Classification of 4 manifolds up to s-cobordism

Program Kodu: 2508

Proje No: 111T667

Proje Yürütücüsü:

Yrd. Doç. Dr. Mehmetcik PAMUK

Araştırmacılar:

Yrd. Doç. Dr. Ahmet Beyaz

Yrd. Doç. Dr. Semra Pamuk

TEMMUZ 2015

ANKARA

Önsöz

“Classification of 4 manifolds up to s-cobordism’’ başlıklı ve 111T667 no’lu TÜBİTAK tarafından desteklenen projede, temel grubunun kohomolojik boyutu 2’den küçük veya eşit olan topolojik 4-manifoldların sınıflandırmasını manifoldlara ait temel değişmezler: temel grup, karakteristik sınıflar, kesişim formu vb, türünden yapmak amaçlanmıştır.

İçindekiler

Özet

Proje kapsamında gerçekleştirilen çalışmaların amacı, temel grubu belirlenmiş 4-manifoldların sınıflandırmasını manifoldlara ait temel değişmezler, temel grup, karakteristik sınıflar, kesişim formu vb, türünden yapmaktır.

Öncelikli olarak temel grubunun kohomolojik boyutu 2'den küçük veya eşit olan 4-manifoldlar incelenmiştir. Bu doğrultuda Ian Hambleton ve Matthias Kreck tarafından oluşturulan örgü ve Matthias Kreck'in geliştirdiği değiştirilmiş ameliyat teorisi kullanarak, temel grubunun kohomolojik boyutu 2'den küçük veya eşit olan bazı 4-manifoldlar için s-kobordizm sınıflandırmasını yapmış bulunmaktayız.

Bu proje kapsamında ayrıca, 4-boyutlu yönlendirilmiş Poincare eşleklik kompleksleri incelenmiştir. Poincare eşleklik kompleksleri üzerine bir sıralama bağıntısı tanımlanmış ve bu bağıntıya göre bu tür komplekslerin homotopi sınıflandırması verilmiştir.

Yukarıda bahsi geçen çalışmalara ilaveten proje kapsamında hesaplamalı topoloji alanında da çalışmalara başlanmıştır.

ANAHTAR KELİMELER: 4-manifold, temel grup, s-kobordizm, kohomoloji boyutu, Poincare eşleklik kompleksi, hesaplamalı topoloji.

Abstract

The subject of this project is to classify 4-manifolds with prescribed fundamental group, in terms of the standard invariants, such as the fundamental group, characteristic classes and intersection form.

First, we study 4-manifolds whose fundamental group has cohomological dimension less than or equal to 2. Using the braid constructed by Ian Hambleton and Matthia Kreck and the modified surgery theory of Kreck, we give an s-cobordism classification for certain 4-manifolds whose fundamental group has cohomological dimension less than or equal to 2.

Also in this project, we study oriented 4-dimensional Poincare duality complexes. We define an order relation among oriented 4-dimensional Poincare duality complexes and give a homotopy classification for such complexes with respect to this relation.

In addition to above topics, in this project we also start working on computational topology.

KEYWORDS: 4-manifold, fundamental group, s-cobordism, cohomological dimension, Poincare duality complex, computational topology.

Proje Ana Metni

Manifoldlar, modern matematikteki merkezi geometrik nesnelerdir. Manifoldların yapısını anlamaya çalışmak, bir çok ilginç sorunun ortaya çıkmasına yol açmıştır. Belki de akla gelebilecek ilk soru manifoldların sınıflandırılması problemidir. Sınıflandırmadan kastımız, eğer M_1 ve M_2 iki manifold ise M_1 ve M_2'nin homotopi denk, homeomorfik veya eğer manifoldlar düzgün ise diffeomorfik olduklarını nasıl anlarız sorusudur.

Manifoldların sınıflandırılması problemi matematikteki önemli problemlerden bir tanesidir. Bu soruya tam bir cevap vermek, manifoldların boyutları 4 veya daha büyük olduğunda teorik olarak mümkün değildir. Sınıflandırmanın yapılamasının sebebi manifoldların temel gruplarının sınıflandırılmasının imkansızlığından kaynaklanmaktır. Dolayısıyla, manifoldları sınıflandırma yolunda ilk yapılması gereken temel grubu sabitlemektir. Bu adımdan sonra, çalışılabilecek problem manifoldlar için olabildiğince çok değişmez bulup, en azından bazı manifold sınıflarını bu değişmezler türünden sınıflandırmaya çalışmaktır.

Manifoldları sınıflandırma problemini çalışmak için kullanılabilecek metodlardan biri, manifoldların homotopi öz-denklik gruplarını çalışmaktır. M kapalı, yönlendirilmiş, seçili bir taban noktasina, x_0, sahip düzgün ya da topolojik 4 boyutlu bir manifold olmak üzere, $Aut_\bullet(M)$ bu manifolda ait manifoldun yönünü ve taban noktasini koruyan homotopi öz-denklik grubunu göstersin:

$$\mathbf{Aut_\bullet(M)} := \{ f: (M, x_0) \rightarrow (M, x_0) \mid f \text{ homotopi denklik ve } f_*([M])=[M]\}.$$

Ian Hambleton ve Matthias Kreck 2004 yılında yazdıkları makalede, Hambleton ve Kreck (2004), değişmeli ve tam dizilerden oluşan ve herhangi bir 4 boyutlu manifold için kullanılabilecek bir örgü inşa etmişlerdir. Bu örgünün içindeki terimlerden bir tanesi de kobordizm grupları ile bbirlikte $Aut_\bullet(M)$'dir. Hambleton ve Kreck, temel grubu sonlu tek sayıda eleman içeren 4-manifoldlar için, bahsi geçen örgüyü kullanarak $Aut_\bullet(M)$ grubu için bir formül bulmuşlardır:

Teorem(Hambleton ve Kreck (2004)): M bağlantılı, kapalı, yönlendirilmiş düzgün ya da topolojik 4 boyutlu bir manifold olsun. Eger temel grup $\pi_1(M, x_0)$ tek sayıda elemana sahipse

$$Aut_{\bullet}(M) \cong KH_2(M; Z_2) \times Isom([\pi_1, \pi_2, k_M, s_M])$$

biçiminde ifade edilebilir. Burada $KH_2(M; Z_2) := kernel(\omega_2 : H_2(M; Z_2) \rightarrow Z_2)$ dir.

Daha sonra aynı örgü, temel grubu bir serbest grup olan 4-manifoldlar için $Aut_{\bullet}(M)$ grubunun hesaplanmasında Mehmetcik Pamuk tarafından (Pamuk, 2009a) kullanılmıştır. Bu makalede aynı zamanda söz konusu manifoldların s-kobordizma sınıflandırması yapılmıştır. Burada sadece manifoldun spin yapıya sahip olduğu durumda elde edilen sonuçlardan bahsedecek olursak:

Teorem(Pamuk (2009a)): M bağlantılı, kapalı, yönlendirilmiş düzgün ya da topolojik 4 boyutlu spin yapiya sahip bir manifold olsun. Eğer temel grup $\pi_1(M, x_0)$, bir serbest grupsa

$$Aut_{\bullet}(M) \cong H_2(M; Z_2) \oplus H_3(M; Z_2)) \times Isom([\pi_1, \pi_2, k_M, s_M])$$

biçiminde ifade edilebilir.

Bu teoremin ispatı yapılırken örgü üzerinde gözüken cobordizm gruplarının hesaplamaları, spectral diziler kullanılarak yapılmıştır. Bu tür teoremleri elde ederken, zorluklardan bir tanesi, daha sonra gene değineceğimiz üzere, temel grubun diğer homotopi grupları, özellikle de ikinci homotopi grubu, üzerindeki etkisini anlamaktır.

Serbest gruplar için s-kobordizma teoreminin doğru olup olmadığı henüz bilinmediği için şu an için yapılabilecek en iyi sınıflandırma budur. Bu sınıflandırmada kullanılan değişmezler, manifoldun temel grubu $\pi_1(M)$, ikinci homotopi grubu $\pi_2(M)$ ve kesişim formu s_M'dir. Bahsi geçen değişmezleri izomorfik olan manifoldların birbirlerine s-kobordant oldukları gösterilmiştir (teoremde geçen terimler sayfa 8'de açıklanacaktır).

Teorem(Pamuk (2009a)): M_1 ve M_2 kapalı, bağlantılı, yönlendirilmiş, serbest temel gruba ve aynı Kirby-Siebenmann değişmezine sahip topolojik 4-manifoldlar olsun. Bu iki manifold s-kobordanttır ancak ve ancak izometrik ikinci dereceden tipe sahiplerse.

Bu teoremin ispatı için öncelikle verilen koşullar altında manifoldların kobordant olduklarını gösterdik. Ardından da, homotopi öz-denklik grubunu bulmak için kullandığımız örgü yardımıyla bu kobordizmi, s-kobordizme çevirebilecek uygun homotopi öz-denkliklerin bulunabileceğini gösterdik.

Aynı teknikler kullanılarak temel grubu bir yüzeyin temel grubu ile aynı olan 4-manifoldlar da incelenmiştir, Pamuk (2009b). Bu tür manifoldlar için, daha önceden bahsettigimiz, Hambleton ve Kreck'in oluşturdurduğu örgü, kullanılarak $Aut_\bullet(M)$ için bir formül bulunmuştur:

$$Aut_\bullet(M) \ \cong ¿¿ \ Z\otimes_\Lambda H_2(M; Z_2) \oplus H_3(M; Z_2)) \times Isom([\pi_1, \pi_2, k_M, s_M]).$$

Böylesi bir temel gruba sahip manifold ve evrensel örtüsü aynı anda spin yapıya sahipse ya da spin değilse, yukarıdaki değişmezlerin (Kirby-Siebenmann değişmezi ve ikinci dereceden tip) s-kobordizma sınıflandırması için yeterli olduğu gösterilmiştir.

Gerek serbest gruba, gerekse de yüzey grubuna sahip 4-manifoldlar için benzer sonuçlar farklı teknikler kullanılarak başka yazarlar tarafından da elde edilmiştir (Cavicchioli ve Hegenbarth (1994), Cavicchioli vd.(1997), Hillman (2004), Hillman (2009)).

Bu projedeki temel amacımız, topolojik 4-manifoldların sınıflandırmasını manifoldlara ait temel değişmezler, temel grup, karakteristik sınıflar, kesişim formu vb, türünden yapmaktır. Temel grup aşikâr olmadığı zaman, temel grubun diğer homotopi grupları üzerindeki etkisi göz önünde bulundurulmalıdır. Temel grubun kohomoloji boyutu 2'den küçük eşit olduğunda, ikinci homotopi grubunun temel grup modülü olarak yapısı bilindiğinden, ele almayı planladığımız ilk manifoldlar sınıfı temel grubunun kohomoloji boyutu 2'den küçük eşit olan manifoldlardır. Bu tür manifoldları sınıflandırmaya çalışırken kullandığımız temel teknikler, yukarıda da bahsedilen Ian Hambleton ve Matthias Kreck tarafından oluşturulan örgü, Hambleton ve Kreck (2004) ve Matthias Kreck'in geliştirdiği değiştirilmiş ameliyat (modified surgery) teorisi, Kreck (1999) olmuştur.

Yukarıda bahsi geçen teknikler kullanılarak, proje kapsamındaki çalışmalarda öncelikle temel grubunun kohomolojik boyutu 2'den küçük veya eşit olan 4-manifoldlar incelenmiştir.

Manifoldların sınıflandırmasında ilk adım, manifoldların homotopi sınıflandırmasını yapmaktır. Temel grubu aşikar olan 4-manifoldların homotopi sınıflandırmasının kesişim formları tarafından verildiği bilinmektedir (Whitehead (1949), Milnor (1958)).

Temel grubu aşikar olmayan manifoldlar söz konusu olduğunda öncelikle çalışılması gereken, temel grubun etkisiyle uyumlu (equivariant) olan kesişim formudur. Fakat bu form, bahsedilen türdeki manifoldların homotopi sınıflandırmasında bile yeterli değildir. Göz önünde bulundurulması gereken değişmez, manifoldun ilk k-değişmezidir, k_M. Bu değişmez temel grubun 3.kohomolojisinde, $H^3(\pi_1(M); \pi_2(M))$, yaşar. Hambleton ve Kreck (1988) bir manifoldun ikinci dereceden tipini (quadratic 2-type), $[\pi_1(M), \pi_2(M), k_M, s_M]$ dörtlüsü olarak tanımlamışlardır. Adı geçen yazarlar, manifoldun temel grubunun sonlu ve periyodu 4 olan kohomolojiye sahip olduğu durumlarda, biraz önce bahsedilen dörtlünün izometrilerinin manifoldun homotopi sınıflandırmasını verdiğini göstermişlerdir.

Bu projede bizim çalıştığımız grupların kohomoloji boyutları 2'den küçük eşit olduğundan ilk k-değişmezi, yaşadığı kohomoloji sınıfı sıfır olduğu için, her zaman sıfır olur, dolayısıyla da bu değişmeze bu tür manifoldların sınıflandırılmasında ihtiyaç duyulmaz. Çalışmalarımız neticesinde, K- ve L- teori'den gelen bazı hipotezler altında (bunlar assembly fonksiyonu, Whitehead grubu ve ameliyat engel fonksiyonu (surgery obstruction map) ile ilgili koşullardır), yukarıda bahsedilen 4-manifoldların s-kobordizm sınıflandırmasını yapmış bulunmaktayız:

(H1) Assembly fonksiyonu $A_4: H_4(K(\pi, 1); L_0(Z)) \to L_4(Z[\pi])$ birebir olsun,

(H2) Whitehead grubu $Wh(\pi)$ aşikâr olsun,

(H3) Ameliyat engel fonksiyonu $\tau(MxI, \partial) \to L_5(Z[\pi])$ örten olsun.

Teorem(Hegenbarth vd. (2015b)): M_1 ve M_2 yukarıda bahsedilen (H1), (H2) ve (H3) hipotezlerini sağlayan, temel gruplarının kohomoloji boyutları 2'den küçük eşit olan ve aynı Kirby-Siebenmann değişmezine sahip topolojik 4-manifoldlar olsun. Manifoldlar ve evrensel örtüleri aynı anda spin yapıya sahipse ya da spin değilse, bu tur manifoldlar s-kobordanttır ancak ve ancak izometrik ikinci dereceden tipe sahiplerse.

Teoremin ispati için öncelikle bahsi geçen hipotezler altında verilen manifoldların kobordant olduklarını gösterdik. Ardından da bu kobordizmi s-kobordizm haline getirecek uygun bir homotopi öz-denklik bulunabileceğini gösterdik. Burada yaptığımız eldeki kobordizmi ikiye ayırıp daha önce bahsettiğimiz örgü yardımıyla bulduğumuz uygun bir homotopi öz-denklik ile değiştirerek s-kobordizm haline getirmektir.

Bu makale ile ilgili olarak, Atılım Üniversitesi'nde gerçekleştirilen 9. Ankara Matematik Günleri'nde bir konuşma da Mehmetcik Pamuk tarafından yapılmıştır. Bir konuşma da Polonya Krakow'da yapılacak olan "Glances at Manifolds" isimli konferansda 17 Temmuz 2015 tarihinde yapılacaktır.

Bu projede ayrıca, 4-boyutlu sonlu Poincare eşleklik kompleksleri ve bunların kobordizm grupları incelenmiştir. Poincare eşleklik kompleksleri, Poincare eşleklik teoremini sağlayan CW-komplekslerdir. Bu anlamda manifold kavramının genelleştirilmesi olarak düşünülebilirler ve manifoldların ameliyat teorisi (surgery theory) kullanılarak sınıflandırılmasında önemli bir yer tutarlar. Bu çalışmada öncelikli olarak, Poincare eşleklik kompleksleri üzerine bir sıralama bağıntısı tanımlanmıştır: X>P notasyonu, derecesi 1 olan ve temel gruplar arasinda bir izomorfizma veren sürekli bir $f:X \to P$ fonksiyonunun varlığını belirtir. Bu tanımı kullanarak öncelikle bir X Poincare eşleklik kompleksi için, $H_2(X;\Lambda)$'in kesişim formu kısıtlandığında singüler olmadığı bir G kararlı serbest alt modülü varsa, X>P olacak şekilde bir Poincare eşleklik kompleksi bulunabileceğini gösterdik. Ardından da bu bağıntıya göre minimal olan kompleksleri tanımlayıp ve bunlar için varlık ve teklik sorularını inceledik.

Tanım: Bir P Poincare eşleklik kompleksine X kompleksi için minimaldir (X-minimal) denir eğer

(i) X>P ve
(ii) P>Q olduğu durumlarda P ile Q homotopi denk oluyorsa.

Teorem(Hegenbarth vd. (2015a)): Eğer $H_2(X;\Lambda)$ sonlu sayıda üretece sahipse bir P, X-minimal kompleksi vardır.

Teoremin ifadesinde geçen Λ, $Z[\pi_1(X)]$ grup halkasını göstermektedir. Bu sıralama bağıntısı ve minimal komplekslerin varlığı yardımıyla, fonksiyonların Postnikov ayrışması ve engel (obstruction) teorisi kullanılarak, aynı minimal komplekse ve izomorfik ikinci homoloji grubuna sahip 4-boyutlu sonlu Poincare eşleklik komplekslerinin birbirine homotopi denk oldukları gösterilmiştir:

Teorem(Hegenbarth vd. (2015a)): X ve X' ayni minimal kompleks P üzerinde iki Poincare eşleklik kompleksleri olsunlar. Eger komplekslerin ikinci homology grupları arasında $\phi: H_2(X; \Lambda) \rightarrow H_2(X'; \Lambda)$ biçiminde bir eşmetri varsa, X ile X' birbirine homotopi denktir.

İkinci homolojiler arasındaki eşmetri bize Postnikov sistemleri E_3 ve E'_3 arasında bir homotopi denklik verir. Burada Postnikov sisteminden kastımız $E_3 \rightarrow P$ biçiminde bir liflemedir öyle ki $f_3: X \rightarrow E_3$ 3-bağlı bir fonksiyondur ve f fonksiyonunun Postnikov ayrışmasını verir. Yukarıda verilen teoremi ispatlamak için Postnikov sistemleri arasındaki homotopi denkliği X ile X' arasında bir homotopi denkliğe genişletebileceğimizi engel teorisi (obstruction theory) kullanarak gösterdik. Bahsedilen genişletmenin önündeki engel $H^4(X'; \pi_3(X'))$ kohomoloji grubunda yaşar. Biz, bu kohomoloji elemanının sıfır olduğunu göstererek, genişletmenin mümkün olduğunu göstermiş olduk.

Slovenya ziyaretlerimiz esnasında tanıştığımız Neza Mramor Kosta ile proje kapsamında hesaplamalı topoloji (computational topology) alanında ortak çalışmalara da başlanmıştır. Bu çerçevede Semra Pamuk ve Mehmetcik Pamuk, Türkiye'den birer doktora öğrencisinin (Türkmen Örnek ve Hanife Varlı) Neza Mramor Kosta ile birlikte eş danışmanlığını yürütmektedirler. Bu tezlerle ilgili yapılan çalışmalar kesikli Morse fonksiyonları (Discrete Morse Functions) üzerinedir. Bu konu Robin Forman tarafından 1990'larda geliştirilmiş olup (Forman (1998), Forman (2002)), Morse Teori'nin kesikli versiyonudur. Bu alanda yapılan çalışmalar kesikli objelerin, hücre kompleksleri gibi, topolojisini anlamada çok faydalı olmuştur. Kesikli Morse Teorisi'nin matematiğin gerek teorik gerek uygulamalı bir çok alanına uygulamasi vardır: topolojik temelli algoritmaların ve veri yapılarının (data structures) geliştirilmesi, sensor networkleri, imaj ve data analizi gibi.

Bu konudaki çalışmalarımız sonucunda Neza Mramor Kosta, Mehmetcik Pamuk ve Hanife Varlı "Perfect Discrete Morse Functions on Connected Sums'' isimli bir makale yazmışlardır. Bu makalede de, diğer makalelerde olduğu gibi Tübitak desteği belirtilmiştir. Yukarıda ismi geçen makale, bağlantılı toplam olarak verilen bir manifold üzerinde tanımlı mükemmel kesikli Morse fonksiyonlarının (perfect discrete Morse functions) nasıl ayrılıp, birleştirilebileceği üzerinedir. Bahsi geçen makale "Discrete & Computational Geometry'' adlı dergiye gönderilmiştir. Makale, şu an hakem değerlendirmesindedir.

Proje kapsamındaki çalışmalarımızın devamı olarak, 4-manifoldlar için bulduğumuz homotopi öz-denklik hesaplamalarını diğer boyutlara taşımayı planlıyoruz. Sınıflandırma problemleri ile ilgili olarak da öncelikli olarak 6 boyutlu manifoldlar için ne tür sonuçlar bulabileceğimizi araştıracağız. Hesaplamalı topoloji ile ilgili olarak da, üzerinde herhangi bir grubun etkisi olan hücre komplekslerini çalışmayı planlıyoruz.

Kaynaklar

Cavicchioli, A., Hegenbarth, F. 1994. "On 4-manifolds with free fundamental group", Forum Math. 6, no. 4, 415–429.

Cavicchioli, A., Hegenbarth, F., and Repovs, D.1997. "Four-manifolds with surface fundamental groups", Trans. Amer. Math. Soc. 349, no. 10, 4007–4019.

Forman, R.1998."Morse theory for cell complexes", Adv. Math. 134, 90—145.

Forman, R. 2002."A user's guide to discrete Morse theory", Sem. Lothar. Combin. B48c.

Mramor Kosta, N., Pamuk, M., Varlı H. "Perfect Discrete Morse Functions on Connected Sums", Preprint, arXiv:1501.06200.

Hambleton, I., Kreck, M. 1988. "On the classification of topological 4-manifolds with finite fundamental group", Math. Ann. 280, no. 1, 85–104.

Hambleton, I., Kreck, M. 2004. "Homotopy Self-equivalences of 4-manifolds'', Mathematische Zeitschrift 248, 147–172.

Hegenbarth F., Pamuk M., Repovs D. 2015. "PD_4-complexes relative to an order relation'', Monatshefte für Mathematik, 177 (2) 275-293.

Hegenbarth F., Pamuk M., Repovs D. 2015 "s-Cobordism Classification of 4-Manifolds Through the Group of Homotopy Self-Equivalences'' Mediterranean Journal of Mathematics dergisinde basılacak.

J. A. Hillman. 2004. "PD4-complexes with free fundamental group", Hiroshima Math. J. 34, no. 3, 295–306

J.A. Hillman. 2009. “PD4-complexes with strongly minimal models”, Topology Appl. 153 2413–2424.

Kreck M. 1999. “Surgery and duality'', Ann. Math. 2nd Ser. 149(3), 707–754.

J. W. Milnor. 1958. “On Simply-connected Four-manifolds”, Symposium Internacional de Topologia Alg., Mexico, 122–128.

Pamuk, M. 2009.”Homotopy Self-Equivalences of 4-manifolds with Free Fundamental Group”, Canadian Journal of Mathematics, 62, 1387-1403.

Pamuk, M. 2009.”Homotopy Self-Equivalences of 4-manifolds with PD_2 Fundamental Group”, Topology and its Applications, 156 (8), 1445-1458.

J. H. C. Whitehead. 1949. “On simply connected 4-dimensional polyhedra”, Comment. Math. Helv. 22, 48–92.

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje No: 111T667
Proje Başlığı: Classification of 4 manifolds up to s-cobordism
Proje Yürütücüsü ve Araştırmacılar: Yrd. Doç. Dr. Mehmetcik Pamuk, Yrd. Doç. Dr. Ahmet Beyaz, Yrd. Doç. Dr. Semra Pamuk
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi: Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Üniversiteler Mah. Dumlupınar Blv. No:1, 06800 Çankaya Ankara
Destekleyen Kuruluş(ların) Adı ve Adresi:
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri: 01/06/2012-01/06/2015
Öz (en çok 70 kelime) Proje kapsamında gerçekleştirilen çalışmaların amacı, temel grubu belirlenmiş 4-manifoldların sınıflandırmasını manifoldlara ait temel değişmezler, temel grup, karakteristik sınıflar, kesişim formu vb, türünden yapmaktır. Öncelikli olarak temel grubunun kohomolojik boyutu 2'den küçük veya eşit olan 4-manifoldlar incelenmiştir. Bu doğrultuda Ian Hambleton ve Matthias Kreck tarafından oluşturulan örgü ve Matthias Kreck'in geliştirdiği değiştirilmiş ameliyat teorisi kullanarak, temel grubunun kohomolojik boyutu 2'den küçük veya eşit olan bazı 4-manifoldlar için s-kobordizm sınıflandırmasını yapmış bulunmaktayız. Bu proje kapsamında ayrıca, 4-boyutlu yönlendirilmiş Poincare eşleklik kompleksleri incelenmiştir. Poincare eşleklik kompleksleri üzerine bir sıralama bağıntısı tanımlanmış ve bu bağıntıya göre bu tür komplekslerin homotopi sınıflandırması verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: : 4-manifold, temel grup, s-kobordizm, kohomoloji boyutu, Poincare eşleklik kompleksi.

Fikri Ürün Bildirim Formu **Sunuldu mu?** **Evet** ☐ **Gerekli Değil** **X**

Fikri Ürün Bildirim Formu'nun tesliminden sonra 3 ay içerisinde patent başvurusu yapılmalıdır.

Projeden Yapılan Yayınlar:

1. Hegenbarth F., Pamuk M,, Repovs D. 2015 "PD_4-complexes relative to an order relation'', Monatshefte für Mathematik, 177 (2) 275-293.

2. Hegenbarth F., Pamuk M,, Repovs D. 2015 "s-Cobordism Classification of 4-Manifolds Through the Group of Homotopy Self-Equivalences'' Mediterranean Journal of Mathematics dergisinde basılacak.