\ R_i & W_i & c_{hi} \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

$$[M_{ij}] = [\alpha_{hi}]\,[\theta_i]\,[\alpha_{ij}]\,[\theta_j] \equiv \begin{bmatrix} P_{ij} & U_{ij} & X_i \\ Q_{ij} & V_{ij} & Y_i \\ R_{ij} & W_{ij} & Z_i \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

.
.
.

$$[M_{ijklmn}] = [\alpha_{hi}]\,[\theta_i] \ldots [\alpha_{mn}]\,[\theta_n]$$

$$\equiv \begin{bmatrix} P_{ijklmn} & U_{ijklmn} & X_{ijklm} \\ Q_{ijklmn} & V_{ijklmn} & Y_{ijklm} \\ R_{ijklmn} & W_{ijklmn} & Z_{ijklm} \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

ve

$$[\alpha_{hi}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{hi} & -s_{hi} \\ 0 & s_{hi} & c_{hi} \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

$$[\theta_i] = \begin{bmatrix} c_i & -s_i & 0 \\ s_i & c_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

olarak tanımlanmış olup, $c_{hi} = \cos(\alpha_{hi})$, $s_{hi} = \sin(\alpha_{hi})$, $c_i = \cos(\theta_i)$, $s_i = \sin(\theta_i)$ 'dir. Burada, [M] matrislerinin elemanları olan P, Q, R, U, V, W, X, Y ve Z terimleri Lipkin-Duffy (LD) notasyonunun [Lipkin H. ve Duffy, J., 1985] elemanları olup, tanımları Ek 1'de verilmiştir. Burada, söz konusu bütün elemanların indekslerinin artan sırada olduğuna dikkat edilmelidir.

Öte yandan, eksilen indeksli LD notasyonunun elemanları da, sol eksen takımları olan $[D_{...}]$ koordinat sistemleri arasındaki ilişkileri belirleyen $[M_{...}]$ matrislerinin elemanlarından benzer bir şekilde türetilebilir. Örneğin, $[D_n]$ eksen takımı, sütunları $\mathbf{a}_{mn}$, $\mathbf{d}_{mn}$ ($\equiv \mathbf{a}_{mn} \times \mathbf{S}_n$) ve $\mathbf{S}_n$ 'den oluşan bir rotasyon matrisi olarak tanımlanmaktadır.

LD elemanlarının düallerinin tanımları Ek 1'de verilmiştir. Örneğin, X_{456} teriminin düali $\Delta(X_{456})$ veya X_{0456} olarak gösterilebilmektedir. Δ operatörü Ek 1'de tanımlanmıştır.

2.2. Lagrange Formülasyonu

N serbestlik dereceli bir manipülatörün hareket denklemleri Lagrange denklemleri kullanılarak

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial E}{\partial q_j} + \frac{\partial U}{\partial q_j} = \tau_j \qquad j = 1, 2, ..., N \tag{2.9}$$

şeklinde elde edilebilir. Burada, q_j, τ_j, t, E ve U sırasıyla j'inci eklem değişkenini, j'inci tahrik elemanı torkunu (veya kuvvetini), zamanı, robotun kinetik ve potansiyel enerjilerini simgelemektedir. Öte yandan, kinetik ve potansiyel enerjiler ise

$$E = \sum_{j=1} E_j = \sum_{j=1} \frac{1}{2} [\mathbf{w}_j [J_j] \mathbf{w}_j + m_j \mathbf{V}_j \mathbf{V}_j + 2 (\mathbf{MS}_j) (\mathbf{V}_j x \mathbf{w}_j)] \quad (2.10)$$

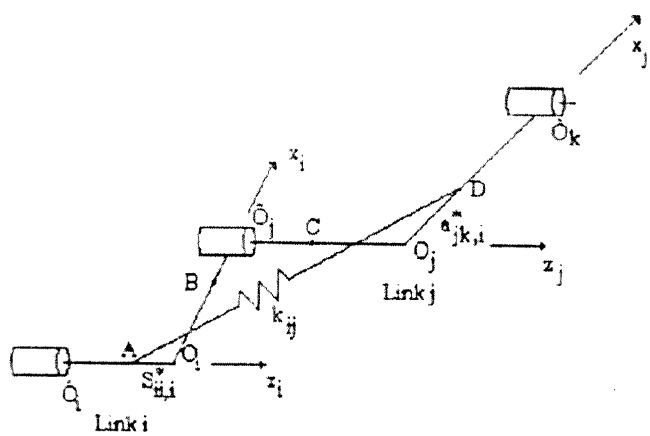
ve

$$U = \sum U_{sp} + \sum_{j=1}^{N} U_j = \sum U_{sp} - \sum_{j=1}^{N} [\mathbf{g}^T [m_j \mathbf{P}_j + [A_j] \mathbf{MS}_j)] \quad (2.11)$$

şeklinde [Gautier, M. ve Khalil, W., 1990] ifade edilebilir. Yukarıdaki eşitliklerde kullanılan notasyon aşağıda açıklanmıştır.

E_j : j'inci uzvun kinetik enerjisi
U_j : j'inci uzvun potansiyel enerjisi (yerçekiminden dolayı)
U_{sp} : j'inci uzvun potansiyel enerjisi (yaylardan dolayı)
m_j : j'inci uzvun kütlesi
$[x_j, y_j, z_j]^T$: j'inci uzvun ağırlık merkezinin pozisyon vektörü ($[B_j]$ eksen takımında ifade edilmiş)
$\mathbf{MS}_j$: $[m_j x_j, m_j y_j, m_j z_j]^T$
$[J_j]$: j'inci uzvun $[B_j]$ eksen takımında ifade edilmiş eylemsizlik tensörü
V_j : j uzvu üzerindeki O_j orijinin hızı ($[B_j]$ eksen takımında ifade edilmiş)
w_j : j uzvunun açısal hızı ($[B_j]$ eksen takımında ifade edilmiş)
$\mathbf{g}$: yerçekimi ivmesi vektörü ($[B_j]$ eksen takımında ifade edilmiş)
$\mathbf{P}_j$: O_j orijinin pozisyon vektörü ($[B_j]$ eksen takımında ifade edilmiş)
$[A_j]$: $[B_j]$ eksen takımının $[B_{N+1}]$ eksen takımına göre olan açısal konumunu tanımlayan rotasyon matrisi

(2.11) no'lu eşitlikten de görüleceği üzere, manipülatörün potansiyel enerjisinde yaylardan dolayı olan enerji de gözönüne alınmıştır. Söz konusu yaylar lineer olup, robotun komşu herhangi iki uzvu arasına yerleştirilebilmektedir (Bkz. Şekil 2.2). Böylece, sistemin statik olarak balanslanabilmesi için yaylardan yararlanılmak istenmesi durumunda da, dinamik denklemleri elde etmek mümkün olmaktadır.



Şekil 2.2. İki Komşu Uzvu Bağlayan Yay.

Yayın herhangi bir andaki uzunluğu ve serbest uzunluğu l ve l_o ile gösterilecek olursa, yaydaki enerji

$$U_{sp} = \frac{1}{2}\, k\, (l^2 - 2\, l_o l + l_o^2) \tag{2.12}$$

olarak ifade edilebilir. Öte yandan, yayın bağlanma şekline göre l uzunluğu

$$l = |\mathbf{AD}| = \sqrt{a_{ij}^2 + S_{ii,i}^{*2} + a_{jk,i}^{*2} + S_{jj}^2 + 2\,(a_{ij} a^*_{jk,i} c_j + S^*_{ii,i} S_{jj} c_{ij} + S^*_{ii,i} a^*_{jk,i} s_{ij} s_j)} \tag{2.13}$$

$$l = |\mathbf{AC}| = \sqrt{a_{ij}^2 + (S_{jj} - S^*_{jj,i})^2 + S_{ii,i}^{*2} + 2\, S^*_{ii,i} c_{ij} (S_{jj} - S^*_{jj,i})} \tag{2.14}$$

$$l = |\mathbf{BC}| = \sqrt{(a_{ij} - a^*_{ij,i})^2 + (S_{jj} - S^*_{jj,i})^2} \tag{2.15}$$

veya

şeklinde elde edilebilir. Burada, $S_{ii} = |\hat{O}_i O_i|$, $a_{ij} = |O_i \hat{O}_j|$, $S_{jj} = |\hat{O}_j O_j|$, $a_{jk} = |O_j \hat{O}_k|$ olarak tanımlanmıştır.

Açıkca görüleceği üzere, yayın serbest uzunluğunun sıfır olmaması durumunda U_{sp} (ve dolayısıyla hareket denklemleri) nonlineer olacaktır. Bu yüzden, yay kullanılması durumunda, yayların serbest uzunluğunun sıfır olmasına dikkat edilmelidir. Pratikte bu tür yayların imali mümkündür (Bkz. Nathan, R.H., 1985; Streit, D.J. ve Gilmore, B.J., 1989).

2.3. Hareket Denklemleri

Robot hareket denklemlerinin kapalı formda yazılması durumunda bu denklemler çok uzun olmaktadır. Örneğin, 6 serbestlik dereceli ve sadece döner eklemlerden oluşan bir robotun hareket denklemlerinin yaklaşık olarak 250 basılı sayfa tutacağı bilinmektedir [Khosla, P.K., 1989]. Denklemlerin bu kadar uzun olması, hem türetilme sırasında bilgisayar zamanı ve bellek problemlerine yol açmakta, hem de sonuçta elde edilen denklemlerin kullanımında sorunlar çıkmaktadır. Bu nedenle, hareket denklemlerinin daha kısa olarak ve daha kolay bir şekilde elde edilebilmesi için bu çalışmada iki değişik önlem alınmıştır.

Önlem 1: Bilindiği gibi, robotun herhangi bir uzvunun dinamik özelliklerinin belirlenebilmesi için

$$I_j = (XX_j, XY_j, XZ_j, YY_j, YZ_j, ZZ_j, MX_j, MY_j, MZ_j, m_j)^T \tag{2.17}$$

vektörü ile tanımlanabilen 10 değişik parametreye gereksinim vardır. Bu parametreler, $[J_j]$ eylemsizlik tensörünün 6 elemanı [yani j uzvunun x, y ve z eksenlerine (XX_j, YY_j ve ZZ_j) ve xy, xz ve yz düzlemlerine (XY_j, XZ_j ve YZ_j) göre olan eylemsizlik momentleri], $MX_j \equiv m_j x_j$, $MY_j \equiv m_j y_j$, $MZ_j \equiv m_j z_j$ ve j'inci uzvun kütlesi olan m_j'dir. Böylece N serbestlik dereceli bir robotta 10N adet dinamik parametre bulunacaktır. Öte yandan, hareket denklemlerinde bu parametrelerin bir kısmı hiç gözükmemekte; bir kısmı ise, lineer olarak guruplanabilmektedir. Sadece robot eklemlerinin tiplerine bakılarak denklemlerde hiç yer almayan veya guruplanabilen parametreleri bir algoritma aracılığıyla belirlemek mümkündür [Gautier, M. ve Khalil, W., 1990]. Örneğin, j eklemi bir döner eklem ise, YY_j, MZ_j ve m_j j'inci ve (j-1)'inci uzvun dinamik parametrelerinin içinde yer alacak şekilde, aşağıdaki tanımlarda verildiği üzere gruplanabilmektedir.

$$
\begin{aligned}
XXR_{j-1} &= XX_{j-1} + YY_j + 2S_{jj}\,MZ_j + S_{jj}^2\,m_j \\
XYR_{j-1} &= XY_{j-1} + a_{ij}\,s_{ij}\,MZ_j + a_{ij}\,S_{jj}\,s_{ij}\,m_j \\
XZR_{j-1} &= XZ_{j-1} - a_{ij}\,c_{ij}\,MZ_j - a_{ij}\,S_{jj}\,c_{ij}\,m_j \\
YYR_{j-1} &= YY_{j-1} + c_{ij}^2\,YY_j + 2S_{jj}\,c_{ij}^2\,MZ_j + (a_{ij}^2 + S_{jj}^2\,c_{ij}^2)\,m_j \\
YZR_{j-1} &= YZ_{j-1} + c_{ij}\,s_{ij}\,YY_j + 2S_{jj}\,c_{ij}\,s_{ij}\,MZ_j + S_{jj}^2\,c_{ij}\,s_{ij}\,m_j \\
ZZR_{j-1} &= ZZ_{j-1} + s_{ij}^2\,YY_j + 2S_{jj}\,s_{ij}^2\,MZ_j + (a_{ij}^2 + S_{jj}^2\,s_{ij}^2)\,m_j \\
MXR_{j-1} &= MX_{j-1} + a_{ij}\,m_j \\
MYR_{j-1} &= MY_{j-1} - s_{ij}\,MZ_j - S_{jj}\,s_{ij}\,m_j \\
MZR_{j-1} &= MZ_{j-1} + c_{ij}\,MZ_j + S_{jj}\,c_{ij}\,m_j \\
MR_{j-1} &= M_{j-1} + m_j
\end{aligned}
\tag{2.18}
$$

Öte yandan, j'inci eklem kayar eklem ise, XX_j, XY_j, XZ_j, YY_j, YZ_j ve ZZ_j (j-1)'inci uzvun dinamik parametrelerinin içinde yer alacak şekilde gruplanabilir:

$$
\begin{aligned}
XXR_{j-1} &= XX_{j-1} + c_j^2\,XX_j - 2c_j\,s_j\,XY_j + s_j^2\,YY_j \\
XYR_{j-1} &= XY_{j-1} + c_j\,s_j\,c_{ij}\,XX_j + (c_j^2 - s_j^2)\,c_{ij}\,XY_j - c_j\,s_{ij}\,XZ_j - c_j\,s_j\,c_{ij}\,YY_j + s_j\,s_{ij}\,YZ_j \\
XZR_{j-1} &= XZ_{j-1} + c_j\,s_j\,s_{ij}\,XX_j + (c_j^2 - s_j^2)\,c_{ij}\,XY_j - c_j\,c_{ij}\,XZ_j - c_j\,s_j\,s_{ij}\,YY_j - s_j\,c_{ij}\,YZ_j \\
YYR_{j-1} &= YY_{j-1} + s_j^2\,c_{ij}^2\,XX_j + 2c_j\,s_j\,c_{ij}^2\,XY_j - 2s_j\,c_{ij}\,s_{ij}\,XZ_j + c_j^2\,c_{ij}^2\,YY_j \\
&\quad - 2c_j\,c_{ij}\,s_{ij}\,YZ_j + s_{ij}^2\,ZZ_j \\
YZR_{j-1} &= YZ_{j-1} + s_j^2\,c_{ij}\,s_{ij}\,XX_j + 2c_j\,s_j\,c_{ij}\,s_{ij}\,XY_j + s_j\,(c_{ij}^2 - s_{ij}^2)\,XZ_j + c_j^2\,c_{ij}\,s_{ij}\,YY_j \\
&\quad + c_j\,(c_{ij}^2 - s_{ij}^2)\,YZ_j - c_{ij}\,s_{ij}\,ZZ_j \\
ZZR_{j-1} &= ZZ_{j-1} + s_j^2\,s_{ij}^2\,XX_j + 2c_j\,s_j\,s_{ij}^2\,XY_j + 2s_j\,c_{ij}\,s_{ij}\,XZ_j + c_j^2\,s_j^2\,YY_j \\
&\quad + 2c_j\,c_{ij}\,s_{ij}\,YZ_j + c_j^2\,ZZ_j
\end{aligned}
\tag{2.19}
$$

Yukarıda bahsedilen gruplamalara ek olarak kinematik parametrelerin de belli olması durumunda parametre sayısı daha da indirilebilmektedir. Örneğin, PUMA 560 robotunun 11 parametresi dinamik denklemleri hiç etkilememekte, 13 parametresi ise guruplamalardan dolayı denklemlerde gözükmemektedir. Böylece, parametre sayısı 60 'dan 36 'ya düşmektedir.

Önlem 2: Robotun dinamik denklemleri kapalı formda istendiği için denklemlerin türetilmesinde (2.9) denklemiyle verilen Lagrange eşitliği kullanılmıştır. Robotun kinetik ve potansiyel enerjileri kapalı formda yazıldıkları zaman ortaya uzun ifadeler çıkmaktadır. Her ne kadar bu enerjilerin Lagrange eşitliğinin gerektirdiği parametrelere göre olan türevlerini REDUCE sembolik manipülasyon programı aracılığıyla almak mümkünse de, bu işlemlerin bilgisayar zamanı ve bellek gereksinimleri çok büyük olacaktır. Ayrıca, daha önce de belirtildiği gibi elde edilecek hareket denklemleri de uzun olacaktır. Bu nedenlerle, robotun kinetik ve potansiyel enerjileri LD notasyonu kullanılarak ifade edilmiştir.

Şimdi, sadece döner eklemlerden oluşan 6 serbestlik dereceli bir robotu gözönüne alalım. Robotun 3. uzvunun ağırlık merkezinin O_3 orijininde olduğu ve kütlesinin de m_3 ile gösterildiği varsayılarak, bu uzvun sadece m_3 'den dolayı olan kinetik enerjisi 2 değişik şekilde ifade edilmiştir (bkz. Ek 2). Birinci ifadede LD notasyonu kullanılmış; ikinci ifadede ise bu notasyon kullanılmamıştır. Ek 2 'de de görüldüğü gibi birinci ifade 9, ikincisi ise 103 terim içermektedir. Diğer bir deyişle, kinetik enerjinin karmaşıklığı terim sayısı bazında % 91 oranında azaltılmıştır. Şimdi, LD notasyonu kullanılarak yazılmış kinetik enerjinin (2.9) no'lu Lagrange eşitliğine konulduğunu ve $j = 1$ alındığını varsayalım. Bu durumda, (2.9) no'lu eşitliğin 2. terimi $-\dfrac{\partial E}{\partial \theta_1}$ olacaktır. Bu terimi elde edebilmek için Lipkin-Duffy terimlerinin ve düallerinin θ_1 'e göre türevlerini almak gerekmektedir. Bu iş için, geliştirmiş olduğumuz herhangi bir Lipkin-Duffy teriminin veya düalinin herhangi bir θ 'ya göre olan türevini yine Lipkin-Duffy terimleri ve düalleri cinsinden ve kapalı formda veren formüller kullanılmaktadır (Bkz. Bölüm 2.4). (2.9) no'lu eşitliğin ilk terimi olan $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial E}{\partial \dot{\theta}_1}\right)$ da zincir kuralı ve söz konusu formüller kullanılarak kolaylıkla bulunulabilir. Böylece hem türev alma işlemleri çok hızlı gerçekleştirilmekte, hem bellek gereksinimi çok büyük ölçüde azaltılmış olmakta, hem de sonuçlar (yani hareket denklemleri) Lipkin-Duffy notasyonu kullanılarak ifade edildiğinden tam açılmış haline göre çok daha kısa olmaktadır.

Bilindiği gibi, uzuv numarası büyüdükçe kinetik enerjinin karmaşıklığı da artmaktadır. Örneğin, 6 döner eklemli bir robotun 6. uzvunun ağırlık merkezinin O_6 orijininde olduğu ve kütlesinin de m_6 ile gösterildiği varsayıldığında, bu uzvun sadece m_6 'dan dolayı olan kinetik enerjisi LD notasyonu kullanılarak yazıldığında 45 terim, bu notasyon kullanılmadan açık halde yazıldığında ise 640.306 terim (benzer terimler sadeleştirilmeden önce) içermektedir. İkinci terim sayısı LD notasyonundaki elemanların içerdikleri terim sayıları kullanılarak, kinetik enerjinin açık hali bulunmadan elde edilmiştir.

Yukarıda kısaca özetlenen metodları ve REDUCE isimli sembolik manipülasyon paketini kullanarak herhangi bir robotun hareket denklemlerini sembolik formda verebilen bir yazılım geliştirilmiştir. Bu yazılım kullanılarak robotun hareket denklemlerini tek tek sıralamak; veya bu denklemlerin

$$[H(q)]\,\ddot{q} + [C(q)]\,\dot{q}^{2} + G(q) = \tau \qquad (2.20)$$

elemanlarını elde etmek mümkündür. (2.20) no'lu denklemde kullanılan notasyon aşağıda açıklanmıştır.

N : Robotun serbestlik derecesi

$\mathbf{q}$: Nx1'lik eklem değişkenleri vektörü

$[H(\mathbf{q})]$: NxN'lik eylemsizlik matrisi (generalized inertia matrix)

$[C(\mathbf{q})]$: Coriolis ve merkezkaç kuvvetlerini veren (N) x $(\frac{N^2+N}{2})$ 'lik matris.

$\dot{\mathbf{q}}^2$: Komponentleri sırasıyla $\dot{q}_1\dot{q}_1, \dot{q}_1\dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_1\dot{q}_N, \dot{q}_2\dot{q}_2, \dot{q}_2\dot{q}_3, \ldots, \dot{q}_2\dot{q}_N, \dot{q}_3\dot{q}_3, \dot{q}_3\dot{q}_4, \ldots, \dot{q}_N\dot{q}_N$ olan $(\frac{N^2+N}{2})$ x 1 'lik vektör

$\mathbf{G}(\mathbf{q})$: Yerçekimi ivmesinden ve (varsa) yaylardan kaynaklanan kuvvetleri veren Nx1'lik vektör. Burada yayların lineer olduğu ve ardışık iki uzuv üzerindeki herhangi iki noktaya bağlandıkları varsayılmaktadır.

τ : Genelleştirilmiş tahrik elemanı kuvvetlerini veren Nx1'lik vektör.

Denklemleri türeten yazılımda değişik opsiyonlar da bulunmaktadır. Örneğin, kullanıcı LD notasyonunun ve Gautier tarafından geliştirilen dinamik parametre gruplamalarının kullanılmasını isteyip istemediğini de belirtebilmektedir.

Şimdi, örnek olarak 3 döner eklemden oluşan bir robot-kolu ele alalım. Bu robotun hareket denklemleri (robotun hiçbir kinematik ve dinamik boyutunun verilmediği varsayılarak) geliştirilen program aracılığıyla (Bkz. Ek 3) elde edilmiştir. Hareket denklemlerindeki terim sayısı LD notasyonu ve Gautier tarafından geliştirilen gruplamaların kullanılması halinde 409; LD notasyonu ve gruplamaların kullanılmaması durumunda ise 1229 (yani, yaklaşık olarak 3 misli) olmaktadır.

2.4. Lipkin-Duffy Terimlerinin Türevleri

$[B_c]$ ve $[B_n]$ eksen takımları arasındaki ilişkiyi veren $[M_{c\ldots hij\ldots n}]$ matrisinin θ_i açısına göre olan türevi

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i}[M_{c\ldots hij\ldots n}] = \frac{\partial}{\partial \theta_i}\{[M_{c\ldots h}][\alpha_{hi}][\theta_i][M_{j\ldots n}]\} \tag{2.21}$$

şeklinde yazılabilir. $[\theta_i]$ matrisi sadece θ_i açısını içerdiği için yukarıdaki eşitlik

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i}[M_{c...hij...n}] = [M_{c...h}]\,[\alpha_{hi}]\,\frac{d}{d\theta_i}[\theta_i]\,[M_{j...n}] \qquad (2.22)$$

olarak sadeleştirilebilir. Öte yandan, $[\theta_i]$ matrisinin türevinin

$$\frac{d}{d\theta_i}[\theta_i] = [d\theta]\,[\theta_i] = [\theta_i]\,[d\theta] \qquad (2.23)$$

olduğu kolaylıkla gösterilebilir. Burada $[d\theta]$ matrisi

$$[d\theta] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (2.24)$$

olarak tanımlanmıştır. (2.23) eşitliği ve

$$[M_{c...h}]\,[\alpha_{hi}]\,[\theta_i] = [M_{c...i}] \qquad (2.25)$$

bağıntısı gözönüne alındığında, (2.22) eşitliği

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i}[M_{c...hij...n}] = [M_{c...i}][d\theta][M_{j...n}] \qquad (2.26)$$

şeklinde sadeleşir. $[M_{c...n}]$, $[M_{c...i}]$ ve $[M_{j...n}]$ matrislerinin elemanları (2.6) no'lu eşitlikte gösterildiği gibi tanımlandıktan sonra gerekli cebirsel işlemler yapılır; ve (2.26) no'lu eşitliğin sağındaki ve solundaki matrislerin elemanları birbirlerine eşitlenir ise, aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\frac{\partial P_{c...hij...n}}{\partial \theta_i} = U_{c...i}\,P_{j...n} - P_{c...i}\,Q_{j...n}$$

$$\frac{\partial Q_{c...hij...n}}{\partial \theta_i} = V_{c...i}\,P_{j...n} - Q_{c...i}\,Q_{j...n}$$

$$\frac{\partial R_{c...hij...n}}{\partial \theta_i} = W_{c...i}\,P_{j...n} - R_{c...i}\,Q_{j...n}$$

$$\frac{\partial U_{c...hij...n}}{\partial \theta_i} = U_{c...i}\, U_{j...n} - P_{c...i}\, V_{j...n}$$

$$\frac{\partial V_{c...hij...n}}{\partial \theta_i} = V_{c...i}\, U_{j...n} - Q_{c...i}\, V_{j...n} \tag{2.27}$$

$$\frac{\partial W_{c...hij...n}}{\partial \theta_i} = W_{c...i}\, U_{j...n} - R_{c...i}\, V_{j...n}$$

$$\frac{\partial X_{c...hij...n}}{\partial \theta_i} = U_{c...i}\, X_{j...n} - P_{c...i}\, Y_{j...n}$$

$$\frac{\partial Y_{c...hij...n}}{\partial \theta_i} = V_{c...i}\, X_{j...n} - Q_{c...i}\, Y_{j...n}$$

$$\frac{\partial Z_{c...hij...n}}{\partial \theta_i} = W_{c...i}\, X_{j...n} - R_{c...i}\, Y_{j...n}$$

Benzer bir şekilde, LD terimlerinin ilk ve son θ açısına göre olan türevleri de bulunabilir. Söz konusu türevler

$$\frac{\partial P_{c...hij...n}}{\partial \theta_c} = U_c\, P_{d...n} - P_c\, Q_{d...n}$$

$$\frac{\partial Q_{c...hij...n}}{\partial \theta_c} = V_c\, P_{d...n} - Q_c\, Q_{d...n}$$

$$\frac{\partial R_{c...hij...n}}{\partial \theta_c} = W_c\, P_{d...n} - R_c\, Q_{d...n}$$

$$\frac{\partial U_{c...hij...n}}{\partial \theta_c} = U_c\, U_{d...n} - P_c\, V_{d...n}$$

$$\frac{\cdots}{\partial \theta_c} = V_c U_{d...n} - Q_c V_{d...n}$$

$$\frac{\partial W_{c...hij...n}}{\partial \theta_c} = W_c U_{d...n} - R_c V_{d...n}$$

$$\frac{\partial X_{c...hij...n}}{\partial \theta_c} = U_c X_{d...n} - P_c Y_{d...n}$$

$$\frac{\partial Y_{c...hij...n}}{\partial \theta_c} = V_c X_{d...n} - Q_c Y_{d...n}$$

$$\frac{\partial Z_{c...hij...n}}{\partial \theta_c} = W_c X_{d...n} - R_c Y_{d...n} \tag{2.28}$$

ve

$$\frac{\partial P_{c...hij...n}}{\partial \theta_n} = U_{c...n}$$

$$\frac{\partial Q_{c...hij...n}}{\partial \theta_n} = V_{c...n}$$

$$\frac{\partial R_{c...hij...n}}{\partial \theta_n} = W_{c...n}$$

$$\frac{\partial U_{c...hij...n}}{\partial \theta_n} = -P_{c...n}$$

$$\frac{\partial V_{c...hij...n}}{\partial \theta_n} = -Q_{c...n}$$

$$\frac{\partial W_{c...hij...n}}{\partial \theta_n} = -R_{c...n} \tag{2.29}$$

$$\frac{\qquad}{\partial \theta_n} = s_{no}\, P_{c...n}$$

$$\frac{\partial Y_{c...hij...n}}{\partial \theta_n} = s_{no}\, Q_{c...n}$$

$$\frac{\partial Z_{c...hij...n}}{\partial \theta_n} = s_{no}\, R_{c...n}$$

bağıntılarıyla verilir. Tek indeksli terimlerin türevleri ise şöyledir:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = U_i$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = V_i$$

$$\frac{\partial R_i}{\partial \theta_i} = W_i$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial \theta_i} = -P_i$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial \theta_i} = -Q_i \qquad (2.30)$$

$$\frac{\partial W_i}{\partial \theta_i} = -R_i$$

$$\frac{\partial X_i}{\partial \theta_i} = \overline{W}_i$$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial \theta_i} = c_{hi}\, X_i$$

$$\partial \theta_i$$

Eksilen indeksli LD terimlerinin türevleri ise, tek indeksler için,

$$\frac{\partial \overline{P}_i}{\partial \theta_i} = \overline{U}_i$$

$$\frac{\partial \overline{Q}_i}{\partial \theta_i} = \overline{V}_i$$

$$\frac{\partial \overline{R}_i}{\partial \theta_i} = \overline{W}_i$$

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial \theta_i} = -\overline{P}_i$$

$$\frac{\partial \overline{V}_i}{\partial \theta_i} = -\overline{Q}_i \qquad (2.31)$$

$$\frac{\partial \overline{W}_i}{\partial \theta_i} = -\overline{R}_i$$

$$\frac{\partial \overline{X}_i}{\partial \theta_i} = W_i$$

$$\frac{\partial \overline{Y}_i}{\partial \theta_i} = c_{ij} R_i$$

$$\frac{\partial \overline{Z}_i}{\partial \theta_i} = s_{ij} R_i$$

$$\frac{\partial P_{m...jih...c}}{\partial \theta_i} = U_{m...i} P_{h...c} - P_{m...i} Q_{h...c}$$

$$\frac{\partial Q_{m...jih...c}}{\partial \theta_i} = V_{m...i} P_{h...c} - Q_{m...i} Q_{h...c}$$

$$\frac{\partial R_{m...jih...c}}{\partial \theta_i} = W_{m...i} P_{h...c} - R_{m...i} Q_{h...c}$$

$$\frac{\partial U_{m...jih...c}}{\partial \theta_i} = U_{m...i} U_{h...c} - P_{m...i} V_{h...c}$$

$$\frac{\partial V_{m...jih...c}}{\partial \theta_i} = V_{m...i} U_{h...c} - Q_{m...i} V_{h...c} \tag{2.32}$$

$$\frac{\partial W_{m...jih...c}}{\partial \theta_i} = W_{m...i} U_{h...c} - R_{m...i} V_{h...c}$$

$$\frac{\partial X_{m...jih...c}}{\partial \theta_i} = U_{m...i} X_{h...c} - P_{m...i} Y_{h...c}$$

$$\frac{\partial Y_{m...jih...c}}{\partial \theta_i} = V_{m...i} X_{h...c} - Q_{m...i} Y_{h...c}$$

$$\frac{\partial Z_{m...jih...c}}{\partial \theta_i} = W_{m...i} X_{h...c} - R_{m...i} Y_{h...c}$$

ilk θ açısına göre:

$$\frac{\partial P_{m...jih...c}}{\partial \theta_m} = U_m P_{l...c} - P_m Q_{l...c}$$

$$\frac{\partial \ldots_{m\ldots jih\ldots c}}{\partial \theta_m} = V_m \, P_{1\ldots c} - Q_m \, Q_{1\ldots c}$$

$$\frac{\partial R_{m\ldots jih\ldots c}}{\partial \theta_m} = \overline{W}_m \, P_{1\ldots c} - \overline{R}_m \, Q_{1\ldots c}$$

$$\frac{\partial U_{m\ldots jih\ldots c}}{\partial \theta_m} = U_m \, U_{1\ldots c} - P_m \, V_{1\ldots c}$$

$$\frac{\partial V_{m\ldots jih\ldots c}}{\partial \theta_m} = \overline{V}_m \, U_{1\ldots c} - \overline{Q}_m \, V_{1\ldots c} \tag{2.33}$$

$$\frac{\partial W_{m\ldots jih\ldots c}}{\partial \theta_m} = \overline{W}_m \, U_{1\ldots c} - \overline{R}_m \, V_{1\ldots c}$$

$$\frac{\partial X_{m\ldots jih\ldots c}}{\partial \theta_m} = U_m \, X_{1\ldots c} - P_m \, Y_{1\ldots c}$$

$$\frac{\partial Y_{m\ldots jih\ldots c}}{\partial \theta_m} = \overline{V}_m \, X_{1\ldots c} - \overline{Q}_m \, Y_{1\ldots c}$$

$$\frac{\partial Z_{m\ldots jih\ldots c}}{\partial \theta_m} = \overline{W}_m \, X_{1\ldots c} - \overline{R}_m \, Y_{1\ldots c}$$

ve son θ açısına göre:

$$\frac{\partial P_{m\ldots jih\ldots c}}{\partial \theta_c} = U_{m\ldots c}$$

$$\frac{\partial Q_{m\ldots jih\ldots c}}{\partial \theta_c} = V_{m\ldots c}$$

$$\frac{\partial R_{m\ldots jih\ldots c}}{\partial \theta_c} = W_{m\ldots c}$$

$$\frac{\quad}{\partial \theta_c} = -P_{m...c}$$

$$\frac{\partial V_{m...jih...c}}{\partial \theta_c} = -Q_{m...c} \tag{2.34}$$

$$\frac{\partial W_{m...jih...c}}{\partial \theta_c} = -R_{m...c}$$

$$\frac{\partial X_{m...jih...c}}{\partial \theta_c} = P_{m...c}\, s_{bc}$$

$$\frac{\partial Y_{m...jih...c}}{\partial \theta_c} = Q_{m...c}\, s_{bc}$$

$$\frac{\partial Z_{m...jih...c}}{\partial \theta_c} = R_{m...c}\, s_{bc}$$

şeklinde elde edilebilir.

2.5. Lineerlik Endeksi

Bağımsız değişkenleri $\mathbf{q} \equiv (q_1, q_2, \ldots, q_N)$ olan bir f $(\mathbf{q})$ skalar fonksiyonunu ele alalım. Ayrıca f $(\mathbf{q})$ fonksiyonunun bir c sabitinden sapmasını gösteren hatayı da

$$E(f,c) \equiv \int\int \ldots\ldots \int_R \int [f(\mathbf{q})-c]^2 \, dV_q \tag{2.35}$$

olarak tanımlayalım. Burada, R $\mathbf{q}$-uzayındaki bir bölgeyi, dV_q ise $\mathbf{q}$-uzayının diferansiyel hacim elemanı olan $(dq_1 dq_2 \ldots dq_N)$ 'i simgelesin. Kolayca gösterilebileceği gibi, R bölgesindeki E (f, c) hatasını minimize edecek c değeri, fonksiyonun R bölgesindeki ortalama değeri olan

$$f_{av} = \frac{\int\int_R \ldots\ldots \int\int f(\mathbf{q})\, dV_q}{V} \tag{2.36}$$

olacaktır. Burada, V sembolü R bölgesinin hacmini simgelemekte olup,

$$V = \int \int \cdots \int \int_{R} d\,V_q \tag{2.37}$$

şeklinde hesaplanabilir. Böylece, E (f, c) hatasının minimum değeri E (f, f_{av}) olarak elde edilecektir. Söz konusu minimum hata, (2.35) ve (2.36) no'lu eşitlikler kullanılarak

$$E\,(f, f_{av}) = \int \int \cdots \int \int_{R} [\,f(\mathbf{q}) - f_{av}]^2\, d\,V_q \tag{2.38}$$

şeklinde bulunabilir.

Bilindiği gibi, bir manipülatörün hareket denklemleri (Bkz. (2.20) no'lu eşitlik) non-lineer bir diferansiyel denklem takımı oluşturmaktadır. Bu denklemlerin lineer olabilmesi için [H ($\mathbf{q}$)] matrisi ve $\mathbf{G}$ ($\mathbf{q}$) vektörünün bütün elemanlarının sabit olması; [C ($\mathbf{q}$)] matrisinin ise sıfır matrisi olması gerekmektedir. Bu bilgilerin ışığı altında, bir robot kolun Lineerlik Endeksi

$$\begin{aligned} LE \equiv \Big\{ & \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{N} H_{ij}\, E\,[\,H\,(i,j),\; H\,(i,j)_{av}] \\ & + \sum_{j=1}^{(N^2+N)/2} \sum_{i=1}^{N} C_{ij}\, E\,[\,C\,(i,j),\; 0\,] \\ & + \sum_{i=1}^{N} G_i\, E\,[\,\mathbf{G}\,(i), \mathbf{G}\,(i)_{av}\,] \Big\} \div V \end{aligned} \tag{2.39}$$

olarak tanımlanabilir. (2.39) no'lu eşitlikte kullanılan notasyon aşağıda açıklanmıştır.

E [...,..]	: (2.35) ve (2.38) no'lu eşitliklerle tanımlanan hata fonksiyonu
H (i, j)	: [H ($\mathbf{q}$)] matrisinin i'nci sıra, j 'nci sütundaki elemanı
H $(i,j)_{av}$	: H (i,j) 'nin ortalama değeri
C (i,j)	: [C ($\mathbf{q}$)] matrisinin i'nci sıra, j'nci sütundaki elemanı
$\mathbf{G}$ (i)	: $\mathbf{G}$ ($\mathbf{q}$) vektörünün i'nci elemanı
$\mathbf{G}$ $(i)_{av}$	: $\mathbf{G}$ (i) 'nin ortalama değeri

C_{ij} : C (i,j) 'nin ağırlık katsayısı (kullanıcı tarafından seçilecek)

G_i : **G** (i) 'nin ağırlık katsayısı (kullanıcı tarafından seçilecek)

N : Robotun serbestlik derecesi

V : Robotun eklem değişkenleri uzayındaki (**q** - uzayı) erişilebilir noktaları simgeleyen R bölgesinin (2.37) no'lu eşitlik aracılığıyla bulunan hacmi.

(2.39) no'lu eşitlikle verilen LE'yi hesaplayabilmek için H(i,j), C(i,j) ve **G**(i) elemanlarına karşılık gelen E hata fonksiyonlarının gerektirdiği katlı integralleri almak gerekmektedir. Bu integrallerin nümerik olarak alınması hem bilgisayar zamanını arttıracak, hem de sonuçların hassasiyeti açısından yeterli olmayabilecektir. Öte yandan, söz konusu elemanların genel karakteristiklerine bakıldığında, bu elemanlara karşılık gelen hata fonksiyonlarının analitik olarak (REDUCE paket programı kullanılarak) bulunabileceği görülmüştür. Bu nedenle, REDUCE yazılımı kullanılarak katlı integral alabilen bir program geliştirilmiştir. H(i,j), C(i,j) ve **G**(i) elemanlarına karşılık gelen E fonksiyonları bu program aracılığıyla, kapalı formda elde edilmektedir.

Tanımından da açıkca görülebileceği gibi, LE'nin sıfır olması robotun hareket denklemlerinin lineer olduğu anlamına gelmektedir. Tabiidir ki, her robotu tamamiyle lineer hale getirmek mümkün olmayabilir. Böyle bir durumda, LE'nin mümkün olduğunca küçük bir sayı olmasına gayret edilebilir. Lineerlik Endeksi robotun kinematik ve dinamik boyutlarına bağlı olduğu için, tasarım sırasında bu boyutları LE'yi minimize edecek şekilde seçerek dinamiği mümkün olduğunca lineer robotlar tasarımlanabilir.

Söz konusu minimizasyon problemini nümerik optimizasyon metodları kullanarak çözmek mümkündür. Fakat, bilindiği gibi bu tür yöntemlerin, yakınsama, global optimumu garanti edememe, ve büyük boyutlu bilgisayar zamanı gereksinimi (bilhassa fazla sayıda değişkeni olan optimizasyon problemlerinde) gibi birtakım dezavantajları bulunmaktadır. Bu nedenle, REDUCE paketi de kullanılarak, aşağıda tanımlanan türdeki minimizasyon problemlerinde <u>global</u> minimumu verebilen bir yazılım geliştirilmiştir.

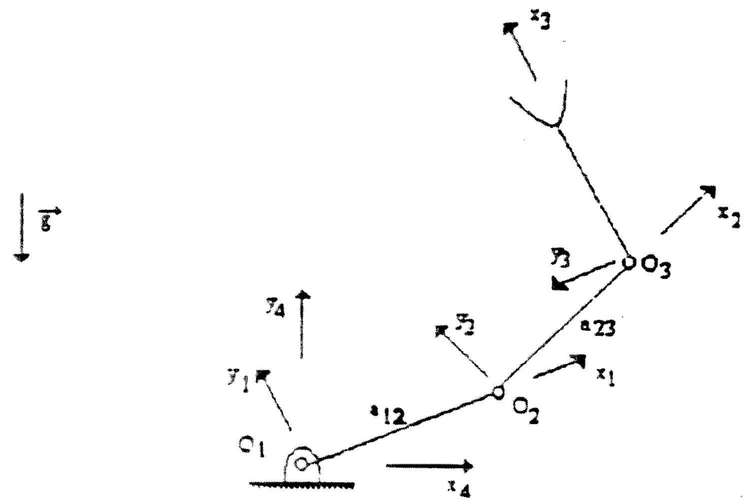
Minimize edilecek fonksiyon : $f(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n)$

Kısıtlar : $g_i(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n) = 0 \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots, m$

$$(x_i)_{min} \leq x_i \leq (x_i)_{max} \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots, n$$

$$h_i(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n) \geq 0 \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots, p \qquad (2.40)$$

REDUCE tarafından bulunabilen ve bu türevleri sıfıra eşitleyerek elde edilen eşitliklerin REDUCE tarafından çözülebildiği her türlü non-lineer f $(x_1, x_2, ..., x_n)$ fonksiyonunun global minimumunu bulabilmektedir. Bu yazılım kullanılarak, robotun dinamik ve/veya kinematik boyutları LE'yi minimize edecek şekilde optimize edilebilmektedir.



Şekil 2.3. Üç Döner Eklemli Düzlemsel Robot.

Geliştirilen programlar aracılığıyla (Bkz. Ek 3) Şekil 2.3 'de gösterilen 3 döner eklemli düzlemsel robotun lineerlik endeksi

$$\begin{aligned} LE = {} & a_{12}^2 \,[\,50\, m_2^2 + 100\, m_2 m_3 + 6\, a_{23}^2 m_3^2 + 50\, m_3^2 + 12\, a_{23} m_3 m_2 x_2 \\ & + 6\, m_2^2 x_2^2 + 12\, m_3^2 x_3^2 + 12\, m_3^2 y_3^2 + 6\, m_2^2 y_2^2\,] + 100\, a_{12} m_2 m_1 x_1 \\ & + 100\, a_{12} m_3 m_1 x_1 + 100\, a_{23}^2 m_3^2 + 200\, a_{23} m_3 m_2 x_2 + 22\, a_{23}^2 m_3^2 x_3^2 \\ & + 22\, a_{23}^2 m_3^2 y_3^2 + 100\, m_2^2 x_2^2 + 150\, m_3^2 x_3^2 + 150\, m_3^2 y_3^2 + 100\, m_2^2 y_2^2 \\ & + 50\, m_1^2 x_1^2 + 50\, m_1^2 y_1^2 \end{aligned} \tag{2.41}$$

$$R = \{ (\theta_1, \theta_2, \theta_3) : \quad 0 \le \theta_i \le 2\pi \qquad i = 1, 2, 3 \} \tag{2.42}$$

$$H_{ij} = C_{ij} = G_i = 1 \tag{2.43}$$

olarak alınmış olup, $g = 10\ m/s^2$ 'dir. Ayrıca (2.41) no'lu eşitlikte m_i ve x_i, y_i sırasıyla i 'nci uzvun kütlesini ve i 'nci uzvun ağırlık merkezinin $x_i\ y_i$ eksen takımındaki (Bkz. Şekil 2.3) x ve y koordinatlarını simgelemektedir. Şimdi, m_1, m_2, m_3, x_1, x_2, x_3, y_1, y_2 ve y_3 tasarım parametreleri olarak alınır ve geliştirilen optimizasyon paketi kullanılır ise,

$$y_1 = 0 \tag{2.44}$$

$$y_2 = 0 , \qquad m_2 = (m_1 x_1 a_{23}) / (x_2 a_{12} - a_{12} a_{23}) \tag{2.45}$$

$$x_3 = y_3 = 0 , \qquad m_3 = -(m_1 x_1 x_2) / (x_2 a_{12} - a_{12} a_{23}) \tag{2.46}$$

eşitliklerinin sağlanması halinde LE'nin minimum değerinin sıfır olduğu görülmektedir. Diğer bir deyişle, robotun hareket denklemleri aşağıdaki eşitliklerde görüldüğü gibi tamamiyle lineer bir hale dönüştürülmektedir.

$$\begin{aligned}
&[(-x_1 x_2 m_1 a_{23}^2 - x_1 x_2 m_1 a_{12}^2 + x_1 m_1 a_{23} a_{12}^2 + x_2 a_{12} ZZ_1 + x_2 a_{12} ZZ_2 \\
&\quad + x_2 a_{12} ZZ_3 - a_{23} a_{12} ZZ_1 - a_{23} a_{12} ZZ_2 - a_{23} a_{12} ZZ_3)\ddot{\theta}_1 + (-x_1 x_2 m_1 a_{23}^2 \\
&\quad + x_2 a_{12} ZZ_2 + x_2 a_{12} ZZ_3 - a_{23} a_{12} ZZ_2 - a_{23} a_{12} ZZ_3)\ddot{\theta}_2 \\
&\quad + (x_2 a_{12} ZZ_3 - a_{23} a_{12} ZZ_3)\ddot{\theta}_3] / (a_{12}(x_2 - a_{23})) = \tau_1
\end{aligned} \tag{2.47}$$

$$\begin{aligned}
&[(-x_1 x_2 m_1 a_{23}^2 + x_2 a_{12} ZZ_2 + x_2 a_{12} ZZ_3 - a_{23} a_{12} ZZ_2 - a_{23} a_{12} ZZ_3)\ddot{\theta}_1 \\
&\quad + (-x_1 x_2 m_1 a_{23}^2 + x_2 a_{12} ZZ_2 + x_2 a_{12} ZZ_3 - a_{23} a_{12} ZZ_2 - a_{23} a_{12} ZZ_3)\ddot{\theta}_2 \\
&\quad + (x_2 a_{12} ZZ_3 - a_{23} a_{12} ZZ_3)\ddot{\theta}_3] / (a_{12}(x_2 - a_{23})) = \tau_2
\end{aligned} \tag{2.48}$$

$$ZZ_3(\theta_1+\theta_2+\theta_3) = \tau_3 \tag{2.49}$$

Geliştirilen programlar aracılığıyla, ODTÜ-ASELSAN robotunun ilk üç uzvunun Lineerlik Endeksi de bulunmuş ve bütün dinamik parametreler serbest bırakılarak LE minimize edildiğinde,

$$\begin{aligned}
&y_2 = XY_2 = YZ_2 = 0, && XZ_2 = a_{23}\, m_3\, z_3 \\
&XX_2 = a_{23}^2\, m_3 + YY_2, && m_2 = -(a_{23}\, m_3)/x_2 \\
&x_3 = y_3 = XY_3 = XZ_3 = YZ_3 = 0, && XX_3 = YY_3
\end{aligned} \tag{2.50}$$

eşitliklerinin sağlanması durumunda LE'nin sıfır olduğu görülmüştür. Bu durumda hareket denklemleri lineer olup,

$$(x_2\, m_3\, a_{23}^2 + 2x_2\, m_3\, z_3\, S_{22} + x_2\, m_3\, S_{22}^2 + x_2\, YY_2 + x_2\, YY_3 + x_2\, ZZ_1$$
$$- 2m_3\, a_{23}\, z_2\, S_{22} - m_3\, a_{23}\, S_{22}^2)\ddot{\theta}_1 / x_2 = \tau_1$$

$$(m_3\, a_{23}^2 + ZZ_2 + ZZ_3)\ddot{\theta}_2 + ZZ_3\, \ddot{\theta}_3 = \tau_2$$

$$ZZ_3\, (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) = \tau_3 \tag{2.51}$$

eşitlikleriyle verilmektedir.

Birçok robot kolun hareket denklemleri de, benzer bir şekilde dinamik boyutları uygun bir biçimde seçerek lineerize edilebilir. Örneğin, Yang ve Tzeng [1986] tarafından "lineerize edilemez" şeklinde nitelendirilen 4 serbestlik dereceli bir robot kol da Lineerlik Endeksi kavramı kullanılarak lineerize edilebilmektedir [Sarrafi, 1993].

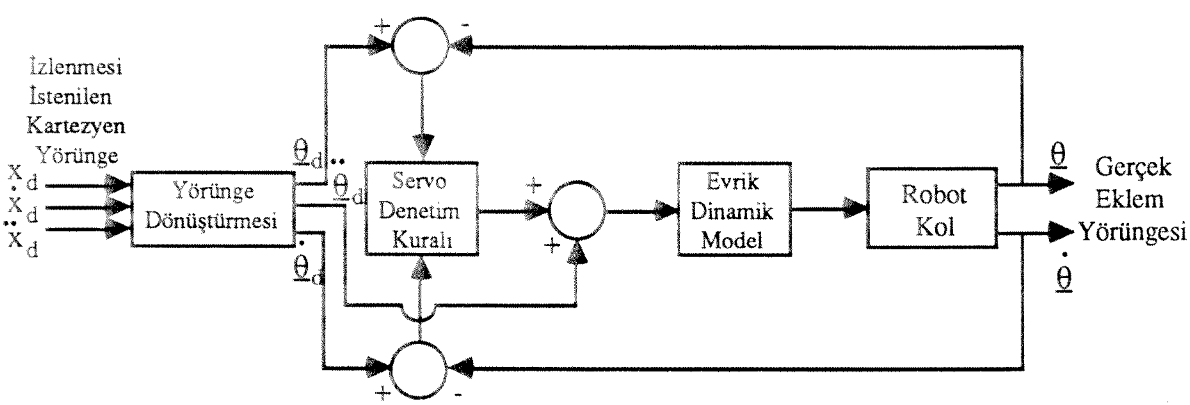
BÖLÜM 3

BENZETİM

3.1. Robot Kollarda Denetim

Günümüzde endüstriyel robot kollarda basit denetim kuralları uygulanmaktadır. Her eksenin biribirinden bağımsız olarak denetlenmesi en sık karşılaşılan denetim şeklidir. Bu tür denetim şeklinde genellikle oransal-integral-türevsel (PID) denetim kuralı her eksene ayrı olarak uygulanır. Bu durumda robot kolun bağlaşık ve non-lineer dinamiği gözönüne alınmamakta ve bu etkiler kontrol sistemi açısından bozucu etken gibi algılanmaktadır. Denetimin amacı kolun istenilen bir hareketi yapması için gerekli uygulayıcı dönme momentlerini hesaplamak olduğu için çok çeşitli denetim yöntemleri de uygulamak mümkündür. Bunlardan bir diğeri de modele dayalı denetimdir [Paul, R.P., 1982, Balkan, T., 1988] Genelde modele dayalı denetim iki kısımdan oluşur. Birinci kısım robotun dinamik modelini gözönüne alan ve bir açık çevirim oluşturan modele dayalı denetim, ikinci kısım ise hataya dayalı geri beslemeli denetimdir. Modele dayalı kısmın kullanılmasıyla robot dinamiğinin doğrusal olmayan ve bağlaşık etkileri yok edilir. Bu amaçla evrik dinamik yöntemi ya da hesaplanmış dönme momenti denilen yöntem kullanılmaktadır. Burada önemli diğer bir nokta ise tüm denetimin eklem koordinatlarında gerçekleştirilmesidir. Bu amaçla istenilen Kartezyen yörünge ilk önce evrik kinematik kullanılarak eklem koordinatlarına geçirilir.

Denetim sisteminin blok şema gösterimi Şekil 3.1'de verilmiştir.



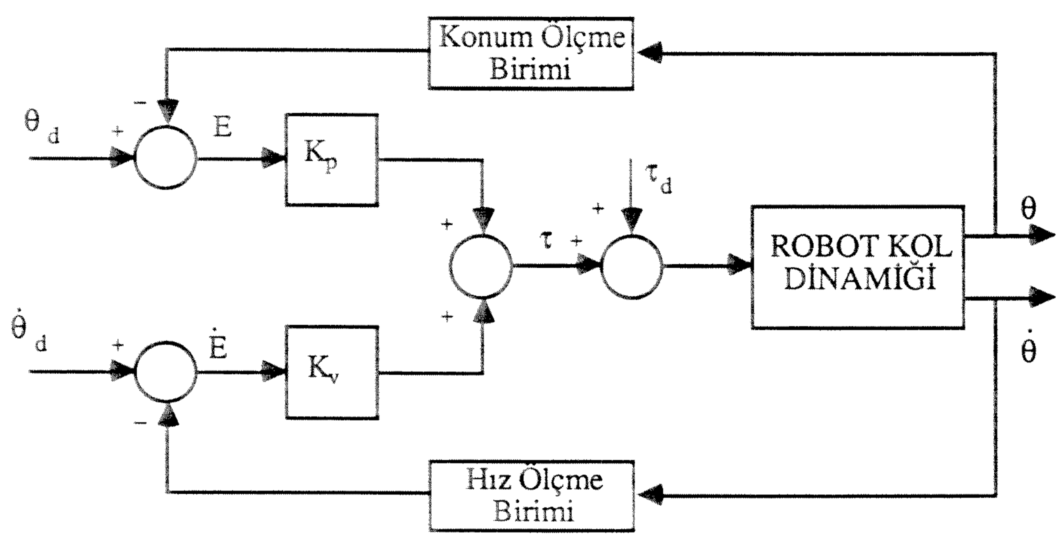
Şekil 3.1. Modele Dayalı Robot Denetim Sistemi.

ve hız hatalarına dayalı kapalı çevirim ile istenilen ivmeye dayalı ileri besleme yapılmaktadır.

Hesaplanmış dönme momenti yönteminin en büyük dezavantajı evrik modele dayalı kısımdaki robot parametrelerinin çok iyi elde edilmesini gerektirmesidir. Burada, yerçekimi terimleri, atalet terimleri ve merkezkaç ve Coriolis gibi doğrusal olmayan terimlerin etkileri önem kazanmaktadır. Robotun yüksek hızlarda hareket etmeyeceği varsayılırsa bu doğrusal olmayan terimleri rahatlıkla atmak mümkündür. Bu terimlerin atılması "on-line" hesaplamaları kolaylaştıracağı için önemlidir. Çünkü yukarıdaki denetim yönteminde yörünge dönüştürülmesi "off-line" yapılmakta, ancak diğer tüm hesaplamalar "on-line" yapılmaktadır. Bu da örnekleme zamanını ve eğer denetim sisteminde bilgisayar kullanılıyorsa, bu bilgisayarın mikroişlemci hızını etkilemektedir.

Diğer taraftan, motor ve sürücülerin de modelleri denetim sistemi içinde yer alır. Ancak, burada da robotun dinamiğinin modellenmesinde olduğu gibi çok dikkatli olmak gerekmektedir. Eğer modele dayalı hatalar çok artarsa bu tür denetimin yararından çok zararı görülür. Bu amaçla özellikle doğru akım motorlarının dönme momenti sabitleri ile dişli kutusundan efektif atalet momentinin belirlenmesi oldukça önemlidir.

Geliştirilen hangi robot daha doğrusal olduğu kuramını incelemek için sadece geri beslemeli servo denetim kuralını uygulamak daha iyidir. Çünkü modele dayalı denetimdeki model hatalarının sistemi daha karışık hale getirmesi mümkündür. Ancak, yerçekimi ve atalet etkilerini incelemek amacıyla modele dayalı bir denetim şekli de uygulanabilir [Craig, J.J., 1986]. Sadece bağımsız PD denetim kurallarından oluşan servo denetim şekilinin bir eksene uygulamasını gösteren blok şema Şekil 3.2'de verilmiştir.



Şekil 3.2. PD-Denetim Sistemi Uygulaması.

olmayan terimlerin karşılaştırılması açısından daha uygundur. Sistemin bilgisayar benzetimini yaparak bu karşılaştırmayı yapmak mümkündür.

3.2. Benzetim Yazılımı

Sistemin "lineerliği" arttıkça, denetim kuralının performansı da arttığından, geliştirilen lineerlik endeksinin yarar ve etkilerini gözlemleyebilmek için bir benzetim yazılımı geliştirilmiştir. Benzetimde ilk önce yapılması gereken mevcut robot kolun evrik kinematiği kullanılarak verilen Kartezyen yörüngenin eklem koordinatlarına dönüştürülmesidir. Tabii ki bu Kartezyen yörünge robot çalışma hacmi içinde kalmalı ve eklem çalışma sınırlarının içinde kalınmasına dikkat edilmelidir. Geliştirilen bilgisayar programında bu sınırlar sürekli denetim altında tutulmaktadır. İkinci aşama ise verilen servo kazançları için robot hareket denklemlerinin zamana göre entegre edilmesidir. Burada, en önemli nokta uzun yörüngelerde entegrasyon yönteminin kararlılığıdır. Runge-Kutta integrasyon yöntemleri bu amaçla sıkça kullanılan yöntemlerdir. Sabit ve değişken basamaklı gibi değişik şekilleri mevcuttur. Yaptığımız denemeler sonucunda kullandığımız entegrasyon yöntemi olan LSODE'un uzun zamanlı yörüngelerde çok iyi sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

Benzetimde kullanılan hareket denklemleri bu proje çerçevesinde geliştirilen program kullanılarak (bkz. Bölüm 2) elde edilmiş ve bir kütüğe yazılmıştır. Benzetim programı ise bir alt yordam olarak bu kütüğe eklem hatalarını vermekte ve robot sürücü sisteminin uygulaması gereken dönme momentlerini hesaplamaktadır. Hesaplanan dönme momentleri ise entegrasyon programına girilmekte ve eklem açısal konum, hız ve ivmeleri elde edilmektedir. Benzetim programı modele dayalı denetim sistemini de kapsayacak şekilde hazırlanmıştır. Böylece, yerçekimi, atalet ve doğrusal olmayan dinamik etkileri incelemek mümkün olacak ve bunların meydana getirdiği açısal konum, hız ve ivme hataları elde edilebilecektir.

Benzetim yazılımında denetim şekli olarak eklemlere, bağımsız PID denetim birimlerinin (independent joint control) uygulanması düşünülmüştür. Bu denetim şekli günümüz endüstriyel robotlarında da uygulanmaktadır. Ancak, PID denetleyicilerinin uygulanmasının asıl amacı bu değildir. Bağımsız denetleyicilerin kullanılmasıyla robotun non-lineer ve bağlaşık olan dinamiği gözönüne alınmamaktadır. Böylece sistemin lineerliğinin sistem performansına etkisini daha rahat gözlemlemek mümkün olacaktır. Bilindiği gibi, integral denetim birimi sistemin durağan hatalarını azaltmakta ya da yok etmektedir. Bu nedenle, hatalar ile sistemin lineeerliği arasındaki ilişkinin daha belirgin hale denetleyicisi uygulanmıştır. Diğer taraftan, sistemin denetim performansının belirlenebilmesi için bazı kriterlere gereksinim vardır. Bu amaçla klasik performans indisleri yöntemi seçilmiştir. Amaç robotun eklem koordinatlarında meydana gelen konum ve hız hatalarını en aza indirgemek olduğuna göre seçilecek performans indisi (PI) de hataya dayalı bir indis olmalıdır. Bu amaç için en uygun PI, eklem koordinatlarındaki açısal konum hatalarının karelerinin zamana göre integrali olan ISE performans indisidir. Ancak, robotun birden fazla serbestlik derecesi olduğu için performans indisi aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$PI = \sum_{i=1}^{N} \int_{o}^{\infty} e_i^2(t)dt \tag{3.1}$$

Burada,

N = serbestlik derecesi

$e_i = \theta_{di} - \theta_i$

θ_{di} = i'nci eklem değişkeninin istenilen açısal konumu

θ_i = i'nci eklem değişkeninin gerçek açısal konumu

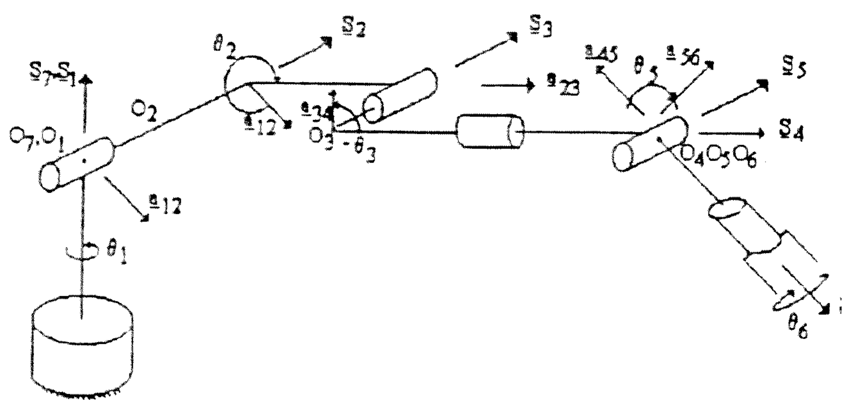
olarak kullanılmıştır. Benzetim programında integralin sıfırdan sonsuza kadar hesaplanması mümkün olamayacağından, sonsuz olarak sistemin cevabının durağan duruma gelinceye kadar geçen sürenin alınması uygun olacaktır.

PI'nin hesaplanabilmesi için sistemin test girdilerine cevabının bilinmesi gerekir. Bu amaç için en uygun girdi basamak girdi fonksiyonudur. Yani robottan hareketsiz durduğu "home" konumundan, bir anda istenilen eklem konumlarına gitmesi talep edilmektedir. Zaten bu durum uygulamalarda da böyledir. Daha sonra sistemin cevabı benzetim programı ile elde edilmekte ve hataya dayalı PI hesaplanmaktadır. Böylece robot parametrelerinin değiştirilmesiyle, Lineerlik Endeksi (LE) değişmekte ve bunun PI'ne etkisini gözlemek mümkün olmaktadır.

Benzetim programına temel teşkil eden blok şema bir eklem için Şekil 3.2'deki gibidir. Denetim sisteminde diğer eklemlerin etkileri ilgili ekleme ait denetim sistemi tarafından bozucu etken olarak algılanmaktadır. Bu bozucu etkenler Şekil 3.2'de τ_d ile gösterilmiştir. Diğer taraftan, ölçüm birimleri ideal olarak kabul edilmiş ve dinamikleri denetim sistemi içinde gösterilmemiştir. Bu durumda, geri besleme döngülerinde birim geri beslemeler görülmektedir.

1. Kartezyen koordinatlarda yörünge planlaması.
2. Yörünge dönüştürülmesi, yani evrik kinematik.
3. Denetim birimi tarafından robot sistemine girdilerin hesaplanması (dönme momentlerinin bulunması) yani ileri dinamik.
4. Dönme momentleri kullanılarak robot dinamik denklemlerinin integrasyonu.
5. PI ve LE'nin hesaplanması.

Bu program kullanılarak, Şekil 3.3'de kinematik modeli gösterilen ODTÜ-ASELSAN robotunun ilk üç serbestlik derecesi için benzetim yapılmıştır. Zaten deneylerde de ancak ilk üç serbestlik derecesi için sonuçlar elde edilebildiğinden ve bilekteki üç serbestlik derecesinde de önemli gelişmeler beklenmediğinden, bu uygulamanın kısıtlayıcı olmayacağı görüşüne varılmıştır.



Şekil 3.3. ODTÜ-ASELSAN Robotunun Kinematik Modeli.

Benzetim programında, ilk üç eklem için sırasıyla 30°, 45° ve 60° basamak girdi fonksiyonları seçilmiştir. Diğer taraftan, denetimde ilk üç eklem için sırasıyla 10, 10, 10 konum ve 1, 1, 1 hız servo kazançları kullanılmıştır. Bu kazançların kullanılmasındaki amaç sistemin basamak cevabının klasik salınımlı bir cevap olmasını sağlamaktır. Şekil 3.4'de robotun Tablo 3.1'de gösterilen dinamik parametreler ve yukarıdaki girdi büyüklükleri ve servo kazançları için cevabı verilmiştir.

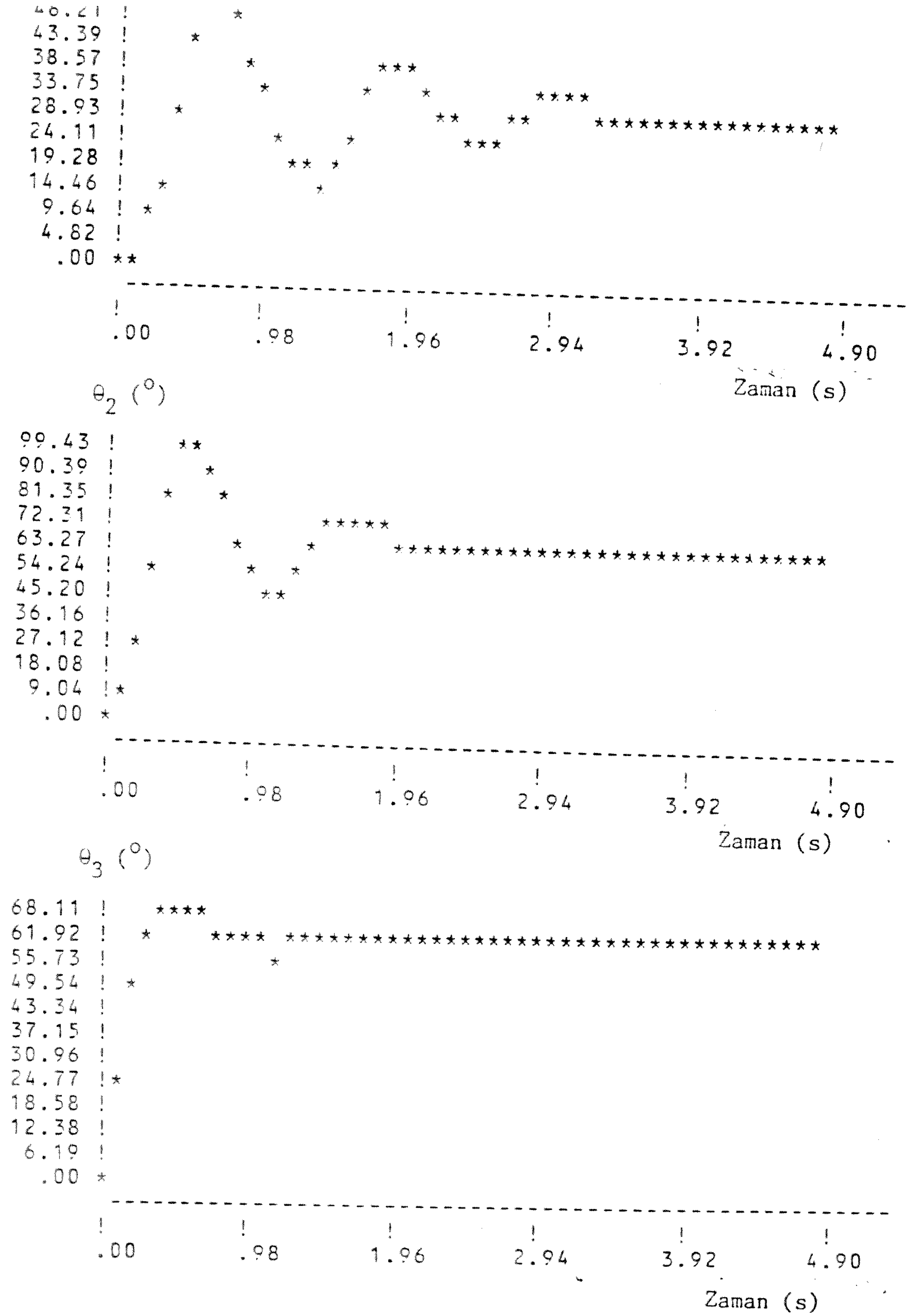
Tablo 3.1. ODTÜ-ASELSAN Robotunun İlk Üç Uzvunun Dinamik Parametreleri [Başçuhadar, 1989].

i	x_i (mm)	y_i (mm)	z_i (mm)	m_i (kg)	XX_i XY_i (kg.mm^2)	YY_i YZ_i (kg.mm^2)	ZZ_i XZ_i (kg.mm^2)
1	- 43.004	- 45.763	- 15.138	5.146	72889.35 15855.13	40306.13 - 1420.24	69859.09 1934.07
2	- 40.105	0.54	60.94	4.327	43147.14 172.29	141647.0 - 75.70	102609.79 - 17018.70
3	0.74	- 15.598	7.653	3.296	46663.89 - 723.64	5908.76 - 222.59	45809.70 - 75.23

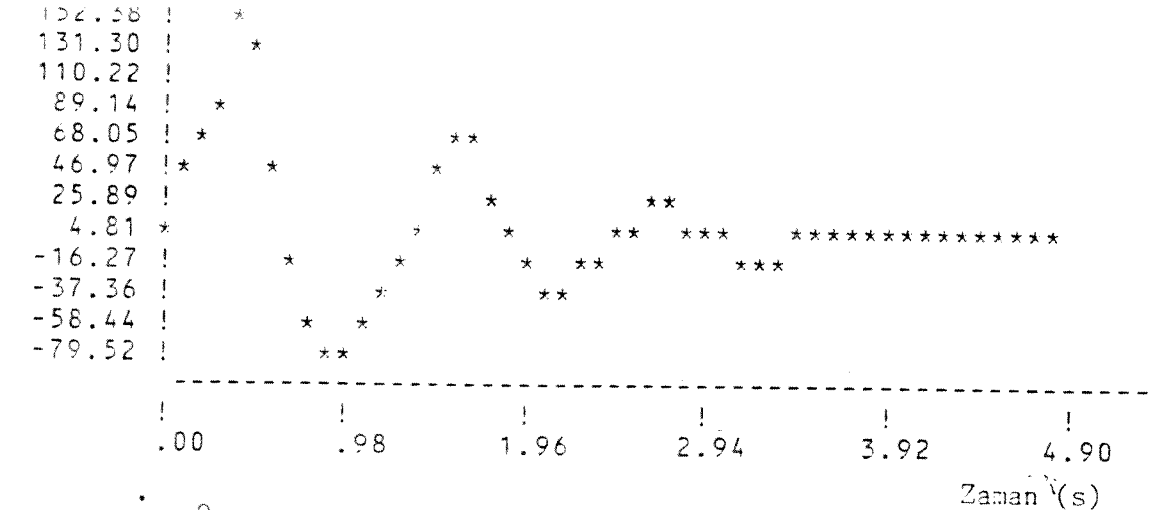
$[B_i]$: z ve x eksenleri sırasıyla S_i ve $\mathbf{a}_{ij}$ vektörlerine paralel olan ve orijini O_i 'de bulunan eksen takımı.

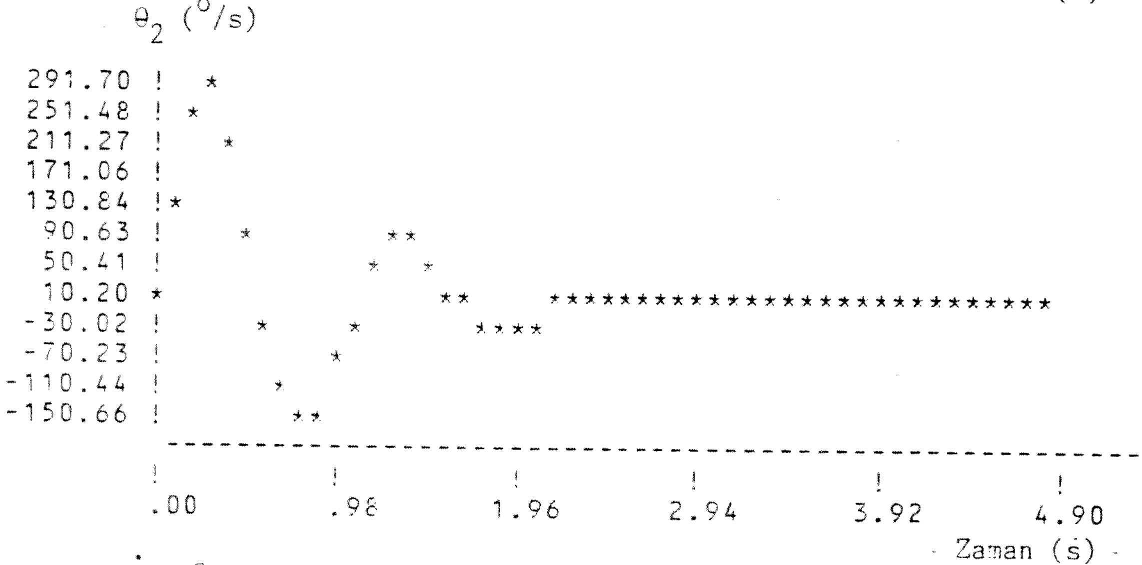
x_i, y_i, z_i : i'nci uzvun ağırlık merkezinin $[B_i]$ eksen takımındaki koordinatları.

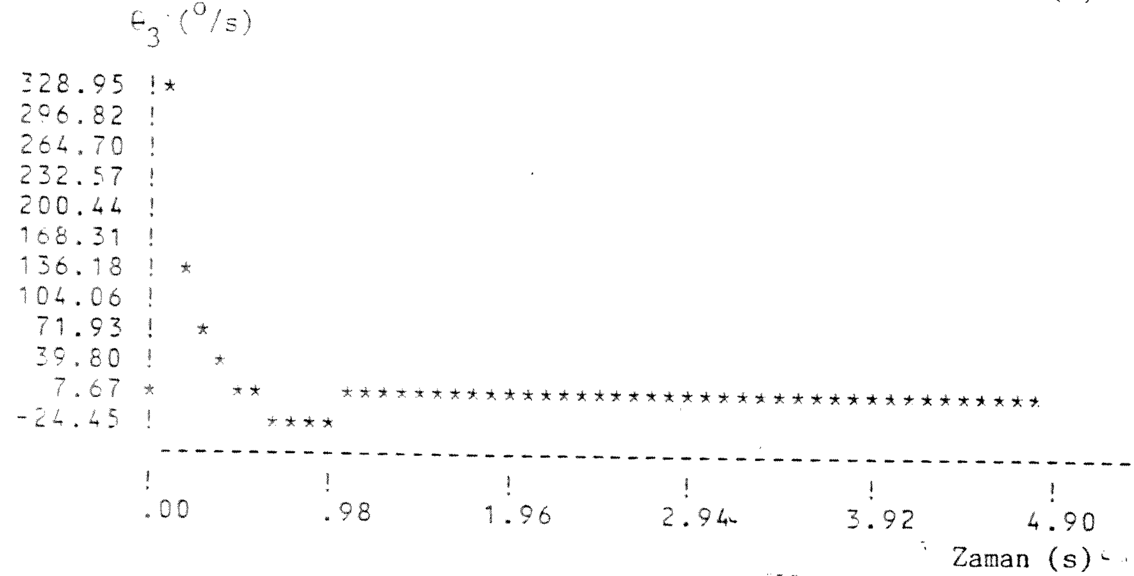
$XX_i, XY_i, YY_i,$
YZ_i, ZZ_i, XZ_i : i'nci uzvun $[B_i]$ sisteminde ifade edilmiş atalet tensörünün elemanları, yani sırasıyla I_{xx}, I_{xy}, I_{yy}, I_{yz}, I_{zz} ve I_{xz}.



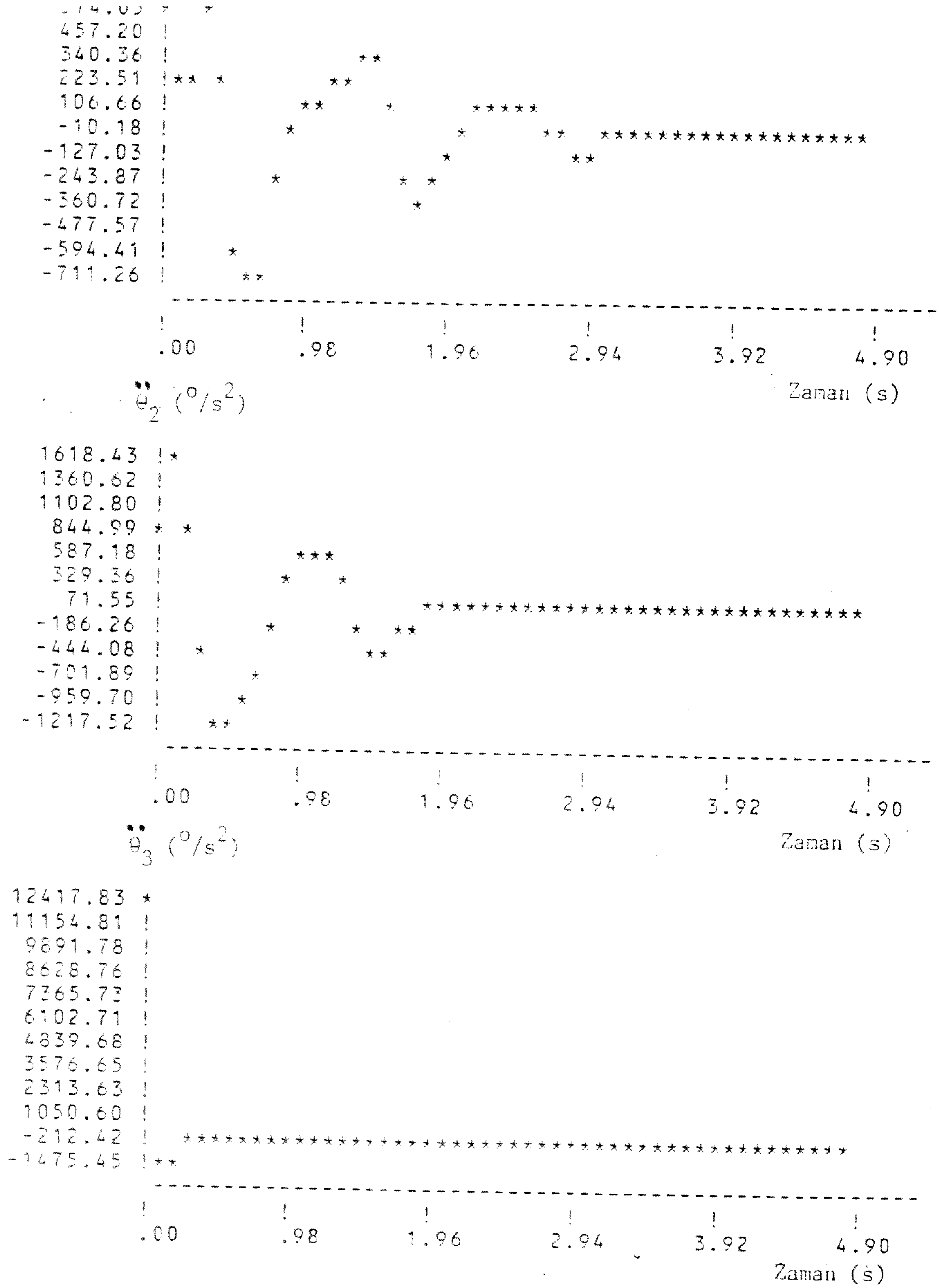
Şekil 3.4.a. Benzetim Sonuçları (Açısal Konumlar).





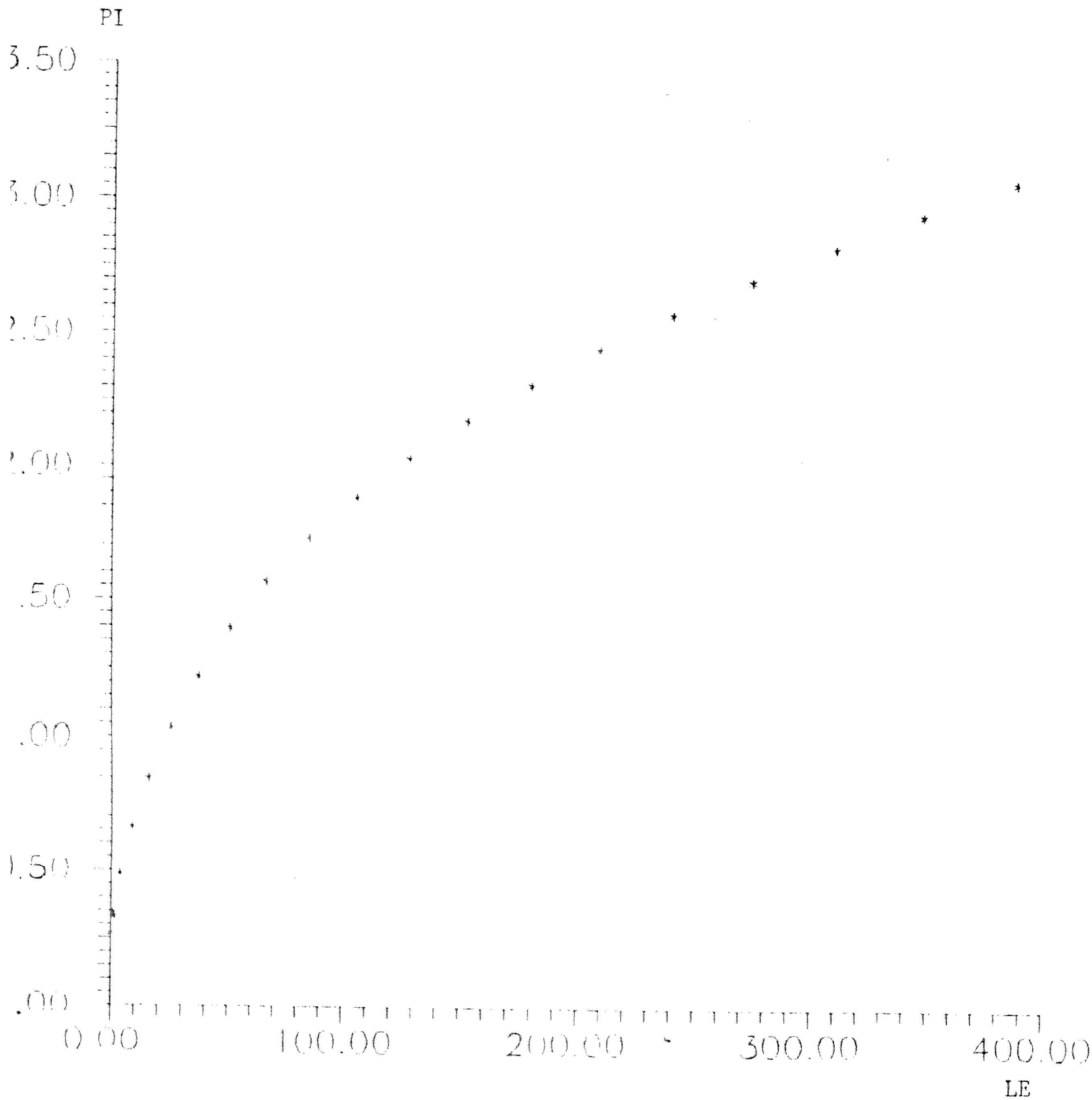


Şekil 3.4.b. Benzetim Sonuçları (Açısal Hızlar).



Şekil 3.4.c. Benzetim Sonuçları (Açısal İvmeler).

LE arasındaki ilişkiyi görebilmek için, 3. uzvun ağırlığı 0 ile 10 kg. arasında yarımşar kilo aralıklarla değiştirilmiş, ve her durumda PI ve LE hesaplanarak, Şekil 3.5'te verilen grafik elde edilmiştir. Grafikte de görüldüğü gibi LE azaldıkça PI değeri de azalmaktadır, yani LE azaldıkça robot daha lineer olmakta ve dolayısıyla denetim performansı artmaktadır.



Şekil 3.5. PI-LE Grafiği.

yönteminin yakınsamasıdır. Bunun sebebi, oldukça non-lineer ve bağlaşık diferensiyel denklemlerin çözülmesi gereğidir. Yapılan denemeler sonucunda LSODE isimli bir integrasyon paketi, bir çok modifikasyondan sonra en uygun paket olarak görülmüştür. Diğer bir problem de yazılım için seçilen FORTRAN dili için kullanılan derleyici ile ilgilidir. Projenin diğer aşamalarında kullanılan REDUCE paketi FORTRAN çıktısı verdiği ve integrasyon paketi yine FORTRAN 'da yazılmış olduğu için derleyici olarak MSFORTRAN kullanılmıştır. Ancak, bu derleyicinin bellek yetersizliği nedeniyle, benzetim programını bir çok alt yordamlara bölerek derlemek mümkün olmuştur. Programın çalışma süresi çok uzun olduğundan Math Coprocessor ile derlenmesi uygun görülmüştür. Bu durumda, ancak 80x87 matematik işlemcisi ya da emülatör bulunan sistemlerde çalıştırılması mümkün olmaktadır.

BÖLÜM 4

ODTÜ-ASELSAN ROBOTUNUN DİNAMİK PARAMETRELERİNİN DENEYSEL OLARAK BELİRLENMESİ

4.1. Yöntem

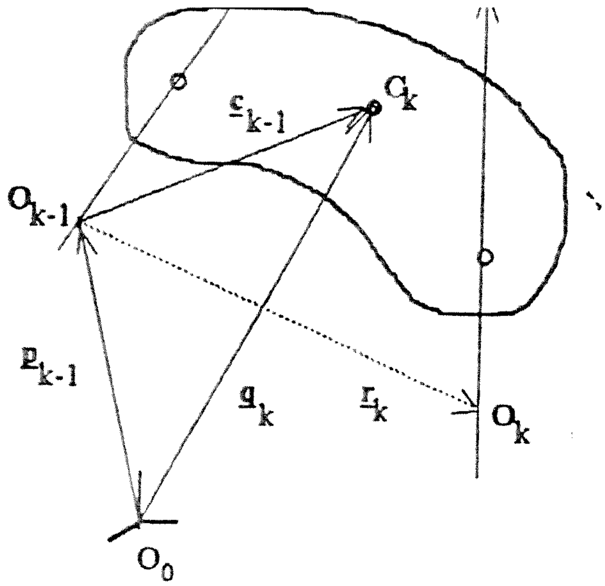
Robot denetiminde söz konusu robotun dinamik parametrelerinin bilinmesi çok önemlidir. Her ne kadar tasarım sırasında sadece kinematik özellikler gözönüne alınmakta ve dinamik parametreler tamamen serbest bırakılmakta ise de iş hassas hareket denetimine gelince bu parametrelere mutlaka ihtiyaç vardır.

Bir robotun dinamik parametrelerin belirlenebilmesi için çeşitli yöntemler mevcuttur. Bunlardan bir tanesi mevcut robotu söküp, uzuvları tartarak ve torsyonal ya da normal sarkaçlar kullanarak gerekli ölçümleri yapmaktır. Ancak, bu yöntem temel olmakla birlikte hem zaman alıcı hem de robotun demontesi gerektiği için oldukça zordur. Diğer bir yöntem ise bilgisayar destekli modelleme programlarının kullanılmasıdır. Ancak, bu yöntemle de her uzvun tam olarak modellenmesi mümkün olamayacağı için hassas sonuçlar elde etmek mümkün değildir.

Diğer yöntemler, robotun dinamik denklemleri üzerine dayalı tahmin yöntemleridir. Bu yöntemlerde dinamik parametreler robotun uzuvlarının haraketlerinden bulunur. Bu parametrelerin dinamik modelleme ve/veya denetimde kullanılacağı düşünülürse, robot dinamiğini etkileyen parametrelerin tahmini yeterli olmaktadır.

Bu araştırmada, dinamik parametrelerin bulunmasında Newton-Euler tahmin yöntemi kullanılmıştır [Atkeson, G.C., Chae, H.A. ve Hollerbach, J.M., 1986]. Yöntemin uygulandığı robot ise altı dönel eklemi olan ODTÜ-ASELSAN robotudur.

Newton-Euler dinamik formülasyonunda, dinamik parametreler olan, kütle, kütle merkezi ve atalet momentlerinin ifadeleri diğer parametrelere göre lineer olarak elde edilebilmektedir. Şekil 4.1'de manipülatörün k uzvu k'ncı ekleme sabitlenmiş O_{k-1} koordinat sistemi ile birlikte gösterilmiştir. $\mathbf{P}_{k-1}$ vektörü ise O_{k-1} in global koordinat sisteminin orijini olan O_0'a göre konum vektörüdür. Kütle merkezindeki C_k koordinat sistemi ise temel atalet eksen sistemini göstermektedir.



Şekil 4.1. Robot Kolun Bir Uzvu Üzerinde Lokal Koordinatların Gösterilmesi.

Kütle merkezinin O_{k-1} ve O_0 'a göre göreceli konumu ise $\mathbf{c}_{k-1}$ ve $\mathbf{q}_k$ vektörleriyle gösterilmiştir.

Newton-Euler yöntemi kullanılarak uzvun hareketi ile dinamik parametreler arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{F}_{kk} + m_k g = m_k \ddot{q}_k \tag{4.1}$$

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{M}_{kk} - \mathbf{c}_{k-1} x\, \mathbf{F}_{kk} = J_{Ck} \alpha_k + \omega_k x\, (J_{Ck} \omega_k) \tag{4.2}$$

Burada,

F_k = k uzvuna etki eden net kuvvet

F_{kj} = sadece j uzvunun hareketinden k uzvunda oluşan kuvvet

m_k = k uzvunun kütlesi

g = yerçekimi vektörü

M_k = k uzvunun kütle merkezine etrafındaki net dönme momenti

M_{kj} = sadece j uzvunun hareketinden dolayı k eklemindeki dönme momenti

J_{Ck} = kütle merkezine göre atalet momenti

α_k = açısal ivme vektörü

ω_k = açısal hız vektörü

olarak tanımlanmıştır.

ise aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\ddot{q}_k = \ddot{p}_{k-1} + \alpha_k \times \mathbf{c}_{k-1} + \omega_k \times (\omega_k \times \mathbf{c}_{k-1}) \tag{4.3}$$

Eğer (1) ve (2) nolu denklemler birleştirilirse, atalet tensörü k uzvunun kütle merkezi yerine k eklemine göre şu şekilde yazılabilir:

$$J_k = J_{Ck} + m_k \left[(\mathbf{c}_{k-1}^T \mathbf{c}_{k-1}) I - (\mathbf{c}_{k-1} \mathbf{c}_{k-1}^T) \right] \tag{4.4}$$

Böylece,

$$\mathbf{F}_{kk} = m_k (\ddot{\mathbf{p}}_{k-1} - g) + \alpha_k \times m_k \mathbf{c}_{k-1} + \omega_k \times (\omega_k \times m_k \mathbf{c}_{k-1}) \tag{4.5}$$

$$\mathbf{M}_{kk} = \ddot{\mathbf{p}}_{k-1} \times m_k (\ddot{\mathbf{p}}_{k-1} - g) + \mathbf{J}_k \alpha_k + \omega_k \times (\mathbf{J}_k \omega_k) \tag{4.6}$$

veya daha basit olarak

$$\mathbf{w}_{kk} = \mathbf{A}_k \Phi_k \tag{4.7}$$

Burada,

$\mathbf{w}_{kk}$ = sadece k uzvunun hareketinden dolayı k eklemindeki kuvvet ve dönme momentlerinden oluşan altı elemanlı vektör,

$\mathbf{A}_k$ = bir 6x10 matris,

Φ_k = bilinmeyen 10 atalet değişkenini içeren vektör.

$$\Phi_k = [\, m_k \; m_k \mathbf{c}_k \; J_{xxk} \; J_{xyk} \; J_{xzk} \; J_{yyk} \; J_{yzk} \; J_{zzk} \,]^T \tag{4.8}$$

k uzvunun dinamik parametrelerini tahmin edebilmek için, k eklemindeki toplam kuvvet ve dönme momenti vektörü k ekleminden j uzvu ile ilgili tüm $\mathbf{w}_{kj}$ vektörleri ile toplanmalıdır.

$$\mathbf{w}_k = \sum_{j=k}^{6} \mathbf{w}_{kj} \tag{4.9}$$

$$[\mathbf{F}_{k,k+1}\ \mathbf{M}_{k,k+1}]^T = \begin{bmatrix} C_{k-1,k} & \mathbf{0} \\ (\mathbf{r}_k x).\, C_{k-1,k} & C_{k-1,k} \end{bmatrix} [\mathbf{F}_{k,k+1}\ \mathbf{M}_{k,k+1}]^T \tag{4.10}$$

$$w_{k,k+1} = T_k\ w_{k,k+1,k+1} \tag{4.11}$$

Burada,

$C_{k-1,k}$ = k+1 uzuv koordinat sistemini k uzuv koordinat sistemine çeviren rotasyon matrisi

r_k = O_{k-1} 'den O_k 'ya bir vektör

T_k = kuvvet ve dönme momentlerinin tranformasyonunu sağlayan bir matris.

Daha sonra k eklemindeki kuvvet ve dönme momentlerinin j uzvuna olan etkilerini de katabilmek için

$$w_{kj} = T_k\ T_{k+1} \ldots\ldots T_j\ w_{ij} = U_{kj}\ \Phi_k \tag{4.12}$$

denklemi yazılır.

Burada,

$$U_{kj} = T_k\ T_{k+1} \ldots\ldots T_j\ A_j$$

$$U_{kk} = A_k$$

olarak tanımlanmıştır.

Eğer daha basit bir şekilde ifade etmek gerekirse

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \\ w_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} & U_{15} & U_{16} \\ 0 & U_{22} & U_{23} & U_{24} & U_{25} & U_{26} \\ 0 & 0 & U_{33} & U_{34} & U_{35} & U_{36} \\ 0 & 0 & 0 & U_{44} & U_{451} & U_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & U_{55} & U_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & U_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \Phi_5 \\ \Phi_6 \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

tarafta her eklemdeki kuvvet ve dönme momentlerini içermektedir. Ancak, sadece her eklemdeki dönme momentlerinin ölçülmesi mümkün olduğundan, her eklemde kuvvet ve dönme momentlerini içeren vektör dönme eksenine indirgenmelidir. Bu, (13) nolu denklemi:

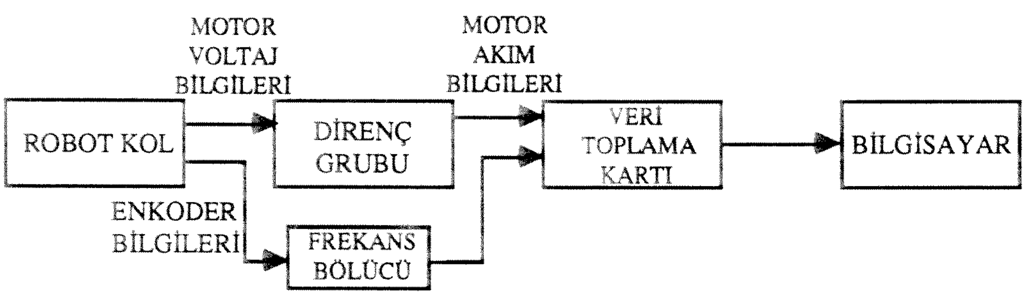
$$\tau = \mathbf{K}\,\Psi \qquad (4.14)$$

haline getirir.

Burada eğer denklem (14)'deki ilgili girdi 0 harici bir değer olursa
$\tau_k = [\,0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 1\,].\ \mathbf{w}_k$ k uzvunun eklem dönme momenti,
$\Psi_k = \Phi_k$ ve $\mathbf{K}_{kj} = [\,0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 1\,].\,\mathbf{U}_{kj}$
olur.

4.2. Deney Düzeneği

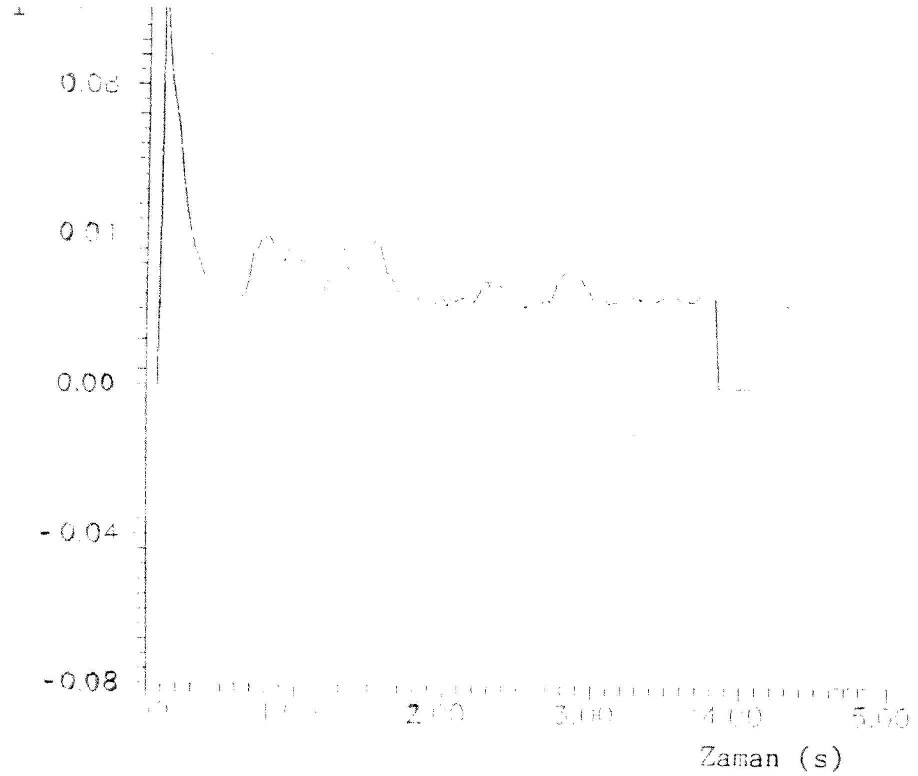
Yukarıda verilen yöntemin uygulanabilmesi için Şekil 4.2 'de verilen deney düzeneği kurulmuştur.

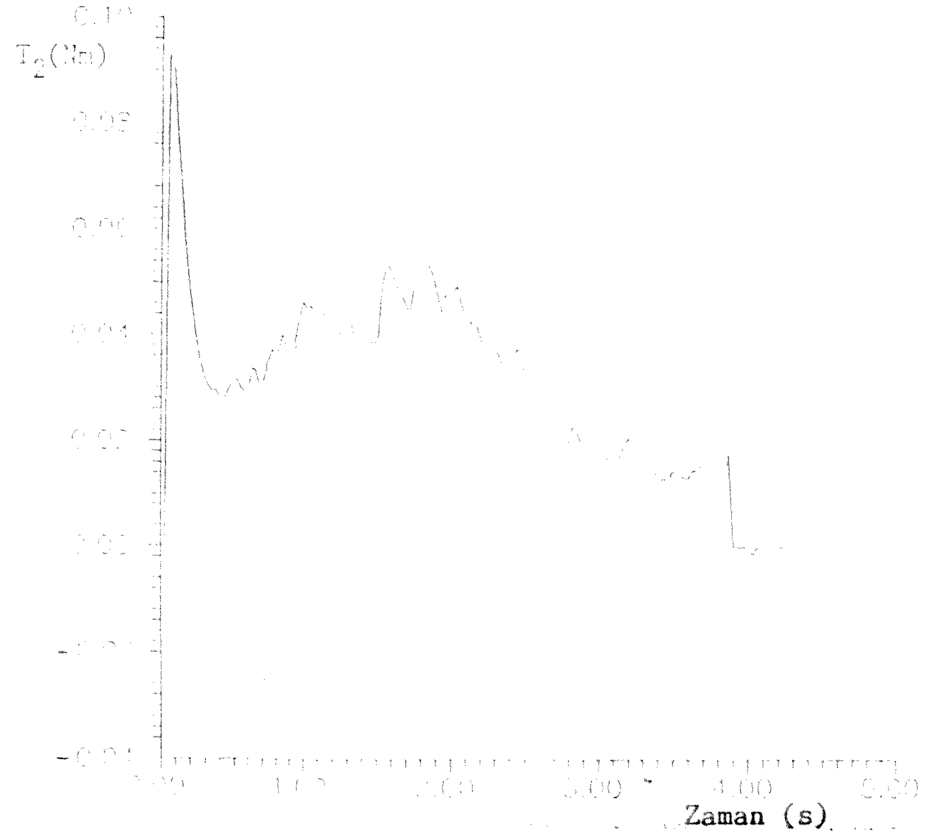


Şekil 4.2. Dinamik Parametrelerin Tahmini İçin Hazırlanan Deney Düzeneği.

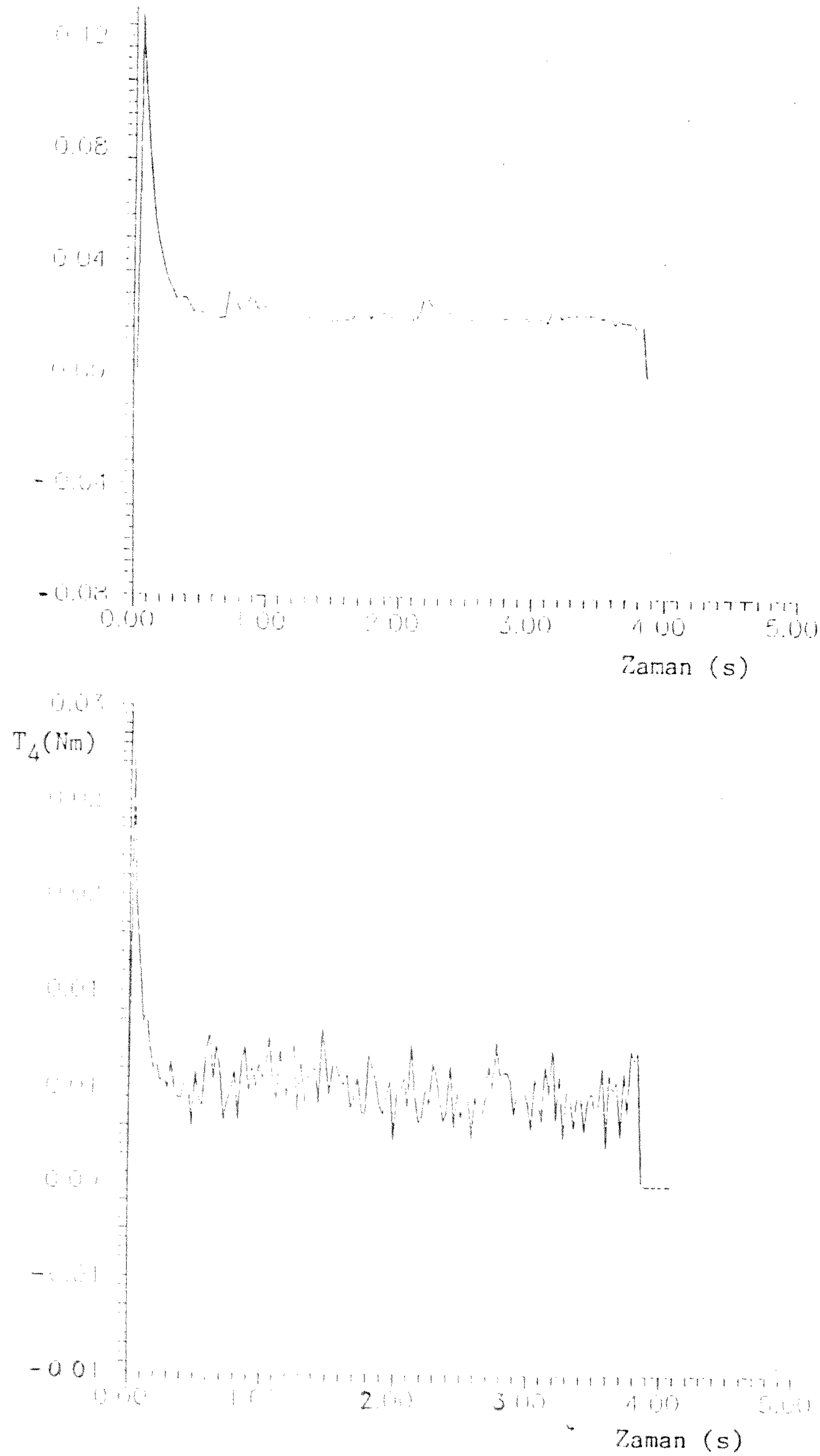
Yapılan incelemeler sonucunda ODTÜ-ASELSAN robotunun motorları üzerine orijinal olarak monte edilmiş sayısal enkoderlerinin bir kısmının tamamen, bir kısmının da kısmen arızalı olduğu tesbit edilmiştir. Bu durumda, ilk dört eklemin enkoderlerinden gelen sadece indeks sinyallerinin kullanılması mümkün olmuştur. Indeks sinyali motorun mil çıkışının her 360° dönüşünde bir darbe yollamaktadır. Ancak ekleme iletilen hareket dişli kutusundan geçtiği için enkoder açısal hızına göre çok daha düşüktür. Enkoderlerin kullanılması ile eklem açısal konum, hız ve ivmelerinin sayısal olarak tesbiti mümkündür. Deney düzeneği olarak bir EPSON 8088 işlemcili PC ile veri toplama birimi olarak PC-718 Data Acqusition kartı kullanılmıştır. Enkoderlerden gelen darbeler veri toplama kartı üzerinden bilgisayara aktarılmış, ancak gelen darbelerin sıklığının fazlalığı yüzünden veri bölücü olarak kullanılmış ve sayısal bilgiler bilgisayara aktarılmıştır. Diğer taraftan, açısal konum, hız ve ivme bilgilerinin yanısıra, dinamik parametrelerin belirlenmesi için motorların açıların ölçüldüğü anda sağladığı dönme momentlerine gereksinim vardır. Bu amaçla, motor besleme hatları üzerine 4.7 Ω bir direnç bağlanıp, bu direncin üzerindeki potansiyel düşmesinden motor sarımlarından geçen akım belirlenmiştir. Motorların dönme momenti ve voltaj sabitleri üretici firma tarafından verildiği için deneysel olarak bulunan akım değerlerinden dönme momentleri hesaplanmıştır. Ancak, deney sırasında robot eklem ve aktarma organlarında görülen aşırı sürtünme zaman zaman uzuvların hareketsiz kalmasına neden olmuştur. Bu amaçla, değişik besleme voltajlarında deneyler gerçekleştirilmiş ve sürtünmenin etkilerinin en az gözlendiği durumlar gözönüne alınmıştır. Besleme voltajının yüksek seçilmesi, sürtünme sorununu azaltmakta ancak bu kez de uzuvların hızlı hareketi nedeniyle yeteri kadar veri toplanamamaktadır. Diğer taraftan, robotun "home" konumunun kesin olarak saptanması yani ikinci uzvun tam yatay, üçüncü uzvun da buna göre tam 90° açıda bulunmasını sağlamak amacıyla basit ancak hassas aparatlar yapılmıştır. Her deney sırasında robot ilk önce "home" konuma getirilmiştir. "Home" konumda tüm açılar Denavit-Hartenberg sistemine göre 0° dir. Dirençler üzerindeki potansiyel düşmeleri kartın analog girişine bağlanmış ve böylece dört motorun sarımlarından geçen akım zamanın fonksiyonu olarak bilgisayara aktarılmıştır. Besleme voltajı 12 V olduğunda elde edilen sonuçlar grafiksel olarak Şekil 4.3 'de verilmiştir.

Deneyler sırasında, uzuvların hareketi süresince geçen zaman bir kronometre yardımıyla belirlenmiştir. ODTÜ-ASELSAN robotunun denetim birimi olmadığı için uzuvları hareket ettiren motorlara ancak sabit voltaj verilebilmiş ve deney bu şartlar altında gerçekleştirilmiştir. Akım grafiklerinde görülen osilasyonlar motorların DC motor olmasından kaynaklanmaktadır. Ancak, bu yüksek frekanslı sinyallerin filtresi gerekli görülmemiştir. Sonuçların, yapılan birçok deneyin ortalaması olarak elde edilmesi güvenirliliği arttıracaktır. Bu da bize robotun dinamik parametrelerini ortalama olarak verecektir. İlk dört eklemde ölçümler yapıldığı için ancak ilk üç uzvun dinamik parametrelerini bulmak mümkündür.





Şekil 4.3.a. Motor Torklarının Zamana Göre Değişimi (1. ve 2. Eksen).



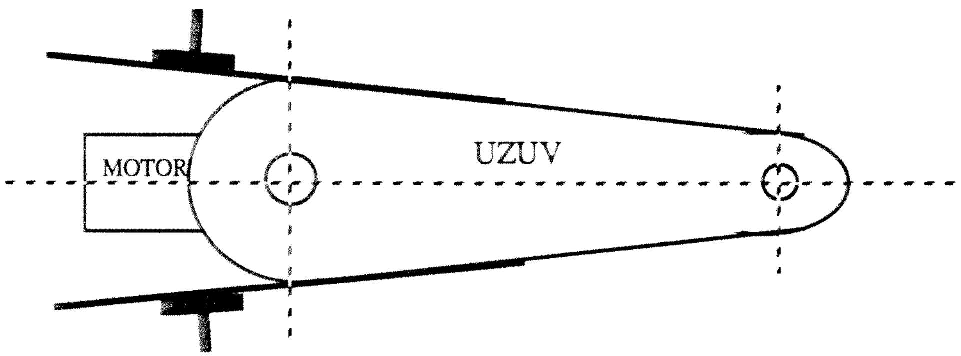
Şekil 4.3.b. Motor Torklarının Zamana Göre Değişimi (3. ve 4. Eksen).

bilgisayar programı hazırlanmış ve deney sonuçları bu programa girdi olarak verilmiştir. Ancak, deneyler sırasında ODTÜ-ASELSAN robotunun motorlarına robotun denetimi olmadığı için ancak sabit voltaj uygulanmış olması eklem açısal hızlarının önemli bir değişiklik göstermemesine sebep olmuştur. Bu durumda, dinamik parametrelerin hesaplanma yöntemindeki tüm açısal ivmeler sıfıra yaklaşmaktadır. Eklem açısal ivmelerinin sıfır olması durumunda dinamik parametrelerin bulunması tamamen doğrusal olmayan terimlere dayanmakta, bu da yöntemin başarısız olmasına neden olmaktadır. Bu sorunların aşılmasına rağmen elde edilen sonuçlar, robotun daha önce başka yöntemlerle elde edilmiş dinamik parametreleri ile karşılaştırıldığında olumlu sayılabilecek gibi değildir (örneğin, bazı uzuv ağırlıkları eksi çıkmıştır). Deneyler sırasında yalnızca eklem açısal konumlarının ölçülebilmesi nedeniyle eklem açısal hızlarındaki değişiklikler saptanamamıştır. Eğer, konumların yanısıra açısal hız ve açısal ivmeler de ölçülebilseydi yöntem daha tutarlı sonuçlar verebilirdi.

BÖLÜM 5

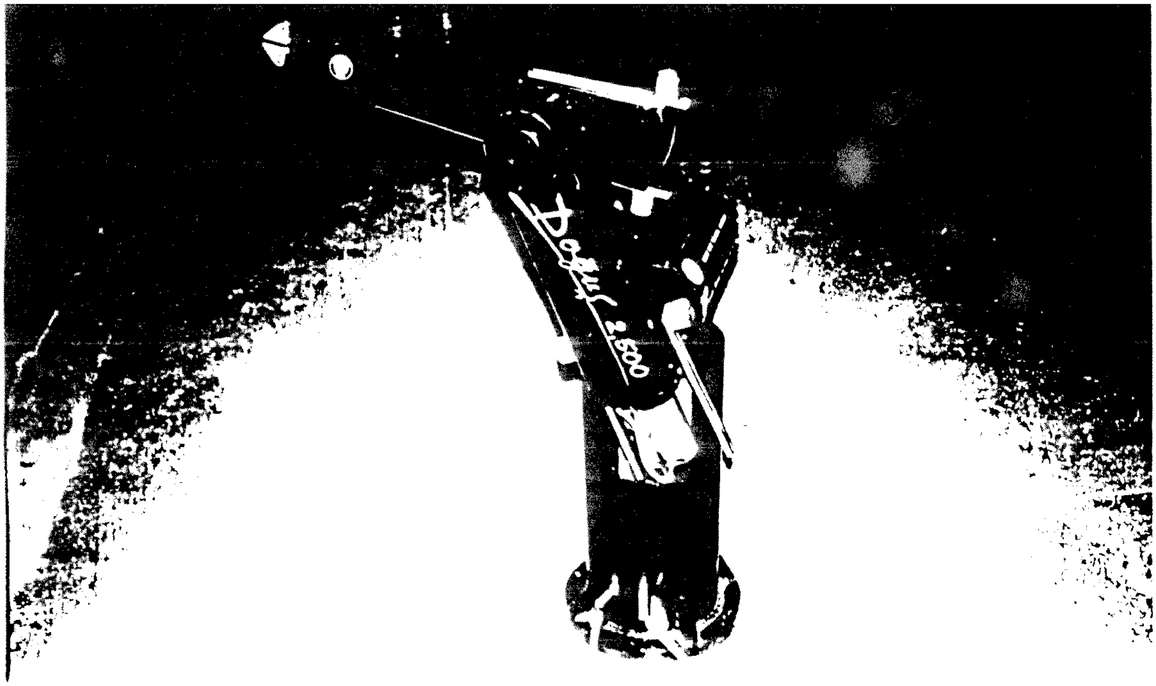
ODTÜ-ASELSAN ROBOTUNUN DİNAMİK PARAMETRELERİNİN BİR APARATLA DEĞİŞTİRİLMESİ

ODTÜ-ASELSAN robotunun 2. ve 3. uzuvlarının kütle merkezlerinin yeri, ağırlıkları ve dolayısıyla atalet momentlerinin değiştirilebilmesi için bir aparat hazırlanmıştır. Bunun için en uygun tasarım olarak raylı bir sistem ve üzerinde ağırlığı değişebilen kayar bir kısım düşünülmüştür. Şekil 5.1'de bir uzuv ve üzerine uzva göre simetrik olarak yerleştirilen ray-kütle sistemi şematik olarak gösterilmektedir.



Şekil 5.1. Uzuv ve Aparatın Şematik Gösterimi.

Rayların üstüne hazırlanan skala yardımı ile her iki kütlenin aynı konuma getirilmesi sağlanmış ve simetrinin bozulması önlenmiştir. Değişik ağırlıklarda hazırlanan bu kayar silindirik kütleler sayesinde dinamik parametrelerin değiştirilmesi mümkündür. Ancak, robotun denetimi olmadığı için dinamik parametrelerinin denetim sisteminin performansı üzerindeki etkilerini gözlemek mümkün olmamıştır. Şekil 5.2'de ODTÜ-ASELSAN robotunun aparatın montajından sonraki fotoğrafı görülmektedir.



Şekil 5.2. ODTÜ-ASELSAN Robotunun değiştirme Aparatı ile Fotoğrafı.

BÖLÜM 6

SONUÇ

Bu çalışmada herhangi bir robotun hareket denklemlerini kapalı formda türetebilen bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Programın CPU zamanı ve bellek gereksinimlerini azaltabilmek amacıyla LD notasyonu ve Gautier [1990] tarafından geliştirilen gruplamalar kullanılmıştır. LD notasyonu kinematik uygulamalar için geliştirilmiş olup, bu notasyonu hareket denklemlerinin çıkarımında kullanabilmek için LD terimlerinin türevlerini kapalı formda veren yeni formüller türetilmiştir. Bu formüller, robot ve uzaysal mekanizmaların kinematik ve dinamik analizlerinde başka kullanım alanları da bulabilir.

Geliştirilen lineerlik endeksi kavramı bir robotun lineerlik derecesinin sayısal bir ölçütü olup, yazarların bilgisi dahilinde literatürde buna benzer başka bir ölçüt bulunmamaktadır. Lineerlik endeksi kullanılarak, benzer tipteki robotların "lineerlikleri" birbiri ile karşılaştırılabilir. Tanımında yer alan H_{ij}, C_{ij} ve G_i ağırlık katsayıları da lineerlik endeksinin kullanıcının amacına uygun bir biçimde formüle edilebilmesini sağlamaktadır. Bu endeksin bir diğer avantajı da kapalı formda elde edilebilmesidir.

Bölüm 2.5'deki örneklerden de görülebileceği gibi, lineerlik endeksi robotun dinamik parametrelerinin tasarımında da kullanılabilir. Söz konusu parametreleri birtakım eşitlikleri sağlayacak şekilde seçerek (örneğin bkz. (2.44) - (2.46) no'lu eşitlikler) robotu tamamen veya kısmen lineerize etmek mümkün olmaktadır. Dinamik parametrelerin sağlamaları gereken eşitlikler çok kısıtlayıcı olmadığından, tasarımcı başka tasarım kriterlerini de (eğer varsa) sağlayabilmektedir. Yang ve Tzeng [1986] tarafından "lineerize edilemez" şeklinde nitelendirilen 4 serbestlik dereceli bir robot kol da, lineerlik endeksi kavramı kullanılarak tamamiyle lineer bir hale getirilebilmektedir [Sarrafi, 1993].

Lineerlik Endeksi ile robotun denetim performansı arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarabilmek için geliştirilmiş bulunan benzetim programı kullanılmıştır. ODTÜ - ASELSAN robotunun ilk üç uzvunun bir PD - denetleyicisi ile kontrol edildiği varsayılarak ve üçüncü uzvun kütlesini değiştirerek değişik benzetimler yapılmış ve robotun performansı bir ISE performans indisi (PI) aracılığıyla hesaplamıştır. Şekil 3.5'de verilen PI - LE grafiğinden de görüleceği üzere, lineerlik endeksi azaldıkça denetim performansı da artmakta, diğer bir deyişle hareket denklemleri "daha lineer" bir hale gelmektedir. İleride yapılacak çalışmalarda, biçimde incelenmesi düşünülmektedir. Ayrıca LE kavramının robotun izleyeceği herhangi bir yörüngenin lineerliğini de belirleyecek şekilde genişletilmesi de düşünülmektedir.

Bu çalışma kapsamında ODTÜ-ASELSAN robotunun ilk üç uzvunun dinamik parametrelerini deneysel olarak belirleyebilmek için Atkeson, Chae ve Hollerbach [1986] tarafından geliştirilen Newton-Euler yöntemine dayalı bir tahmin yöntemi kullanılmıştır. Yapılan deneyler ve hesaplamalar sonucunda elde edilen dinamik parametreler gerçekci çıkmamıştır. Bu konudaki en önemli sorun, robotun denetim biriminin olmayıp, halen manuel olarak kontrol edilmesi şeklinde nitelendirilebilir.

ODTÜ-ASELSAN robotunun ilk üç uzvu gözönüne alındığında, dinamik parametrelerin (2.50) no'lu eşitlikte verilen kısıtları sağlaması durumunda hareket denklemlerinin lineer olacağı (Bkz. (2.51) no'lu eşitlikler) bölüm 2.5'te gösterilmiştir. Öte yandan, imal edilmiş olan robotun dinamik parametreleri bu kısıtları sağlayamamakta ve dolayısıyla hareket denklemleri nonlineer çıkmaktadır (Bkz. Ek 4). Bu durumda, robota monte edilmiş olan aparatı kullanarak 2. ve 3. uzuvların dinamik özelliklerini belli ölçüler içinde değiştirmek ve böylece hareket denklemlerini "daha lineer" bir hale getirmek en pratik çözüm olarak ortaya çıkmaktadır. İleride robotun bilgisayar aracılığıyla denetimi gerçekleştirildiğinde, aparat üzerindeki kütlelerin değer ve konumlarının denetim performansı üzerindeki etkilerini deneysel olarak saptamak ve böylece robotu (üzerinde hiçbir değişiklik yapmadan) olabildiğince lineer bir hale dönüştürmek mümkün olacaktır. Ayrıca, söz konusu kütlelerin LE aracılığıyla bulunabilecek optimum değer ve konumlarının deneysel olarak saptanan değerlerle karşılaştırılması da, lineerlik endeksi kavramının deneysel olarak da irdelenmesi açısından yararlı olacaktır.

BÖLÜM 7

KAYNAKÇA

Asada, H., A Geometrical Representation of Manipulator Dynamics and its Application to Arm Design, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, C. 105, 131-135 (1983).

Atkeson, G.C., Chae, H.A. ve Hollerbach, J.M., Estimation of Inertial Parameters of Manipulator Loads and Links, International Journal of Robotics Research, Cilt 5, 101-119 (1986).

Balkan, T., Kaftanoğlu, B., Robot Kollarda Bir Yörünge Planlaması Yöntemi, 3. Ulusal Makina Tasarım ve İmalat Kongresi, ODTÜ, Ankara, 319-329, 21-23 Eylül (1988).

Başçuhadar, İ., Design and Construction of a Robotic Manipulator with Six Revolute Joints, Y. Lisans Tezi, ODTÜ, Ankara, Şubat (1989).

Craig, J.J., Introduction to Robotics: Mechanics and Control, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts (1986).

Duffy, J., Analysis of Mechanisms and Robot Manipulators, John Wiley, New York (1980).

Gautier, M. ve Khalil, W., Direct Calculation of Minimum Set of Inertial Parameters of Serial Robots, IEEE Transactions on Robotics and Automation, C. 6, No. 3, 368-373 (1990).

Khosla, P.K., Categorization of Parameters in the Dynamic Robot Model, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Cilt 5, No.3, 261-268 (1989).

Lipkin, H. ve Duffy, J., A Vector Analysis of Robot Manipulators, Recent Advances in Robotics, ed: Beni, G. ve Hackwood, S., John Wiley, New York (1985).

Nathan, R.H., A Constant Force Generation Mechanism, J. Mech. Trans. and Aut. in Design, Cilt 107, 509-512 (1985).

Simple Dynamics, Proc. Instn. Mech. Engrs., C. 201, No. B4, 221-227 (1987).

Park, H.J. ve Cho, H.J., General Design Conditions for an Ideal Robotic Manipulator Having Simple Dynamics, International Journal of Robotics Research, C. 10, No. 1, 21-29 (1991).

Streit, D.A. ve Gilmore, B.J., Perfect Spring Equilibrators for Rotatable Bodies, J. Mech. Trans. and Aut. in Design, Cilt 111, 451-458 (1989).

Sarrafi, A., Computer Aided Generation and Linearization of the Equations of Motion of Serial Robot Manipulators, Y. Lisans Tezi, ODTÜ Makina Mühendisliği Bölümü (1993).

Yang, D.C.H. ve Tzeng, S.W., Simplification and Linearization of Manipulator Dynamics by the Design of Inertia Distribution, International Journal of Robotics Research, Cilt 5, No. 3, 120-128 (1986).

EK 1

P, P*, Q, R, U, U*, V, W, X, X*, Y VE Z ELEMANLARININ TANIMLARI

Aşağıdaki tanımlarda e, f, g, h, i, j, k ve l artan sırada, ardışık bir tamsayı kümesini göstermektedir. Ayrıca sin θ_γ, cos θ_γ, sin $\alpha_{\beta\gamma}$ ve cos $\alpha_{\beta\gamma}$ sırasıyla s_γ, c_γ, $s_{\beta\gamma}$ ve $c_{\beta\gamma}$ olarak kısaltılmıştır. β ve γ herhangi bir indeksi göstermektedir.

1. Tek İndeksli Elemanların Tanımları:

a) Artan İndeksler:

$$\begin{aligned} p_i &= c_i \\ Q_i &= c_{hi}\, s_i \\ R_i &= s_{hi}\, s_i \end{aligned} \qquad \text{(E.1)} \qquad\qquad \begin{aligned} U_i &= -s_i \\ V_i &= c_{hi}\, c_i \\ W_i &= s_{hi}\, c_i \end{aligned} \qquad \text{(E.2)}$$

$$\begin{aligned} X_i &= s_{ij}\, s_i \\ Y_i &= -(s_{hi}\, c_{ij} + c_{hi}\, s_{ij}\, c_i) \\ Z_i &= (c_{hi}\, c_{ij} - s_{hi}\, s_{ij}\, c_i) \end{aligned} \qquad \text{(E.3)}$$

b) Eksilen İndeksler:

$$\begin{aligned} \overline{P}_i &= c_i \\ \overline{Q}_i &= c_{ij} s_i \\ \overline{R}_i &= s_{ij} s_i \end{aligned} \qquad \text{(E.4)} \qquad\qquad \begin{aligned} \overline{U}_i &= -s_i \\ \overline{V}_i &= c_{ij} c_i \\ \overline{W}_i &= s_{ij} c_i \end{aligned} \qquad \text{(E.5)}$$

$$\begin{aligned} \overline{X}_i &= s_{hi} s_i \\ \overline{Y}_i &= -(s_{ij} c_{hi} + c_{ij} s_{hi} c_i) \\ \overline{Z}_i &= (c_{ij} c_{hi} - s_{ij} s_{hi} c_i) \end{aligned} \qquad \text{(E.6)}$$

a) Artan İndeksler:

$$E_{fg.....jk} = c_f E_{g.....jk} - s_f F_{g.....jk}$$

$$E^*_{fg.....jk} = s_f E_{g.....jk} + c_f F_{g.....jk} \tag{E.7}$$

$$E_{fg.....jk} = c_{ef} (s_f E_{g.....jk} + c_f F_{g.....jk}) - s_{ef} G_{g.....jk}$$

$$G_{fg.....jk} = s_{ef} (s_f E_{g.....jk} + c_f F_{g.....jk}) + c_{ef} G_{g.....jk}$$

b) Eksilen İndeksler (1):

$$E_{kj.....gf} = c_k E_{j.....gf} - s_k F_{j.....gf}$$

$$E^*_{kj.....gf} = s_k E_{j.....gf} + c_k F_{j.....gf}$$

$$F_{kj.....gf} = c_{kl} (s_k E_{j.....gf} + c_k F_{j.....gf}) - s_{kl} G_{j.....gf}$$

$$G_{kj.....gf} = s_{kl} (s_k E_{j.....gf} + c_k F_{j.....gf}) + c_{kl} G_{j.....gf}$$

burada, (EFG) ≡ (PQR), (UVW) veya (XYZ) dir.

3. Düal Elemanların Tanımları:

$A_{\alpha\beta.....\gamma}$ elemanlarının düal'i $A_{o\alpha\beta.....\gamma}$ ile gösterilirse,

$$A_{o\alpha\beta.....\gamma} = \sum_{IJ=ef}^{jk} a_{IJ} \frac{\partial A_{\alpha\beta.....\gamma}}{\partial \alpha_{IJ}} + \sum_{K=e}^{k} S_{KK} \frac{\partial A_{\alpha\beta.....\gamma}}{\partial \theta_K} \tag{E.9}$$

Burada A sembolü X, Y, Z, X*, U, V, W, U*, P, Q, P* veya R elemanlarından herhangi birini gösterebilir.

---

[1] (E.8) bağıntısının sağ tarafındaki E, F ve G elemanlarının tek indeksli olması durumunda bu elemanların yerine aynı indeksli $\overline{E}, \overline{F}$ ve $\overline{G}$ elemanları konulmalıdır.

EK 2

KİNETİK ENERJİ İFADELERİ

Kinetik Enerji* (LD Notasyonu Kullanılarak):

```
KE:=M3*(SIN(AL23)**2*Q22*A23**2
-2*SIN(AL23)*ZB0(2)*Q12*A23
+X0(32)**2*Q11
+2*X0(32)*XB0(3)*Q12
+W0(23)**2*Q11
+2*W0(23)*W0(3)*Q12
+W0(3)**2*Q22
+XB0(3)**2*Q22
+ZB0(2)**2*Q11)/2
```

Kinetik Enerji* (LD Notasyonu Kullanılmadan):

```
KE:=M3*(SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*SIN(T3)**2*COS(AL23)**2*Q11*S22**2
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*SIN(T3)**2*COS(AL23)*S33*Q11*S22
+SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*SIN(T3)**2*S33**2*Q11
+SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*SIN(AL23)**2*Q11*S22**2
+SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*COS(T3)**2*COS(AL23)**2*Q11*S22**2
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*COS(T3)**2*COS(AL23)*S33*Q11*S22
+SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*COS(T3)**2*S33**2*Q11
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(T3)**2*SIN(AL23)*COS(T2)*COS(AL23)*Q11*S22*A23
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(T3)**2*SIN(AL23)*COS(T2)*S33*Q11*A23
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(T3)**2*SIN(AL23)*COS(AL23)*Q11*S22*A12
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(T3)**2*SIN(AL23)*S33*Q11*A12
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(T2)*COS(T3)**2*COS(AL23)*Q11*S22*A23
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(T2)*COS(T3)**2*S33*Q11*A23
-2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(T2)*COS(AL23)*Q11*S22*A23
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(T3)**2*COS(AL23)*Q11*S22*A12
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(T3)**2*S33*Q11*A12
-2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(AL23)*Q11*S22*A12
+SIN(AL12)**2*SIN(T3)**2*SIN(AL23)**2*COS(T2)**2*Q11*A23**2
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T3)**2*SIN(AL23)**2*COS(T2)*Q11*A23*A12
+SIN(AL12)**2*SIN(T3)**2*SIN(AL23)**2*Q11*A12**2
+SIN(AL12)**2*SIN(T3)**2*COS(T2)**2*COS(AL23)**2*S33**2*Q11
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T3)**2*COS(T2)**2*COS(AL23)*S33*Q11*S22
+SIN(AL12)**2*SIN(T3)**2*COS(T2)**2*Q11*S22**2
+SIN(AL12)**2*SIN(AL23)**2*COS(T2)**2*COS(T3)**2*Q11*A23**2
+2*SIN(AL12)**2*SIN(AL23)**2*COS(T2)*COS(T3)**2*Q11*A23*A12
+SIN(AL12)**2*SIN(AL23)**2*COS(T3)**2*Q11*A12**2
+SIN(AL12)**2*COS(T2)**2*COS(T3)**2*COS(AL23)**2*S33**2*Q11
```

EK 2

KİNETİK ENERJİ İFADELERİ

Kinetik Enerji* (LD Notasyonu Kullanılarak):

```
KE:=M3*(SIN(AL23)**2*Q22*A23**2
-2*SIN(AL23)*ZB0(2)*Q12*A23
+X0(32)**2*Q11
+2*X0(32)*XB0(3)*Q12
+W0(23)**2*Q11
+2*W0(23)*W0(3)*Q12
+W0(3)**2*Q22
+XB0(3)**2*Q22
+ZB0(2)**2*Q11)/2
```

Kinetik Enerji* (LD Notasyonu Kullanılmadan):

```
KE:=M3*(SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*SIN(T3)**2*COS(AL23)**2*Q11*S22**2
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*SIN(T3)**2*COS(AL23)*S33*Q11*S22
+SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*SIN(T3)**2*S33**2*Q11
+SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*SIN(AL23)**2*Q11*S22**2
+SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*COS(T3)**2*COS(AL23)**2*Q11*S22**2
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*COS(T3)**2*COS(AL23)*S33*Q11*S22
+SIN(AL12)**2*SIN(T2)**2*COS(T3)**2*S33**2*Q11
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(T3)**2*SIN(AL23)*COS(T2)*COS(AL23)*Q11*S22*A23
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(T3)**2*SIN(AL23)*COS(T2)*S33*Q11*A23
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(T3)**2*SIN(AL23)*COS(AL23)*Q11*S22*A12
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(T3)**2*SIN(AL23)*S33*Q11*A12
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(T2)*COS(T3)**2*COS(AL23)*Q11*S22*A23
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(T2)*COS(T3)**2*S33*Q11*A23
-2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(T2)*COS(AL23)*Q11*S22*A23
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(T3)**2*COS(AL23)*Q11*S22*A12
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(T3)**2*S33*Q11*A12
-2*SIN(AL12)**2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(AL23)*Q11*S22*A12
+SIN(AL12)**2*SIN(T3)**2*SIN(AL23)**2*COS(T2)**2*Q11*A23**2
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T3)**2*SIN(AL23)**2*COS(T2)*Q11*A23*A12
+SIN(AL12)**2*SIN(T3)**2*SIN(AL23)**2*Q11*A12**2
+SIN(AL12)**2*SIN(T3)**2*COS(T2)**2*COS(AL23)**2*S33**2*Q11
+2*SIN(AL12)**2*SIN(T3)**2*COS(T2)**2*COS(AL23)*S33*Q11*S22
-SIN(AL12)**2*SIN(T3)**2*COS(T2)**2*Q11*S22**2
+SIN(AL12)**2*SIN(AL23)**2*COS(T2)**2*COS(T3)**2*Q11*A23**2
+2*SIN(AL12)**2*SIN(AL23)**2*COS(T2)*COS(T3)**2*Q11*A23*A12
+SIN(AL12)**2*SIN(AL23)**2*COS(T3)**2*Q11*A12**2
+SIN(AL12)**2*COS(T2)**2*COS(T3)**2*COS(AL23)**2*S33**2*Q11
```

```
+2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(AL12)**2*COS(T3)**2*S33*Q11*A12
+2*SIN(T2)*SIN(AL23)*COS(AL12)*COS(T3)**2*S33*Q12*A12
+SIN(T3)**2*SIN(AL23)**2*COS(AL12)**2*S33**2*Q11
+2*SIN(T3)**2*SIN(AL23)**2*COS(AL12)*S33**2*Q12
+SIN(T3)**2*SIN(AL23)**2*S33**2*Q22
+SIN(T3)**2*COS(AL12)**2*COS(T2)**2*COS(AL23)**2*Q11*A12**2
+2*SIN(T3)**2*COS(AL12)**2*COS(T2)*COS(AL23)**2*Q11*A23*A12
+SIN(T3)**2*COS(AL12)**2*COS(AL23)**2*Q11*A23**2
+2*SIN(T3)**2*COS(AL12)*COS(T2)*COS(AL23)**2*Q12*A23*A12
+2*SIN(T3)**2*COS(AL12)*COS(AL23)**2*Q12*A23**2
+SIN(T3)**2*COS(AL23)**2*Q22*A23**2
+SIN(AL23)**2*COS(AL12)**2*COS(T2)**2*Q11*A12**2
+2*SIN(AL23)**2*COS(AL12)**2*COS(T2)*Q11*A23*A12
+SIN(AL23)**2*COS(AL12)**2*COS(T3)**2*S33**2*Q11
+SIN(AL23)**2*COS(AL12)**2*Q11*A23**2
+2*SIN(AL23)**2*COS(AL12)*COS(T2)*Q12*A23*A12
+2*SIN(AL23)**2*COS(AL12)*COS(T3)**2*S33**2*Q12
+2*SIN(AL23)**2*COS(AL12)*Q12*A23**2
+SIN(AL23)**2*COS(T3)**2*S33**2*Q22
+SIN(AL23)**2*Q22*A23**2
+COS(AL12)**2*COS(T2)**2*COS(T3)**2*COS(AL23)**2*Q11*A12**2
+2*COS(AL12)**2*COS(T2)*COS(T3)**2*COS(AL23)**2*Q11*A23*A12
+COS(AL12)**2*COS(T3)**2*COS(AL23)**2*Q11*A23**2
+2*COS(AL12)*COS(T2)*COS(T3)**2*COS(AL23)**2*Q12*A23*A12
+2*COS(AL12)*COS(T3)**2*COS(AL23)**2*Q12*A23**2
+COS(T3)**2*COS(AL23)**2*Q22*A23**2)/2
```

__* : Çıktılarda kullanılan notasyon :__

Qij	⇒	$\dot{q}_i \dot{q}_j$
Sii	⇒	S_{ii}
Aij	⇒	a_{ij}
ALij	⇒	α_{ij}
Ti	⇒	θ_i

D herhangi bir Lipkin-Duffy terimini simgelemekte ise :

D(hi...m)	⇒	$D_{hi...m}$
D0(hi...m)	⇒	$D_{0hi...m}$

EK 3

HAREKET DENKLEMLERİ VE LİNEERLİK ENDEKSİ PROGRAMI KULLANIM KILAVUZU

Söz konusu programlar REDUCE isimli sembolik manipülasyon paketi kullanılarak geliştirilmiştir. Bu nedenle öncelikle REDUCE paketinin bilgisayara yüklenmesi gereklidir. Bu işlemi gerçekleştirebilmek için öncelikle hard diskte (C sürücüsü) REDUCE isimli bir kütük yaratılır. Sonra A sürücüsüne geçilip "Install" denildikten sonra REDUCE 1 ve REDUCE 2 disketleri sırayla yüklenir. Bu işlemlerden sonra, 3 no'lu disketteki dosyaları REDUCE kütüğüne kopyalamak gereklidir. Bu diskette, geliştirmiş olduğumuz hareket denklemleri ve lineerlik endeksi programları yer almaktadır. 3 no'lu disketteki MANUAL1W, MANUAL2W ve MANUAL3W dosyaları hareket denklemleri, Lineerlik Endeksi ve **H, C** matrisleri ile **G** vektörünü elde etmek için kullanılması gerekli veri giriş dosyalarıdır. Bu dosyaların kullanım amaçları aşağıda verilmiştir:

MANUAL1W : Sadece hareket denklemlerini bulmak için kullanılacak veri giriş dosyası.

MANUAL2W : Hareket denklemleri ile, **H, C** matrisleri ve **G** vektörünü bulmak için kullanılacak veri giriş dosyası.

MANUAL3W : Hareket denklemleri; **H, C, G** matrislerini ve Lineerlik Endeksini bulmak için kullanılacak veri giriş dosyası.

Bu dosyalarda gerekli açıklamalar % işareti ile başlayan satırlarda verilmiş olup, yapılacak işlem, açıklamalar doğrultusunda gerekli boşlukları doldurmak ve bu dosyayı bir REDUCE seansında koşturmaktan ibarettir. Söz konusu 3 veri giriş dosyasının çıktıları aşağıda verilmiştir:

```
off echo$

% SADECE HAREKET DENKLEMLERINI BULMAK ICIN
% KULLANILACAK VERI GIRIS DOSYASI.

% ROBOTUN SERBESTLIK DERECESINI GIRINIZ :

DOF:=  $


% EKLEM TIPLERINI GIRINIZ :
  % (0 : DONER EKLEM  , 1 : KAYAR EKLEM )

JT1:=  $
JT2:=  $
JT3:=  $
JT4:=  $
JT5:=  $
JT6:=  $

% HAREKET DENKLEMLERININ NE KADAR ACILMASI GEREKTIGINi BELIRTINIZ:
  % ( full : TAM ACILMIS DURUM , semi : SADECE LD TERIMLERI
  % CINSINDEN ,none : DUALLER VE LD TERIMLERI CINSINDEN )

EXPLEVEL:=        $

% GAUTIER GRUPLAMALARINI ISTEYIP ISTEMEDIGINIZI BELIRTINIZ :
% ( yes : GRUPLAMA ISTENIYOR , no : GRUPLAMA ISTENMIYOR )

GROUPING:=    $

% YERCEKIMI IVMESINE PARALEL BIR BIRIM VEKTORUN (N+1) INCI B EKSEN
% TAKIMINDAKI BILESENLERINI BELIRTINIZ :
% ( GX , GY VE GZ SIRASIYLA X , Y VE Z BILESENLERINI GOSTERMEKTEDIR )

GX:=    $
GY:=    $
GZ:=    $


% KINEMATIK PARAMETRELERI GIRINIZ :
  % ALFA ACILARI (RADYAN CINSINDEN , PI ACISI pi OLARAK )

AL71:=       $
AL12:=       $
AL23:=       $
AL34:=       $
AL45:=       $
AL56:=       $

  % SII OFSETLERI

S11:=       $
S22:=       $
S33:=       $
S44:=       $
S55:=       $
S66:=       $
```

```
A12:=        $
A23:=        $
A34:=        $
A45:=        $
A56:=        $

% DINAMIK PARAMETRELERI GIRINIZ :
 % 1.UZUV

   % EYLEMSIZLIK TENSORU ELEMANLARI


XX1:=        $
YY1:=        $
ZZ1:=        $
XY1:=        $
XZ1:=        $
YZ1:=        $

   % KUTLE CARPI AGIRLIK MERKEZI VEKTORUNUN KOORDINATLARI


MX1:=        $
MY1:=        $
MZ1:=        $

   % KUTLE

M1:=         $

 % 2.UZUV

XX2:=        $
YY2:=        $
ZZ2:=        $
XY2:=        $
XZ2:=        $
YZ2:=        $

MX2:=        $
MY2:=        $
MZ2:=        $

M2:=         $

 % 3.UZUV

XX3:=        $
YY3:=        $
ZZ3:=        $
XY3:=        $
XZ3:=        $
YZ3:=        $

MX3:=        $
MY3:=        $
MZ3:=        $

M3:=         $

 % 4 UZUV
```

```
ZZ4:=       $
XY4:=       $
XZ4:=       $
YZ4:=       $

MX4:=       $
MY4:=       $
MZ4:=       $

M4:=        $

 % 5.UZUV

XX5:=       $
YY5:=       $
ZZ5:=       $
XY5:=       $
XZ5:=       $
YZ5:=       $

MX5:=       $
MY5:=       $
MZ5:=       $

M5:=        $

 % 6.UZUV

XX6:=       $
YY6:=       $
ZZ6:=       $
XY6:=       $
XZ6:=       $
YZ6:=       $

MX6:=       $
MY6:=       $
MZ6:=       $

M6:=        $

in "equation.red"$
off nat$
on list$

% YERCEKIMI IVMESININ DEGERINI GIRINIZ :

G:=          $

% YAY SABITLERINI GIRINIZ :

K12:=  $
K23:=  $
K34:=  $
K45:=  $
K56:=  $

% YAY BAGLANTI YERLERINI GIRMEK ISTIYORSANIZ.
% ASAGIDA VERILEN ISIMLERI KULLANINIZ.
% asjkı : A USTU YILDIZ INDEKS JK.I
```

```
% HAREKET DENKLEMLERININ YAZILACAGI DOSYANIN ISMINI
% out VE shut KOMUTLARINDAN SONRA BIR BOSLUK
% BIRAKARAK YAZINIZ

OUT            $
writeqn()$
SHUT            $

$end$
```

MANUAL2W

```
off echo$

% HAREKET DENKLEMLERI ILE H , C MATRISLERI
% VE G VEKTORUNU BULMAK ICIN KULLANILACAK
% VERI GIRIS DOSYASI.

% ROBOTUN SERBESTLIK DERECESINI GIRINIZ :

DOF:=  $

% EKLEM TIPLERINI GIRINIZ :
  % (0 : DONER EKLEM  , 1 : KAYAR EKLEM )

JT1:=  $
JT2:=  $
JT3:=  $
JT4:=  $
JT5:=  $
JT6:=  $

% HAREKET DENKLEMLERININ NE KADAR ACILMASI GEREKTIGINi BELIRTINIZ:
  % ( full : TAM ACILMIS DURUM , semi : SADECE LD TERIMLERI
  % CINSINDEN ,none : DUALLER VE LD TERIMLERI CINSINDEN )

EXPLEVEL:=        $

% GAUTIER GRUPLAMALARINI ISTEYIP ISTEMEDIGINIZI BELIRTINIZ :
% ( yes : GRUPLAMA ISTENIYOR , no : GRUPLAMA ISTENMIYOR )

GROUPING:=    $

% YERCEKIMI IVMESINE PARALEL BIR BIRIM VEKTORUN (N+1) INCI B EKSEN
% TAKIMINDAKI BILESENLERINI BELIRTINIZ .
% ( GX , GY VE GZ SIRASIYLA X , Y VE Z BILESENLERINI GOSTERMEKTEDIR )

GX:=    $
GY:=    $
GZ:=    $


% KINEMATIK PARAMETRELERI GIRINIZ :
  % ALFA ACILARI (RADYAN CINSINDEN , PI ACISI pi OLARAK )
```

```
AL12:=     $
AL23:=     $
AL34:=     $
AL45:=     $
AL56:=     $

 % SII OFSETLERI

S11:=     $
S22:=     $
S33:=     $
S44:=     $
S55:=     $
S66:=     $

 % AIJ UZUV BOYUTLARI

A12:=     $
A23:=     $
A34:=     $
A45:=     $
A56:=     $

% DINAMIK PARAMETRELERI GIRINIZ :
 % 1.UZUV

   % EYLEMSIZLIK TENSORU ELEMANLARI


XX1:=     $
YY1:=     $
ZZ1:=     $
XY1:=     $
XZ1:=     $
YZ1:=     $

   % KUTLE CARPI AGIRLIK MERKEZI VEKTORUNUN KOORDINATLARI


MX1:=     $
MY1:=     $
MZ1:=     $

   % KUTLE

M1:=     $

 % 2.UZUV

XX2:=     $
YY2:=     $
ZZ2:=     $
XY2:=     $
XZ2:=     $
YZ2:=     $

MX2:=     $
MY2:=     $
MZ2:=     $

M2:=     $
```

```
YY3:=     $
ZZ3:=     $
XY3:=     $
XZ3:=     $
YZ3:=     $

MX3:=     $
MY3:=     $
MZ3:=     $

M3:=      $

 % 4.UZUV

XX4:=     $
YY4:=     $
ZZ4:=     $
XY4:=     $
XZ4:=     $
YZ4:=     $

MX4:=     $
MY4:=     $
MZ4:=     $

M4:=      $

 % 5.UZUV

XX5:=     $
YY5:=     $
ZZ5:=     $
XY5:=     $
XZ5:=     $
YZ5:=     $

MX5:=     $
MY5:=     $
MZ5:=     $

M5:=      $

 % 6.UZUV

XX6:=     $
YY6:=     $
ZZ6:=     $
XY6:=     $
XZ6:=     $
YZ6:=     $

MX6:=     $
MY6:=     $
MZ6:=     $

M6:=      $

in "equation.red"$
off nat$
```

```
on list$

% H . C MATRISLERI VE G VEKTORUNUN YAZILACAGI DOSYANIN
% ISMINI out VE shut KOMUTLARINDAN SONRA BIR BOSLUK
% BIRAKARAK YAZINIZ

OUT            $
in "newinert.red"$
inertial()$
coupling()$
grv()$
write"$end"$
SHUT           $

% YERCEKIMI IVMESININ DEGERINI GIRINIZ :

G:=         $

% YAY SABITLERINI GIRINIZ :

K12:=  $
K23:=  $
K34:=  $
K45:=  $
K56:=  $

% YAY BAGLANTI YERLERINI GIRMEK ISTIYORSANIZ,
% ASAGIDA VERILEN ISIMLERI KULLANINIZ.
% asjki : A USTU YILDIZ INDEKS JK.I
% ssjji : S USTU YILDIZ INDEKS JJ.I
% A USTU YILDIZ VE SUSTU YILDIZ NOTASYONU
% RAPORDA ACIKLANMISTIR.

% HAREKET DENKLEMLERININ YAZILACAGI DOSYANIN ISMINI
% out VE shut KOMUTLARINDAN SONRA BIR BOSLUK
% BIRAKARAK YAZINIZ

OUT           $
writeqn()$
SHUT          $

$end$
```

MANUAL3W

```
off echo$

% HAREKET DENKLEMLERI, H, C , G MATRISLERINI
% VE LINEERLIK ENDEKSINI BULMAK ICIN
% KULLANILACAK VERI GIRIS DOSYASI.

% ROBOTUN SERBESTLIK DERECESINI GIRINIZ :
```

```
JT4:=  $
JT5:=  $
JT6:=  $

% HAREKET DENKLEMLERININ NE KADAR ACILMASI GEREKTIGINi BELIRTINIZ:
  % ( full : TAM ACILMIS DURUM , semi : SADECE LD TERIMLERI
  % CINSINDEN .none : DUALLER VE LD TERIMLERI CINSINDEN )

EXPLEVEL:=       $

% GAUTIER GRUPLAMALARINI ISTEYIP ISTEMEDIGINIZI BELIRTINIZ :
% ( yes : GRUPLAMA ISTENIYOR . no : GRUPLAMA ISTENMIYOR )

GROUPING:=   $

% YERCEKIMI IVMESINE PARALEL BIR BIRIM VEKTORUN (N+1) INCI B EKSEN
% TAKIMINDAKI BILESENLERINI BELIRTINIZ :
% ( GX , GY VE GZ SIRASIYLA X , Y VE Z BILESENLERINI GOSTERMEKTEDIR )

GX:=   $
GY:=   $
GZ:=   $


% KINEMATIK PARAMETRELERI GIRINIZ :
  % ALFA ACILARI (RADYAN CINSINDEN , PI ACISI pi OLARAK )

AL71:=      $
AL12:=      $
AL23:=      $
AL34:=      $
AL45:=      $
AL56:=      $

  % SII OFSETLERI

S11:=       $
S22:=       $
S33:=       $
S44:=       $
S55:=       $
S66:=       $

  % AIJ UZUV BOYUTLARI

A12:=       $
A23:=       $
A34:=       $
A45:=       $
A56:=       $

% DINAMIK PARAMETRELERI GIRINIZ :
  % 1.UZUV

    % EYLEMSIZLIK TENSORU ELEMANLARI


XX1:=       $
YY1:=       $
ZZ1:=       $
```

```
MX1:=       $
MY1:=       $
MZ1:=       $

  % KUTLE

M1:=        $

  % 2.UZUV

XX2:=       $
YY2:=       $
ZZ2:=       $
XY2:=       $
XZ2:=       $
YZ2:=       $

MX2:=       $
MY2:=       $
MZ2:=       $

M2:=        $

  % 3.UZUV

XX3:=       $
YY3:=       $
ZZ3:=       $
XY3:=       $
XZ3:=       $
YZ3:=       $

MX3:=       $
MY3:=       $
MZ3:=       $

M3:=        $

  % 4.UZUV

XX4:=       $
YY4:=       $
ZZ4:=       $
XY4:=       $
XZ4:=       $
YZ4:=       $

MX4:=       $
MY4:=       $
MZ4:=       $

M4:=        $

  % 5.UZUV

XX5:=       $
```

```
MX5:=      $
MY5:=      $
MZ5:=      $

M5:=       $

 % 6.UZUV

XX6:=      $
YY6:=      $
ZZ6:=      $
XY6:=      $
XZ6:=      $
YZ6:=      $

MX6:=      $
MY6:=      $
MZ6:=      $

M6:=       $

in "equation.red"$
off nat$
on list$

% H , C MATRISLERI VE G VEKTORUNUN YAZILACAGI DOSYANIN
% ISMINI out VE shut KOMUTLARINDAN SONRA BIR BOSLUK
% BIRAKARAK YAZINIZ

OUT            $
in "newinert.red"$
inertial()$
coupling()$
grv()$
write"$end"$
SHUT           $

% YERCEKIMI IVMESININ DEGERINI GIRINIZ :

G:=         $

% YAY SABITLERINI GIRINIZ :

K12:= $
K23:= $
K34:= $
K45:= $
K56:= $

% YAY BAGLANTI YERLERINI GIRMEK ISTIYORSANIZ,
% ASAGIDA VERILEN ISIMLERI KULLANINIZ.
% asjki : A USTU YILDIZ INDEKS JK.I
% ssjji : S USTU YILDIZ INDEKS JJ.I
% A USTU YILDIZ VE SUSTU YILDIZ NOTASYONU
% RAPORDA ACIKLANMISTIR.

% HAREKET DENKLEMLERININ YAZILACAGI DOSYANIN ISMINI
```

```
% BIRAKARAK YAZINIZ

OUT           $
writeqn()$
SHUT          $

% LINEERLIK ENDEKSINI BULMAK ICIN , AGIRLIK KATSAYILARINI
% GIRINIZ :

 % H MATRISININ KATSAYILARI (ILK RAKAM SIRA SAYISINI , BIR
 % SONRAKI RAKAM(LAR) SUTUN SAYISINI SIMGELER).
   % H MATRISI SIMETRIK OLDUGUNDAN SADECE SAG UST YARIDAKI
   % KATSAYILAR GEREKMEKTEDIR

HH11:=     $
HH12:=     $
HH13:=     $
HH14:=     $
HH15:=     $
HH16:=     $
HH22:=     $
HH23:=     $
HH24:=     $
HH25:=     $
HH26:=     $
HH33:=     $
HH34:=     $
HH35:=     $
HH36:=     $
HH44:=     $
HH45:=     $
HH46:=     $
HH55:=     $
HH56:=     $
HH66:=     $
 % N * (N**2 + N)/2 BOYUTLARINDAKI C MATRISININ KATSAYILARI
  % (ILK RAKAM SIRA SAYISINI , BIR SONRAKI RAKAM(LAR)
  % SUTUN SAYISINI SIMGELER)

CC11 :=     $
CC12 :=     $
CC13 :=     $
CC14 :=     $
CC15 :=     $
CC16 :=     $
CC17 :=     $
CC18 :=     $
CC19 :=     $
CC110:=     $
CC111:=     $
CC112:=     $
CC113:=     $
CC114:=     $
CC115:=     $
CC116:=     $
CC117:=     $
CC118:=     $
CC119:=     $
CC120:=     $
CC121:=     $

CC21 :=     $
```

CC23 := $
CC24 := $
CC25 := $
CC26 := $
CC27 := $
CC28 := $
CC29 := $
CC210:= $
CC211:= $
CC212:= $
CC213:= $
CC214:= $
CC215:= $
CC216:= $
CC217:= $
CC218:= $
CC219:= $
CC220:= $
CC221:= $

CC31 := $
CC32 := $
CC33 := $
CC34 := $
CC35 := $
CC36 := $
CC37 := $
CC38 := $
CC39 := $
CC310:= $
CC311:= $
CC312:= $
CC313:= $
CC314:= $
CC315:= $
CC316:= $
CC317:= $
CC318:= $
CC319:= $
CC320:= $
CC321:= $

CC41 := $
CC42 := $
CC43 := $
CC44 := $
CC45 := $
CC46 := $
CC47 := $
CC48 := $
CC49 := $
CC410:= $
CC411:= $
CC412:= $
CC413:= $
CC414:= $
CC415:= $
CC416:= $
CC417:= $
CC418:= $
CC419:= $
CC420:= $

```
CC421:=     $

CC51 :=     $
CC52 :=     $
CC53 :=     $
CC54 :=     $
CC55 :=     $
CC56 :=     $
CC57 :=     $
CC58 :=     $
CC59 :=     $
CC510:=     $
CC511:=     $
CC512:=     $
CC513:=     $
CC514:=     $
CC515:=     $
CC516:=     $
CC517:=     $
CC518:=     $
CC519:=     $
CC520:=     $
CC521:=     $

CC61 :=     $
CC62 :=     $
CC63 :=     $
CC64 :=     $
CC65 :=     $
CC66 :=     $
CC67 :=     $
CC68 :=     $
CC69 :=     $
CC610:=     $
CC611:=     $
CC612:=     $
CC613:=     $
CC614:=     $
CC615:=     $
CC616:=     $
CC617:=     $
CC618:=     $
CC619:=     $
CC620:=     $
CC621:=     $

  % G VEKTORUNUN KATSAYILARI
   % (RAKAM , SIRA SAYISINI GOSTERMEKTEDIR)

GG1:=     $
GG2:=     $
GG3:=     $
GG4:=     $
GG5:=     $
GG6:=     $

% LINEERLIK ENDEKSININ HESAPLANACAGI BOLGENIN SINIRLARINI (YANI
% EKLEM DEGISKENLERININ ALT VE UST SINIRLARINI) GIRINIZ :
 % TI VE SJJ SIRASIYLA I NCI DONER EKLEM DEGISKENI VE J INCI
 % KAYAR EKLEM DEGISKENINI SIMGELEMEKTEDIR( ACILAR RADYAN
 % CINSINDEN). MIN VE MAX ALT VE UST SINIRLARI SIMGELEMEKTEDIR.
  % ASAGIDAKILER 6 DONER EKLEMLI BIR ROBOT ICINDIR.
```

```
T1MIN:=     $
T1MAX:=     $

T2MIN:=     $
T2MAX:=     $

T3MIN:=     $
T3MAX:=     $

T4MIN:=     $
T4MAX:=     $

T5MIN:=     $
T5MAX:=     $

T6MIN:=     $
T6MAX:=     $


% LINEERLIK ENDEKSININ TANIMINI H MATRISINI DIYAGONAL YAPACAK
% SEKILDE DEGISTIRMEK ISTIYORSANIZ , BU CUMLENIN BITIMINDEKI
% SATIRIN BASINDAKI YUZDE ISARETINI KALDIRINIZ :

% inertialmatrix:=diagonal$

% LINEERLIK ENDEKSININ TANIMINI C MATRISININ ELEMANLARINI
% SIFIR YAPMAK YERINE SABIT YAPACAK SEKILDE DEGISTIRMEK
% ISTIYORSANIZ , BU CUMLENIN BITIMINDEKI SATIRIN BASINA
% YUZDE ISARETI KOYUNUZ :

coupling:=free$

% LINEERLIK ENDEKSININ TANIMINI G VEKTORUNUN ELEMANLARINI
% SABIT YAPMAK YERINE SIFIR YAPACAK SEKILDE DEGISTIRMEK
% ISTIYORSANIZ, BU CUMLENIN BITIMINDEKI SATIRIN BASINDAKI
% YUZDE ISARETINI KALDIRINIZ :

% potential:=free$

in newind3$

% BU DOSYAYI BIR REDUCE SEANSINDA KOSTURDUKTAN SONRA LINEERLIK
% ENDEKSI REDUCE KUTUGUNDEKI linuzero DOSYASINDAKI linearity
% ISMI ALTINDA ARSIVLENMIS OLACAKTIR. EGER on rounded MODUNDA
% CALISTI ISENIZ, SIFIR OLMASI GEREKTIGI HALDE BILGISAYAR
% HASSASIYETINDEN DOLAYI SIFIR OLMAYAN TERIMLERI ATMAK
% ICIN linuzero DOSYASINI YENI BIR REDUCE SEANSINDA in
% EDINIZ. linuzero DOSYASINDA ALTTAN IKINCI SATIRDAKI
% 1E-40 SAYISI 10 UZERI EKSI 40 TAN KUCUK KATSAYILI
% TERIMLERIN ATILACAGINI BELIRTMEKTEDIR. BU SAYI ISTENIRSE
% DEGISTIRILEBILIR.

$end$
```

verilmiştir:

EQUATION (i, 1)	: τ_i
Sii	: s_{ii}
Mi	: m_i
XXi, XYi, XZi, YYi, YZi, ZZi	: XX_i, XY_i, XZ_i, YY_i, YZ_i, ZZ_i
ALij	: α_{ij}
Aij	: a_{ij}
ti	: θ_i
tdi	: $\dot{\theta}_i$
tddi	: $\ddot{\theta}_i$
H (i, j)	: **H** matrisinin i'nci sıra j'nci sütundaki elemanı
C (i, j)	: **C** matrisinin i'nci sıra j'nci sütundaki elemanı
GRPSP (i, 1)	: **G** vektörünün i'nci elemanı
g	: Yerçekimi ivmesi
kij	: k_{ij}
LINEARITY	: Lineerlik Endeksi

Örnek olarak ODTÜ-ASELSAN robotunun ilk üç uzvuna karşılık gelen hareket denklemleri ve lineerlik endeksi bulunmuş olup, veri giriş dosyası ve çıktı dosyaları Ek 4'de verilmiştir.

ODTÜ-ASELSAN ROBOTUNUN HAREKET DENKLEMLERİ

ODTÜ-ASELSAN robotunun ilk 3 uzvunun hareket denklemlerini; H, C matrisleri ile G vektörünü ve lineerlik endeksini bulmak için, Ek 3'de açıklanan MANUAL3W dosyası kullanılarak ODAS3. isimli veri giriş dosyası hazırlanmıştır (Dinamik parametreler ve eklem limitleri Başçuhadar'ın (1989) çalışmasından alınmıştır). Bu dosya, bir REDUCE seansında " IN ODAS3; " komutuyla çalıştırıldıktan sonra, ODAS32. , ODAS31. ve LINUZERO. isimli çıktı dosyalarını oluşturmaktadır. Söz konusu 4 dosya aşağıda verilmiştir:

ODAS3.

```
off echo$

% HAREKET DENKLEMLERI, H, C , G MATRISLERINI
% VE LINEERLIK ENDEKSINI BULMAK ICIN
% KULLANILACAK VERI GIRIS DOSYASI.

% ROBOTUN SERBESTLIK DERECESINI GIRINIZ :

DOF:=3  $

% EKLEM TIPLERINI GIRINIZ :
 % (0 : DONER EKLEM  , 1 : KAYAR EKLEM )

JT1:=0  $
JT2:=0  $
JT3:=0  $
JT4:=  $
JT5:=  $
JT6:=  $

% HAREKET DENKLEMLERININ NE KADAR ACILMASI GEREKTIGINi BELIRTINIZ:
 % ( full : TAM ACILMIS DURUM , semi : SADECE LD TERIMLERI
 % CINSINDEN ,none : DUALLER VE LD TERIMLERI CINSINDEN )

EXPLEVEL:=full      $

% GAUTIER GRUPLAMALARINI ISTEYIP ISTEMEDIGINIZI BELIRTINIZ :
% ( yes : GRUPLAMA ISTENIYOR , no : GRUPLAMA ISTENMIYOR )

GROUPING:=no    $

% YERCEKIMI IVMESINE PARALEL BIR BIRIM VEKTORUN (N+1) INCI B EKSEN
% TAKIMINDAKI BILESENLERINI BELIRTINIZ :
% ( GX , GY VE GZ SIRASIYLA X , Y VE Z BILESENLERINI GOSTERMEKTEDIR )

GX:=0   $
GY:=0   $
GZ:=-1   $
```

```
% KINEMATIK PARAMETRELERI GIRINIZ :
 % ALFA ACILARI (RADYAN CINSINDEN . PI ACISI pi OLARAK )

AL71:=0      $
AL12:=-pi/2      $
AL23:=0      $
AL34:=      $
AL45:=      $
AL56:=      $

 % SII OFSETLERI

S11:=0      $
S22:=81.5E-3      $
S33:=0      $
S44:=      $
S55:=      $
S66:=      $

 % AIJ UZUV BOYUTLARI

A12:=0      $
A23:=300E-3      $
A34:=      $
A45:=      $
A56:=      $

% DINAMIK PARAMETRELERI GIRINIZ :
 % 1.UZUV

   % EYLEMSIZLIK TENSORU ELEMANLARI

XX1:=72889.35E-6      $
YY1:=40306.13E-6      $
ZZ1:=69859.09E-6      $
XY1:=15855.13E-6      $
XZ1:=1934.07E-6      $
YZ1:=-1420.24E-6      $


   % KUTLE CARPI AGIRLIK MERKEZI VEKTORUNUN KOORDINATLARI

MX1:=5.146*(-43.004E-3)      $
MY1:=5.146*(-45.763E-3)      $
MZ1:=5.146*(-15.138E-3)      $


   % KUTLE

M1:=5.146      $

  % 2.UZUV

XX2:=43147.14E-6      $
YY2:=141647.0E-6      $
ZZ2:=102609.79E-6      $
XY2:=172.29E-6      $
XZ2:=-17018.7E-6      $
YZ2:=-75.7E-6      $

MX2:=4.327*(-40.105E-3)      $
```

```
M2:=4.327        $

 % 3.UZUV

XX3:=46663.89E-6      $
YY3:=5908.76E-6      $
ZZ3:=45809.7E-6      $
XY3:=-723.64E-6      $
XZ3:=-75.23E-6      $
YZ3:=-222.59E-6      $

MX3:=3.296*(0.74E-3)      $
MY3:=3.296*(-15.598E-3)      $
MZ3:=3.296*(7.653E-3)      $

M3:=3.296        $

 % 4.UZUV

XX4:=      $
YY4:=      $
ZZ4:=      $
XY4:=      $
XZ4:=      $
YZ4:=      $

MX4:=      $
MY4:=      $
MZ4:=      $

M4:=       $

 % 5.UZUV

XX5:=      $
YY5:=      $
ZZ5:=      $
XY5:=      $
XZ5:=      $
YZ5:=      $

MX5:=      $
MY5:=      $
MZ5:=      $

M5:=       $

 % 6.UZUV

XX6:=      $
YY6:=      $
ZZ6:=      $
XY6:=      $
XZ6:=      $
YZ6:=      $

MX6:=      $
MY6:=      $
MZ6:=      $
```

```
M6:=        $

in "equation.red"$
off nat$
on list$

% H , C MATRISLERI VE G VEKTORUNUN YAZILACAGI DOSYANIN
% ISMINI out VE shut KOMUTLARINDAN SONRA BIR BOSLUK
% BIRAKARAK YAZINIZ

OUT odas32          $
in "newinert.red"$
inertial()$
coupling()$
grv()$
write"$end"$
SHUT odas32          $

% YERCEKIMI IVMESININ DEGERINI GIRINIZ :

G:=9.81          $

% YAY SABITLERINI GIRINIZ :

K12:=0  $
K23:=0  $
K34:=  $
K45:=  $
K56:=  $

% YAY BAGLANTI YERLERINI GIRMEK ISTIYORSANIZ,
% ASAGIDA VERILEN ISIMLERI KULLANINIZ.
% asjki : A USTU YILDIZ INDEKS JK.I
% ssjji : S USTU YILDIZ INDEKS JJ.I
% A USTU YILDIZ VE SUSTU YILDIZ NOTASYONU
% RAPORDA ACIKLANMISTIR.

% HAREKET DENKLEMLERININ YAZILACAGI DOSYANIN ISMINI
% out VE shut KOMUTLARINDAN SONRA BIR BOSLUK
% BIRAKARAK YAZINIZ

OUT odas31          $
writeqn()$
SHUT odas31          $

% LINEERLIK ENDEKSINI BULMAK ICIN , AGIRLIK KATSAYILARINI
% GIRINIZ :

  % H MATRISININ KATSAYILARI (ILK RAKAM SIRA SAYISINI , BIR
  % SONRAKI RAKAM(LAR) SUTUN SAYISINI SIMGELER).
    % H MATRISI SIMETRIK OLDUGUNDAN SADECE SAG UST YARIDAKI
    % KATSAYILAR GEREKMEKTEDIR

HH11:=1     $
HH12:=1     $
HH13:=1     $
HH14:=     $
HH15:=     $
HH16:=     $
HH22:=1     $
HH23:=1     $
HH24:=     $
```

```
HH33:=1    $
HH34:=     $
HH35:=     $
HH36:=     $
HH44:=     $
HH45:=     $
HH46:=     $
HH55:=     $
HH56:=     $
HH66:=     $
 % N * (N**2 + N)/2 BOYUTLARINDAKI C MATRISININ KATSAYILARI
  % (ILK RAKAM SIRA SAYISINI , BIR SONRAKI RAKAM(LAR)
  % SUTUN SAYISINI SIMGELER)

CC11 :=1    $
CC12 :=1    $
CC13 :=1    $
CC14 :=1    $
CC15 :=1    $
CC16 :=1    $
CC17 :=     $
CC18 :=     $
CC19 :=     $
CC110:=     $
CC111:=     $
CC112:=     $
CC113:=     $
CC114:=     $
CC115:=     $
CC116:=     $
CC117:=     $
CC118:=     $
CC119:=     $
CC120:=     $
CC121:=     $

CC21 :=1    $
CC22 :=1    $
CC23 :=1    $
CC24 :=1    $
CC25 :=1    $
CC26 :=1    $
CC27 :=     $
CC28 :=     $
CC29 :=     $
CC210:=     $
CC211:=     $
CC212:=     $
CC213:=     $
CC214:=     $
CC215:=     $
CC216:=     $
CC217:=     $
CC218:=     $
CC219:=     $
CC220:=     $
CC221:=     $

CC31 :=1    $
CC32 :=1    $
CC33 :=1    $
```

CC35 :=1 $
CC36 :=1 $
CC37 := $
CC38 := $
CC39 := $
CC310:= $
CC311:= $
CC312:= $
CC313:= $
CC314:= $
CC315:= $
CC316:= $
CC317:= $
CC318:= $
CC319:= $
CC320:= $
CC321:= $

CC41 := $
CC42 := $
CC43 := $
CC44 := $
CC45 := $
CC46 := $
CC47 := $
CC48 := $
CC49 := $
CC410:= $
CC411:= $
CC412:= $
CC413:= $
CC414:= $
CC415:= $
CC416:= $
CC417:= $
CC418:= $
CC419:= $
CC420:= $
CC421:= $

CC51 := $
CC52 := $
CC53 := $
CC54 := $
CC55 := $
CC56 := $
CC57 := $
CC58 := $
CC59 := $
CC510:= $
CC511:= $
CC512:= $
CC513:= $
CC514:= $
CC515:= $
CC516:= $
CC517:= $
CC518:= $
CC519:= $
CC520:= $
CC521:= $

```
CC62 :=     $
CC63 :=     $
CC64 :=     $
CC65 :=     $
CC66 :=     $
CC67 :=     $
CC68 :=     $
CC69 :=     $
CC610:=     $
CC611:=     $
CC612:=     $
CC613:=     $
CC614:=     $
CC615:=     $
CC616:=     $
CC617:=     $
CC618:=     $
CC619:=     $
CC620:=     $
CC621:=     $

  % G VEKTORUNUN KATSAYILARI
   % (RAKAM , SIRA SAYISINI GOSTERMEKTEDIR)

GG1:=1      $
GG2:=1      $
GG3:=1      $
GG4:=      $
GG5:=      $
GG6:=      $

% LINEERLIK ENDEKSININ HESAPLANACAGI BOLGENIN SINIRLARINI (YANI
% EKLEM DEGISKENLERININ ALT VE UST SINIRLARINI) GIRINIZ :
 % TI VE SJJ SIRASIYLA I NCI DONER EKLEM DEGISKENI VE J INCI
 % KAYAR EKLEM DEGISKENINI SIMGELEMEKTEDIR( ACILAR RADYAN
 % CINSINDEN). MIN VE MAX ALT VE UST SINIRLARI SIMGELEMEKTEDIR.
  % ASAGIDAKILER 6 DONER EKLEMLI BIR ROBOT ICINDIR.

T1MIN:=0     $
T1MAX:=2*pi     $

T2MIN:=-pi/2     $
T2MAX:=pi/4     $

T3MIN:=-5pi/4     $
T3MAX:=pi/4     $

T4MIN:=     $
T4MAX:=     $

T5MIN:=     $
T5MAX:=     $

T6MIN:=     $
T6MAX:=     $


% LINEERLIK ENDEKSININ TANIMINI H MATRISINI DIYAGONAL YAPACAK
% SEKILDE DEGISTIRMEK ISTIYORSANIZ , BU CUMLENIN BITIMINDEKI
% SATIRIN BASINDAKI YUZDE ISARETINI KALDIRINIZ :

% inertialmatrix:=diagonal$
```

```
% SIFIR YAPMAK YERINE SABIT YAPACAK SEKILDE DEGISTIRMEK
% ISTIYORSANIZ , BU CUMLENIN BITIMINDEKI SATIRIN BASINA
% YUZDE ISARETI KOYUNUZ :

coupling:=free$

% LINEERLIK ENDEKSININ TANIMINI G VEKTORUNUN ELEMANLARINI
% SABIT YAPMAK YERINE SIFIR YAPACAK SEKILDE DEGISTIRMEK
% ISTIYORSANIZ, BU CUMLENIN BITIMINDEKI SATIRIN BASINDAKI
% YUZDE ISARETINI KALDIRINIZ :

% potential:=free$

in newind3$

% BU DOSYAYI BIR REDUCE SEANSINDA KOSTURDUKTAN SONRA LINEERLIK
% ENDEKSI REDUCE KUTUGUNDEKI linuzero DOSYASINDAKI linearity
% ISMI ALTINDA ARSIVLENMIS OLACAKTIR. EGER on rounded MODUNDA
% CALISTI ISENIZ, SIFIR OLMASI GEREKTIGI HALDE BILGISAYAR
% HASSASIYETINDEN DOLAYI SIFIR OLMAYAN TERIMLERI ATMAK
% ICIN linuzero DOSYASINI YENI BIR REDUCE SEANSINDA in
% EDINIZ. linuzero DOSYASINDA ALTTAN IKINCI SATIRDAKI
% 1E-40 SAYISI 10 UZERI EKSI 40 TAN KUCUK KATSAYILI
% TERIMLERIN ATILACAGINI BELIRTMEKTEDIR. BU SAYI ISTENIRSE
% DEGISTIRILEBILIR.

$end$
```

ODAS32.

```
%********************* INERTIAL MATRIX *************************
$

H(1,1):=(40755130000*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*cos(t3)
-731712000*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)
-1447280000*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)**2
+15423302400*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)
+895930000*sin(t2)*cos(t2)
-1447280000*sin(t3)*cos(t2)**2*cos(t3)
+15423302400*sin(t3)*cos(t2)**2
+723640000*sin(t3)*cos(t3)
-40755130000*cos(t2)**2*cos(t3)**2
+731712000*cos(t2)**2*cos(t3)
+217947495000*cos(t2)**2
+20377565000*cos(t3)**2
+108320731817)/500000000000$

H(1,2):=(7934814304*sin(t2)*sin(t3)
+548023520*sin(t2)*cos(t3)
+182060276195*sin(t2)
+548023520*sin(t3)*cos(t2)
-7934814304*cos(t2)*cos(t3)
+532262540*cos(t2))/2000000000000$
```

```
H(1,3):=(247962947*sin(t2)*sin(t3)
+17125735*sin(t2)*cos(t3)
+17125735*sin(t3)*cos(t2)
-247962947*cos(t2)*cos(t3))/62500000000$

H(3,1):=H(1,3)$

H(2,2):=(77116512*sin(t3)
+3658560*cos(t3)
+1112648725)/2500000000$

H(2,3):=(3*(6426376*sin(t3)
+304880*cos(t3)
+19087375))/1250000000$

H(3,2):=H(2,3)$

H(3,3):=458097/10000000$

%*************** CORIOLIS AND CENTRIFUGAL MATRIX ****************
$

%    IN THE C(I,J) TERMS BELOW, I REFERS TO THE EQUATION
$

%    NUMBER AND J INDICATES THE Q-DOT  TERMS GIVEN BELOW
$

%    J=1 ....... td1*td1$

%    J=2 ....... td1*td2$

%    J=3 ....... td1*td3$

%    J=4 ....... td2*td2$

%    J=5 ....... td2*td3$

%    J=6 ....... td3*td3$

C(1,1):=0$

C(1,2):=(7236400*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*cos(t3)
-77116512*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)
+203775650*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)**2
-3658560*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)
-1089737475*sin(t2)*cos(t2)
+203775650*sin(t3)*cos(t2)**2*cos(t3)
-3658560*sin(t3)*cos(t2)**2
-101887825*sin(t3)*cos(t3)
+1829280*sin(t3)
-7236400*cos(t2)**2*cos(t3)**2
+77116512*cos(t2)**2*cos(t3)
+4479650*cos(t2)**2
+3618200*cos(t3)**2
-38558256*cos(t3)
-2239825)/1250000000$

C(1,3):=(7236400*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*cos(t3)
-38558256*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)
+203775650*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)**2
```

```
-101887825*sin(t2)*cos(t2)
+203775650*sin(t3)*cos(t2)**2*cos(t3)
-1829280*sin(t3)*cos(t2)**2
-101887825*sin(t3)*cos(t3)
-7236400*cos(t2)**2*cos(t3)**2
+38558256*cos(t2)**2*cos(t3)
+3618200*cos(t2)**2
+3618200*cos(t3)**2
-1809100)/1250000000$

C(1,4):=(
-548023520*sin(t2)*sin(t3)
-7934814304*sin(t2)*cos(t3)
-532262540*sin(t2)
+7934814304*sin(t3)*cos(t2)
+548023520*cos(t2)*cos(t3)
+182060276195*cos(t2))/2000000000000$

C(1,5):=(
-17125735*sin(t2)*sin(t3)
+247962947*sin(t2)*cos(t3)
+247962947*sin(t3)*cos(t2)
+17125735*cos(t2)*cos(t3))/31250000000$

C(1,6):=(
-17125735*sin(t2)*sin(t3)
-247962947*sin(t2)*cos(t3)
+247962947*sin(t3)*cos(t2)
+17125735*cos(t2)*cos(t3))/62500000000$

C(2,1):=(
-7236400*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*cos(t3)
+77116512*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)
-203775650*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)**2
-3658560*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)
-1089737475*sin(t2)*cos(t2)
-203775650*sin(t3)*cos(t2)**2*cos(t3)
+3658560*sin(t3)*cos(t2)**2
+101887825*sin(t3)*cos(t3)
-1829280*sin(t3)
+7236400*cos(t2)**2*cos(t3)**2
-77116512*cos(t2)**2*cos(t3)
-4479650*cos(t2)**2
-3618200*cos(t3)**2
+38558256*cos(t3)
+2239825)/2500000000$

C(2,2):=0$

C(2,3):=0$

C(2,4):=0$

C(2,5):=(309*(
-370*sin(t3)
+7799*cos(t3)))/78125000$

C(2,6):=(309*(
-370*sin(t3)
-7799*cos(t3)))/156250000$

C(3,1):=(
```

```
-203775650*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)**2
+1829280*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)
+101887825*sin(t2)*cos(t2)
-203775650*sin(t3)*cos(t2)**2*cos(t3)
+1829280*sin(t3)*cos(t2)**2
+101887825*sin(t3)*cos(t3)
+7236400*cos(t2)**2*cos(t3)**2
-38558256*cos(t2)**2*cos(t3)
-3618200*cos(t2)**2
-3618200*cos(t3)**2
+1809100)/2500000000$

C(3,2):=0$

C(3,3):=0$

C(3,4):=(309*(370*sin(t3)
-7799*cos(t3)))/156250000$

C(3,5):=0$

C(3,6):=0$

%********** GRAVITATIONAL AND SPRING FORCE VECTOR **************
$

GRPSP(1,1):=0$

GRPSP(2,1):=(2439040*sin(t2)*sin(t3)*g
-51411008*sin(t2)*cos(t3)*g
+2336580*sin(t2)*g
-51411008*sin(t3)*cos(t2)*g
-2439040*cos(t2)*cos(t3)*g
-815265665*cos(t2)*g
-1000000000*cos(t2)*ss111*as231*k12)/1000000000$

GRPSP(3,1):=(38110*sin(t2)*sin(t3)*g
-803297*sin(t2)*cos(t3)*g
-803297*sin(t3)*cos(t2)*g
-4687500*sin(t3)*as342*k23
-38110*cos(t2)*cos(t3)*g)/15625000$

$end$
```

```
S11:=0$

M1:=2573/500$

XX1:=1457787/20000000$

XY1:=1585513/100000000$

XZ1:=193407/100000000$

YY1:=4030613/100000000$

YZ1:=(
-17753)/12500000$

ZZ1:=6985909/100000000$

MX1:=(
-27662323)/125000000$

MY1:=(
-117748199)/500000000$

MZ1:=(
-19475037)/250000000$

AL12:=(
-pi)/2$

A12:=0$

S22:=163/2000$

M2:=4327/1000$

XX2:=2157357/50000000$

XY2:=17229/100000000$

XZ2:=(
-170187)/10000000$

YY2:=141647/1000000$

YZ2:=(
-757)/10000000$

ZZ2:=10260979/100000000$

MX2:=(
-34706867)/200000000$

MY2:=116829/50000000$

MZ2:=13184369/50000000$

AL23:=0$

A23:=3/10$
```

```
M3:=412/125$

XX3:=4666389/100000000$

XY3:=(
-18091)/25000000$

XZ3:=(
-7523)/100000000$

YY3:=147719/25000000$

YZ3:=(
-22259)/100000000$

ZZ3:=458097/10000000$

MX3:=3811/1562500$

MY3:=(
-803297)/15625000$

MZ3:=788259/31250000$

EQUATION(1,1):=(11578240000*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*cos(t3)*
td1*td2
+11578240000*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*cos(t3)*
td1*td3
+163020520000*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*cos(t3)*
tdd1
-123386419200*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*td1*td2
-61693209600*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*td1*td3
-2926848000*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*tdd1
-548023520*sin(t2)*sin(t3)*td2**2
-1096047040*sin(t2)*sin(t3)*td2*td3
-548023520*sin(t2)*sin(t3)*td3**2
+7934814304*sin(t2)*sin(t3)*tdd2
+7934814304*sin(t2)*sin(t3)*tdd3
+326041040000*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)**2*td1*
td2
-326041040000*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)**2*td1*
td3
-5789120000*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)**2*tdd1
-5853696000*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)*td1*td2
-2926848000*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)*td1*td3
+61693209600*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)*tdd1
-174357996000*sin(t2)*cos(t2)*td1*td2
-163020520000*sin(t2)*cos(t2)*td1*td3
-3583720000*sin(t2)*cos(t2)*tdd1
+7934814304*sin(t2)*cos(t3)*td2**2
+15869628608*sin(t2)*cos(t3)*td2*td3
+7934814304*sin(t2)*cos(t3)*td3**2
+548023520*sin(t2)*cos(t3)*tdd2
+548023520*sin(t2)*cos(t3)*tdd3
-532262540*sin(t2)*td2**2
+182060276195*sin(t2)*tdd2
+326041040000*sin(t3)*cos(t2)**2*cos(t3)*td1*
td2
-326041040000*sin(t3)*cos(t2)**2*cos(t3)*td1*
td3
```

```
-5789120000*sin(t3)*cos(t2)**2*cos(t3)*tdd1
-5853696000*sin(t3)*cos(t2)**2*td1*td2
-2926848000*sin(t3)*cos(t2)**2*td1*td3
+61693209600*sin(t3)*cos(t2)**2*tdd1
+7934814304*sin(t3)*cos(t2)*td2**2
+15869628608*sin(t3)*cos(t2)*td2*td3
+7934814304*sin(t3)*cos(t2)*td3**2
+548023520*sin(t3)*cos(t2)*tdd2
+548023520*sin(t3)*cos(t2)*tdd3
-163020520000*sin(t3)*cos(t3)*td1*td2
-163020520000*sin(t3)*cos(t3)*td1*td3
+2894560000*sin(t3)*cos(t3)*tdd1
+2926848000*sin(t3)*td1*td2
-11578240000*cos(t2)**2*cos(t3)**2*td1*td2
-11578240000*cos(t2)**2*cos(t3)**2*td1*td3
-163020520000*cos(t2)**2*cos(t3)**2*tdd1
+123386419200*cos(t2)**2*cos(t3)*td1*td2
+61693209600*cos(t2)**2*cos(t3)*td1*td3
+2926848000*cos(t2)**2*cos(t3)*tdd1
+7167440000*cos(t2)**2*td1*td2
+5789120000*cos(t2)**2*td1*td3
+871789980000*cos(t2)**2*tdd1
+548023520*cos(t2)*cos(t3)*td2**2
+1096047040*cos(t2)*cos(t3)*td2*td3
+548023520*cos(t2)*cos(t3)*td3**2
-7934814304*cos(t2)*cos(t3)*tdd2
-7934814304*cos(t2)*cos(t3)*tdd3
+182060276195*cos(t2)*td2**2
+532262540*cos(t2)*tdd2
+5789120000*cos(t3)**2*td1*td2
+5789120000*cos(t3)**2*td1*td3
+81510260000*cos(t3)**2*tdd1
-61693209600*cos(t3)*td1*td2
-3583720000*td1*td2
-2894560000*td1*td3
+433282927268*tdd1)/2000000000000$

EQUATION(2,1):=(
-5789120000*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*cos(t3)*
td1**2
+61693209600*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*td1**2
+7934814304*sin(t2)*sin(t3)*tdd1
+47853964800*sin(t2)*sin(t3)
-163020520000*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)**2*td1**
2
+2926848000*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)*td1**2
+871789980000*sin(t2)*cos(t2)*td1**2
+548023520*sin(t2)*cos(t3)*tdd1
-1008683976960*sin(t2)*cos(t3)
+182060276195*sin(t2)*tdd1
+45843699600*sin(t2)
-163020520000*sin(t3)*cos(t2)**2*cos(t3)*td1**
2
+2926848000*sin(t3)*cos(t2)**2*td1**2
+548023520*sin(t3)*cos(t2)*tdd1
-1008683976960*sin(t3)*cos(t2)
+81510260000*sin(t3)*cos(t3)*td1**2
-1463424000*sin(t3)*td1**2
```

```
-55857/20000*cos(t2)**2*td1**2
-7934814304*cos(t2)*cos(t3)*tdd1
-47853964800*cos(t2)*cos(t3)
+532262540*cos(t2)*tdd1
-15995512347300*cos(t2)
-2894560000*cos(t3)**2*td1**2
+30846604800*cos(t3)*td1**2
+61693209600*cos(t3)*td2*td3
+30846604800*cos(t3)*td3**2
+2926848000*cos(t3)*tdd2
+1463424000*cos(t3)*tdd3
+1791860000*td1**2
+890118980000*tdd2
+91619400000*tdd3)/2000000000000$

EQUATION(3,1):=(
-180910000*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*cos(t3)*td1
**2
+963956400*sin(t2)*sin(t3)*cos(t2)*td1**2
+247962947*sin(t2)*sin(t3)*tdd1
+1495436400*sin(t2)*sin(t3)
-5094391250*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)**2*td1**2
+45732000*sin(t2)*cos(t2)*cos(t3)*td1**2
+2547195625*sin(t2)*cos(t2)*td1**2
+17125735*sin(t2)*cos(t3)*tdd1
-31521374280*sin(t2)*cos(t3)
-5094391250*sin(t3)*cos(t2)**2*cos(t3)*td1**2
+45732000*sin(t3)*cos(t2)**2*td1**2
+17125735*sin(t3)*cos(t2)*tdd1
-31521374280*sin(t3)*cos(t2)
+2547195625*sin(t3)*cos(t3)*td1**2
+45732000*sin(t3)*td2**2
+963956400*sin(t3)*tdd2
+180910000*cos(t2)**2*cos(t3)**2*td1**2
-963956400*cos(t2)**2*cos(t3)*td1**2
-90455000*cos(t2)**2*td1**2
-247962947*cos(t2)*cos(t3)*tdd1
-1495436400*cos(t2)*cos(t3)
-90455000*cos(t3)**2*td1**2
-963956400*cos(t3)*td2**2
+45732000*cos(t3)*tdd2
+45227500*td1**2
+2863106250*tdd2
+2863106250*tdd3)/62500000000$

$END$
```

```
% THIS FILE MUST BE INPUT IN A COMPLETELY FRESH REDUCE SESSION
$

% LINEARITY NUMBER BEFORE DELETING THE ZERO TERMS:$

LINEARITY:=(
-1752272209143335400392545920*sqrt(2)*pi**3
-75118040696404256133078961920*sqrt(2)*pi**2
+9451313274061081681350574080*sqrt(2)*pi
-545722138293315337917562880*sqrt(2)
+20976866954026267793956129035*pi**4
+13883278332320232249734980650*pi**3
-110843010883364609402835888672*pi**2
+12704140412326023375497502720*pi
-806841243309989084383158272)/(
6480000000000000000000000000*pi**4)$

IN FINDZER2$

% LINEARITY NUMBER AFTER DELETING THE ZERO TERMS:$

LIN:=FINDZERO(LINEARITY,1E-40)$

$END$
```

□

BENZETİM PROGRAMI KULLANIM KILAVUZU

IBM uyumlu PC için hazırlanmış olan benzetim programı tek bir koddan oluşmaktadır. SIMLIN.EXE isimli bu kodun çalıştırılabilmesi için yardımcı matematik işlemci gerekmekte olup herhangi bir girdi kütüğüne ise gerek yoktur. Kod çalıştırıldığında sırasıyla ikinci ve üçüncü uzuvların kütlelerini; oransal servo kazançlarını ve hız servo kazançlarını sormakta ve bu bilgiler ekrandan virgül ile ayrılarak girilmektedir. Verilerin girilmesini takiben ise açısal konum, hız, ivmelerin mi yoksa açısal hata ve türevlerinin mi istenildiği kullanıcıya sorulmaktadır. Programı çalışma sırasında entegrasyonun sonuçlarını 0.1 saniye aralıklarla vermekte ve 5 saniyelik entegrasyon işlemi tamamlandığında da sonuçlar grafiksel olarak ekrana gelmektedir. Ayrıca, sonuçlar OUT.DYN isimli bir kütüğe yazılmakta ancak grafikler sadece ekrana verilmektedir. Açısal hataların bulunması için "E" seçeneği girildiğinde ayrıca performans indeksi ve lineerlik indeksi programın sonunda verilmekte ve PERILI isimli bir kütüğe yazılmaktadır. Örnek bir veri girişi aşağıda verilmiştir.

```
C:\>simlin
   M2, M3 ?                              ; 2. ve 3. uzuvların kütlesi
3, 3
   KP1, KP2, KP3 ?                       ; 1, 2 ve 3 nolu eksenler oransal servo kazançları
1, 1, 1
   KV1, KV2, KV3 ?                       ; 1, 2 ve 3 nolu eksenler hız servo kazançları
1, 1, 1
   JOINT VARIABLES OR ERRORS (E/J) ?     ; Eklem açısal konum, hız ve ivmeleri için "J", açısal
                                           hata ve türevleri için "E" girilecektir.
J
```

Benzetim programının yanında verilen LPLOT.EXE isimli kod ise lineerlik indeksinin performans indeksine göre değişimini grafiksel olarak elde etmek için hazırlanmıştır. SIMLIN programı "E" seçeneği ile her çalıştırıldığında kendisi tarafından otomatik olarak açılan PERILI isimli bir kütüğe hesapladığı lineerlik ve performans indekslerini yazmaktadır. Eğer PERILI kütüğü mevcut ise bu değerler kütüğün sonuna eklenmektedir. Böylece değişik parametreler için çalıştırılan SIMLIN programının sonuçları istendiği zaman LPLOT ile grafiksel olarak görülebilmektedir. LPLOT'un çalıştırılabilmesi için mutlaka PERILI isimli kütüğe gereksinim vardır.

Söz konusu SIMLIN.EXE ve LPLOT.EXE dosyaları 3 no'lu disketteki BENZETIM kütüğünde bulunmaktadır.

'ojenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri: 13.7.1992 , 13.7.1994

rojenin Adı: Robot Dinamiği Lineerizasyon ve Basitleştirme Yöntemlerinin Geliştirilmesi ve İmal Edilmiş Bulunan bir Robota Uygulanarak İrdelenmesi

oje Yürütücüsü ve Yardımcı Araştırıcılar: Doç. Dr. Reşit SOYLU (Yürütücü),
Doç. Dr. Tuna BALKAN, Y.Müh. Ali SARRAFI

ojenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi: ODTÜ Makina Mühendisliği Bölümü, ANKARA

:stekleyen Kuruluş(ların) Adı ve Adresi: –

. (Abstract):

Bu projede bir robot kolun hareket denklemlerini sembolik olarak veren bir
ram geliştirilmiştir. Bu denklemler Lagrange eşitliği kullanılarak türetil-
e olup, gerekli bilgisayar zamanı robotun kinematiğinde ilk olarak Lipkin ve
y tarafından kullanılan bir notasyonu geliştirerek kullanmak suretiyle büyük
de azaltılmıştır. Ayrıca, bir manipülatörün lineerliğini (veya nonlineerli-
) ölçebilmek amacıyla Lineerlik Endeksi (LE) isimli yeni bir ölçüt tanımlan-
ır. Bu endeks robotun lineerlik derecesinin sayısal bir ölçütüdür. Lineerlik
ksi kavramını kullanarak tamamiyle (veya olabildiğince) lineer robotlar
rlamak mümkündür.
Proje kapsamında ayrıca ODTÜ-ASELSAN robotunu simüle edebilmek için bir
etim programı da geliştirilmiştir. Bu program kullanılarak Lineerlik Endeksi
robotun lineer bir kontrol algoritmasının denetimi altındaki performansı
ındaki ilişki incelenmiştir. ODTÜ-ASELSAN robotunun dinamik parametreleri
ysel olarak elde edilmeye çalışılmış ve son olarak da söz konusu robotun
ci ve üçüncü uzuvlarının dinamik parametrelerini değiştirebilmek için bir
at tasarlanarak robota monte edilmiştir.

ar Kelimeler: Robot Dinamiği, Robot Tasarımı, Lineerizasyon, Benzetim

je ile ilgili Yayın/Tebliğlerle ilgili Bilgiler International Journal of Robotics Research
gisine yollanan bir makale (Değerlendiriliyor) ve Mekatronik Tasarım ve İmalat
ışma Toplantısında (Kasım 1993, Ankara) sunulan bir tebliğ.

lim Dalı:
ıçentlik B. Dalı Kodu: 625.01.02 ISIC Kodu:
:manlık Alanı Kodu:

ığıtım (*): ☐ Sınırlı ☒ Sınırsız

porun Gizlilik Durumu : ☐ Gizli ☒ Gizli Değil

izin Sonuç Raporunun ulaştırılmasını istediğiniz kurum ve kuruluşları ayrıca belirtiniz