

Sıcak Nükleer Sistemlerin Baryon Korelasyon Fonksiyonları

Program Kodu: 1001

Proje No: 114F151

Proje Yürütücüsü

Prof. Dr. Osman YILMAZ

Araştırmacı:

Prof. Dr. Ahmet GÖKALP

Danışman :

Prof. Dr. Şakir AYIK

MART 2016

ANKARA

ÖNSÖZ

“Sıcak Nükleer Sistemlerin Baryon Korelasyon Fonksiyonları” isimli proje Prof. Dr. Osman YILMAZ’ın Proje Yürütücülüğünde 01/10/2014 - 01/04/2016 tarihleri arasında, 18 ay süreyle, ODTÜ Fizik Bölümü’nde yürütülmüş ve TÜBİTAK tarafından TBAG-114F151 Proje Nosu ile desteklenmiştir.

Bu raporda yer alan bilgiler, aşağıda verilen ve proje kapsamında üretilen iki uluslararası makale, bir uluslararası konferans bildirisi, bir poster ve bir doktora tezini esas almaktadır.

- O. Yılmaz, S. Ayık, F. Acar, A. Gökalp,
“Growth of spinodal instabilities in nuclear matter”,
Phys. Rev. C 91, 014605 (2015)
- F. Acar, S. Ayık, O. Yılmaz, A. Gökalp
“Growth of spinodal instabilities in nuclear matter II: Asymmetric matter”,
Phys. Rev. C 92, 034605 (2015)
- F. Acar, O. Yılmaz, S. Ayık,
“Spinodal instabilities in asymmetric nuclear matter”,
COMEX5, September 14-18, 2015, Krakow, Poland (Poster).
- O. Yılmaz,
“Nuclear instabilities and baryon density correlation functions”,
VIII. *International Workshop on Nuclear Structure Properties*
27-29 October 2014, Sinop, Turkey (Davetli konuşma-bildiri).
- Fatma Acar,
“Quantal Investigation of Spinodal Instabilities in Asymmetric Nuclear Matter”
Ph. D. Thesis, METU, Turkey. (Tez 2016 yılı içinde tamamlanacak)

İÇİNDEKİLER

Şekillerin Listesi	6
Özet.....	7
Abstract.....	8
1. Giriş.....	9
2. Sıcak Nükleer Maddenin Spinodal Kararsızlıkları.....	12
2.1 Standart ve Stokastik Ortalama Alan Kuramı.....	12
2.2 Skyrme Potansiyel İfadesi.....	14
2.3 Nükleer Maddede Yoğunluk Salınımları ve Spinodal Kararsızlıklar.....	17
2.4 Kolektif Singüler ve Kolektif Olmayan Singüler Noktalar.....	21
2.4.1 Kolektif Modların Yoğunluk Korelasyon Fonksiyonlarına Katkısı...23	
2.4.2 Kolektif Olmayan Modların Yoğunluk Korelasyon Fonksiyonlarına Katkısı.....	27
3. Spinodal Kararsızlıkların Yarı-Klasik İncelenmesi	36
3.1. Yarı-Klasik Yaklaşım.....	36
3.2. Kararsız Modların Büyümesi ve Spinodal Bölgenin Sınırları.....	38
3.2.1 Simetrik Nükleer Madde.....	38
3.2.2 Asimetrik Nükleer Madde.....	39
3.3. Spektral korelasyon fonksiyonları.....	42
3.3.1 Simetrik Nükleer Madde.....	42
3.3.2 Asimetrik Nükleer Madde.....	43
3.4. Yoğunluk Korelasyon Fonksiyonları.....	45

3.4.1 Simetrik Nükleer Madde.....	45
3.4.2 Asimetrik Nükleer Madde.....	46
4. Spinodal Kararsızlıkların Kuantum Mekaniksel İncelenmesi.....	48
4.1 Spinodal Bölge ve Kararsız Modların Büyüme Oranlarının Kuantal İncelenmesi.....	52
4.2 Kuantal Yoğunluk Korelasyon Fonksiyonları.....	53
5. Sonuç ve Değerlendirme	56
Kaynaklar	58
Ek A: Spektral Korelasyon Fonksiyonuna Kollektif Modların Katkısı.....	59
Ek B: Spektral Korelasyon Fonksiyonuna Kollektif Olmayan Modların Katkısı	65
Ek C: Sıfır Sıcaklık ($T=0$) için $\phi(\omega+i\varepsilon)$ ve $\chi_a(\vec{k},\omega+i\varepsilon)$ Fonksiyonlarının Hesapları.....	85
Ek D: Yarı-klasik Yaklaşım Hesapları.....	105
TÜBİTAK Proje Özet Bilgi Formu	110

Şekillerin Listesi

Şekil 2.1: Yoğunluk matrisinin (a) standart ortalama-alan ve (b) SOA yaklaşımında gelişimi	13
Şekil 2.2: İntegral hesabı için seçilen kontur	21
Şekil 3.1: Simetrik maddede sıcaklık-yoğunluk faz diyagramı.....	38
Şekil 3.2: Yoğunluk dalgalanmalarının $T=0.5$ MeV ve $T=5$ MeV için büyüme oranları.....	39
Şekil 3.3: Asimetrik maddede değişik asimetride sıcaklık-yoğunluk diyagramı	40
Şekil 3.4: Yoğunluk dalgalanmalarının $T=1$ MeV ve $T=5$ MeV için ve $I=0.0, 0.4, 0.8$ asimetri durumunda büyüme oranları.....	41
Şekil 3.5: Simetrik maddede spektral korelasyon fonksiyonunun dalga sayısı ile değişimi.....	42
Şekil 3.6: Farklı asimetride, başlangıç yoğunluğu $\rho = 0.3\rho_0 fm^{-3}$ iken, sıcaklık $T=1 MeV$ ve $T=5 MeV$ için $t=30 fm/c$ zamanında spektral korelasyon fonksiyonunun dalga sayısı ile değişimi.....	43
Şekil 3.7: Asimetri $I=0.4$ ve başlangıç yoğunluğu $\rho = 0.3\rho_0 fm^{-3}$ iken, sıcaklık $T=1 MeV$ ve $T=5 MeV$ için $t=0, 20, 30, 40 fm/c$ zamanlarında spektral yoğunluk fonksiyonunun dalga numarası ile değişimi.....	44
Şekil 3.8: Simetrik nükleer maddede mesafenin fonksiyonu olarak yoğunluk korelasyon fonksiyonları.....	45
Şekil 3.9: Farklı asimetride, başlangıç yoğunluğu $\rho = 0.3\rho_0 fm^{-3}$ iken, sıcaklık $T=1 MeV$ ve $T=5 MeV$ için $t=20, 30, 40 fm/c$ zamanlarında yoğunluk korelasyon fonksiyonunun iki nokta arasındaki mesafe $x= \vec{r}-\vec{r}' $ ile değişimi.....	46

Şekil 4.1: Farklı asimetrilerde, başlangıç yoğunluğu $\rho = 0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ ve sıcaklık $T = 0$ için kararsız modların büyüme oranlarının dalga numarası ile değişimi....	52
Şekil 4.2: Asimetri $I = 0.4$ ve başlangıç yoğunluğu $\rho = 0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ iken, $T = 0 \text{ MeV}$ sıcaklığında $t = 0, 20, 30, 40 \text{ fm}/c$ zamanlarında kuantal spektral yoğunluk fonksiyonunun dalga numarası ile değişimi.....	53
Şekil 4.3: Farklı asimetrilerde, başlangıç yoğunluğu $\rho = 0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ ve sıcaklık $T = 0$ için $t = 30 \text{ fm}/c$ ve $t = 40 \text{ fm}/c$ zamanlarında kuantal spektral yoğunluk korelasyon fonksiyonunun dalga numarası ile değişimi.....	54
Şekil 4.4: Farklı asimetrilerde, başlangıç yoğunluğu $\rho = 0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ ve sıcaklık $T = 0$ için kuantal yoğunluk korelasyon fonksiyonunun iki nokta arasındaki mesafe $x = \vec{r} - \vec{r}' $ ile değişimi.....	55
Şekil C.1: $T = 0$ ve $T \neq 0$ için dağılım fonksiyonu.....	86
Şekil C.2: z-integral konturu.....	87
Şekil C.3: $\theta(p_F - \vec{p} + \hbar\vec{k}/2) \theta(p_F - \vec{p} - \hbar\vec{k}/2)$ fonksiyonunun tanımladığı bölge.....	91
Şekil C.4: Momentum uzayında integral bölgeleri	92

Özet

Bu projede, nükleer maddenin kendiliğinden alt kümelere bozulduğu kararsız spinodal bölgede, farklı sıcaklık ve farklı yoğunluklarda, kollektif ve kollektif olmayan singülerliklerden (logaritma terimlerinden kaynaklanan) gelen katkıları hesaba katarak sıcak nükleer maddenin korelasyon fonksiyonlarının tam ifadelerinin hesaplanması ile parçalanmış sıcak nükleer maddenin yoğunlaşma kümeleşme mekanizması ve sıvı-gaz faz dönüşümünün ilk evreleri hakkında bilgi edinilmesi yarı-klasik ve kuantal çerçevelerde incelendi.

Sıcak nükleer sistemin spinodal kararsız bölgesinde, yarı-klasik ve kuantum mekaniksel olarak türetilen dağılım bağıntısı çözülerek baskın kararsız modların büyüme hızları dalga boyunun bir fonksiyonu olarak ve en kararsız modun büyüme oranı nükleer madde yoğunluğunun fonksiyonu olarak incelendi. Spinodal kararsız bölgenin sınırları, nükleer maddenin sıcaklık ve yoğunluk değerlerine bağlı olarak belirlendi. Ayrıca, spektral yoğunluk korelasyon fonksiyonuna kollektif ve kollektif olmayan singülerliklerden gelen katkıları hesaplandı. Yoğunluk korelasyon fonksiyonu uzaysal iki nokta arasındaki mesafenin fonksiyonu olarak hesaplanarak spinodal kararsız bölgede sıcak nükleer maddenin irili ufaklı parçalara bozulması ile ortaya çıkan damlacıkların kümeleşmelerinin ilk evrelerinin boyutları ve korelasyon hacmindeki nükleon sayısı hakkında bilgi edinildi.

Böylece, ağır-iyon çarpışmalarında oluşan sıcak nükleer sistemlerde ve nötron yıldızının dış kabuk bölgesinde gözlenen sıvı-gaz faz dönüşümünü tetikleyen spinodal kararsızlık mekanizmasının anlaşılmasına yönelik dinamik bir çerçeve ortaya konuldu.

Anahtar Kelimeler: *Spinodal kararsızlık, nükleer parçalanma, stokastik ortalama alan yaklaşımı, zamana bağlı Hartree-Fock teorisi, simetrik ve asimetric nükleer madde*

Abstract

In this project, by calculating the exact expressions for density correlation functions of hot nuclear matter at different temperatures and different initial densities in the spinodal instability region where hot nuclear matter breaks itself into multifragments, information about the early stage of liquid-gas phase transitions is investigated in the stochastic mean-field approach both in semi-classical and quantal frameworks including collective and non-collective modes.

The growth rate as a function of wave number and the most unstable mode as a function of nuclear matter density are studied by solving a dispersion relation which is obtained in the spinodal instability region of hot nuclear system. The boundary of spinodal instability region is specified due to temperature and densities. Furthermore, the contributions to spectral density correlation functions are calculated from collective and non-collective modes. Density correlation function as a function of distance between two space locations are obtained. From this, the size of condensing droplets during the multifragmentation of hot nuclear matter and the number of nucleons in each correlation volume are estimated.

As a result, a dynamical framework is introduced to understand the spinodal instability mechanism which initiate the liquid-gas phase transitions in hot nuclear matter produced in heavy ion collisions and also in the outer crust of neutron stars.

Keywords: *Spinodal instabilities, nuclear multifragmentation, Stochastic mean-field approach, time-dependent Hartree-Fock theory, symmetric and asymmetric nuclear matter*

1. Giriş

Radyoaktif iyon demetleri kullanılarak yapılacak deneylerde izospin asimetrisi çok olan çekirdeklerin ve nükleer maddenin özelliklerinin araştırılması, asimetrik nükleer maddede sıvı-gaz faz geçişinin anlaşılması ve astrofizikte pek çok kiritik konu için önemlidir. Örneğin, ağır-iyon çarpışmalarında sıkıştırılmış yoğun ve sıcak nükleer madde elde edilebilmesi için gerekli enerji miktarı hakkında bilgi edinilmesi, astrofizikte süpernova patlamalarının ve nötron yıldızının kararlılığının anlaşılması için önemlidir.

Ağır-iyon çarpışmalarında, pozitif yüklü nükleonların Coulomb etkileşmesi itici bir enerji bariyeri oluştururken yüksek enerjili iki iyon birbirine yaklaştığında, Coulomb etkileşmesinden 100 kere daha güçlü kısa-mesafeli, kuvvetli nükleon-nükleon etkileşmesi (esas olarak çekici) ile çekirdekler birbirleri ile etkileşirler. Bu esnada, sıcaklığı 10-15 MeV ($1\text{MeV} \approx 10^{10} \text{K}$) civarında yoğun ve sıcak bir nükleer madde oluşur. Nükleer maddenin normal koşullardaki denge yoğunluğu $\rho_0 = 0.15 \text{ fm}^{-3} - 0.17 \text{ fm}^{-3}$ olup madde kararlıdır. Ağır-iyon çarpışmalarında oluşan sıcak ve yoğun nükleer madde genişler, soğur ve yoğunluğu azalır. Sıcaklığı yaklaşık $T=5-6 \text{ MeV}$ ve yoğunluğu $\rho \approx \rho_0/3$ olduğunda dinamik olarak kararsız hale dönüşür, irili ufaklı nükleer parçalara ayrılma eğilimi gösterir ve 10^{-22} s gibi kısa bir sürede sıvı-gaz faz değişimine uğrar [1,2]. Bu süreçte denge yoğunluğundan sapmalar hızlı bir şekilde büyür. Nükleer maddede kararsızlıkların yaşandığı bu bölgeye **spinodal kararsızlık bölgesi** denir. Nükleer maddenin sıvı-gaz faz dönüşümü, ağır iyon çarpışmalarıyla yapılan deneylerde incelenmiş ve nükleer parçalanma olayının spinodal kararsızlık mekanizmasıyla ilgili olduğu gözlenmiştir [3]. Nükleer maddenin parçalanması ile ortaya çıkan ve gözlenen nükleer numunelerin yük korelasyonlarının, spinodal bölgede mekaniksel kararsızlıkların tetiklediği yoğunluk

dalgalanmalarının sebep olduğu faz dönüşümleri sonucu oluştuğu fikri ileri sürülmüştür [4]. Nükleer maddenin parçalanması olayına sebep olan faz dönüşümü ile ilgili başka deneysel gözlemler de mevcuttur [5].

Diğer yandan, nükleer yakıtı tükenen kütleli bir yıldız gravitasyonel olarak çöker ve süpernova patlaması sonucu güneşten 4-8 kat daha ağır nötron yıldızları oluşur. Bu nötron yıldızlarının iç yoğunluğu $(1-5)\rho_0$ iken dış kabuğundaki yoğunluğu ise $(0.3-0.5)\rho_0$ civarındadır. Nötron yıldızının bu dış kabuk bölgesinde 0.5 MeV gibi düşük sıcaklıklarda sıvı-gaz karışımı mevcuttur. Bu özelliklere sahip sıcak bir nükleer madde, nükleon başına 10 MeV enerjili ağır iyon çarpışmalarında elde edilebilir. Sıcak nükleer sistemlerin özelliklerinin normalin dışındaki yoğunluklarda anlaşılması için ağır iyon çarpışma deneyleri ve bu konuda yapılan teorik çalışmalar önemlidir [3].

Nükleer madde, yüzey etkilerinin gözönüne alınmadığı ve Coulomb etkileşmesinin ihmal edildiği sonsuz bir nükleon sistemi olarak tanımlanır. Nükleon-nükleon etkileşmelerin anlaşılması, normal yoğunluk dışındaki yoğunluklarda ve sonlu sıcaklıklarda nükleer sistemlerin termodinamiğinin ve özellikle sıvı-gaz faz dönüşümünün incelenmesi, astrofizik sistemlerin açıklanması ve evrenin ilk zamanlarının anlaşılması için ideal bir sistemdir. Bir kaç MeV sıcaklıkta ve normal yoğunluğun altındaki bir yoğunlukta faz dönüşümü olur. Normal yoğunluk ve sıfır sıcaklıkta çekirdek Fermi sıvısı gibi davrandığından bu dönüşüm bir sıvı-gaz dönüşümüdür. Daha yüksek sıcaklıklarda ve daha yüksek yoğunluklarda hadron maddesinden kuark-gluon plazmaya bir dönüşüm beklenir. Bu tür dönüşümler relativistik ağır-iyon çarpışmalarında deneysel olarak araştırılmaktadır. Bu projede, düşük enerjili ağır-iyon çarpışmaları ve spinodal bölge koşullarındaki sıvı-gaz faz dönüşümleri ile ilgili çalışmalar yapıldı.

Düşük enerjili nükleer çarpışmalarda reaksiyon dinamiğinin incelenmesinde kullanılmakta olan standart ortalama-alan transport modeller (TDHF ve BBU), tek-parçacığa dayalı disipasyon mekanizmasını içermesine ve toplu değişkenlerin ortalama değerlerini başarılı bir şekilde tasvir etmesine karşın değişkenlerin ortalama değerleri civarındaki salınımlarının anlaşılmasında başarılı değildir [6]. Bir sistemde disipasyona sebep olan yoğunluk salınımları iki farklı kaynaktan gelmektedir. (i) İkili nükleon çarpışmalarından kaynaklanan salınımlar ve (ii) tek-parçacık mekanizmasından kaynaklanan ortalama-alan salınımları. Düşük enerjilerde ikili nükleon çarpışmalarından gelen disipasyon ve salınım etkisi ihmal edilebilirler. Düşük enerjilerde disipasyona etkin katkı ortalama-alan salınımlarından gelmektedir. Stokastik ortalama-alan kuramı (SOA) bu etkiler göz önüne alınarak geliştirilmiştir [7]. Standart ortalama alan kuramından farklı olarak, sistemin başlangıç halindeki kuantal ve termal yoğunluk dalgalanmaları stokastik bir yaklaşımla göz önüne alınmıştır. Geliştirilen SOA kuramında, spinodal bölgede yoğunluk dalgalanmalarındaki büyüme ile sistemin alt kümelerine bozulmasına kadar olan süreç ortalama-alan tarafından kontrol edilir. Yoğunluk matrisinin belli bir sıcaklık ve yoğunlukla belirlenen denge etrafında lineerize edilmesi ile spinodal bölgede yoğunluk dalgalanmalarının ilk anlarını incelemek mümkün olur [8,9].

Projenin ilk bölümünde, Simetrik nükleer madde için kollektif olmayan singülerliklerin etkisi dahil edilerek spinodal kararsızlık dinamiği yarı-klasik stokastik ortalama alan kuramı çerçevesinde geliştirildi [10]. İkinci olarak formalizm asimetric nükleer maddeye genişletildi [11]. Son olarak, yarı-klasik hesaplar için geliştirilen formalizm kuantum mekaniksel olarak yeniden ele alındı ve kuantal ifadeler türetildi.

2. Sıcak Nükleer Maddenin Spinodal Kararsızlıkları

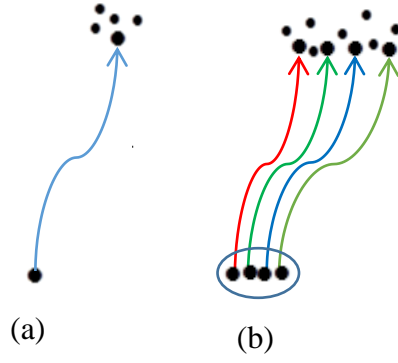
2.1 Standart ve Stokastik Ortalama Alan Kuramı

Standart ortalama-alan kuramında fermionik sistemin zamana-bağlı antisimetrik dalga fonksiyonu, uygun başlangıç koşullarına sahip olan ve tek-parçacık dalga fonksiyonlarının oluşturduğu Slater determinantı ile ifade edilir. Bu yaklaşımda sistemin tek-parçacık yoğunluk matrisi Slater determinantları ile $\rho(\vec{r}, \vec{r}', t) = \sum_j \Phi_j(\vec{r}, t) n_j \Phi_j^*(\vec{r}', t)$ şeklinde tanımlanır ve ortalama-alan yaklaşımı içinde bu tek-parçacık yoğunluk matrisi

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho(t) = [h(\rho), \rho(t)] \quad (2.1)$$

zamana-bağlı transport denklemini sağlar ve zamana bağlı Hartree-Fock denklemleri olarak bilinir (TDHF). Burada n_j nükleon dalga fonksiyonlarının işgal faktörüdür. Sıfır sıcaklıkta 0 veya 1 değerini alırken, sonlu sıcaklıklarda, bu faktör Fermi-Dirac dağılım fonksiyonu ile tayin edilir. TDHF denkleminde $h(\rho)$ ifadesi tek-parçacık Hamiltoniyenidir.

Tek-parçacık yoğunluk matrisinin deterministik gelişimi, Şekil 2.1a'da verildiği gibi, tanımlanan bir başlangıç durumdan başlayarak ve standart TDHF denklemleri kullanılarak elde edilir. Bu standart yaklaşım, kolektif hareketin ortalama gelişimi için iyi bir tanımlama verirken kolektif hareketin ortalama değeri civarındaki dalgalanmalarına gelen katkıların anlaşılmasında başarısızdır.



Şekil 2.1: Yoğunluk matrisinin (a) Standart ortalama-alan ve (b) SOA yaklaşımında gelişimi

Sistemde ufak deformasyonlar (yüzey salınımları, kuadropole momentdeki değişimler gibi) varsa sistemin enerjisini minimum yapan Slater determinantı tek değildir, başlangıç koşullarına bağlı olarak değişir. Bu durumda, kuantal ve termal salınımlarla ilişkili farklı başlangıç koşullarına sahip farklı Slater determinantları ile çok sayıda hesap yapılır. Bunların bir kümesi ve küme üzerinden ortalaması alınır. Bu yaklaşımda, gözlenebilir niceliklerin sadece ortalama değerleri değil onların olasılık dağılımları da bulunabilir.

Stokastik ortalama alan kuramı, düşük enerjili ağır iyon çarpışmaları ve engel altındaki füzyon mekanizması için empirik olarak geliştirilmiş stokastik bir modele dayanır. Ortalama alan disipasyon ve dalgalanma mekanizmasını kuantum mekaniksel disipasyon-dalgalanma bağıntısına uyumlu olarak içerir. Bu modelde başlangıçtaki yoğunluk dalgalanmaları tek bir yoğunluk matrisi yerine, yoğunluk matrislerinin bir kümesi göz önüne alınarak simülasyonu yapılır. Bu şekilde bir tek Slater determinantı yerine Slater determinantlarının bir süperpozisyonu göz önüne alınmış olur.

Bu yaklaşımda, başlangıçtaki yoğunluk dalgalanmalarını içerecek tek-parçacık yoğunluk matrislerinin kümesi aşağıdaki gibi tanımlanır

$$\hat{\rho}_a^\lambda(\vec{r}, \vec{r}', t) = \sum_{ij} |\phi_i(\vec{r}, t; \lambda)\rangle \langle i | \rho_a^\lambda(0) | j \rangle \langle \phi_j(\vec{r}', t; \lambda) | \quad . \quad (2.2)$$

Burada, i ve j tek-parçacık dalga fonksiyonları üzerinden toplamları, “a” indisi $a=p\uparrow, p\downarrow, n\uparrow, n\downarrow$ nötron ve proton için spin-izospin kuantum sayılarını, ve $\langle i | \rho_a^\lambda(0) | j \rangle$ terimi başlangıç koşulları tarafından tayin edilen zamandan-bağımsız yoğunluk matrisi elemanını gösterir. Her bir kümenin (λ ile gösterilen) tek-parçacık yoğunluk matris elemanı topluluğun tek-parçacık Hamiltonyeni $h_a^\lambda(t)$ ile

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho}_a^\lambda(t) = [h_a^\lambda(t), \hat{\rho}_a^\lambda(t)] \quad (2.3)$$

zamana-bağlı transport denklemini sağlar.

2.2 Skyrme Potansiyel İfadesi

Hesaplarda etkin Skyrme potansiyel ifadesi asimetric nükleer madde için aşağıdaki formda alındı [11]

$$U_a(\rho_n, \rho_p) = A \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + B \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\alpha+1} + C \left(\frac{\rho'}{\rho_0} \right) \tau_a + \frac{1}{2} \frac{dC}{d\rho} \frac{\rho'^2}{\rho_0} - D\Delta\rho + D'\Delta\rho' \tau_a \quad . \quad (2.4)$$

Burada toplam yoğunluk için $\rho = \rho_n + \rho_p$ ve proton nötron yoğunluk farkı için ise $\rho' = \rho_n - \rho_p$ kullanıldı. Nötron için izospin sayısı $\tau_a = +1$ ve proton için $\tau_a = -1$

kullanıldı. Simetrik durumdaki değerlerden farklı olarak $A = -356.8 \text{ MeV}$, $B = +303.9 \text{ MeV}$, $\alpha = 1/6$, $D = +130.0 \text{ MeV fm}^5$ parametreleri, nükleon başına bağlanma enerjisi $\varepsilon_0 = 15.7 \text{ MeV/nükleon}$, denge yoğunluğu $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$, sıkıştırılabilirlik katsayısı $K = 201 \text{ MeV}$ ve kütle formülündeki yüzey enerji katsayısı $a_{surf} = 18.6 \text{ MeV}$ değerlerini verecek şekilde alındı. $D' = +34 \text{ MeV fm}^5$ ve $C(\rho) = C_1 - C_2(\rho/\rho_0)^\alpha$ ile tanımlanan ifadelerde $C_1 = +124.9 \text{ MeV}$ ve $C_2 = +93.5 \text{ MeV}$ olarak alındı. Bu değerler kullanılarak, kütle formülündeki simetri enerji katsayısının denge yoğunluğundaki değeri için $a_{sym} = \varepsilon_F(n_0)/3 + C(n_0)/2 = 36.9/3 + 31.4/2 = 28.0 \text{ MeV}$ bulunur. Diğer terimler, $\Delta\rho = \Delta\rho_0 + \delta\rho = \nabla^2\rho = -k^2\rho$ ve $\Delta\delta\rho = \nabla^2\delta\rho = -k^2\delta\rho$ olarak tanımlanır. Yük asimetrisi için $I = (\rho_n - \rho_p)/\rho$ tanımı kullanıldı. Nötron ve proton yoğunlukları cinsinden potansiyel ifadesi

$$U_a(\rho_n, \rho_p) = A \left(\frac{\rho_n + \rho_p}{\rho_0} \right) + B \left(\frac{\rho_n + \rho_p}{\rho_0} \right)^{\alpha+1} + \left[C_1 - C_2 \left(\frac{\rho_n + \rho_p}{\rho_0} \right)^\alpha \right] \left[\frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_0} \right] \tau_a - \frac{1}{2} C_2 \alpha \frac{(\rho_n + \rho_p)^{\alpha-1} (\rho_n - \rho_p)^2}{(\rho_0)^{\alpha+1}} - D \left[-k^2(\rho_n + \rho_p) \right] + D' \left[-k^2(\rho_n - \rho_p) \right] \tau_a \quad (2.5)$$

olur. Bu durumda nötron ve proton için potansiyel ifadeleri

$$U_a(\rho_n, \rho_p) = A \left(\frac{\rho_n + \rho_p}{\rho_0} \right) + B \left(\frac{\rho_n + \rho_p}{\rho_0} \right)^{\alpha+1} + \left[C_1 - C_2 \left(\frac{\rho_n + \rho_p}{\rho_0} \right)^\alpha \right] \left[\frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_0} \right] - \frac{1}{2} C_2 \alpha \frac{(\rho_n + \rho_p)^{\alpha-1} (\rho_n - \rho_p)^2}{(\rho_0)^{\alpha+1}} + D \left[k^2(\rho_n + \rho_p) \right] - D' \left[k^2(\rho_n - \rho_p) \right] \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned}
U_a(\rho_n, \rho_p) = & A \left(\frac{\rho_n + \rho_p}{\rho_0} \right) + B \left(\frac{\rho_n + \rho_p}{\rho_0} \right)^{\alpha+1} - \left[C_1 - C_2 \left(\frac{\rho_n + \rho_p}{\rho_0} \right)^\alpha \right] \left[\frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_0} \right] \\
& - \frac{1}{2} C_2 \alpha \frac{(\rho_n + \rho_p)^{\alpha-1} (\rho_n - \rho_p)^2}{(\rho_0)^{\alpha+1}} + D [k^2 (\rho_n + \rho_p)] + D' [k^2 (\rho_n - \rho_p)]
\end{aligned} \tag{2.7}$$

olarak tanımlanır. Lokal yoğunluklara göre türevleri alınırsa

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U_n}{\partial \rho_n} = & A \left(\frac{1}{n_0} \right) + B(\alpha + 1)(\rho_n + \rho_p)^\alpha \left(\frac{1}{n_0} \right)^{\alpha+1} + \left[C_1 - C_2 \left(\frac{\rho_n + \rho_p}{\rho_0} \right)^\alpha \right] \left[\frac{1}{\rho_0} \right] \\
& - 2C_2 \alpha (\rho_n + \rho_p)^{\alpha-1} \left(\frac{1}{\rho_0} \right)^\alpha \left[\frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_0} \right] \\
& - \frac{1}{2} C_2 \frac{\alpha}{(\rho_0)^{\alpha+1}} [(\alpha - 1)(\rho_n + \rho_p)^{\alpha-2} (\rho_n - \rho_p)^2] + Dk^2 - D'k^2
\end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U_p}{\partial \rho_p} = & A \left(\frac{1}{\rho_0} \right) + B(\alpha + 1)(\rho_n + \rho_p)^\alpha \left(\frac{1}{\rho_0} \right)^{\alpha+1} + \left[C_1 - C_2 \left(\frac{\rho_n + \rho_p}{\rho_0} \right)^\alpha \right] \left[\frac{1}{\rho_0} \right] \\
& + 2C_2 \alpha (\rho_n + \rho_p)^{\alpha-1} \left(\frac{1}{\rho_0} \right)^\alpha \left[\frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_0} \right] \\
& - \frac{1}{2} C_2 \frac{\alpha}{(\rho_0)^{\alpha+1}} [(\alpha - 1)(\rho_n + \rho_p)^{\alpha-2} (\rho_n - \rho_p)^2] + Dk^2 - D'k^2
\end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U_n}{\partial \rho_p} = & A \left(\frac{1}{\rho_0} \right) + B(\alpha + 1)(\rho_n + \rho_p)^\alpha \left(\frac{1}{\rho_0} \right)^{\alpha+1} - \left[C_1 - C_2 \left(\frac{\rho_n + \rho_p}{\rho_0} \right)^\alpha \right] \left[\frac{1}{\rho_0} \right] \\
& - \frac{1}{2} C_2 \frac{\alpha}{(\rho_0)^{\alpha+1}} [(\alpha - 1)(\rho_n + \rho_p)^{\alpha-2} (\rho_n - \rho_p)^2] + Dk^2 + D'k^2
\end{aligned} \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U_p}{\partial \rho_n} = & A \left(\frac{1}{\rho_0} \right) + B(\alpha + 1)(\rho_n + \rho_p)^\alpha \left(\frac{1}{\rho_0} \right)^{\alpha+1} - \left[C_1 - C_2 \left(\frac{\rho_n + \rho_p}{\rho_0} \right)^\alpha \right] \left[\frac{1}{\rho_0} \right] \\
& - \frac{1}{2} C_2 \frac{\alpha}{(\rho_0)^{\alpha+1}} [(\alpha - 1)(\rho_n + \rho_p)^{\alpha-2} (\rho_n - \rho_p)^2] + Dk^2 + D'k^2
\end{aligned} \tag{2.11}$$

ifadeleri elde edilir ve $\frac{\partial U_n}{\partial \rho_n} \neq \frac{\partial U_p}{\partial \rho_p}$ ve $\frac{\partial U_n}{\partial \rho_p} = \frac{\partial U_p}{\partial \rho_n}$ olduğu görülür.

2.3 Nükleer Maddede Yoğunluk Salınımları ve Spinodal Kararsızlıklar

Spinodal kararsızlıkların ilk evrelerini incelemek için yoğunluk matrisini bir başlangıç denge yoğunluğu $\hat{\rho}_a$ civarında $\hat{\rho}_a^\lambda(t) \approx \hat{\rho}_a + \delta\hat{\rho}_a^\lambda(t)$ formunda lineerize etmek yeterli olur. Bu durumda yoğunluk dalgalanmalarının ($\delta\hat{\rho}_a^\lambda(t)$) zamanla değişimi

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \delta\hat{\rho}_a^\lambda(t) = \left[h_a, \delta\hat{\rho}_a^\lambda(t) \right] + \left[\delta U_a^\lambda(t), \hat{\rho}_a \right] \quad (2.12)$$

şeklinde olur. Burada h_a terimi, λ elemanına karşılık gelen başlangıçtaki ortalama-alan Hamiltoniyeni ve $\delta U_a^\lambda(\vec{r}, t) = (\partial U / \partial \rho)_0 \delta \rho^\lambda(\vec{r}, t)$ ise ortalama alandaki dalgalanmadır. Bu denklemin düzlem dalga gösterimindeki formu, tek-parçacık enerjisi $\varepsilon_a(\vec{p}_1)$ ve Fermi-Dirac dağılım fonksiyonu

$$f_a(\vec{p}_1) \equiv \langle \vec{p}_1 | \hat{\rho}_a(0) | \vec{p}_1 \rangle = \frac{1}{e^{(\varepsilon_a(p_1) - \mu) / kT} + 1} \quad (2.13)$$

cinsinden

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \langle \vec{p}_1 | \delta\hat{\rho}_a^\lambda(t) | \vec{p}_2 \rangle = [\varepsilon_a(\vec{p}_1) - \varepsilon_a(\vec{p}_2)] \langle \vec{p}_1 | \delta\hat{\rho}_a^\lambda(t) | \vec{p}_2 \rangle - [f_a(\vec{p}_1) - f_a(\vec{p}_2)] \langle \vec{p}_1 | \delta U_a^\lambda(t) | \vec{p}_2 \rangle \quad (2.14)$$

olarak bulunur. Nükleon yoğunluk dalgalanmasının uzaysal Fourier dönüşümü, yoğunluk matrisi salınımları, $\delta\hat{\rho}_a^\lambda(\vec{k}, t)$, cinsinden

$$\delta\tilde{\rho}_a(\vec{k}, t) = \sum_s \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \langle \vec{p} + \hbar\vec{k} / 2 | \delta\hat{\rho}_{a,s}(t) | \vec{p} - \hbar\vec{k} / 2 \rangle \quad (2.15)$$

olarak yazılır. Burada spin üzerinden toplama vardır. Başlangıç koşullarını hesaplara katabilmek için tek- taraflı Fourier dönüşümü metodu uygulanır. Zamansal tek- taraflı Fourier dönüşümü

$$\delta\tilde{\rho}_a(\vec{k}, \omega) = \int_0^{\infty} dt e^{i\omega t} \delta\tilde{\rho}_a(\vec{k}, t) \quad (2.16)$$

uygulanarak lokal proton ve nötron yoğunluk dalgalanmalarının Fourier dönüşümleri $\delta\tilde{\rho}_a(\vec{k}, \omega)$ için aşağıdaki birbirine bağlı denklem sistemi elde edildi

$$\begin{pmatrix} [1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega)] \delta\tilde{\rho}_n^\lambda(\vec{k}, \omega) + F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega) \delta\tilde{\rho}_p^\lambda(\vec{k}, \omega) \\ [1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega)] \delta\tilde{\rho}_p^\lambda(\vec{k}, \omega) + F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, \omega) \delta\tilde{\rho}_n^\lambda(\vec{k}, \omega) \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} S_n^\lambda(\vec{k}, \omega) \\ S_p^\lambda(\vec{k}, \omega) \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

Proton ve nötron için $a = p, n$ indeksi kullanılarak ifadeler nötron ve proton için ayrı ayrı yazıldı. Spin üzerinden toplamalar $s = \uparrow, \downarrow$ olarak alınırken izospin toplamaları düşülmüştür. İfadedeki $S_a^\lambda(\vec{k}, \omega)$ kaynak terimleri, başlangıçtaki yoğunluk dalgalanmalarının $\delta\hat{\rho}_{a,s}^\lambda(0)$ matris elemanları cinsinden

$$S_a^\lambda(\vec{k}, \omega) = \hbar \sum_s \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\langle \vec{p} + \hbar\vec{k} / 2 | \delta\hat{\rho}_{a,s}^\lambda(0) | \vec{p} - \hbar\vec{k} / 2 \rangle}{\vec{p} \cdot \hbar\vec{k} / m - \hbar\omega} \quad (2.18)$$

şeklinde tanımlanır. Ortalama- alan potansiyeli sadece lokal nükleon yoğunluklarına $(\rho_p^\lambda, \rho_n^\lambda)$ bağlıdır, $U_a^\lambda = U(\rho_p^\lambda, \rho_n^\lambda)$. Sıfırıncı dereceden Landau parametresi $F_0^{ab} = \left(\frac{\partial U_b}{\partial \rho_a} \right)_0$ ortalama- alan potansiyelinin başlangıç durumunda

nükleon yoğunluklarına göre türevleri olarak tanımlanırken, nötron ve proton dağılımları ile ilgili Linhard fonksiyonları ise

$$\chi_a(\vec{k}, \omega) = -2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2) - f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2)}{\hbar\omega - \vec{p} \cdot \hbar\vec{k} / m} \quad (2.19)$$

olarak tanımlandı.

Tek-tarafli Fourier dönüşüm metodu kullanılarak, lokal yoğunluk salınımlarının zaman içindeki gelişimleri hesaplanır. Yukarıdaki denklem sistemine ters Fourier dönüşümü uygulanırsa lokal yoğunluk dalgalanmalarının zamana bağlı olan genel ifadesi

$$\delta \tilde{\rho}_a^\lambda(\vec{k}, t) = -i \int_{-\infty+i\sigma}^{+\infty+i\sigma} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{G_a^\lambda(\vec{k}, \omega)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega)} e^{-i\omega t} \quad (2.20)$$

olarak bulunur. Burada $G_a^\lambda(\vec{k}, \omega)$ ifadesi başlangıç koşullarını içeren kaynak terimleri cinsinden

$$\begin{pmatrix} G_n^\lambda(\vec{k}, \omega) \\ G_p^\lambda(\vec{k}, \omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega)] S_n^\lambda(\vec{k}, \omega) - F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega) S_p^\lambda(\vec{k}, \omega) \\ [1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega)] S_p^\lambda(\vec{k}, \omega) - F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, \omega) S_n^\lambda(\vec{k}, \omega) \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

olarak ve $\varepsilon(\vec{k}, \omega)$ geçirgenlik bağıntısı

$$\varepsilon(\vec{k}, \omega) = 1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega) + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega) + [F_0^{nn} F_0^{pp} - F_0^{np} F_0^{pn}] \chi_n(\vec{k}, \omega) \chi_p(\vec{k}, \omega) \quad (2.22)$$

şeklinde tanımlandı.

SOA yaklaşımında başlangıç yoğunluk matrisleri Gaussian dağılımını sağlayan rastgele sayılar olacaktır. Gaussian dağılımının ortalama değeri $\overline{\langle i | \hat{\rho}_a^\lambda(0) | j \rangle} = \delta_{ij} f_a(i)$ ifadesi ile tanımlanırken diğer özelliği olan varyansı ise

$$\begin{aligned} & \overline{\langle \vec{p} + \hbar\vec{k} / 2 | \delta\hat{\rho}_{a,s}^\lambda(0) | \vec{p} - \hbar\vec{k} / 2 \rangle \langle \vec{p}' - \hbar\vec{k}' / 2 | \delta\hat{\rho}_{b,s'}^\lambda(0) | \vec{p}' + \hbar\vec{k}' / 2 \rangle} \\ & = \delta_{ab} \delta_{ss'} (2\pi\hbar)^6 \delta(\vec{p} - \vec{p}') \delta(\hbar\vec{k} - \hbar\vec{k}') \left[f_a(\vec{p} + \hbar\vec{k} / 2) (1 - f_a(\vec{p} - \hbar\vec{k} / 2)) \right] \end{aligned} \quad (2.23)$$

ifadesini sağlayacaktır. Buradaki üst çizgi ifadenin ortalamasını gösterip küme ortalaması olarak kullanılmaktadır.

Korelasyon fonksiyonları proton ve nötron için ayrı ayrı hesap edilebildiği gibi, toplam spektral korelasyon da izospin bileşenleri (proton-proton, nötron-nötron ve proton-nötron) üzerinden toplam alınarak

$$\sigma(\vec{k}, t) = \sigma_{pp}(\vec{k}, t) + 2\sigma_{pn}(\vec{k}, t) + \sigma_{nn}(\vec{k}, t) \quad (2.24)$$

elde edilir. Burada her bir terim pole-pole, pole-cut ve cut-cut katkılarını

$$\sigma_{ab}(\vec{k}, t) = \sigma_{ab}(PP; \vec{k}, t) + 2\sigma_{ab}(PC; \vec{k}, t) + \sigma_{ab}(CC; \vec{k}, t) \quad (2.25)$$

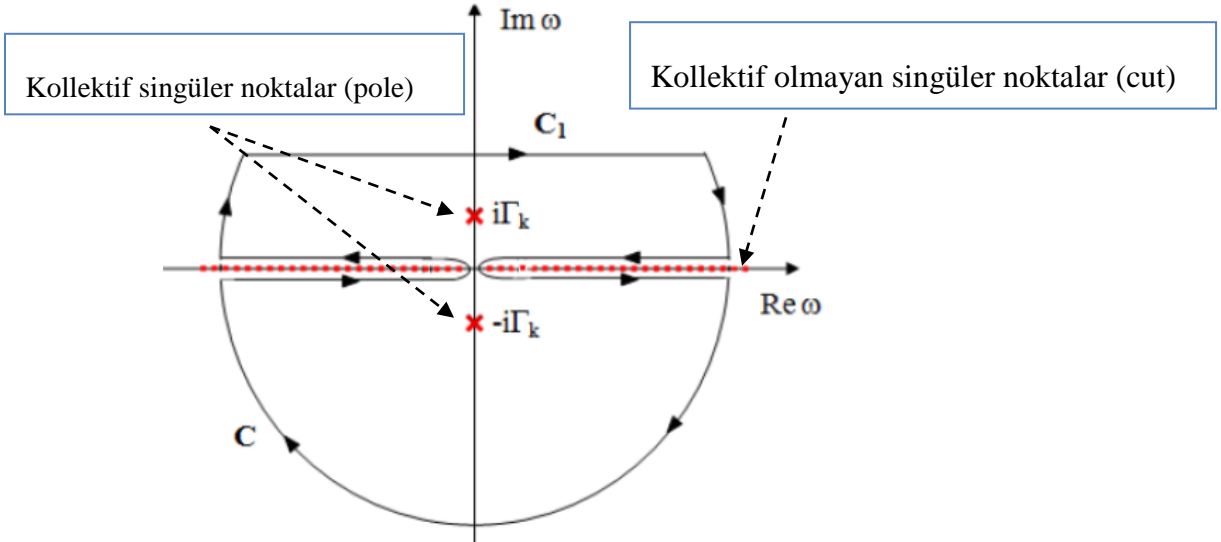
şeklinde içerir. Bu hesaplamalarda, spektral yoğunluğunun başlangıç koşulu $\sigma(\vec{k}, 0)$ aşağıdaki toplama kuralını sağladığı bulundu

$$\sum_{p,n} \int 2 \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} f_a(\vec{p}) (1 - f_a(\vec{p})) = \sigma_{pp}(\vec{k}, 0) + 2\sigma_{pn}(\vec{k}, 0) + \sigma_{nn}(\vec{k}, 0) \quad (2.26)$$

ve sayısal olarak doğruluğu gösterildi.

2.4 Kollektif Singüler ve Kollektif Olmayan Singüler Noktalar

Yoğunluk dalgalanması $\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\vec{k}, t)$ ifadesindeki integral $\varepsilon(\vec{k}, \omega) = 0$ 'dan dolayı gelen basit singülerliğe (pole veya kollektif singüler olarak anılacak) ve integral içindeki Linhard fonksiyonları $\chi_a(\vec{k}, \omega)$ logaritmik singülerliğe sahiptir. Kompleks w -düzleminde integral içindeki logaritmik ifade çok değerlikli fonksiyon olup reel w -ekseni tamamen dallanma kesiğine (branch cut) sahip olur (cut veya kollektif olmayan singülerlik olarak anılacak). Böylece kompleks w -ekseni üzerinde kollektif iki basit singüler noktası varken, çok değerlikli fonksiyon reel w -ekseni boyunca süreksizlik gösterir. Bu problem için seçilen kontur Şekil 2.2'de verildiği formda alındı ve integral çözüldü.



Şekil 2.2: İntegral hesabı için seçilen kontur

Kollektif singülerlik katkıları geçirgenlik bağıntısının imajiner çözümlerinden $\varepsilon(\vec{k}, \omega) = 0 \rightarrow \omega = \pm i\Gamma_k$ bulunur. Ancak bunlar tek başlarına sistemin spinodal bölgedeki kararsızlıklarının büyümesini açıklayamaz. Reel w -ekseni boyunca dallanma kesiği olduğundan, orijin civarında bir Riemann yüzeyinden diğerine geçilerek kontur tamamlanır. Böylece, yoğunluk salınımlarına kollektif (pole) ve

kollektif olmayan (cut) singülerliklerden gelen katkıların toplamı $\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\vec{k}, t) = \delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\text{P}; \vec{k}, t) + \delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\text{C}; \vec{k}, t)$ şeklinde alınır. Burada pole ifadesi basit singüler kökler $\omega = \pm i\Gamma_k$ için yazıldığında $\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\text{P}; \vec{k}, t)$ ifadesi

$$\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\text{P}; \vec{k}, t) = -\sum_{\pm} \frac{G_a^\lambda(\vec{k}, \pm i\Gamma_k)}{\partial\varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial\omega|_{\omega=\pm i\Gamma_k}} e^{\pm\Gamma_k t} \quad (2.27)$$

formunda olacak şekilde büyüyen $\delta\rho_\alpha^+(\vec{k})$ ve alçalan $\delta\rho_\alpha^-(\vec{k})$ kararsız modlar cinsinden

$$\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\text{P}; \vec{k}, t) = \delta\rho_\alpha^+(\vec{k})e^{+\Gamma_k t} + \delta\rho_\alpha^-(\vec{k})e^{-\Gamma_k t} \quad (2.28)$$

olur. Cut ifadesi ise Şekil 2.2'deki kontura uygun olacak şekilde

$$\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\text{C}; \vec{k}, t) = -i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left[\frac{G_a^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} - \frac{G_a^\lambda(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right] e^{-i\omega t} \quad (2.29)$$

olarak yazılır [12].

Spektral korelasyon fonksiyonları için

$$\tilde{\sigma}_{ab}(\vec{k}, t)(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') = \overline{\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\vec{k}, t)\delta\tilde{\rho}_b^\lambda(-\vec{k}', t)} \quad (2.30)$$

tanımı kullanılır. Uzaysal yoğunluk korelasyon fonksiyonları bu ifadenin Fourier dönüşümü olup

$$\sigma_{ab}(|\vec{r} - \vec{r}'|, t) = \overline{\delta\rho_a^\lambda(\vec{r}, t)\delta\rho_b^\lambda(\vec{r}', t)} = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{i\vec{k}\cdot(\vec{r}-\vec{r}')} \tilde{\sigma}_{ab}(\vec{k}, t) \quad (2.31)$$

ifadesi ile elde edilir. Burada, $x = |\vec{r} - \vec{r}'|$ terimi iki uzaysal nokta arasındaki mesafeyi verecektir. Sonuç olarak, pole için (PP), cut için (CC) ve pole-cut için (PC) katkılarının toplamı $\sigma_{ab}(x, t) = \sigma_{ab}(\text{PP}; x, t) + 2\sigma_{ab}(\text{PC}; x, t) + \sigma_{ab}(\text{CC}; x, t)$ olarak hesaplanır.

2.4.1 Kollektif Modların Yoğunluk Korelasyon Fonksiyonlarına Katkısı

Geçirgenlik bağıntısını sıfır yapan, $\varepsilon(\vec{k}, \omega) = 0$, iki tane imajiner kollektif basit singüler kök $\omega = \pm i\Gamma_k$ vardır. Bunlar $\delta\rho_a^\lambda(P; \vec{k}, t)$ ifadesinde kullanılırsa (burada P indisi kollektif basit singülerlik için kullanıldı), yoğunluk salınımlarına kollektif singülerlikten gelen katkılar için

$$\delta\rho_a^\lambda(P; \vec{k}, t) = -\sum_{\pm} \frac{G_a^\lambda(\vec{k}, \pm i\Gamma)}{\partial\varepsilon(\vec{k}, w)/\partial w|_{w=\pm i\Gamma}} e^{\pm\Gamma t} = \delta\rho_a^+(\vec{k}, t)e^{+\Gamma t} + \delta\rho_a^-(\vec{k}, t)e^{-\Gamma t} \quad (2.32)$$

ifadesi elde edilir. Burada $\delta\rho_a^+(\vec{k}, t)$ yükselen ve $\delta\rho_a^-(\vec{k}, t)$ sönen kollektif modları $\omega = \pm i\Gamma_k$ değerleri için tanımlarlar. Nötron ve proton (a ve b nötron ve proton için kullanılacak) yoğunluk dalgalanmalarının ifadeleri kaynak terimleri cinsinden

$$\begin{aligned}
\delta\rho_a^\lambda(\mathbf{P}; \vec{k}, t) = & -\frac{e^{\Gamma t}}{\partial\varepsilon(\vec{k}, w)/\partial w\big|_{w=i\Gamma}} \left\{ \left[1 + F_0^{bb} \chi_b(\vec{k}, i\Gamma) \right] A_a^\lambda(\vec{k}, i\Gamma) - F_0^{ab} \chi_a(\vec{k}, i\Gamma) A_b^\lambda(\vec{k}, i\Gamma) \right\} \\
& -\frac{e^{-\Gamma t}}{\partial\varepsilon(\vec{k}, w)/\partial w\big|_{w=-i\Gamma}} \left\{ \left[1 + F_0^{bb} \chi_b(\vec{k}, -i\Gamma) \right] A_a^\lambda(\vec{k}, -i\Gamma) - F_0^{ab} \chi_a(\vec{k}, -i\Gamma) A_b^\lambda(\vec{k}, -i\Gamma) \right\}
\end{aligned} \tag{2.33}$$

$$\begin{aligned}
\delta\rho_b^\lambda(\mathbf{P}; \vec{k}, t) = & -\frac{e^{\Gamma t}}{\partial\varepsilon(\vec{k}, w)/\partial w\big|_{w=i\Gamma}} \left\{ \left[1 + F_0^{aa} \chi_a(\vec{k}, i\Gamma) \right] A_b^\lambda(\vec{k}, i\Gamma) - F_0^{ba} \chi_a(\vec{k}, i\Gamma) A_a^\lambda(\vec{k}, i\Gamma) \right\} \\
& -\frac{e^{-\Gamma t}}{\partial\varepsilon(\vec{k}, w)/\partial w\big|_{w=-i\Gamma}} \left\{ \left[1 + F_0^{aa} \chi_a(\vec{k}, -i\Gamma) \right] A_b^\lambda(\vec{k}, -i\Gamma) - F_0^{ba} \chi_b(\vec{k}, -i\Gamma) A_a^\lambda(\vec{k}, -i\Gamma) \right\}
\end{aligned} \tag{2.34}$$

bulunur. Kollektif singülerliğin spektral korelasyon fonksiyonlarına katkısı yükselen $\delta\rho_a^+(\vec{k})$ ve sönen $\delta\rho_a^-(\vec{k})$ kollektif modlar cinsinden

$$\begin{aligned}
\tilde{\sigma}_{ab}(\mathbf{P}; \vec{k}, t)(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') &= \overline{\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\mathbf{P}; \vec{k}, t)\delta\tilde{\rho}_b^\lambda(\mathbf{P}; -\vec{k}', t)} \\
&= \overline{\delta\rho_a^+(\vec{k})\delta\rho_b^+(-\vec{k}')} e^{2\Gamma t} + \overline{\delta\rho_a^+(\vec{k})\delta\rho_b^-(\vec{k}')} \\
&+ \overline{\delta\rho_a^-(\vec{k})\delta\rho_b^+(-\vec{k}')} + \overline{\delta\rho_a^-(\vec{k})\delta\rho_b^-(\vec{k}')} e^{-2\Gamma t}
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Olarak elde edilir. Toplam spektral korelasyon fonksiyonu ifadesinin izospin bileşenleri (proton-proton, nötron-nötron ve proton-nötron) üzerinden toplam alınarak

$$\begin{aligned}
\tilde{\sigma}(\mathbf{P}; \vec{k}, t)(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') &= \overline{\delta\tilde{\rho}_n^\lambda(\mathbf{P}; \vec{k}, t)\delta\tilde{\rho}_n^\lambda(\mathbf{P}; -\vec{k}', t)} + \overline{\delta\tilde{\rho}_p^\lambda(\mathbf{P}; \vec{k}, t)\delta\tilde{\rho}_p^\lambda(\mathbf{P}; -\vec{k}', t)} \\
&+ \overline{\delta\tilde{\rho}_p^\lambda(\mathbf{P}; \vec{k}, t)\delta\tilde{\rho}_n^\lambda(\mathbf{P}; -\vec{k}', t)} + \overline{\delta\tilde{\rho}_n^\lambda(\mathbf{P}; \vec{k}, t)\delta\tilde{\rho}_p^\lambda(\mathbf{P}; -\vec{k}', t)}
\end{aligned} \tag{2.36}$$

şeklinde bulunur. Bu ifadede $\overline{\delta\rho_n^\lambda(\vec{k}, t)\delta\rho_p^\lambda(-\vec{k}', t)} = \overline{\delta\rho_p^\lambda(\vec{k}, t)\delta\rho_n^\lambda(-\vec{k}', t)}$ olduğundan, spektral korelasyon için

$$\tilde{\sigma}(\mathbf{P}; \vec{k}, t) = \tilde{\sigma}_{pp}(\mathbf{P}; \vec{k}, t) + 2\tilde{\sigma}_{pn}(\mathbf{P}; \vec{k}, t) + \tilde{\sigma}_{nn}(\mathbf{P}; \vec{k}, t) \tag{2.37}$$

ifadesi elde edilir. Terimlerin türetilmesi için $\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\mathbf{P};\vec{k},t)$ ve $\delta\tilde{\rho}_b^\lambda(\mathbf{P};\vec{k},t)$ tanımları kullanılır.

Nötron-nötron için

$$\begin{aligned}
& \overline{\delta\tilde{\rho}_n^\lambda(\mathbf{P};\vec{k},t)\delta\tilde{\rho}_n^\lambda(\mathbf{P};-\vec{k}',t)} = \\
& \frac{\left[1+F_0^{pp}\chi_p\right]^2 \overline{A_n(\vec{k},i\Gamma)A_n(-\vec{k}',i\Gamma)} + \left[F_0^{np}\chi_n\right]^2 \overline{A_p(\vec{k},i\Gamma)A_p(-\vec{k}',i\Gamma)}}{\left[\partial\varepsilon(\vec{k},w)/\partial w\right]_{w=i\Gamma} \left[\partial\varepsilon(-\vec{k}',w)/\partial w\right]_{w=i\Gamma}} e^{2\Gamma t} \\
& + \frac{\left[1+F_0^{pp}\chi_p\right]^2 \overline{A_n(\vec{k},-i\Gamma)A_n(-\vec{k}',-i\Gamma)} + \left[F_0^{np}\chi_n\right]^2 \overline{A_p(\vec{k},-i\Gamma)A_p(-\vec{k}',-i\Gamma)}}{\left[\partial\varepsilon(\vec{k},w)/\partial w\right]_{w=-i\Gamma} \left[\partial\varepsilon(-\vec{k}',w)/\partial w\right]_{w=-i\Gamma}} e^{-2\Gamma t} \\
& + 2 \frac{\left[1+F_0^{pp}\chi_p\right]^2 \overline{A_n(\vec{k},i\Gamma)A_n(-\vec{k}',-i\Gamma)} + \left[F_0^{np}\chi_n\right]^2 \overline{A_p(\vec{k},i\Gamma)A_p(-\vec{k}',-i\Gamma)}}{\left[\partial\varepsilon(\vec{k},w)/\partial w\right]_{w=i\Gamma} \left[\partial\varepsilon(-\vec{k}',w)/\partial w\right]_{w=-i\Gamma}}
\end{aligned} \tag{2.38}$$

proton-proton için

$$\begin{aligned}
& \overline{\delta\tilde{\rho}_p^\lambda(\mathbf{P};\vec{k},t)\delta\tilde{\rho}_p^\lambda(\mathbf{P};-\vec{k}',t)} = \\
& \frac{\left[1+F_0^{nn}\chi_n\right]^2 \overline{A_p(\vec{k},i\Gamma)A_p(-\vec{k}',i\Gamma)} + \left[F_0^{pn}\chi_p\right]^2 \overline{A_n(\vec{k},i\Gamma)A_n(-\vec{k}',i\Gamma)}}{\left[\partial\varepsilon(\vec{k},w)/\partial w\right]_{w=i\Gamma} \left[\partial\varepsilon(-\vec{k}',w)/\partial w\right]_{w=i\Gamma}} e^{2\Gamma t} \\
& + \frac{\left[1+F_0^{nn}\chi_n\right]^2 \overline{A_p(\vec{k},-i\Gamma)A_p(-\vec{k}',-i\Gamma)} + \left[F_0^{pn}\chi_p\right]^2 \overline{A_n(\vec{k},-i\Gamma)A_n(-\vec{k}',-i\Gamma)}}{\left[\partial\varepsilon(\vec{k},w)/\partial w\right]_{w=-i\Gamma} \left[\partial\varepsilon(-\vec{k}',w)/\partial w\right]_{w=-i\Gamma}} e^{-2\Gamma t} \\
& + 2 \frac{\left[1+F_0^{nn}\chi_n\right]^2 \overline{A_p(\vec{k},i\Gamma)A_p(-\vec{k}',-i\Gamma)} + \left[F_0^{pn}\chi_p\right]^2 \overline{A_n(\vec{k},i\Gamma)A_n(-\vec{k}',-i\Gamma)}}{\left[\partial\varepsilon(\vec{k},w)/\partial w\right]_{w=i\Gamma} \left[\partial\varepsilon(-\vec{k}',w)/\partial w\right]_{w=-i\Gamma}}
\end{aligned} \tag{2.39}$$

ve nötron-proton için

$$\begin{aligned}
\overline{\delta\tilde{\rho}_n^\lambda(\mathbf{P};\vec{k},t)\delta\tilde{\rho}_p^\lambda(\mathbf{P};-\vec{k}',t)} = & \\
& - \frac{\left[1+F_0^{pp}\chi_p\right]F_0^{pn}\chi_p\overline{A_n(\vec{k},i\Gamma)A_n(-\vec{k}',i\Gamma)}+F_0^{np}\chi_n\left[1+F_0^{nn}\chi_n\right]\overline{A_p(\vec{k},i\Gamma)A_p(-\vec{k}',i\Gamma)}}{\left[\partial\varepsilon(\vec{k},w)/\partial w\right]_{w=i\Gamma}\left[\partial\varepsilon(-\vec{k}',w)/\partial w\right]_{w=i\Gamma}}e^{2\Gamma t} \\
& - \frac{\left[1+F_0^{pp}\chi_p\right]F_0^{pn}\chi_p\overline{A_n(\vec{k},-i\Gamma)A_n(-\vec{k}',-i\Gamma)}+F_0^{np}\chi_n\left[1+F_0^{nn}\chi_n\right]\overline{A_p(\vec{k},-i\Gamma)A_p(-\vec{k}',-i\Gamma)}}{\left[\partial\varepsilon(\vec{k},w)/\partial w\right]_{w=-i\Gamma}\left[\partial\varepsilon(-\vec{k}',w)/\partial w\right]_{w=-i\Gamma}}e^{-2\Gamma t} \\
& - 2\frac{\left[1+F_0^{pp}\chi_p\right]F_0^{pn}\chi_p\overline{A_n(\vec{k},i\Gamma)A_n(-\vec{k}',-i\Gamma)}+F_0^{np}\chi_n\left[1+F_0^{nn}\chi_n\right]\overline{A_p(\vec{k},i\Gamma)A_p(-\vec{k}',-i\Gamma)}}{\left[\partial\varepsilon(\vec{k},w)/\partial w\right]_{w=i\Gamma}\left[\partial\varepsilon(-\vec{k}',w)/\partial w\right]_{w=-i\Gamma}}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

ifadeleri elde edilir.

Kaynak terimlerdeki ifadelerin küme ortalamaları, SOA yaklaşımında

$$\begin{aligned}
\overline{A_p(\vec{k},i\Gamma)A_n(-\vec{k}',i\Gamma)} &= \overline{A_n(\vec{k},i\Gamma)A_p(-\vec{k}',i\Gamma)} = 0 \\
\overline{A_n(\vec{k},i\Gamma)A_n(-\vec{k}',i\Gamma)} &= \overline{A_n(\vec{k},-i\Gamma)A_n(-\vec{k}',-i\Gamma)} \\
\overline{A_n(\vec{k},i\Gamma)A_n(-\vec{k}',-i\Gamma)} &= \overline{A_n(\vec{k},-i\Gamma)A_n(-\vec{k}',i\Gamma)}
\end{aligned} \tag{2.41}$$

eşitliklerini sağlar. Detaylı hesaplar Ek A'da verilmiştir. Linhard fonksiyonları ise $\chi_a(\vec{k},i\Gamma) = \chi_a(\vec{k},-i\Gamma) = \chi_a(-\vec{k},i\Gamma) = \chi_a(-\vec{k},-i\Gamma)$ eşitliklerini sağlarlar.

Sonuç olarak, spektral korelasyon fonksiyonu aşağıdaki genel formda elde edilir

$$\tilde{\sigma}_{ab}(\mathbf{P};\vec{k},t) = \frac{E_{ab}^+}{\left[\left[\partial\varepsilon(\vec{k},w)/\partial w\right]_{w=i\Gamma}\right]^2}\left(e^{2\Gamma t}+e^{-2\Gamma t}\right) + \frac{2E_{ab}^-}{\left[\left[\partial\varepsilon(\vec{k},w)/\partial w\right]_{w=i\Gamma}\right]^2} . \tag{2.42}$$

Burada, E_{ab}^{\mp} ifadeleri proton ve nötron için

$$\begin{aligned}
E_{nn}^{\mp} &= \left[1 + F_0^{pp} \chi_p\right]^2 I_n^{\mp} + \left[F_0^{np} \chi_n\right]^2 I_p^{\mp} \\
E_{pp}^{\mp} &= \left[1 + F_0^{nn} \chi_n\right]^2 I_p^{\mp} + \left[F_0^{pn} \chi_p\right]^2 I_n^{\mp} \\
E_{np}^{\mp} &= -\left(1 + F_0^{pp} \chi_p\right) F_0^{pn} \chi_p I_n^{\mp} - \left(1 + F_0^{nn} \chi_n\right) F_0^{np} \chi_n I_p^{\mp}
\end{aligned} \tag{2.43}$$

şeklinde tanımlanır. İntegral ifadeleri ise

$$I_a^{\mp} = 2\hbar^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\left[(\Gamma\hbar)^2 \mp (\vec{p} \cdot \hbar\vec{k} / m)^2\right]}{\left[(\Gamma\hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar\vec{k} / m)^2\right]^2} f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k} / 2) \left(1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k} / 2)\right) \tag{2.44}$$

olarak tanımlanmıştır.

2.4.2 Kollektif Olmayan Modların Yoğunluk Korelasyon Fonksiyonlarına Katkısı

Yoğunluk salınımlarına kollektif singülerlikten gelen $\delta\rho_a^\lambda(\mathbf{P}; \vec{k}, t)$ terimine, kollektif olmayan modlardan (logaritma terimlerinden) gelen $\delta\rho_a^\lambda(\mathbf{C}; \vec{k}, t)$ terimi ilave edilirse, toplam yoğunluk salınım ifadesi bu ikisinin toplamı

$$\delta\rho_a^\lambda(\vec{k}, t) = \delta\rho_a^\lambda(\mathbf{P}; \vec{k}, t) + \delta\rho_a^\lambda(\mathbf{C}; \vec{k}, t) \tag{2.45}$$

olur. Bunun korelasyonu

$$\begin{aligned}
\overline{\delta\rho_a^\lambda(\vec{k},t)\left[\delta\rho_b^\lambda(-\vec{k}',t)\right]} &= \overline{\left[\delta\rho_a^\lambda(\text{P};\vec{k},t)+\delta\rho_a^\lambda(\text{C};\vec{k},t)\right]\left[\delta\rho_b^\lambda(\text{P};-\vec{k}',t)+\delta\rho_b^\lambda(\text{C};-\vec{k}',t)\right]} \\
&= \overline{\left[\delta\rho_a^\lambda(\text{P};\vec{k},t)\right]\left[\delta\rho_b^\lambda(\text{P};-\vec{k}',t)\right]} + \overline{\delta\rho_a^\lambda(\text{C};\vec{k},t)\left[\delta\rho_b^\lambda(\text{C};-\vec{k}',t)\right]} \\
&\quad + \overline{\left[\delta\rho_a^\lambda(\text{P};\vec{k},t)\right]\left[\delta\rho_b^\lambda(\text{C};-\vec{k}',t)\right]} + \overline{\left[\delta\rho_a^\lambda(\text{C};\vec{k},t)\right]\left[\delta\rho_b^\lambda(\text{P};-\vec{k}',t)\right]}
\end{aligned} \tag{2.46}$$

formunda dört terimden oluşur. Bu durumda, spektral yoğunluk korelasyon ifadesi de aşağıdaki gibi dört terimden oluşacaktır

$$\tilde{\sigma}_{ab}(\vec{k},t) = \tilde{\sigma}_{ab}(\text{PP};\vec{k},t) + 2\tilde{\sigma}_{ab}(\text{PC};\vec{k},t) + \tilde{\sigma}_{ab}(\text{CC};\vec{k},t) \quad . \tag{2.47}$$

Burada, $\tilde{\sigma}_{ab}(\text{PP};\vec{k},t) \sim \overline{\left[\delta\rho_a^\lambda(\text{P};\vec{k},t)\right]\left[\delta\rho_b^\lambda(\text{P};-\vec{k}',t)\right]}$ terimi kolektif singülerlikten ve $\tilde{\sigma}_{ab}(\text{CC};\vec{k},t) \sim \overline{\delta\rho_a^\lambda(\text{C};\vec{k},t)\left[\delta\rho_b^\lambda(\text{C};-\vec{k}',t)\right]}$ terimi ise kolektif olmayan singülerliklerin direct olarak hesaplanmasından elde edilirken $\tilde{\sigma}_{ab}(\text{PC};\vec{k},t) \sim \overline{\left[\delta\rho_a^\lambda(\text{P};\vec{k},t)\right]\left[\delta\rho_b^\lambda(\text{C};-\vec{k}',t)\right]} = \overline{\left[\delta\rho_a^\lambda(\text{C};\vec{k},t)\right]\left[\delta\rho_b^\lambda(\text{P};-\vec{k}',t)\right]}$ terimi ise her ikisinin karışımından bulunur. Hesaplamaların ayrıntıları Ek B'de verilmiştir.

Kolektif olmayan singülerliklerin direkt katkısının hesaplanması için, nükleon yoğunluk salınım ifadeleri (a ve b indisleri proton ve nötron için kullanıldı) aşağıdaki formda

$$\begin{aligned}
\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(C;\vec{k},t) &= -i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left[\frac{\left[1 + F_0^{bb} \chi_b(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] A_a^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) - F_0^{ab} \chi_a(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_b^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\left[1 + F_0^{aa} \chi_b(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)\right] A_a^\lambda(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) - F_0^{ab} \chi_a(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) A_b^\lambda(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right] e^{-i\omega t} \\
\delta\tilde{\rho}_b^\lambda(C;\vec{k},t) &= -i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left[\frac{\left[1 + F_0^{aa} \chi_a(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] A_b^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) - F_0^{ba} \chi_b(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_a^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\left[1 + F_0^{aa} \chi_b(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)\right] A_b^\lambda(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) - F_0^{ba} \chi_b(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) A_a^\lambda(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right] e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{2.48}$$

göz önüne alınır. Bu durumda spektral korelasyon ifadesine

$$\tilde{\sigma}_{ab}(CC;\vec{k},t) = A_{ab}^+(\vec{k},t) + \tilde{A}_{ab}^+(\vec{k},t) + \tilde{A}_{ab}^-(\vec{k},t) + A_{ab}^-(\vec{k},t) \tag{2.49}$$

şeklinde dört farklı terim katkısı gelir. Burada, $A_{ab}^+(\vec{k},t)$ terimi $\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(C;\vec{k},t)$ ve $\delta\tilde{\rho}_b^\lambda(C;\vec{k},t)$ ifadelerinin birinci satırlarındaki terimlerinin çarpımlarından, $A_{ab}^-(\vec{k},t)$ ikinci satırlarındaki terimlerin çarpımlarından gelirken diğer $\tilde{A}_{ab}^+(\vec{k},t)$ ve $\tilde{A}_{ab}^-(\vec{k},t)$ terimleri ise birinci satırdaki ile ikinci satır ve ikinci satır ile birinci satırdaki terimlerinin çarpımlarından gelir.

Bu ifadelerin detaylı hesaplanmasından sonra proton ve nötron için

$$\begin{pmatrix} A_{nn}^\mp(\vec{k},t) \\ A_{pp}^\mp(\vec{k},t) \end{pmatrix} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{e^{-i(\omega+\omega')t}}{\omega + \omega' \mp 2i\eta} \begin{pmatrix} W_{nn}^\mp & V_{np}^\mp \\ V_{pn}^\mp & W_{pp}^\mp \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \frac{\phi_n(\omega \mp i\eta) + \phi_n(\omega' \mp i\eta)}{\varepsilon(\omega \mp i\eta)\varepsilon(\omega' \mp i\eta)} \\ \frac{\phi_p(\omega \mp i\eta) + \phi_p(\omega' \mp i\eta)}{\varepsilon(\omega \mp i\eta)\varepsilon(\omega' \mp i\eta)} \end{pmatrix} \tag{2.50}$$

$$A_{pn}^{\mp}(\vec{k}, t) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{e^{-i(\omega+\omega')t}}{\omega + \omega' \mp 2i\eta} \left(W_{pn}^{\mp} \quad V_{nn}^{\mp} \right) \otimes \begin{pmatrix} \frac{\phi_n(\omega \mp i\eta) + \phi_n(\omega' \mp i\eta)}{\varepsilon(\omega \mp i\eta)\varepsilon(\omega' \mp i\eta)} \\ \frac{\phi_p(\omega \mp i\eta) + \phi_p(\omega' \mp i\eta)}{\varepsilon(\omega \mp i\eta)\varepsilon(\omega' \mp i\eta)} \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

elde edilir. İfadelerdeki \otimes gösterimi matris çarpımı için kullanıldı. W ve V matrisleri ise aşağıdaki gibi olur

$$\begin{pmatrix} W_{nn}^{\mp} & V_{np}^{\mp} \\ V_{pn}^{\mp} & W_{pp}^{\mp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(1 + F_0^{pp} \chi_p^{\mp}\right) \left(1 + F_0^{pp} \chi_p'^{\mp}\right) & (F_0^{np})^2 \chi_n^{\mp} \chi_n'^{\mp} \\ (F_0^{pn})^2 \chi_p^{\mp} \chi_p'^{\mp} & \left(1 + F_0^{nn} \chi_n^{\mp}\right) \left(1 + F_0^{nn} \chi_n'^{\mp}\right) \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

$$\begin{pmatrix} W_{pn}^{\mp} \\ V_{nn}^{\mp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_0^{pn} \chi_p^{\mp} \left(1 + F_0^{pp} \chi_p'^{\mp}\right) \\ \left(1 + F_0^{nn} \chi_n^{\mp}\right) F_0^{np} \chi_n'^{\mp} \end{pmatrix} .$$

(2.53)

$A_{ab}^{\mp}(\vec{k}, t)$ terimleri ω ve ω' üzerinden çift integral içerir ve $1/(\omega + \omega' \mp 2i\eta) = P(1/\omega + \omega') \pm i\pi\delta(\omega + \omega')$ tanımına göre esas değer ve delta fonksiyonu parçalarına ayrılır. Bu tanımlamalarda $\chi_a^{\mp} = \chi_a(\vec{k}, \omega \mp i\eta)$, $\chi_a'^{\mp} = \chi_a(\vec{k}, \omega' \mp i\eta)$ kısaltmaları ve $\phi_a(\omega \mp i\eta)$ ise

$$\phi_a(\omega \mp i\varepsilon) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3p}{(2\pi \hbar)^3} f_a(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2) \left[1 - f_a(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2) \right] \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - (\omega \mp i\varepsilon)} \quad (2.54)$$

tanımlaması için kullanıldı. Diğer terimler de $A_{ab}^{\mp}(\vec{k}, t)$ terimleri ile aynı yapıya sahip olup ω ve ω' üzerinden çift integral içerir ve

$$\begin{pmatrix} \tilde{A}_{nn}^{\mp}(\vec{k}, t) \\ \tilde{A}_{pp}^{\mp}(\vec{k}, t) \end{pmatrix} = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{e^{-i(\omega+\omega')t}}{\omega+\omega'} \begin{pmatrix} \tilde{W}_{nn}^{\mp} & \tilde{V}_{np}^{\mp} \\ \tilde{V}_{pn}^{\mp} & \tilde{W}_{pp}^{\mp} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \frac{\phi_n(\omega \mp i\eta) + \phi_n(\omega' \pm i\eta)}{\varepsilon(\omega \mp i\eta)\varepsilon(\omega' \pm i\eta)} \\ \frac{\phi_p(\omega \mp i\eta) + \phi_p(\omega' \pm i\eta)}{\varepsilon(\omega \mp i\eta)\varepsilon(\omega' \pm i\eta)} \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

$$\tilde{A}_{pn}^{\pm}(\vec{k}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{e^{-i(\omega+\omega')t}}{\omega+\omega'} \begin{pmatrix} \tilde{W}_{pn}^{\mp} & \tilde{V}_{nn}^{\mp} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \frac{\phi_n(\omega \pm i\eta) + \phi_n(\omega' \mp i\eta)}{\varepsilon(\omega \pm i\eta)\varepsilon(\omega' \mp i\eta)} \\ \frac{\phi_p(\omega \pm i\eta) + \phi_p(\omega' \mp i\eta)}{\varepsilon(\omega \pm i\eta)\varepsilon(\omega' \mp i\eta)} \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

olarak elde edilirler. $\tilde{A}_{ab}^{\mp}(\vec{k}, t)$ ifadelerindeki fonksiyonların $\omega' = -\omega$ durumunda paydası sıfır olmasına rağmen $(\phi(\omega \mp i\eta) + \phi(\omega' \pm i\eta))/(\omega + \omega')$ oranı sonlu olur. Burada, \tilde{w} ve \tilde{v} matrisleri

$$\begin{pmatrix} \tilde{W}_{nn}^{\mp} & \tilde{V}_{np}^{\mp} \\ \tilde{V}_{pn}^{\mp} & \tilde{W}_{pp}^{\mp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(1 + F_0^{pp} \chi_p^{\mp}\right) \left(1 + F_0^{pp} \chi_p'^{\pm}\right) & (F_0^{np})^2 \chi_n^{\mp} \chi_n'^{\pm} \\ (F_0^{pn})^2 \chi_p^{\mp} \chi_p'^{\pm} & \left(1 + F_0^{nn} \chi_n^{\mp}\right) \left(1 + F_0^{nn} \chi_n'^{\pm}\right) \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

$$\begin{pmatrix} W_{pn}^{\mp} \\ V_{nn}^{\mp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_0^{pn} \chi_p^{\pm} \left(1 + F_0^{pp} \chi_p'^{\mp}\right) \\ \left(1 + F_0^{nn} \chi_p^{\pm}\right) F_0^{np} \chi_n^{\mp} \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

olur.

Benzer şekilde, kolektif ve kolektif olmayan karışım olan

$$\tilde{\sigma}_{ab}(PC; \vec{k}, t) \sim \overline{\left[\delta\rho_a^\lambda(\mathbf{P}; \vec{k}, t) \right]} \overline{\left[\delta\rho_b^\lambda(\mathbf{C}; -\vec{k}', t) \right]} = \overline{\left[\delta\rho_a^\lambda(\mathbf{C}; \vec{k}, t) \right]} \overline{\left[\delta\rho_b^\lambda(\mathbf{P}; -\vec{k}', t) \right]} \quad (2.59)$$

teriminden spektral yoğunluk ifadesine gelecek katkı dört terim olarak aşağıdaki gibi tanımlanabilir

$$\tilde{\sigma}_{ab}(PC; \vec{k}, t) = B_{ab}^+(\vec{k}, t) + \tilde{B}_{ab}^+(\vec{k}, t) + \tilde{B}_{ab}^-(\vec{k}, t) + B_{ab}^-(\vec{k}, t) \quad . \quad (2.60)$$

Bu terimler,

$$\begin{aligned} \delta\rho_a^\lambda(\mathbf{P}; \vec{k}, t) = & -\frac{e^{\Gamma t}}{\partial\varepsilon(\vec{k}, w)/\partial w|_{w=i\Gamma}} \left\{ \left[1 + F_0^{bb} \chi_b(\vec{k}, i\Gamma) \right] A_a^\lambda(\vec{k}, i\Gamma) - F_0^{ab} \chi_a(\vec{k}, i\Gamma) A_b^\lambda(\vec{k}, i\Gamma) \right\} \\ & -\frac{e^{-\Gamma t}}{\partial\varepsilon(\vec{k}, w)/\partial w|_{w=-i\Gamma}} \left\{ \left[1 + F_0^{bb} \chi_b(\vec{k}, -i\Gamma) \right] A_a^\lambda(\vec{k}, -i\Gamma) - F_0^{ab} \chi_a(\vec{k}, -i\Gamma) A_b^\lambda(\vec{k}, -i\Gamma) \right\} \end{aligned} \quad (2.61)$$

ifadesi ile $\delta\tilde{\rho}_b^\lambda(\mathbf{C}; \vec{k}, t)$ ifadesi kullanılarak elde edilir. Burada, $B_{ab}^+(\vec{k}, t)$ terimi $\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\mathbf{P}; \vec{k}, t)$ ve $\delta\tilde{\rho}_b^\lambda(\mathbf{C}; \vec{k}, t)$ ifadelerinin birinci satırlarındaki terimlerinin çarpımlarından, $B_{ab}^-(\vec{k}, t)$ ikinci satırlarındaki terimlerin çarpımlarından gelirken diğer $\tilde{B}_{ab}^+(\vec{k}, t)$ ve $\tilde{B}_{ab}^-(\vec{k}, t)$ terimleri ise birinci satırdaki ile ikinci satır ve ikinci satır ile birinci satırdaki terimlerinin çarpımlarından gelir.

Bu ifadeler proton ve nötron için yazılır ve ayrıntılı hesaplamalar sonucunda

$$\begin{pmatrix} B_{nn}^{\mp}(\vec{k}, t) \\ B_{pp}^{\mp}(\vec{k}, t) \end{pmatrix} = \frac{\pm i e^{\mp \Gamma t}}{\partial \varepsilon / \partial \omega|_{\omega = \mp i \Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{e^{-i\omega t}}{\omega \mp i \Gamma} \begin{pmatrix} X_{nn}^{\mp} & Y_{np}^{\mp} \\ Y_{pn}^{\mp} & X_{pp}^{\mp} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \frac{\phi_n(\mp i \Gamma) + \phi_n(\omega \mp i \eta)}{\varepsilon(\omega \mp i \eta)} \\ \frac{\phi_p(\mp i \Gamma) + \phi_p(\omega \mp i \eta)}{\varepsilon(\omega \mp i \eta)} \end{pmatrix} \quad (2.62)$$

$$B_{pn}^{\mp}(\vec{k}, t) = \frac{\mp i e^{\mp \Gamma t}}{\partial \varepsilon / \partial \omega|_{\omega = \mp i \Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{e^{-i\omega t}}{\omega \mp i \Gamma} \begin{pmatrix} X_{pn}^{\mp} & Y_{nn}^{\mp} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \frac{\phi_n(\mp i \Gamma_k) + \phi_n(\omega \mp i \eta)}{\varepsilon(\omega \mp i \eta)} \\ \frac{\phi_p(\mp i \Gamma_k) + \phi_p(\omega \mp i \eta)}{\varepsilon(\omega \mp i \eta)} \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

olarak elde edilirler. Burada, $\phi_a(\mp i \Gamma) = \phi_a(\vec{k}, \omega = \mp i \Gamma)$ kullanıldı. X ve Y matris elemanları aşağıdaki gibi verilirler

$$\begin{pmatrix} X_{nn}^{\mp} & Y_{np}^{\mp} \\ Y_{pn}^{\mp} & X_{pp}^{\mp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(1 + F_0^{pp} \chi_p^{\mp i \Gamma}\right) \left(1 + F_0^{pp} \chi_p^{\mp}\right) & (F_0^{np})^2 \chi_n^{\mp i \Gamma} \chi_n^{\mp} \\ (F_0^{pn})^2 \chi_p^{\mp i \Gamma} \chi_p^{\mp} & \left(1 + F_0^{nn} \chi_n^{\mp i \Gamma}\right) \left(1 + F_0^{nn} \chi_n^{\mp}\right) \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

$$\begin{pmatrix} X_{pn}^{\mp} \\ Y_{nn}^{\mp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_0^{pn} \chi_p^{\mp i \Gamma} \left(1 + F_0^{pp} \chi_p^{\mp}\right) \\ \left(1 + F_0^{nn} \chi_n^{\mp i \Gamma}\right) F_0^{np} \chi_n^{\mp} \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

$\tilde{B}_{ab}^+(\vec{k}, t)$ ve $\tilde{B}_{ab}^-(\vec{k}, t)$ terimlerinde de sadece ω integrali vardır ve $B_{ab}^{\mp}(\vec{k}, t)$ ifadeleri ile aynı yapıya sahipler. Hesaplamalar sonunda

$$\begin{pmatrix} \tilde{B}_{nn}^{\mp}(\vec{k}, t) \\ \tilde{B}_{pp}^{\mp}(\vec{k}, t) \end{pmatrix} = \frac{\mp i e^{\mp \Gamma t}}{\partial \varepsilon / \partial \omega|_{\omega = \mp i \Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{e^{-i\omega t}}{\omega \mp i \Gamma} \begin{pmatrix} \tilde{X}_{nn}^{\mp} & \tilde{Y}_{np}^{\mp} \\ \tilde{Y}_{pn}^{\mp} & \tilde{X}_{pp}^{\mp} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \frac{\phi_n(\mp i \Gamma) + \phi_n(\omega \pm i \eta)}{\varepsilon(\omega \pm i \eta)} \\ \frac{\phi_p(\mp i \Gamma) + \phi_p(\omega \pm i \eta)}{\varepsilon(\omega \pm i \eta)} \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

$$\tilde{B}_{pn}^{\mp}(\vec{k}, t) = \frac{\pm i e^{\mp \Gamma t}}{\partial \varepsilon / \partial \omega |_{\omega = \mp i \Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{e^{-i\omega t}}{\omega \mp i \Gamma} \left(\tilde{X}_{pn}^{\mp} \quad \tilde{Y}_{nn}^{\mp} \right) \otimes \begin{pmatrix} \frac{\phi_n(\mp i \Gamma) + \phi_n(\omega \pm i \eta)}{\varepsilon(\omega \pm i \eta)} \\ \frac{\phi_p(\mp i \Gamma) + \phi_p(\omega \pm i \eta)}{\varepsilon(\omega \pm i \eta)} \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

olarak elde edilirler. Burada, \tilde{X} ve \tilde{Y} matris elemanları aşağıdaki gibi tanımlandılar

$$\begin{pmatrix} \tilde{X}_{nn}^{\mp} & \tilde{Y}_{np}^{\mp} \\ \tilde{Y}_{pn}^{\mp} & \tilde{X}_{pp}^{\mp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(1 + F_0^{pp} \chi_p^{\mp i \Gamma}\right) \left(1 + F_0^{pp} \chi_p^{\pm}\right) & (F_0^{np})^2 \chi_n^{\mp i \Gamma} \chi_n^{\pm} \\ (F_0^{pn})^2 \chi_p^{\mp i \Gamma} \chi_p^{\pm} & \left(1 + F_0^{nn} \chi_n^{\mp i \Gamma}\right) \left(1 + F_0^{nn} \chi_n^{\pm}\right) \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{X}_{pn}^{\mp} \\ \tilde{Y}_{nn}^{\mp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_0^{pn} \chi_p^{\mp i \Gamma} \left(1 + F_0^{pp} \chi_p^{\pm}\right) \\ \left(1 + F_0^{nn} \chi_n^{\mp i \Gamma}\right) F_0^{np} \chi_n^{\pm} \end{pmatrix} \quad (2.69)$$

Bu ifadelerde kullanılan $\chi_a(\vec{k}, \omega \mp i \varepsilon)$ ve $\phi_a(\omega \mp i \varepsilon)$ tanımlamaları detaylı olarak yarı-klasik yaklaşımda Ek D’de ele alındı.

Yukarıdaki ifadelerde

$$\phi_a(i\Gamma) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} f_0^a(\vec{p} + \hbar \vec{k} / 2) \left[1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar \vec{k} / 2) \right] \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - i\Gamma} \quad (2.70)$$

tanımlamasında pay ve payda $\vec{p} \cdot \vec{k} / m + i\Gamma$ ile çarpılır. Bu durumda integralin reel parçası sıfır olur ve

$$\phi_a(i\Gamma) = 2i\Gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2) \left[1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2) \right] \frac{1}{(\vec{p} \cdot \vec{k} / m)^2 + \Gamma^2} \quad (2.71)$$

elde edilir. Benzer şekilde

$$\phi_a(-i\Gamma) = -2i\Gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2) \left[1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2) \right] \frac{1}{(\vec{p} \cdot \vec{k} / m)^2 + \Gamma^2} \quad (2.72)$$

bulunur. Burada $\phi_a(-i\Gamma) = -\phi_a(i\Gamma)$ eşitliğini sağlar.

3. Spinodal Kararsızlıkların Yarı-Klasik İncelenmesi

3.1. Yarı-Klasik Yaklaşım

Sıcaklığa bağlı $\chi_a(\vec{k}, \omega \mp i\varepsilon)$ ve $\phi_a(\omega \mp i\varepsilon)$ ifadelerinde kuantal hesaplar oldukça karmaşıktır ve yaklaşım yapılmadan tam çözüm yapılamaz. Bunun için, yarı-klasik yaklaşım yapılarak hesaplar yapıldı. Bu yaklaşımda, dağılım fonksiyonlarında $\hbar \rightarrow 0$ limiti kullanıldı. Bu durumda

$$\begin{aligned}\phi_a(\omega \pm i\varepsilon) &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} f_0^a(\vec{p}) [1 - f_0^a(\vec{p})] \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - (\omega \pm i\varepsilon)} \\ &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p^2 dp}{(2\pi \hbar)^3} f_0^a(\vec{p}) [1 - f_0^a(\vec{p})] \frac{m}{pk} \int_{-1}^1 dz \left(P \frac{1}{z - z_0} \pm i\pi \delta(z - z_0) \right)\end{aligned}\quad (3.1)$$

olur. Bu yaklaşımda, $f_0^a(\vec{p}) [1 - f_0^a(\vec{p})] = -T \frac{\partial f_0^a(\vec{p})}{\partial \varepsilon}$ olup

$$\text{Re} \phi_a(\omega \pm i\varepsilon) = -2T \frac{m}{k} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p dp}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\partial f_0^a(\vec{p})}{\partial \varepsilon} P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - z_0} \quad (3.2)$$

ve

$$\text{Im} \phi_a(\omega \pm i\varepsilon) = \mp 2\pi T \frac{m}{k} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p dp}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\partial f_0^a(\vec{p})}{\partial \varepsilon} \int_{-1}^1 dz \delta(z - z_0) \quad (3.3)$$

olarak elde edilir.

Detayları Ek D'de yapılan hesaplardan $\phi(\omega + i\varepsilon)$ fonksiyonu için aşağıdaki sonuçlar elde edilir. $\text{Re} \phi(\omega + i\varepsilon)$ ve $\text{Im} \phi(\omega + i\varepsilon)$ için

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re} \phi(\omega + i\varepsilon) &= -\frac{T}{2\pi^2 \hbar^3} \frac{m^\infty}{k} \int_0^\infty p dp \frac{\partial f_0(p)}{\partial \varepsilon} \ln \left| \frac{z_0 - 1}{z_0 + 1} \right| \\
\operatorname{Im} \phi(\omega + i\varepsilon) &= \begin{cases} T \frac{m^2}{2\pi \hbar^3 k} f_0 \left(p = \frac{m|\omega|}{k} \right) & ; \quad -1 < z_0 < 1 \\ 0 & ; \quad z_0 < -1 \text{ veya } z_0 > 1 \end{cases}
\end{aligned} \tag{3.4}$$

ve farklı formları için

$$\begin{aligned}
\phi(\omega - i\varepsilon) &= \operatorname{Re} \phi(\omega + i\varepsilon) - i \operatorname{Im} \phi(\omega + i\varepsilon) \\
\phi(\omega - i\varepsilon) &= \operatorname{Re} \phi(\omega + i\varepsilon) - i \operatorname{Im} \phi(\omega + i\varepsilon) \\
\phi(-\omega + i\varepsilon) &= -\operatorname{Re} \phi(\omega + i\varepsilon) + i \operatorname{Im} \phi(\omega + i\varepsilon) \\
\phi(-\omega - i\varepsilon) &= -\operatorname{Re} \phi(\omega + i\varepsilon) - i \operatorname{Im} \phi(\omega + i\varepsilon)
\end{aligned} \tag{3.5}$$

bulunur. Linhard fonksiyonu $\operatorname{Re} \chi_a^{\text{sc}}(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon)$ ve $\operatorname{Im} \chi_a^{\text{sc}}(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon)$ için

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re} \chi_a^{\text{sc}}(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) &= -\frac{1}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty p^2 dp \frac{\partial f_0^a}{\partial \varepsilon} \left\{ 2 + z_0 \ln \left| \frac{1 - z_0}{1 + z_0} \right| \right\} \\
\operatorname{Im} \chi_a^{\text{sc}}(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) &= \begin{cases} \pm \frac{m^2}{2\pi \hbar^3} \frac{\omega}{k} f_0^a \left(p = \frac{m|\omega|}{k} \right) & ; \quad -1 < z_0 < 1 \\ 0 & ; \quad z_0 < -1 \text{ veya } z_0 > 1 \end{cases}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

ve farklı formları için

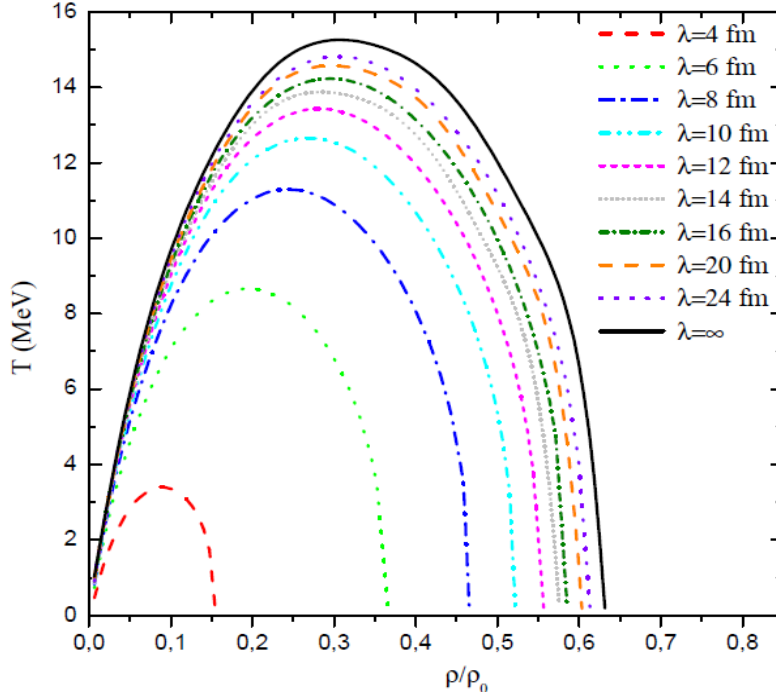
$$\begin{aligned}
\chi_a(-\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) &= \chi_a(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) \\
\chi_a(\vec{k}, -\omega - i\varepsilon) &= \chi_a(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

bulunur.

3.2. Kararsız Modların Büyümesi ve Spinodal Bölgenin Sınırları

3.2.1 Simetrik Nükleer Madde

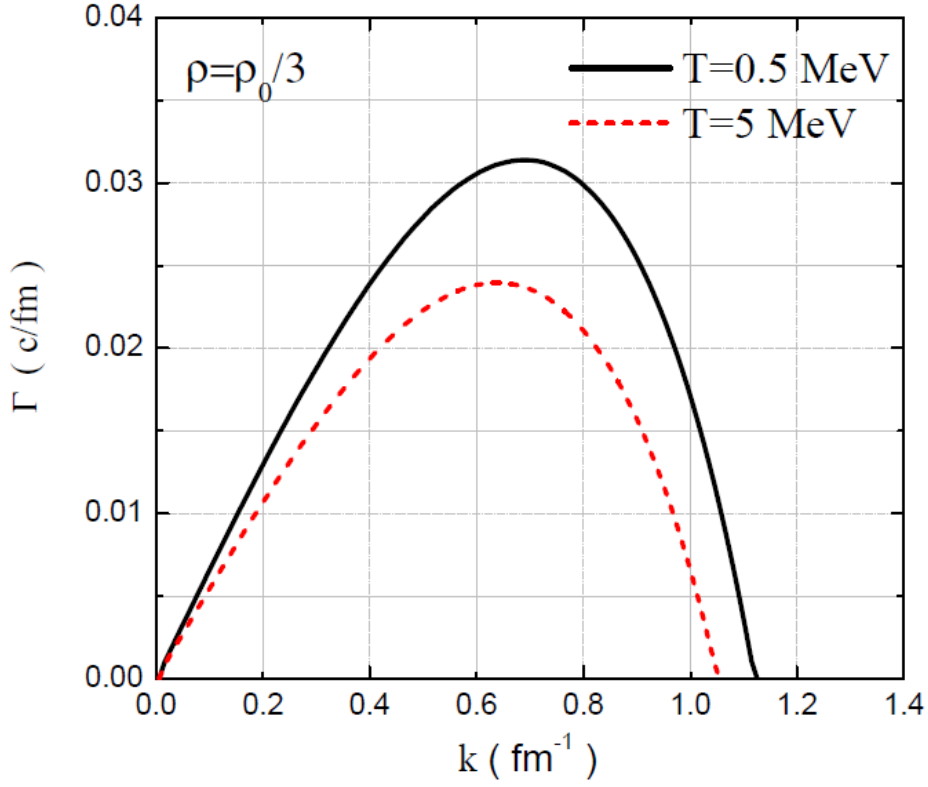
Şekil 3.1’de, düşük sıcaklıklarda her sıcaklık için spinodal bölgeyi kesen iki nokta vardır. Sol tarafı gaz fazı ve sağ tarafı sıvı fazıdır. Kritik noktada her ikisi çakışır. Kritik noktanın altındaki bölgede sıvı-gaz fazları bir arada var olurken bu kritik noktada ve üstünde sadece gaz fazı olur. Kararlı bölgeden spinodal kararsız bölgeye geçiş için yoğunluğunun eşik değeri $\rho = 0.62\rho_0$ olarak tespit edildi.



Şekil 3.1: Simetrik maddede sıcaklık-yoğunluk faz diyagramı

Şekil 3.2’de, $T=0.5$ MeV ve $T=5$ MeV olduğunda kararsız modların büyümesi $\rho = \rho_0/3$ yoğunluğu için çizildi. Burada en kararsız olan modun dalga boyu $\lambda = 2\pi / k \approx 9 fm$ olarak bulundu. Yoğunluk dalgalanmalarının başlangıç

büyümesini karakterize eden en kısa büyüme zamanı $t_s = 1/\Gamma_{\max} \approx 30 \text{ fm} / c$ olarak bulundu.

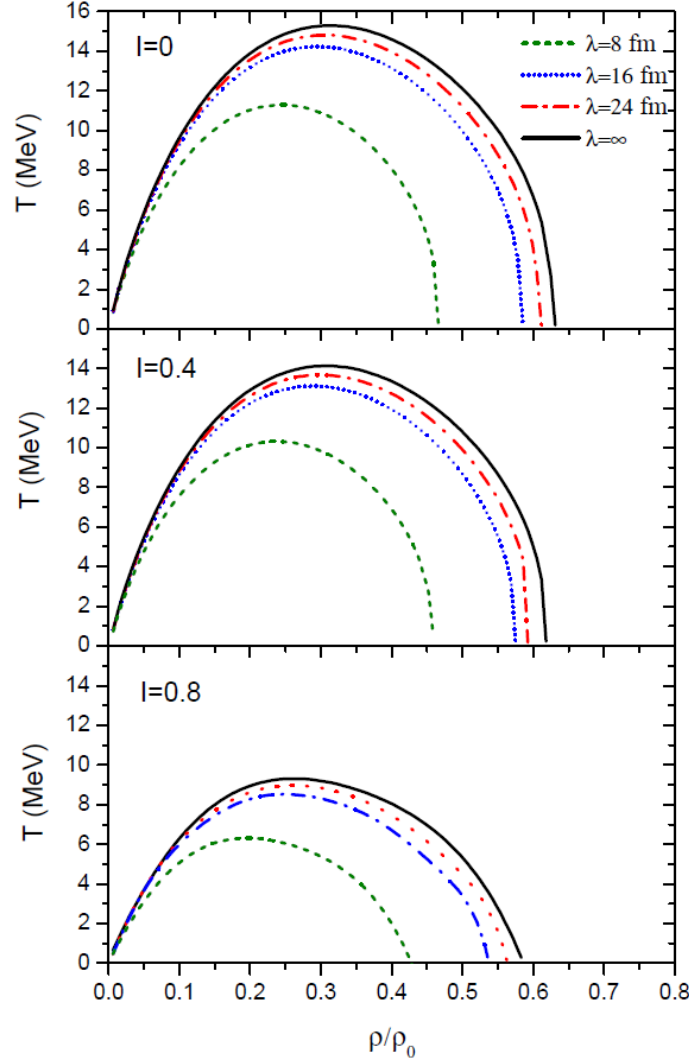


Şekil 3.2: Yoğunluk dalgalanmalarının T=0.5 MeV ve T=5 MeV için büyüme oranları

3.2.2 Asimetrik Nükleer Madde

Farklı asimetri durumları için Şekil 3.3 ile verilen faz diyagramından kritik sıcaklık değerlerinin $\rho=0.3\rho_0$ yoğunluğu civarında olduğu görüldü. Üç asimetri durumu olarak $I=0.0$, $I=0.4$ ve $I=0.8$ için yapılan hesaplarda kritik sıcaklık değerleri sırasıyla $T_c=15$ MeV, $T_c=14$ MeV ve $T_c=10$ MeV olarak bulundu. Şekil 3.3'te $I=0.0$ için verilen faz diyagramının beklenildiği gibi simetrik madde için verilen faz diyagramı ile aynı olduğu görüldü. Spinodal kararsız

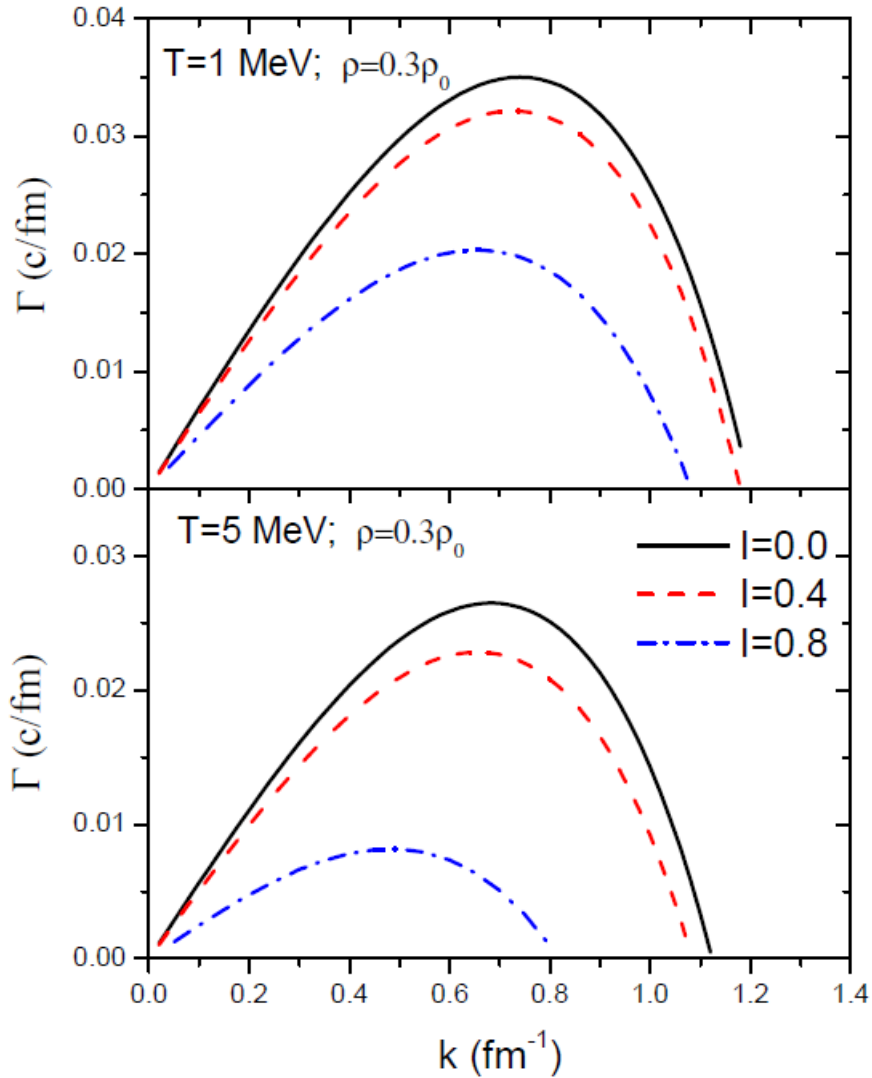
bölgenin asimetri arttıkça küçüldüğü görüldü. Nötron yıldızının dış kabuk bölgesi koşullarına karşılık gelen nötronca zengin madde için $I = 0.8$ ve $T = 1.0$ MeV değerleri alınarak spinodal bölge sınırının $\rho = 0.55\rho_0$ olduğu bulundu. Bu değer literatürde mevcut değerle uyumludur [13].



Şekil 3.3: Asimetrik maddede değişik asimetride sıcaklık-yoğunluk diyagramı

Asimetrik maddede büyüme oranları iki farklı sıcaklık ve üç farklı asimetri durumu Şekil 3.4 de verildi. Büyüme oranı orijinden başlayarak lineer olarak yükseldi, belli bir dalga numarasında maksimuma ulaştı ve sonra dalga numarasının belli bir maksimum değerinde tekrar sıfıra düştü. Büyüme oranının

tersi $\tau \equiv 1/\Gamma_k$ ifadesi zaman sabiti olarak tanımlanır ve yoğunluk salınımlarının başlangıçtaki büyüme zamanlarını karakterize eder. Maksimum büyüme zamanı ($\tau_{\max} \equiv 1/\Gamma_{\max}$) $\rho_b = 0.3\rho_0$ için asimetriye ve sıcaklığa göre değişiklik gösterdi. T=1 MeV ve I=0.4 için $k \approx 0.7 \text{ fm}^{-1}$ maksimum değerine ulaşıp $\tau_{\max} \approx 30 \text{ fm}/c$ olurken I=0.8 için $k \approx 0.8 \text{ fm}^{-1}$ maksimum değerinde $\tau_{\max} \approx 50 \text{ fm}/c$ olarak gözlemlendi. T=5 MeV sıcaklığında büyüme oranının maksimum olduğu değerler düşerken büyüme zamanı artmaktadır.

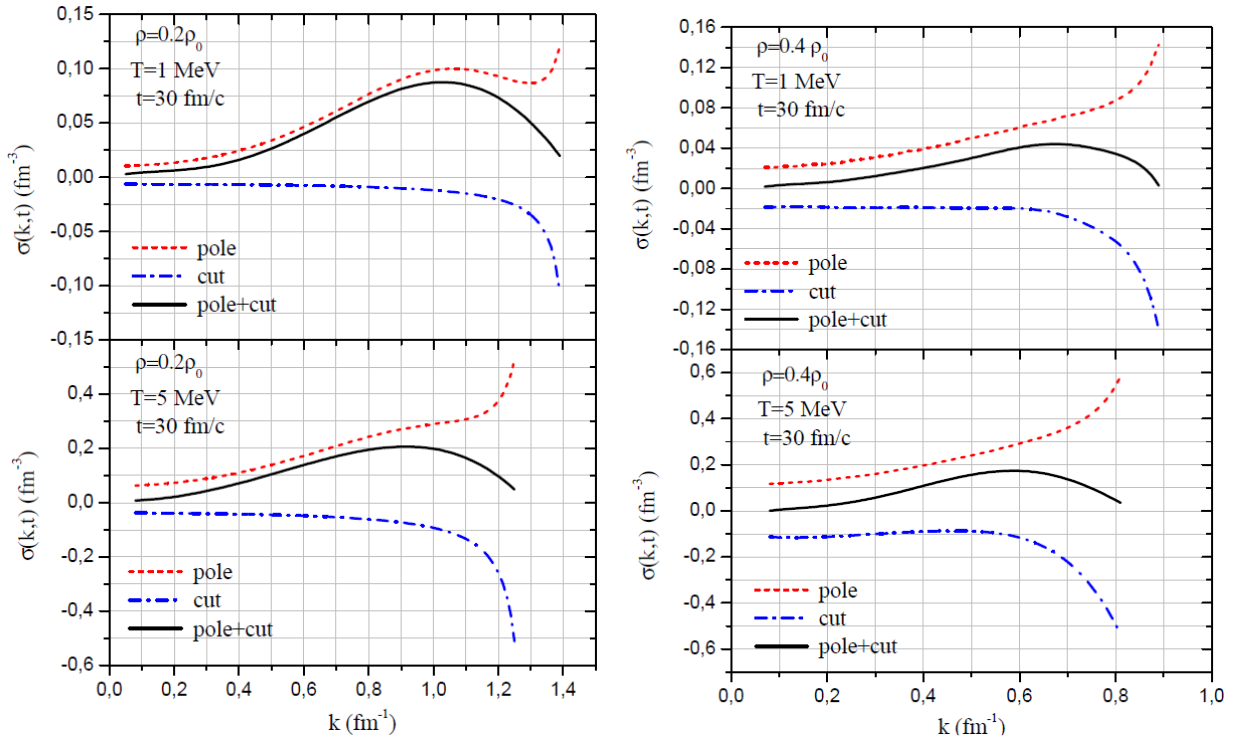


Şekil 3.4: Yoğunluk dalgalanmalarının T=1 MeV ve T=5 MeV için ve I=0.0, 0.4, 0.8 asimetri durumunda büyüme oranları

3.3. Spektral Korelasyon Fonksiyonları

3.3.1 Simetrik Nükleer Madde

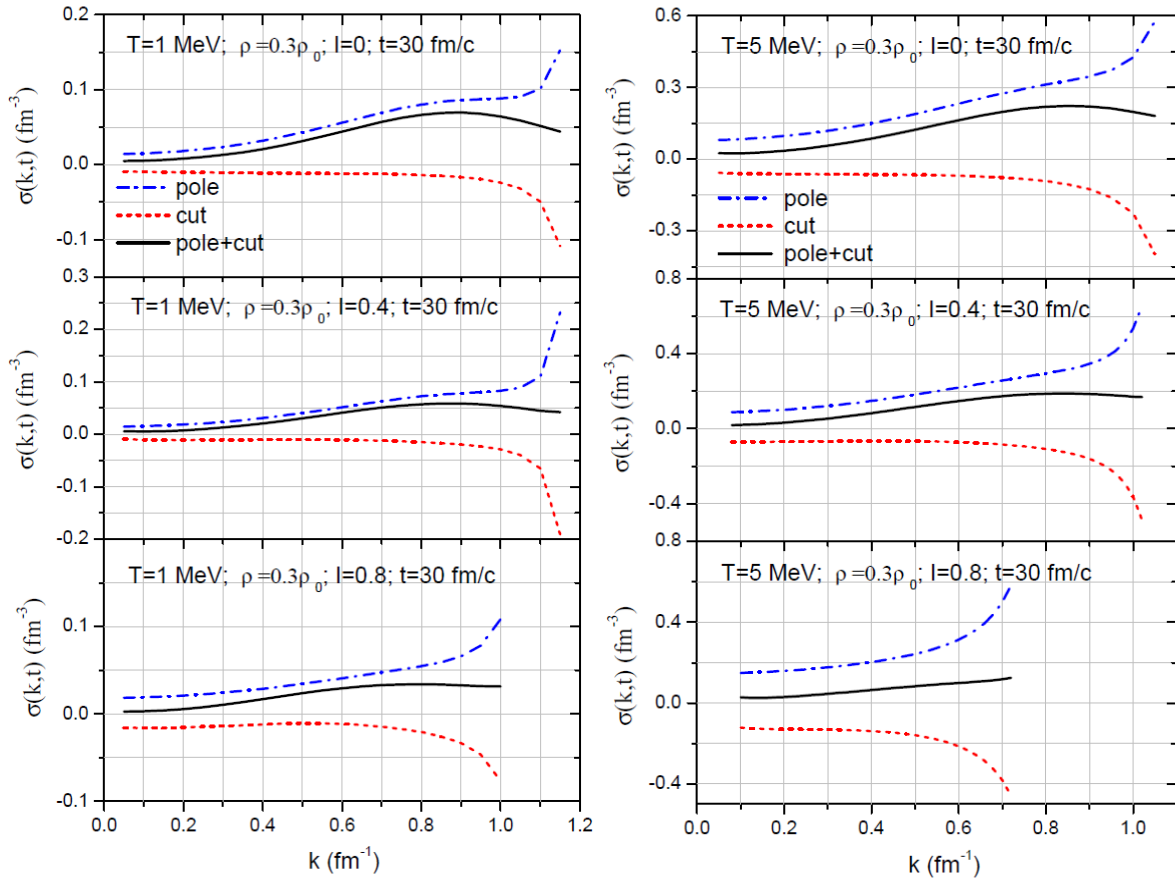
İki farklı sıcaklıkta ($T = 1.0 \text{ MeV}$ ve $T = 5.0 \text{ MeV}$) ve iki farklı başlangıç yoğunluk değerleri ($\rho = 0.2\rho_0$ ve $\rho = 0.4\rho_0$) için korelasyon fonksiyonlarının davranışları incelendi ve Şekil 3.5’de örnek olarak $t = 30 \text{ fm}/c$ zamanı için verildi. Pole katkıları pozitif olurken cut terimleri negatif katkı verir. Büyük dalga sayılarında giderek artan bu katıklar birbirini götürür ve fiziksel düzgün bir eğri elde edilir. Böylece sadece kollektif singüleriteler ile tam olarak yapılamayan hesaplar, kollektif olmayan singüleriteler dahil edilerek yapılabildi. Bu sonuçla, cut katkılarının çok önemli olduğu ve tüm dalga sayılarında hesapların yapılabileceğine olanak sağladığı görüldü.



Şekil 3.5: Simetrik maddede spektral korelasyon fonksiyonunun dalga sayısı ile değişimi

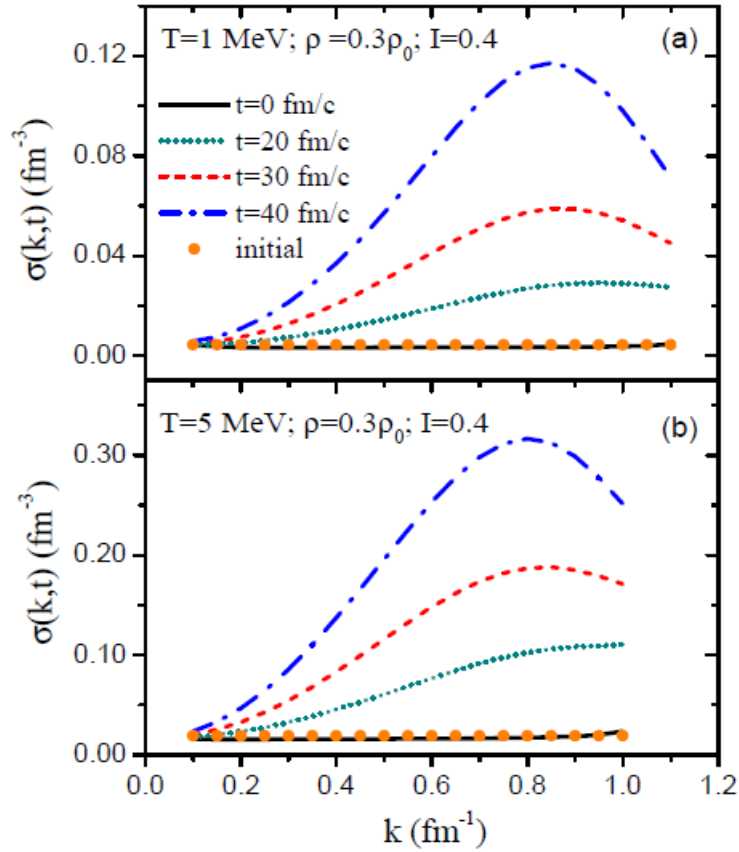
3.3.2 Asimetrik Nükleer Madde

İki farklı sıcaklıkta ($T=1.0\text{MeV}$ ve $T=5.0\text{MeV}$) korelasyon fonksiyonlarının davranışları $\rho=0.3\rho_0$ için incelendi. Şekil 3.6, spektral korelasyon fonksiyonunun $\sigma(\vec{k},t)$ dalga sayısı ile değişimi $t=30\text{fm}/c$ zamanında üç farklı yük asimetri durumu ($I=0.0, 0.4, 0.8$) için çizildi. Pole ve cut ifadelerinden gelen katkılar karşılaştırıldığında, simetrik nükleer madde hesaplarında olduğu gibi kollektif olmayan singülerliklerden gelen katkılar negatif olup bu katkıların pole terimlerinden büyük dalga sayılarında gelen hızlı artışı yok ettiği ve kabul edilebilir düzgün bir davranışa sahip eğriler elde edildiği görüldü.



Şekil 3.6: Farklı asimetride, başlangıç yoğunluğu $\rho = 0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ iken, sıcaklık $T=1\text{MeV}$ ve $T=5\text{MeV}$ için $t=30\text{fm}/c$ zamanında spektral korelasyon fonksiyonunun dalga sayısı ile değişimi.

Asimetri $I=0.4$ ve başlangıç yoğunluğu $\rho=0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ alınarak, sıcaklık $T=1 \text{ MeV}$ ve $T=5 \text{ MeV}$ için $t=0, 20, 30, 40 \text{ fm}/c$ zamanlarında spektral yoğunluk fonksiyonunun dalga numarası ile değişimi Şekil 3.7’de verildi. Burada, spektral yoğunluğunun başlangıç ifadesinin $\sigma(\vec{k},0)$, (2.26) denklemi ile verilen toplama kuralını sağladığı da gösterildi.

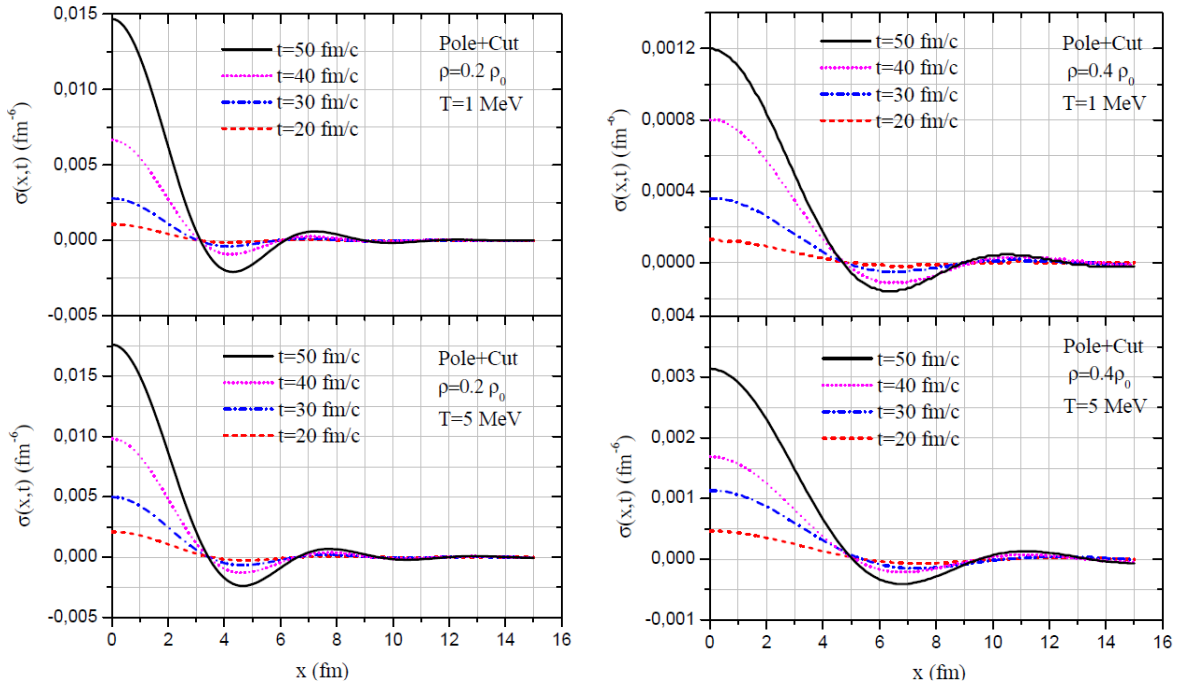


Şekil 3.7: Asimetri $I=0.4$ ve başlangıç yoğunluğu $\rho=0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ iken, sıcaklık $T=1 \text{ MeV}$ ve $T=5 \text{ MeV}$ için $t=0, 20, 30, 40 \text{ fm}/c$ zamanlarında spektral yoğunluk fonksiyonunun dalga numarası ile değişimi.

3.4. Yoğunluk Korelasyon Fonksiyonları

3.4.1 Simetrik Nükleer Madde

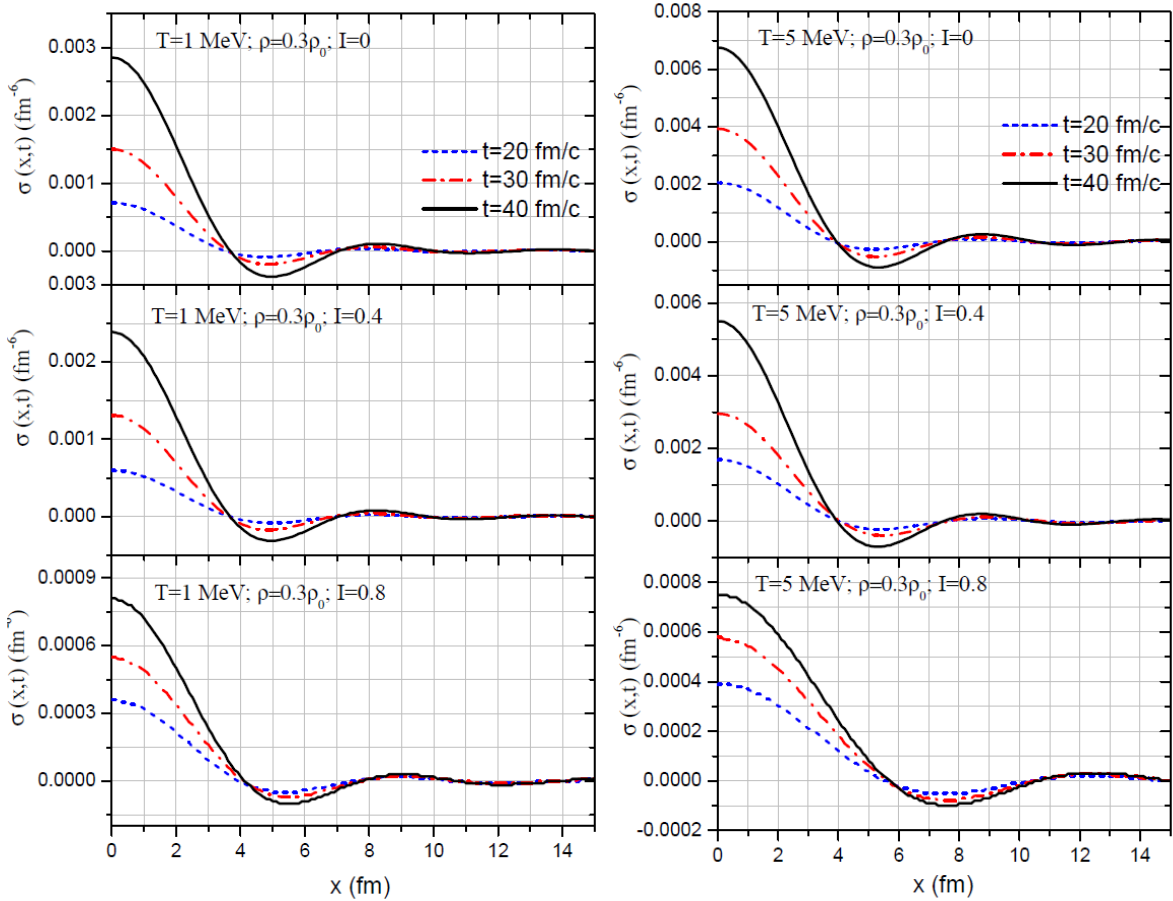
Şekil 3.8’de verilen korelasyon fonksiyon sonuçları ile, spinodal bölgede kararsız nükleer maddenin parçalanması ve yoğunlaşp kümeleşmesi ile her kümede olabilecek nükleon sayısı hakkında bilgi edinmek mümkün olmaktadır. İki farklı sıcaklıkta ($T=1.0\text{MeV}$ ve $T=5.0\text{MeV}$) ve dört zaman diliminde $t=20, 30, 40, 50\text{fm}/c$ hesaplar yapıldı. Yoğunluğun $\rho=0.2\rho_0$ olduğu durumda korelasyon uzunluğu $x_c=2.0\text{fm}$ bulunurken $\rho=0.4\rho_0$ için $x_c=3.0\text{fm}$ bulunur. Korelasyon hacmindeki nükleon sayısının, $\rho=0.4\rho_0$, $T=5.0\text{MeV}$ ve $t=50\text{fm}/c$ için $3\leq\Delta A\leq 12$ aralığında olduğu sonucu bulundu.



Şekil 3.8: Simetrik nükleer maddede mesafenin fonksiyonu olarak yoğunluk korelasyon fonksiyonları

3.4.2 Asimetrik Nükleer Madde

Şekil 3.9 ile asimetrik nükleer maddede korelasyon fonksiyonunun $\sigma(|\vec{r} - \vec{r}'|, t)$ uzaysal değişimi incelendi. İki farklı sıcaklıkta ($T=1.0\text{MeV}$ ve $T=5.0\text{MeV}$), üç zaman diliminde $t=20, 30, 40\text{fm}/c$ ve üç farklı yük asimetri durumu $I=0.0, 0.4, 0.8$ için çizildi. Nükleer maddenin spinodal bölgede parçalanması ile yoğunlaşma mekanizması hakkında buradan bilgi edinmek mümkün oldu. Korelasyon uzunluğu x_c , korelasyon fonksiyonunun yarı-genişliğine karşılık gelen uzunluk olarak tanımlanır ve yoğunlaşan damlacıkların boyutu hakkında bilgi verir.



Şekil 3.9: Farklı asimetrilerde, başlangıç yoğunluğu $\rho = 0.3\rho_0\text{fm}^{-3}$ iken, sıcaklık $T=1\text{MeV}$ ve $T=5\text{MeV}$ için $t=20, 30, 40\text{fm}/c$ zamanlarında yoğunluk korelasyon fonksiyonunun iki nokta arasındaki mesafe $x=|\vec{r} - \vec{r}'|$ ile değişimi.

Korelasyon hacmi $\Delta V_C = 4\pi x_C^3 / 3$ olup, her korelasyon hacmindeki nükleon sayısındaki dalgalanma t zamanında yaklaşık $\Delta A_C = \Delta V_C \sqrt{\sigma(x_C, t)}$ olacaktır. Sonuç olarak toplam nükleon sayısı için mümkün olabilecek aralık $\Delta A_0 - \Delta A_C \leq \Delta A \leq \Delta A_0 + \Delta A_C$ olur. Burada $\Delta A_0 = \Delta V_C \rho_0$ başlangıçtaki nükleon sayısı olacaktır. $T = 5.0 \text{ MeV}$ sıcaklığında ve $I = 0.4$ asimetri durumunda $x_c = 3.0 \text{ fm}$ bulunur. $t = 30 \text{ fm}/c$ zamanında $\sqrt{\sigma(x_C, t)} = 0.04 \text{ fm}^{-3}$ olur. Parçalanmada ortaya çıkan damlacıklar, korelasyon hacmindeki nükleon sayısı $1 \leq \Delta A \leq 9$ aralığında olan kümeler şeklinde yoğunlaşırlar. Böylece, spinodal yoğunlaşma ile sıvı-gaz faz dönüşümü için dinamik bir mekanizma ortaya konmuş olur.

4. Spinodal Kararsızlıkların Kuantum Mekaniksel İncelenmesi

$\phi_a(\omega \mp i\varepsilon)$ ve $\chi_a(\vec{k}, \omega \mp i\varepsilon)$ ifadelerine $T=0$ sıcaklığında yarı-klasik katkı olmayacağından, hesaplar tamamen kuantal olur ve herhangi bir yaklaşıma gerek duyulmadan hesaplar tam olarak yapıldı. Hesaplamaların ayrıntıları $T=0$ için Ek C de verildi.

Sıfır sıcaklık ($T=0$) için $\chi_a(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)$ ve $\phi(\omega + i\varepsilon)$ ifadeleri

$$\begin{aligned}\chi(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) &= \frac{2}{\hbar} \frac{1}{(2\pi \hbar)^3} \left\{ \int d^3 p \frac{f_0(\vec{p} - \hbar\vec{k} / 2)}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} - \int d^3 p \frac{f_0(\vec{p} + \hbar\vec{k} / 2)}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} \right\} \\ &= \frac{2}{\hbar} \frac{1}{(2\pi \hbar)^3} [A_3 - A_1]\end{aligned}\quad (4.1)$$

ve

$$\begin{aligned}\phi(\omega + i\varepsilon) &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k} / 2) \left[1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k} / 2) \right] \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - (\omega + i\varepsilon)} \\ &= \frac{2}{(2\pi \hbar)^3} (A_1 - A_2)\end{aligned}\quad (4.2)$$

olarak tanımlandı. Burada A_1 , A_2 ve A_3 integral ifadeleri $T=0$ için

$$A_1 = \int d^3 p \frac{f_0(\vec{p} + \hbar\vec{k} / 2)}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} \xrightarrow{T=0} \int d^3 p \frac{\theta(p_F - (p + \hbar k / 2))}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} \quad (4.3)$$

$$A_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 p \frac{f_0(\vec{p} + \hbar\vec{k} / 2) f_0(\vec{p} - \hbar\vec{k} / 2)}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} \xrightarrow{T=0} \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 p \frac{\theta(p_F - |\vec{p} + \hbar\vec{k} / 2|) \theta(p_F - |\vec{p} - \hbar\vec{k} / 2|)}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} \quad (4.4)$$

$$A_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 p \frac{f_0(\vec{p} - \hbar\vec{k} / 2)}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} \xrightarrow{T=0} \int d^3 p \frac{\theta(p_F - (\vec{p} - \hbar\vec{k} / 2))}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} \quad (4.5)$$

olup bunların çözümleri Ek C 'de detaylı ve analitik olarak yapıldı. $z_0 \equiv \frac{m\omega}{k}$,
 $s_0 \equiv \frac{\hbar k}{2p_F}$ ve $s \equiv \frac{m\omega}{kp_F}$ kısaltmaları cinsinden A_1 integral ifadesi için

$$\text{Re } A_1 = 2\pi \frac{m}{k} \int_0^{p_F - \hbar k/2} p dp \ln \left| \frac{z_0 - 1}{z_0 + 1} \right| \quad (4.6)$$

$$\text{Im } A_1 = \pi^2 \frac{m}{k} \begin{cases} p_F^2 \left[(1 - s_0)^2 - s^2 \right] & ; \quad -1 < z_0 < 1 \\ 0 & ; \quad z_0 > 1 \text{ veya } z_0 < -1 \end{cases} \quad (4.7)$$

ve A_3 integral ifadesi için

$$\text{Re } A_3 = 2\pi \frac{m}{k} \int_0^{p_F + \hbar k/2} p dp \ln \left| \frac{z_0 - 1}{z_0 + 1} \right| \quad (4.8)$$

$$\text{Im } A_3 = \pi^2 \frac{m}{k} \begin{cases} p_F^2 \left[(1 + s_0)^2 - s^2 \right] & ; \quad -1 < z_0 < 1 \\ 0 & ; \quad z_0 > 1 \text{ veya } z_0 < -1 \end{cases} \quad (4.9)$$

sonuçları bulunur. A_2 integral ifadesi iki parçaya ayrılarak çözüldü ve

$$\text{Re } A_{2,1} = \pi \frac{m}{k} p_F^2 \begin{cases} \left[1 - (s_0 + |s|)^2 \right] \ln \left(\frac{1 - s_0 - |s|}{|s|} \right) - \frac{1}{2} (1 - s_0)(1 + 3s_0 + 2|s|) & ; \quad \omega > 0 \\ \left[1 - (s_0 - |s|)^2 \right] \left[\ln \left(\frac{1 - s_0 + |s|}{|s|} \right) \right] - \frac{1}{2} p_F^2 (1 - s_0)(1 + 3s_0 - 2|s|) & ; \quad \omega < 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

$$\text{Im } A_{2,1} = \pi^2 \frac{m}{k} p_F^2 \begin{cases} 1 - (|s| + s_0)^2 & ; \quad \omega > 0 \text{ ve } \frac{m|\omega|}{k} < p_F - \frac{\hbar k}{2} \\ 0 & ; \quad \omega < 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\text{Re } A_{2,2} = \pi \frac{m}{k} p_F^2 \begin{cases} \left[1 - (s_0 - |s|)^2 \right] \left[\ln \left(\frac{1 - s_0 + |s|}{|s|} \right) \right] - \frac{1}{2} p_F^2 (1 - s_0)(1 + 3s_0 - 2|s|) & ; \omega > 0 \\ \left[1 - (s_0 + |s|)^2 \right] \left[\ln \left(\frac{1 - s_0 - |s|}{|s|} \right) \right] - \frac{1}{2} (1 - s_0)(1 + 3s_0 + 2|s|) & ; \omega < 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

$$\text{Im } A_{2,2} = -\pi^2 \frac{m}{k} p_F^2 \begin{cases} 0 & ; \omega > 0 \\ 1 - (|s| + s_0)^2 & ; \omega < 0 \text{ ve } \frac{m|\omega|}{k} < p_F - \frac{\hbar k}{2} \end{cases} \quad (4.13)$$

sonuçları bulundu. $T=0$ için elde edilen bu ifadeler kullanılarak yoğunluk korelasyon fonksiyonları için yapılan hesaplar tamamen kuantal olur.

Kollektif modlardan gelen katkılar için Linhard fonksiyonu $T=0$ ve $\omega = i\Gamma$ için

$$\chi_a(\vec{k}, i\Gamma) = \frac{4\pi}{(2\pi \hbar)^3} \int_0^{p_F} p dp \frac{m}{\hbar k} \ln \left(\frac{(\hbar\Gamma)^2 + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{p\hbar k}{m} \right)^2}{(\hbar\Gamma)^2 + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{p\hbar k}{m} \right)^2} \right) \quad (4.14)$$

elde edildi.

Linhard fonksiyonunun türevleri $\omega = \pm i\Gamma$ noktalarında

$$\frac{\partial \chi_a(\vec{k}, \pm i\Gamma)}{\partial \omega} = \pm 4i\Gamma \hbar^2 \frac{2\pi}{(2\pi \hbar)^3} \int_0^{p_F} p dp \frac{m}{\hbar k} \left\{ \frac{1}{(\hbar\Gamma)^2 + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{p\hbar k}{m} \right)^2} - \frac{1}{(\hbar\Gamma)^2 + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{p\hbar k}{m} \right)^2} \right\} \quad (4.15)$$

olarak elde edilir.

Spektral korelasyon fonksiyonu ifadesindeki I_a^+ ve I_a^- ifadeleri T=0 için hesaplandığında

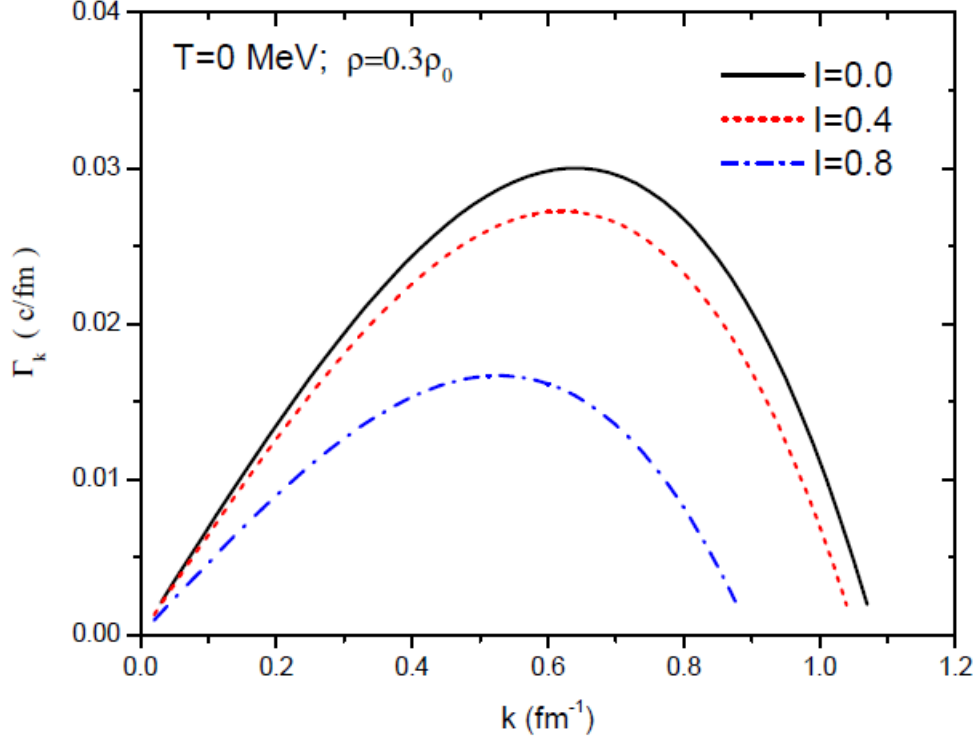
$$I_a^+ = \frac{2}{(2\pi \hbar)^3} \left\{ \pi \int_{-p_F}^{p_F} dp_z \frac{(p_F^2 - p_z^2)}{\Gamma^2 + \left(p_z k / m - \frac{\hbar k^2}{2m}\right)^2} - 2\pi \int_0^{p_F - \hbar k/2} dp_z \frac{(p_F^2 - (p_z + \hbar k/2)^2)}{\Gamma^2 + (p_z k / m)^2} \right\} \quad (4.16)$$

$$I_a^- = \frac{2}{(2\pi \hbar)^3} \left\{ \pi \int_{-p_F}^{p_F} dp_z \frac{(p_F^2 - p_z^2) \left[\Gamma^2 - \left(p_z k / m - \frac{\hbar k^2}{2m}\right)^2 \right]}{\left[\Gamma^2 + \left(p_z k / m - \frac{\hbar k^2}{2m}\right)^2 \right]^2} - 2\pi \int_0^{p_F - \hbar k/2} dp_z \frac{(p_F^2 - (p_z + \hbar k/2)^2) \left[\Gamma^2 - (p_z k / m)^2 \right]}{\left[\Gamma^2 + (p_z k / m)^2 \right]^2} \right\} \quad (4.17)$$

sonuçları bulunur. Bu ifadelerin detaylı hesaplanması Ek C’de yapıldı.

4.1. Spinodal Bölge ve Kararsız Modların Büyüme Oranlarının Kuantal İncelenmesi

$T=0$ için elde edilen ifadeler kullanılarak spinodal bölgede kararsız modların büyüme oranları için yapılan kuantal hesaplar Şekil 4.1 'de verildi. Üç farklı asimetri durumuna göre davranışı $\rho = 0.3\rho_0$ başlangıç yoğunluğu için elde edildi.

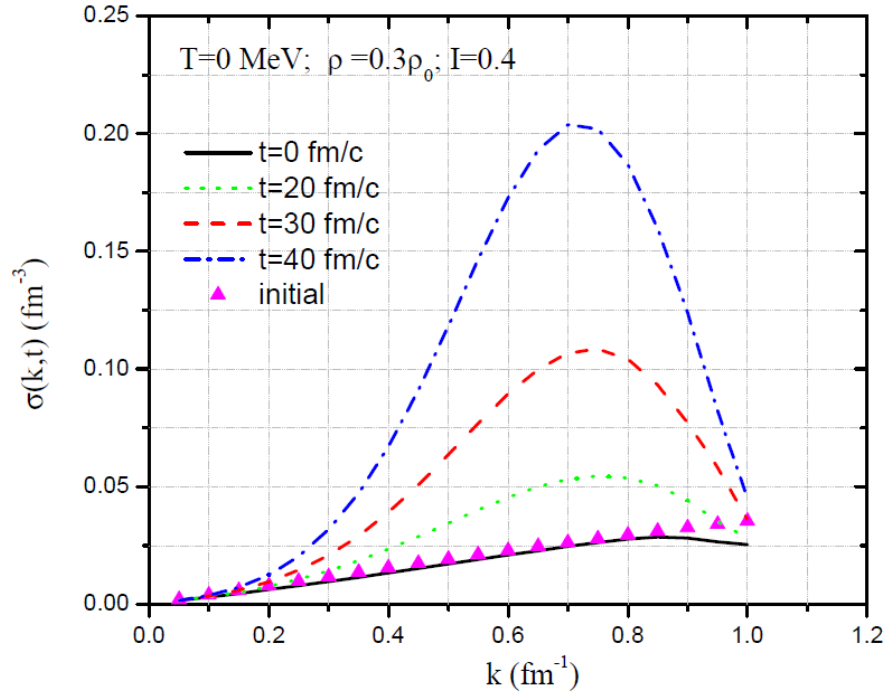


Şekil 4.1: Farklı asimetride, başlangıç yoğunluğu $\rho = 0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ ve sıcaklık $T=0$ için kararsız modların büyüme oranlarının dalga numarası ile değişimi.

Burada en kararsız olan modun ortalama dalga boyu $\lambda = 2\pi / k \approx 10 \text{ fm}$ bulundu. Yoğunluk dalgalanmalarının başlangıç büyümesini karakterize eden en kısa büyüme zamanı asimetriye göre değişim gösterecek şekilde $t_s = 1 / \Gamma_{\max} \approx 30 - 50 \text{ fm} / c$ olarak bulundu.

4.2. Kuantal Yoğunluk Korelasyon Fonksiyonları

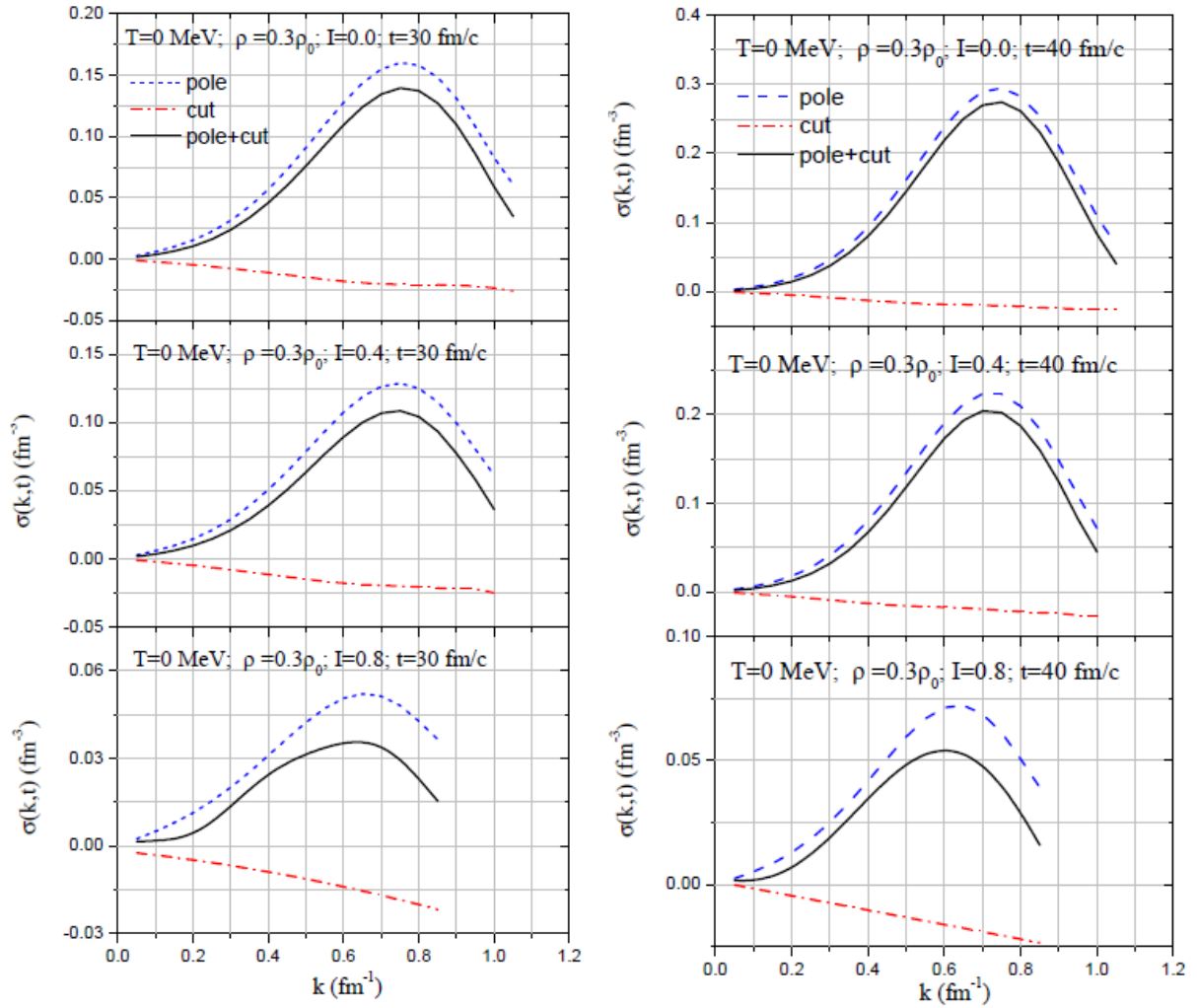
Şekil 4.2’de, asimetri $I=0.4$ ve başlangıç yoğunluğu $\rho=0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ iken, $T=0 \text{ MeV}$ sıcaklığında $t=0, 20, 30, 40 \text{ fm}/c$ zamanlarında spektral yoğunluk fonksiyonunun dalga numarası ile değişimi verildi. Burada, spektral yoğunluğunun $\sigma(\vec{k},0)$ başlangıç ifadesinin toplama kuralını kuantal durumda da sağladığını görüldü.



Şekil 4.2: Asimetri $I=0.4$ ve başlangıç yoğunluğu $\rho=0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ iken, $T=0 \text{ MeV}$ sıcaklığında $t=0, 20, 30, 40 \text{ fm}/c$ zamanlarında kuantal spektral yoğunluk fonksiyonunun dalga numarası ile değişimi.

$T=0$ için kuantal spektral korelasyon ve kuantal yoğunluk korelasyon için elde edilen kuantal ifadeler kullanılarak hesaplanan sonuçlar Şekil 4.3 ve Şekil 4.4’de verildi. Şekil 4.3’de üç farklı asimetride, başlangıç yoğunluğu $\rho=0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ ve sıcaklık $T=0$ için $t=30 \text{ fm}/c$ ve $t=40 \text{ fm}/c$ zamanlarında spectral yoğunluk korelasyon fonksiyonunun dalga numarası ile değişimi verildi. $T=0$ için spektral

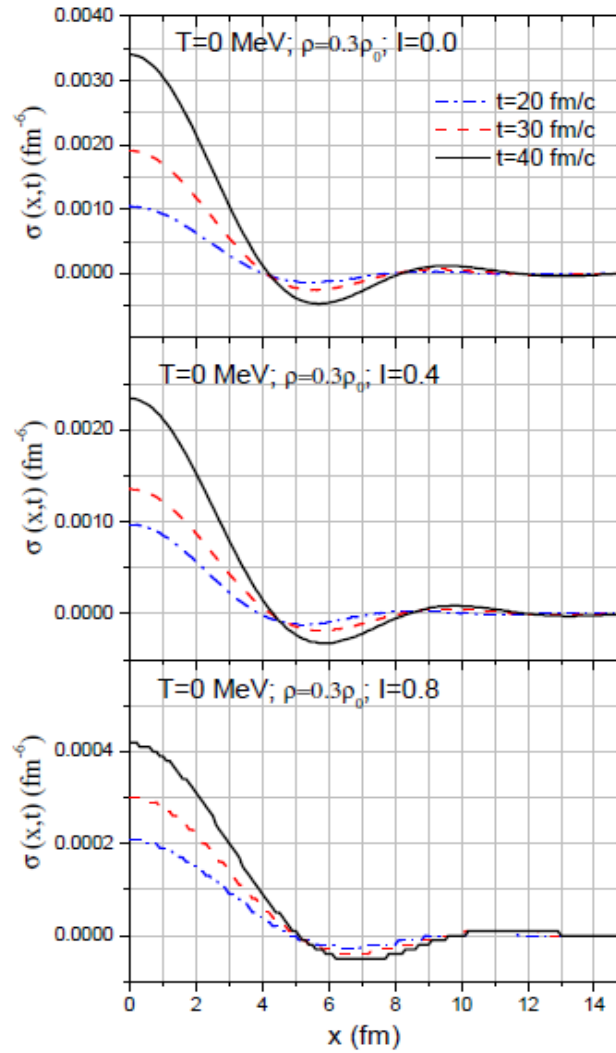
korelasyona kollektif olmayan singülerliklerden gelen katıklar yüksek asimetrilerde daha önemli olmaktadır. Yarı klasik hesaplarda yüksek dalga numaralar bölgesinde var olan iraksak davranış bu kuantal hesaplarda ortaya çıkmadı.



Şekil 4.3: Farklı asimetrilerde, başlangıç yoğunluğu $\rho = 0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ ve sıcaklık $T=0$ için $t = 30 \text{ fm}/c$ ve $t = 40 \text{ fm}/c$ zamanlarında kuantal spectral yoğunluk korelasyon fonksiyonunun dalga numarası ile değişimi.

Şekil 4.4'de üç farklı asimetrde başlangıç yoğunluğu $\rho = 0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ ve sıcaklık $T=0$ için kuantal yoğunluk korelasyon fonksiyonunun iki nokta arasındaki mesafe $x = |\vec{r} - \vec{r}'|$ ile değişimi verildi. $T=0$ sıcaklığında ve $I=0.4$ asimetri

durumunda korelasyon uzunluğu $x_c = 2.0 \text{ fm}$ olarak bulunur. $t = 30 \text{ fm}/c$ zamanında $\sqrt{\sigma(x_c, t)} = 0.027 \text{ fm}^{-3}$ olur. Parçalanmada ortaya çıkan damlacıklar, korelasyon hacmindeki nükleon sayısı $4 \leq \Delta A \leq 6$ aralığında olan kümeler şeklinde yoğunlaşırlar. $I = 0.8$ asimetri durumunda ise $x_c = 3.0 \text{ fm}$ olur ve aynı zaman içinde parçalanmada ortaya çıkan damlacıkların korelasyon hacmindeki nükleon sayısı daha fazla olduğu görüldü.



Şekil 4.4: Farklı asimetrimelerde, başlangıç yoğunluğu $\rho = 0.3\rho_0 \text{ fm}^{-3}$ ve sıcaklık $T=0$ için kuantal yoğunluk korelasyon fonksiyonunun iki nokta arasındaki mesafe $x = |\vec{r} - \vec{r}'|$ ile değişimi.

5. Sonuç ve Değerlendirme

Bu çalışmada, simetrik ve asimetrik sıcak nükleer maddenin spinodal kararsızlıkları yarı-klasik ve kuantal olarak stokastik ortalama-alan yaklaşımı çerçevesinde araştırıldı. Kararsız kolektif modların gelişme oranları, farklı yük asimetrisi, farklı başlangıç yoğunlukları ve farklı sıcaklıklar için hesaplandı. Spinodal bölgede, spektral yoğunluk fonksiyonlarının dalga numaralarına göre değişimi ve yoğunluk korelasyon fonksiyonlarının zaman içindeki gelişimi incelenerek ortaya çıkan parçalanma numunelerinin ilk evrelerinin boyutları hakkında bilgiler elde edildi.

Kolektif basit singülerliklerden başka kolektif olmayan singülerlikler uygun bir teknikte hesaba katılarak özellikle büyük dalga numaralı bölgede spektral yoğunluk fonksiyonlarındaki iraksak davranışlar giderilmiş ve fiziksel düzgün sonuçlar elde edilmiştir. Sadece kolektif sigüeriteler göz önüne alınarak tam olarak yapılamayan hesaplar, kolektif olmayan singüleriteler dahil edilerek yapılabilmektedir. Böylece, kolektif olmayan singülerliklerin katkılarının çok önemli olduğu ve tüm dalga boylarında hesapların yapılabileceğine olanak sağladığı görüldü.

Nötron yıldızının dış kabuğundaki koşullara uygun olarak seçilen ve yük asimetrisi $I=0.8$ olan nötronca zengin nükleer madde için $T=1.0$ MeV sıcaklığında hesaplar yapılarak kararlı bölgeden spinodal kararsız bölgeye geçiş için yoğunluğunun eşik değeri tespit edildi. Bu değer yapılmış başka çalışmalar ile uyumlu bulundu.

$T=0$ sıcaklığında hesaplar tamamen kuantal olup spinodal kararsızlıkların kuantum mekaniksel incelenmesi herhangi bir yaklaşıma gerek duyulmadan tam olarak yapıldı.

Stokastik ortalama-alanı kuramının lineer yaklaşımı ile sıvı-gaz faz geçiş fazının sadece ilk evreleri tanımlanabildi. Bütün faz geçişleri için uzun zaman içinde simülasyon yapmak gerekir. Bu projede bunun yapılması amaçlanmadı.

Projede yapılan çalışmalardan, bir doktora tezi, iki tane uluslararası makale, bir uluslararası konferans bildirisi ve bir poster üretilmiştir. Proje, amaçları ve hedefleri itibariyle eksiksiz tamamlanmıştır.

Kaynaklar

- [1] Ph. Chomaz, M. Colonna and J. Randrup, *Phys. Rep.* **389** (2004) 263.
- [2] A. Corbone et al, *Phys. Rev. C* **83** (2011) 024308.
- [3] L. Beaulieu et al., *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 5971; B. Borderi et al., *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 3252.
- [4] B. Borderie et al, *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 3252.
- [5] N. Le Neindre et al., *Nucl. Phys. A* **795**, (2007) 47; E. Bonnet et al. *Phys. Lett.* **103** (2009) 072701; E. Bonnet et al., *Phys. Lett.* **105** (2010) 142701.
- [6] S. Ayik and C. Gregoire, *Phys. Lett. B* **212** (1988) 269; *Nucl. Phys. A* **513** (1990) 187; J. Randrup and B. Remaud, *Nucl. Phys. A* **514** (1990) 339.
- [7] S. Ayik, *Phys. Lett. B* **658** (2008) 174.
- [8] S. Ayik, O. Yilmaz, F. Acar, B. Danişman, N. Er, A. Gokalp, *Nucl. Phys. A* **859** (2011) 73; O. Yilmaz, S. Ayik, A. Gokalp, *The European Physical Journal A* **47** (2011) 123; S. Ayik, O. Yilmaz, F. Acar, S. Saatci, A. Gokalp, *The Eur Phys Journal A* **49** (2013) 33; S. Ayik, N. Er, O. Yilmaz and A. Gokalp, *Nucl. Phys. A* **812** (2008) 44; S. Ayik, O. Yilmaz, N. Er, A. Gokalp, and P. Ring, *Phys. Rev. C* **80**, 034613 (2009) .
- [9] Nuray Er, “*Nuclear Spinodal Instabilities in Stochastic Mean-Field Approaches*”, Ph.D. Thesis, August 2009, METU, Turkey;
Fatma Acar, “*Spinodal Instabilities in Symmetric Nuclear Matter within a Nonlinear Relativistic Mean-Field Approach*”, MS. Thesis, August 2011, METU, Turkey;
Betül Danişman, “*Spinodal Instabilities in Symmetric Nuclear Matter within a Density-Dependent Relativistic Mean-Field Approach*”, MS. Thesis, August 2011, METU, Turkey.
- [9] O. Yilmaz, S. Ayik, F. Acar, A. Gökalp, *Phys Rev C* **91**, 014605 (2015)
- [10] F. Acar, S. Ayik, O. Yılmaz, A. Gökalp, *Phys Rev C* **92**, 034605 (2015)
- [11] V. Baran, M. Colonna, M. Di Toro, and A.B.Larionov, *Nucl. Phys. A* **632** (1998) , 287
- [12] P. Bozek, *Phys. Lett. B* **383** (1996) 121.
- [13] J. Xu and C. M. Ko, *Phys. Rev. C* **82** (2010) 044311.

Ek A: Spektral Korelasyon Fonksiyonuna Kollektif Modların Katkısı

Kuantal Linhard fonksiyonları

$$\chi_a(\vec{k}, \omega) = -2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2) - f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2)}{\hbar\omega - \vec{p} \cdot \hbar\vec{k}/m} \quad (\text{A.1})$$

olarak tanımlanır. İntegral ifadesini $\omega = \pm i\Gamma_k$ kökleri için hesaplamada

$$\begin{aligned} \vec{p}' \equiv \vec{p} - \frac{\hbar\vec{k}}{2} &\Rightarrow \vec{p} = \vec{p}' + \frac{\hbar\vec{k}}{2} \quad \text{ve} \quad d^3 p = d^3 p' \\ -\vec{p}'' \equiv \vec{p} + \frac{\hbar\vec{k}}{2} &\Rightarrow \vec{p} = -\vec{p}'' - \frac{\hbar\vec{k}}{2} \quad \text{ve} \quad d^3 p = -d^3 p'' \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

dönüşümleri kullanılırsa

$$\begin{aligned} \chi_a(\vec{k}, i\Gamma) = -2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p'}{(2\pi \hbar)^3} \frac{i\Gamma\hbar + \left(\vec{p}' + \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right) \cdot \hbar\vec{k}/m}{-(\Gamma\hbar)^2 - \left(\left(\vec{p}' + \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right) \cdot \hbar\vec{k}/m\right)^2} f_0^a(\vec{p}') \\ + 2 \int_{+\infty}^{-\infty} \frac{d^3 p''}{(2\pi \hbar)^3} \frac{i\Gamma\hbar + \left(-\vec{p}'' - \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right) \cdot \hbar\vec{k}/m}{-(\Gamma\hbar)^2 - \left(\left(-\vec{p}'' - \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right) \cdot \hbar\vec{k}/m\right)^2} f_0^a(\vec{p}'') \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

elde edilir. $\int_{+\infty}^{-\infty} (-d^3 p) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 p$ olduğundan $i\Gamma\hbar$ integralleri birbirini götürür ve

aşağıdaki ifadeler bulunur.

$$\begin{aligned} \chi_a(\vec{k}, i\Gamma) = -2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\vec{p} \cdot \hbar\vec{k}/m}{-(\Gamma\hbar)^2 - (\vec{p} \cdot \hbar\vec{k}/m)^2} \left[f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2) - f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2) \right] \\ \chi_a(-\vec{k}, i\Gamma) = -2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\vec{p} \cdot \hbar\vec{k}/m}{(\Gamma\hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar\vec{k}/m)^2} \left[f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2) - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Linhard fonksiyonlarının birbirine eşitlikleri

$$\chi_a(\vec{k}, i\Gamma) = \chi_a(\vec{k}, -i\Gamma) = \chi_a(-\vec{k}, i\Gamma) = \chi_a(-\vec{k}, -i\Gamma) \quad (\text{A.5})$$

olarak görülür.

Linhard Fonksiyonlarının Türevleri ve Geçirgenlik Bağıtısı

Geçirgenlik bağıtısının türevi aşağıdaki gibi Linhard fonksiyonlarının türevlerini içerir

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} &= F_0^{nn} \frac{\partial \chi_n(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} + F_0^{pp} \frac{\partial \chi_p(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \\ &+ \left[F_0^{nn} F_0^{pp} - F_0^{np} F_0^{pn} \right] \left[\frac{\partial \chi_n(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \chi_p(\vec{k}, \omega) + \chi_n(\vec{k}, \omega) \frac{\partial \chi_p(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Linhard fonksiyonlarının türevi

$$\frac{\partial \chi_a(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} = -2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{-\hbar}{(\hbar \omega - \vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)^2} \left[f_0^a(\vec{p} - \hbar \vec{k} / 2) - f_0^a(\vec{p} + \hbar \vec{k} / 2) \right] \quad (\text{A.7})$$

olur. Bunun $\omega = i\Gamma_k$ kökü için ifadesi

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \chi_a(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \right]_{\omega = i\Gamma_k} &= 2\hbar \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{-(\Gamma \hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)^2 + 2i\Gamma \hbar \vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m}{\left((\Gamma \hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)^2 \right)^2} \\ &\times \left[f_0^a(\vec{p} - \hbar \vec{k} / 2) - f_0^a(\vec{p} + \hbar \vec{k} / 2) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

olarak yazılır. Bu ifadedeki reel integraller sıfır verir

$$\int d^3 p \frac{-(\Gamma \hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)^2}{\left((\Gamma \hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)^2 \right)^2} \left[f_0^a(\vec{p} - \hbar \vec{k} / 2) - f_0^a(\vec{p} + \hbar \vec{k} / 2) \right] = 0 \quad (\text{A.9})$$

Bunu kullanarak aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$\frac{\partial \chi_a(\vec{k}, i\Gamma)}{\partial \omega} = 2\hbar \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{2i\Gamma \hbar \vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m}{\left((\Gamma \hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)^2 \right)^2} \left[f_0^a(\vec{p} - \hbar \vec{k} / 2) - f_0^a(\vec{p} + \hbar \vec{k} / 2) \right] \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial \chi_a(\vec{k}, -i\Gamma)}{\partial \omega} = 2\hbar \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{-2i\Gamma \hbar \vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m}{\left((\Gamma \hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)^2 \right)^2} \left[f_0^a(\vec{p} - \hbar \vec{k} / 2) - f_0^a(\vec{p} + \hbar \vec{k} / 2) \right] \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial \chi_a(-\vec{k}, i\Gamma)}{\partial \omega} = 2\hbar \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{2i\Gamma \hbar \vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m}{\left((\Gamma \hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)^2 \right)^2} \left[f_0^a(\vec{p} - \hbar \vec{k} / 2) - f_0^a(\vec{p} + \hbar \vec{k} / 2) \right] \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial \chi_a(-\vec{k}, -i\Gamma)}{\partial \omega} = 2\hbar \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{-2i\Gamma \hbar \vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m}{\left((\Gamma \hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)^2 \right)^2} \left[f_0^a(\vec{p} - \hbar \vec{k} / 2) - f_0^a(\vec{p} + \hbar \vec{k} / 2) \right] \quad (\text{A.13})$$

Linhard fonksiyonlarının türev ifadeleri arasında var olan

$$\left. \frac{\partial \chi_a(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=-i\Gamma} = - \left. \frac{\partial \chi_a(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=i\Gamma} \quad (\text{A.14})$$

$$\left. \frac{\partial \chi_a(-\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=i\Gamma} = \left. \frac{\partial \chi_a(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=i\Gamma} = - \left. \frac{\partial \chi_a(-\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=-i\Gamma}$$

eşitliklerini kullanılarak geçirgenlik bağıntısının türevleri arasındaki eşitlikler aşağıdaki gibi bulunur

$$\left. \frac{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=-i\Gamma} = - \left. \frac{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=i\Gamma} \quad (\text{A.15})$$

$$\left. \frac{\partial \varepsilon(-\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=i\Gamma} = \left. \frac{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=i\Gamma} = - \left. \frac{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=-i\Gamma} = - \left. \frac{\partial \varepsilon(-\vec{k}, \omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=-i\Gamma}$$

Kaynak Terimlerin Korelasyonları

Başlangıç yoğunluk salınımlarını içeren kaynak terimler

$$\begin{aligned}
 A_a(\vec{k}, \omega) &= \sum_s \hbar \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\langle \vec{p} + \hbar \vec{k} / 2 | \delta \rho_{a,s}(0) | \vec{p} - \hbar \vec{k} / 2 \rangle}{\hbar \omega - \vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m} \\
 A_a(-\vec{k}', \omega) &= \sum_{s'} \hbar \int \frac{d^3 p'}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\langle \vec{p}' - \hbar \vec{k}' / 2 | \delta \rho_{a,s'}(0) | \vec{p}' + \hbar \vec{k}' / 2 \rangle}{\hbar \omega + \vec{p}' \cdot \hbar \vec{k}' / m}
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

olarak tanımlandı. Nötron ve proton için aralarındaki korelasyonlar

$$\begin{aligned}
 &\overline{A_n(\vec{k}, i\Gamma) A_n(-\vec{k}', i\Gamma)} \\
 &= \sum_{s,s'} \hbar^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{d^3 p'}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\langle \vec{p} + \hbar \vec{k} / 2 | \delta \rho_{n,s}(0) | \vec{p} - \hbar \vec{k} / 2 \rangle \langle \vec{p}' - \hbar \vec{k}' / 2 | \delta \rho_{n,s'}(0) | \vec{p}' + \hbar \vec{k}' / 2 \rangle}{(i\Gamma \hbar - \vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)(i\Gamma \hbar + \vec{p}' \cdot \hbar \vec{k}' / m)} \\
 &\overline{A_p(\vec{k}, i\Gamma) A_p(-\vec{k}', i\Gamma)} \\
 &= \sum_{s,s'} \hbar^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{d^3 p'}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\langle \vec{p} + \hbar \vec{k} / 2 | \delta \rho_{p,s}(0) | \vec{p} - \hbar \vec{k} / 2 \rangle \langle \vec{p}' - \hbar \vec{k}' / 2 | \delta \rho_{p,s'}(0) | \vec{p}' + \hbar \vec{k}' / 2 \rangle}{(i\Gamma \hbar - \vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)(i\Gamma \hbar + \vec{p}' \cdot \hbar \vec{k}' / m)}
 \end{aligned} \tag{A.17}$$

olur. SOA yaklaşımı için verilen başlangıç yoğunluk matrislerinin korelasyonları ifadesi kullanılırsa

$$\overline{A_p(\vec{k}, i\Gamma) A_n(-\vec{k}', i\Gamma)} = \overline{A_n(\vec{k}, i\Gamma) A_p(-\vec{k}', i\Gamma)} = 0 \tag{A.18}$$

olur. Nötron-nötron için olan ifadeler farklı k ve ω durumlarında

$$\overline{A_n(\vec{k}, i\Gamma) A_n(-\vec{k}', i\Gamma)} = -2\hbar^2 (2\pi)^3 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{f_0^n(\vec{p} + \hbar \vec{k} / 2) (1 - f_0^n(\vec{p} - \hbar \vec{k} / 2))}{(\Gamma \hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)^2} \tag{A.19}$$

$$\overline{A_n(\vec{k}, -i\Gamma)A_n(-\vec{k}', -i\Gamma)} = -2\hbar^2(2\pi)^3 \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{f_0^n(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2)(1 - f_0^n(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2))}{(\Gamma\hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar\vec{k}/m)^2} \quad (\text{A.20})$$

$$\begin{aligned} \overline{A_n(\vec{k}, -i\Gamma)A_n(-\vec{k}', i\Gamma)} = \\ 2\hbar^2(2\pi)^3 \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{(i\Gamma\hbar - \vec{p} \cdot \hbar\vec{k}/m)^2}{-\left[(\Gamma\hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar\vec{k}/m)^2\right]^2} f_0^n(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2)(1 - f_0^n(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2)) \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

$$\overline{A_n(\vec{k}, i\Gamma)A_n(-\vec{k}', -i\Gamma)} = 2\hbar^2(2\pi)^3 \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\left[(\Gamma\hbar)^2 - (\vec{p} \cdot \hbar\vec{k}/m)^2\right]}{\left[(\Gamma\hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar\vec{k}/m)^2\right]^2} f_0^n(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2)(1 - f_0^n(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2)) \quad (\text{A.22})$$

olarak elde edilir. Bunlar arasında aşağıdaki eşitlikler olduğu görülür.

$$\begin{aligned} \overline{A_a(\vec{k}, i\Gamma)A_a(-\vec{k}', i\Gamma)} = \overline{A_a(\vec{k}, -i\Gamma)A_a(-\vec{k}', -i\Gamma)} \\ \overline{A_a(\vec{k}, i\Gamma)A_a(-\vec{k}', -i\Gamma)} = \overline{A_a(\vec{k}, -i\Gamma)A_a(-\vec{k}', i\Gamma)} \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Bu ifadelerdeki integraller için

$$I_a^\pm = 2\hbar^2 \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\left[(\Gamma\hbar)^2 \pm (\vec{p} \cdot \hbar\vec{k}/m)^2\right]}{\left[(\Gamma\hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar\vec{k}/m)^2\right]^2} f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2)(1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2)) \quad (\text{A.24})$$

tanımı kullanılırsa, kaynak terimlerin korelasyonları I_a^\pm tanımlaması cinsinden

$$\begin{aligned} \overline{A_n(\vec{k}, i\Gamma)A_n(-\vec{k}', i\Gamma)} = \overline{A_n(\vec{k}, -i\Gamma)A_n(-\vec{k}', -i\Gamma)} = -I_n^+(2\pi)^3 \\ \overline{A_n(\vec{k}, i\Gamma)A_n(-\vec{k}', -i\Gamma)} = \overline{A_n(\vec{k}, -i\Gamma)A_n(-\vec{k}', i\Gamma)} = I_n^-(2\pi)^3 \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

olur. Bu sonuçlar kolektif singülerlik için bulunan

$$\sigma_{ab}^{pole}(\vec{k}, t) = \frac{E_{ab}^+(e^{2\Gamma t} + e^{-2\Gamma t})}{\left[\frac{\partial \varepsilon(\vec{k}, w)}{\partial w} \Big|_{w=i\Gamma} \right]^2} + \frac{2E_{ab}^-}{\left[\frac{\partial \varepsilon(\vec{k}, w)}{\partial w} \Big|_{w=i\Gamma} \right]^2} \quad (\text{A.26})$$

ifadesinde kullanılır. Bu durumda, spektral yoğunluk korelasyon ifadesindeki terimler nötron-nötron, proton-proton ve nötron-proton için aşağıdaki gibi olur

$$\begin{aligned} E_{nn}^+ &= \left[1 + F_0^{pp} \chi_p \right]^2 \overline{A_n(\vec{k}, i\Gamma) A_n(-\vec{k}', i\Gamma)} + \left[F_0^{np} \chi_n \right]^2 \overline{A_p(\vec{k}, i\Gamma) A_p(-\vec{k}', i\Gamma)} \\ &= \left[1 + F_0^{pp} \chi_p \right]^2 I_n^+ + \left[F_0^{np} \chi_n \right]^2 I_p^+ \\ E_{pp}^+ &= \left[1 + F_0^{nn} \chi_n \right]^2 \overline{A_p(\vec{k}, i\Gamma) A_p(-\vec{k}', i\Gamma)} + \left[F_0^{pn} \chi_p \right]^2 \overline{A_n(\vec{k}, i\Gamma) A_n(-\vec{k}', i\Gamma)} \\ &= \left[1 + F_0^{nn} \chi_n \right]^2 I_p^+ + \left[F_0^{pn} \chi_p \right]^2 I_n^+ \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

$$\begin{aligned} E_{nn}^- &= \left[1 + F_0^{pp} \chi_p \right]^2 \overline{A_n(\vec{k}, i\Gamma) A_n(-\vec{k}', -i\Gamma)} + \left[F_0^{np} \chi_n \right]^2 \overline{A_p(\vec{k}, i\Gamma) A_p(-\vec{k}', -i\Gamma)} \\ &= \left[1 + F_0^{pp} \chi_p \right]^2 I_n^- + \left[F_0^{np} \chi_n \right]^2 I_p^- \\ E_{pp}^- &= \left[1 + F_0^{nn} \chi_n \right]^2 \overline{A_p(\vec{k}, i\Gamma) A_p(-\vec{k}', -i\Gamma)} + \left[F_0^{pn} \chi_p \right]^2 \overline{A_n(\vec{k}, i\Gamma) A_n(-\vec{k}', -i\Gamma)} \\ &= \left[1 + F_0^{nn} \chi_n \right]^2 I_p^- + \left[F_0^{pn} \chi_p \right]^2 I_n^- \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

$$\begin{aligned} E_{np}^+ &= - \left[1 + F_0^{pp} \chi_p \right] F_0^{pn} \chi_p \overline{A_n(\vec{k}, i\Gamma) A_n(-\vec{k}', i\Gamma)} - \left[1 + F_0^{nn} \chi_n \right] F_0^{np} \chi_n \overline{A_p(\vec{k}, i\Gamma) A_p(-\vec{k}', i\Gamma)} \\ &= - \left[1 + F_0^{pp} \chi_p \right] F_0^{pn} \chi_p I_n^+ - \left[1 + F_0^{nn} \chi_n \right] F_0^{np} \chi_n I_p^+ \\ E_{np}^- &= - \left[1 + F_0^{pp} \chi_p \right] F_0^{pn} \chi_p \overline{A_n(\vec{k}, i\Gamma) A_n(-\vec{k}', -i\Gamma)} - \left[1 + F_0^{nn} \chi_n \right] F_0^{np} \chi_n \overline{A_p(\vec{k}, i\Gamma) A_p(-\vec{k}', -i\Gamma)} \\ &= - \left[1 + F_0^{pp} \chi_p \right] F_0^{pn} \chi_p I_n^- - \left[1 + F_0^{nn} \chi_n \right] F_0^{np} \chi_n I_p^- \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Ek B: Spektral Korelasyon Fonksiyonuna Kollektif Olmayan Modların Katkısı

Yoğunluk dalgalanması $\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\vec{k}, t)$ ifadesinde integrali sonsuz yapan kollektif (pole) ve kollektif olmayan singüler (cut) etkiler göz önüne alındığında yoğunluk salınım ifadesi her ikisinden gelen katkıların toplamı olacak şekilde

$$\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(\vec{k}, t) = \delta\tilde{\rho}_a^\lambda(P; \vec{k}, t) + \delta\tilde{\rho}_a^\lambda(C, \vec{k}, t) \quad (\text{B.1})$$

yazılır. Burada $\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(P; \vec{k}, t) \equiv \delta\rho_a^{pole}(\vec{k}, t)$ ve $\delta\tilde{\rho}_a^\lambda(C, \vec{k}, t) \equiv \delta\rho_a^{cut}(\vec{k}, t)$ olarak kullanıldı. Bu durumda korelasyon tanımı aşağıdaki gibi dört terimi verir

$$\begin{aligned} \overline{\delta\rho_a(\vec{k}, t) [\delta\rho_b(\vec{k}', t)]^*} &= \overline{[\delta\rho_a^{pole}(\vec{k}, t) + \delta\rho_a^{cut}(\vec{k}, t)] [\delta\rho_b^{pole}(\vec{k}', t) + \delta\rho_b^{cut}(\vec{k}', t)]^*} \\ &= \overline{\delta\rho_a^{pole}(\vec{k}, t) [\delta\rho_b^{pole}(\vec{k}', t)]^*} + \overline{\delta\rho_a^{cut}(\vec{k}, t) [\delta\rho_b^{cut}(\vec{k}', t)]^*} \\ &\quad + \overline{\delta\rho_a^{pole}(\vec{k}, t) [\delta\rho_b^{cut}(\vec{k}', t)]^*} + \overline{\delta\rho_a^{cut}(\vec{k}, t) [\delta\rho_b^{pole}(\vec{k}', t)]^*} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

İlk terim $\sigma_{ab}(PP; \vec{k}, t) \sim \overline{[\delta\rho_a^{pole}(\vec{k}, t)] [\delta\rho_b^{pole}(\vec{k}', t)]^*}$, kollektif modlardan gelen katkı olarak Ek A'da hesaplandı. Kollektif olmayan modlardan gelen katkı ilave edildiğinde üç tane fazladan terim gelir. Bu terimler aşağıdaki gibi olur

$$\overline{\delta\rho_a^{cut}(\vec{k}, t) \delta\rho_b^{cut}(-\vec{k}', t)} = (2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') [A_{ab}^+(\vec{k}, t) + \tilde{A}_{ab}^+(\vec{k}, t) + \tilde{A}_{ab}^-(\vec{k}, t) + A_{ab}^-(\vec{k}, t)] \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned} \overline{\delta\rho_a^{pole}(\vec{k}, t) \delta\rho_b^{cut}(-\vec{k}', t)} &= \overline{\delta\rho_a^{cut}(\vec{k}, t) [\delta\rho_b^{pole}(-\vec{k}', t)]} \\ &= (2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') [B_{ab}^+(\vec{k}, t) + \tilde{B}_{ab}^+(\vec{k}, t) + \tilde{B}_{ab}^-(\vec{k}, t) + B_{ab}^-(\vec{k}, t)] \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Burada spektral korelasyon CC (cut-cut) ve CP (cut-pole) olarak aşağıdaki gibi tanımlandı

$$\tilde{\sigma}_{ab}(CC; \vec{k}, t) = A_{ab}^+(\vec{k}, t) + \tilde{A}_{ab}^+(\vec{k}, t) + \tilde{A}_{ab}^-(\vec{k}, t) + A_{ab}^-(\vec{k}, t) \quad (\text{B.5})$$

$$\tilde{\sigma}_{ab}(PC; \vec{k}, t) = B_{ab}^+(\vec{k}, t) + \tilde{B}_{ab}^+(\vec{k}, t) + \tilde{B}_{ab}^-(\vec{k}, t) + B_{ab}^-(\vec{k}, t) \quad (\text{B.6})$$

Böylece nötron ve protondan oluşan asimetrik bir sistemin toplam spektral yoğunluk korelasyon ifadesi

$$\sigma(\vec{k}, t) = \sigma_{pp}(\vec{k}, t) + 2\sigma_{pn}(\vec{k}, t) + \sigma_{nn}(\vec{k}, t) \quad (\text{B.7})$$

olacak ve her bir terime toplam katkılar

$$\tilde{\sigma}_{ab}(\vec{k}, t) = \tilde{\sigma}_{ab}(\text{PP}; \vec{k}, t) + 2\tilde{\sigma}_{ab}(\text{PC}; \vec{k}, t) + \tilde{\sigma}_{ab}(\text{CC}; \vec{k}, t) \quad (\text{B.8})$$

olarak yansiyacaktır.

Kollektif olmayan singüler noktaların etkileri için

$$\delta\tilde{\rho}_{cut}^\lambda(\vec{k}, t) = -i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left[\frac{G^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} - \frac{G^\lambda(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right] e^{-i\omega t} \quad (\text{B.9})$$

ifadesi kullanılarak nükleon (nötron ve proton) yoğunluk salınım ifadeleri

$$\begin{aligned} \delta\tilde{\rho}_n^\lambda(C; \vec{k}, t) &= -i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left[\frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] A_n^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) - F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_p^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \right] A_n^\lambda(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) - F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) A_p^\lambda(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right] e^{-i\omega t} \\ \delta\tilde{\rho}_p^\lambda(C; \vec{k}, t) &= -i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left[\frac{\left[1 + F_0^{mn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] A_p^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) - F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_n^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\left[1 + F_0^{mn} \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \right] A_p^\lambda(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) - F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) A_n^\lambda(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right] e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

olarak yazılır. Birinci satırdaki terimlerin çarpımı $A_{ab}^+(\vec{k}, t)$, birinci ile ikinci satırdaki terimlerin çarpımı $\tilde{A}_{ab}^+(\vec{k}, t)$, ikinci ile birinci satırdaki terimlerin çarpımı $\tilde{A}_{ab}^-(\vec{k}, t)$ ve ikinci satırdaki terimlerin çarpımı $A_{ab}^-(\vec{k}, t)$ olarak tanımlandı.

Çarpımlarda, denklem (2.23) ifadesindeki δ_{ab} terimden dolayı bazı terimler sıfır olacaktır. Bu tanımlara göre, $A_{ab}^+(\vec{k}, t)$ için nn (nötron-nötron), pp (proton-proton) ve np (nötron-proton) kombinasyonları aşağıdaki gibi olur,

$$A_{nn}^+(\vec{k}, t) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw'}{2\pi} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega' + i\varepsilon)\right] \overline{A_n^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_n^\lambda(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)}}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} + \frac{F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega' + i\varepsilon) \overline{A_p^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_p^\lambda(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)}}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \quad (\text{B.11})$$

$$A_{pp}^+(\vec{k}, t) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw'}{2\pi} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] \left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega' + i\varepsilon)\right] \overline{A_p^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_p^\lambda(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)}}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} + \frac{F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, \omega' + i\varepsilon) \overline{A_n^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_n^\lambda(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)}}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \quad (\text{B.12})$$

$$A_{np}^+(\vec{k}, t) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw'}{2\pi} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \overline{A_n^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_n^\lambda(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)}}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} + \frac{F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega' + i\varepsilon) \left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] \overline{A_p^\lambda(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_p^\lambda(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)}}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \quad (\text{B.13})$$

Burada, $\left[\delta\rho_{n,cut}(\vec{k}', t)\right]^* = \delta\rho_{n,cut}(-\vec{k}', t)$ eşitliği kullanıldı. Kaynak terimlerin korelasyonu $\overline{A_a(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_a(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)}$ için SOA yaklaşımı içinde

$$\begin{aligned}
\overline{A_a(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_a(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} &= \sum_{s, s'} \hbar^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi \hbar)^3} \\
&\times \frac{\langle \vec{p} + \hbar\vec{k} / 2 | \delta\rho_{a,s}(0) | \vec{p} - \hbar\vec{k} / 2 \rangle \langle \vec{p}' - \hbar\vec{k}' / 2 | \delta\rho_{a,s'}(0) | \vec{p}' + \hbar\vec{k}' / 2 \rangle}{\hbar(\omega + i\varepsilon) - \vec{p} \cdot \hbar\vec{k} / m} \frac{\hbar(\omega' + i\varepsilon) + \vec{p}' \cdot \hbar\vec{k}' / m}{\hbar(\omega' + i\varepsilon) + \vec{p}' \cdot \hbar\vec{k}' / m} \\
&= 2(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k} / 2) (1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k} / 2))}{[\omega + i\varepsilon - \vec{p} \cdot \vec{k} / m][\omega' + i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k} / m]}
\end{aligned} \tag{B.14}$$

olur. Buradan

$$\overline{A_a(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_a(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} = 2(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k} / 2) (1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k} / 2))}{[\omega + i\varepsilon - \vec{p} \cdot \vec{k} / m][\omega' + i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k} / m]} \tag{B.15}$$

bulunur. Burada

$$\left(\frac{1}{\omega + i\varepsilon - \vec{p} \cdot \vec{k} / m} \right) \left(\frac{1}{\omega' + i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k} / m} \right) = \frac{-1}{\omega + \omega' + 2i\varepsilon} \left[\frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} - \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m + \omega' + i\varepsilon} \right] \tag{B.16}$$

kullanılırsa

$$\begin{aligned}
\overline{A_a(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_a(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} &= 2(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{-1}{\omega + \omega' + 2i\varepsilon} \left[\frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} - \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m + \omega' + i\varepsilon} \right] \\
&\times f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k} / 2) (1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k} / 2))
\end{aligned} \tag{B.17}$$

elde edilir. Yeni bir fonksiyon olarak $\phi_a(\omega + i\varepsilon)$ aşağıdaki gibi tanımlanır

$$\phi_a(\omega \pm i\varepsilon) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k} / 2) \left[1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k} / 2) \right] \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - (\omega \pm i\varepsilon)} \tag{B.18}$$

Bunun diğer formları $\phi_a(-\omega \pm i\varepsilon)$ da elde edilir. $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$ değişimi yapılırsa

$\phi_a(-\omega - i\varepsilon) = -\phi_a(\omega + i\varepsilon)$ ve $\phi_a(-\omega + i\varepsilon) = -\phi_a(\omega - i\varepsilon)$ olduğu görülür. Bu durumda

kaynak terimin korelasyonu bu fonksiyonlar cinsinden

$$\overline{A_a(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_a(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} = -(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \frac{1}{\omega + \omega' + 2i\varepsilon} [\phi_a(\omega + i\varepsilon) + \phi_a(\omega' + i\varepsilon)] \quad (\text{B.19})$$

elde edilir. Bu sonuç kullanılırsa

$$A_{nn}^+(\vec{k}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega' + 2i\varepsilon} \times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)\right] [\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(\omega' + i\varepsilon)]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} + \frac{\left[F_0^{np}\right]^2 \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \chi_n(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon) [\phi_p(\omega + i\varepsilon) + \phi_p(\omega' + i\varepsilon)]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \quad (\text{B.20})$$

$$A_{pp}^+(\vec{k}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega' + 2i\varepsilon} \times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] \left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)\right] [\phi_p(\omega + i\varepsilon) + \phi_p(\omega' + i\varepsilon)]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} + \frac{\left[F_0^{pn}\right]^2 \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \chi_p(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon) [\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(\omega' + i\varepsilon)]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \quad (\text{B.21})$$

$$A_{np}^+(\vec{k}, t) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega' + 2i\varepsilon} \times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) [\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(\omega' + i\varepsilon)]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} + \frac{F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega' + i\varepsilon) \left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] [\phi_p(\omega + i\varepsilon) + \phi_p(\omega' + i\varepsilon)]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \quad (\text{B.22})$$

olur. Burada $\frac{1}{\omega + \omega' + 2i\varepsilon}$ terimi esas değer (principle value) ve delta kısımları olarak aşağıdaki gibi ayrılır

$$\frac{1}{\omega + \omega' \pm 2i\varepsilon} = P \left(\frac{1}{\omega + \omega'} \right) \mp \pi i \delta(\omega + \omega') \quad . \quad (\text{B.23})$$

Buradaki delta terimi limit ifadesi cinsinden yazılmak istenirse

$$\frac{1}{\omega + \omega' + 2i\varepsilon} = \frac{\omega + \omega'}{(\omega + \omega')^2 + (2\varepsilon)^2} - \frac{2i\varepsilon}{(\omega + \omega')^2 + (2\varepsilon)^2} \quad (\text{B.24})$$

açılımı kullanılarak

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\omega + \omega' + 2i\varepsilon} \right) = \frac{1}{\omega + \omega'} - i \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{2\varepsilon}{(\omega + \omega')^2 + (2\varepsilon)^2} \right) = \frac{1}{\omega + \omega'} - i\pi\delta(\omega + \omega') \quad (\text{B.25})$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{2\varepsilon}{(\omega + \omega')^2 + (2\varepsilon)^2} \right) = \pi\delta(\omega + \omega') \quad (\text{B.26})$$

olduğu bulunur. Böylece

$$\begin{aligned} A_{nn}^+(\vec{k}, t) = & P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega'} \left\{ \frac{\left[\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon) \right] \left[\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(\omega' + i\varepsilon) \right] \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\varepsilon(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right. \\ & \left. + \frac{(F_0^{np})^2 \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \chi_n(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon) \left[\phi_p(\omega + i\varepsilon) + \phi_p(\omega' + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\varepsilon(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \\ & - \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left\{ \frac{\left[\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, -\omega + i\varepsilon) \right] \left[\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(-\omega + i\varepsilon) \right] \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\varepsilon(\vec{k}, -\omega + i\varepsilon)} \right. \\ & \left. + \frac{(F_0^{np})^2 \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \chi_n(\vec{k}, -\omega + i\varepsilon) \left[\phi_p(\omega + i\varepsilon) + \phi_p(-\omega + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\varepsilon(\vec{k}, -\omega + i\varepsilon)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

$$\begin{aligned}
A_{PP}^+(\vec{k}, t) = & P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega'} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] \left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon) \right] \left[\phi_p(\omega + i\varepsilon) + \phi_p(\omega' + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{(F_0^{pn})^2 \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \chi_p(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon) \left[\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(\omega' + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \\
& - \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] \left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, -\omega + i\varepsilon) \right] \left[\phi_p(\omega + i\varepsilon) + \phi_p(-\omega + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}, -\omega + i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{(F_0^{pn})^2 \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \chi_p(\vec{k}, -\omega + i\varepsilon) \left[\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(-\omega + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}, -\omega + i\varepsilon)} \right\}
\end{aligned} \tag{B.28}$$

$$\begin{aligned}
A_{nP}^+(\vec{k}, t) = & -P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega'} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon) \left[\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(\omega' + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] \left[\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(\omega' + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \\
& + \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, \omega' + i\varepsilon) \left[\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(-\omega + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}, -\omega + i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \left[\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(-\omega + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}, -\omega + i\varepsilon)} \right\}
\end{aligned} \tag{B.29}$$

sonuçları elde edilir. Burada $\chi_a(-\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) = \chi_a(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon)$ eşitliği vardır.

$A_{ab}^-(\vec{k}, t)$ terimleri için benzer şekilde önce kaynak terimleri cinsinden aşağıdaki gibi

$$A_{mn}^-(\vec{k}, t) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw'}{2\pi} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{PP} \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \right] \left[1 + F_0^{PP} \chi_p(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \right] \overline{A_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) A_n(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)}}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right. \\ \left. + \frac{\left(F_0^{np} \right)^2 \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \chi_n(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \overline{A_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) A_p(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)}}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \quad (\text{B.30})$$

yazılır ve kaynak terimlerin korelasyonundan

$$\overline{A_a(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) A_a(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} = 2(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2) (1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2))}{[\omega - i\varepsilon - \vec{p} \cdot \vec{k} / m][\omega' - i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k} / m]} \quad (\text{B.31})$$

Ifadesi bulunur. Burada

$$\left(\frac{1}{\omega - i\varepsilon - \vec{p} \cdot \vec{k} / m} \right) \left(\frac{1}{\omega' - i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k} / m} \right) = \frac{-1}{\omega + \omega' - 2i\varepsilon} \left[\frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega + i\varepsilon} - \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m + \omega' - i\varepsilon} \right] \quad (\text{B.32})$$

eşitliği kullanılarak

$$\overline{A_a(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) A_a(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} = -(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \frac{1}{\omega + \omega' - 2i\varepsilon} [\phi_a(\omega - i\varepsilon) + \phi_a(\omega' - i\varepsilon)] \quad (\text{B.33})$$

yazılır ve $A_{mn}^-(\vec{k}, t)$ ifadesi

$$A_{mn}^-(\vec{k}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega' - 2i\varepsilon} \\ \times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{PP} \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \right] \left[1 + F_0^{PP} \chi_p(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \right] [\phi_n(\omega - i\varepsilon) + \phi_n(\omega' - i\varepsilon)]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right. \\ \left. + \frac{\left(F_0^{np} \right)^2 \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \chi_n(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) [\phi_p(\omega - i\varepsilon) + \phi_p(\omega' - i\varepsilon)]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \quad (\text{B.34})$$

olarak elde edilir. Buradan da

$$\begin{aligned}
A_{nm}^-(\vec{k}, t) = & P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega'} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{PP} \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \right] \left[1 + F_0^{PP} \chi_p(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \right] \left[\phi_n(\omega - i\varepsilon) + \phi_n(\omega' - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{\left(F_0^{np} \right)^2 \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \chi_n(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \left[\phi_p(\omega - i\varepsilon) + \phi_p(\omega' - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \\
& + \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{PP} \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \right] \left[1 + F_0^{PP} \chi_p(\vec{k}, -\omega - i\varepsilon) \right] \left[\phi_n(\omega - i\varepsilon) + \phi_n(-\omega - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}, -\omega - i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{\left(F_0^{np} \right)^2 \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \chi_n(\vec{k}, -\omega - i\varepsilon) \left[\phi_p(\omega - i\varepsilon) + \phi_p(-\omega - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}, -\omega - i\varepsilon)} \right\}
\end{aligned} \tag{B.35}$$

sonucu bulunur. $A_{pp}^-(\vec{k}, t)$ ve $A_{np}^-(\vec{k}, t)$ ifadelerinde aynı formalizm kullanılır ve aşağıdaki ifadeler elde edilir

$$\begin{aligned}
A_{pp}^-(\vec{k}, t) = & P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega'} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \right] \left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \right] \left[\phi_p(\omega - i\varepsilon) + \phi_p(\omega' - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{\left(F_0^{pn} \right)^2 \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \chi_p(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \left[\phi_n(\omega - i\varepsilon) + \phi_n(\omega' - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \\
& + \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \right] \left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, -\omega - i\varepsilon) \right] \left[\phi_p(\omega - i\varepsilon) + \phi_p(-\omega - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}, -\omega - i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{\left(F_0^{pn} \right)^2 \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \chi_p(\vec{k}, -\omega - i\varepsilon) \left[\phi_n(\omega - i\varepsilon) + \phi_n(-\omega - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}, -\omega - i\varepsilon)} \right\}
\end{aligned} \tag{B.36}$$

$$\begin{aligned}
A_{np}^-(\vec{k}, t) = & - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega' - 2i\varepsilon} \\
& \times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \right] F_0^{np} \chi_n(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \left[\phi_p(\omega - i\varepsilon) + \phi_p(\omega' - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \right] \left[\phi_n(\omega - i\varepsilon) + \phi_n(\omega' - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t}
\end{aligned} \tag{B.37}$$

$\tilde{A}_{ab}^+(\vec{k}, t)$ ifadesi nötron nötron n için

$$\begin{aligned}
\tilde{A}_{nn}^+(\vec{k}, t) = & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \right] \overline{A_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_n(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)}}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{(F_0^{np})^2 \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \chi_n(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \overline{A_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_p(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)}}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t}
\end{aligned} \tag{B.38}$$

olur. Kaynak terimlerin korelasyonu

$$\overline{A_a(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_a(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} = 2(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{f_0^a(\vec{p} + \hbar \vec{k} / 2) (1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar \vec{k} / 2))}{[\omega + i\varepsilon - \vec{p} \cdot \vec{k} / m][\omega' - i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k} / m]} \tag{B.39}$$

ifadesinin paydasındaki terimler

$$\left(\frac{1}{\omega + i\varepsilon - \vec{p} \cdot \vec{k} / m} \right) \left(\frac{1}{\omega' - i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k} / m} \right) = \frac{-1}{\omega + \omega'} \left[\frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} - \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m + \omega' - i\varepsilon} \right] \tag{B.40}$$

alınarak

$$\overline{A_a(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) A_a(-\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} = -(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \frac{1}{\omega + \omega'} \left[\phi_a(\omega + i\varepsilon) + \phi_a(\omega' - i\varepsilon) \right] \tag{B.41}$$

yazılır ve

$$\begin{aligned}
\tilde{A}_{nn}^+(\vec{k}, t) = & - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega'} \\
& \times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \left[\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(\omega' - i\varepsilon) \right] \right. \\
& \left. + \frac{(F_0^{np})^2 \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \chi_n(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \left[\phi_p(\omega + i\varepsilon) + \phi_p(\omega' - i\varepsilon) \right] \right\} e^{-i(\omega + \omega')t}
\end{aligned} \tag{B.42}$$

elde edilir.

Benzer şekilde $\tilde{A}_{pp}^+(\vec{k}, t)$ ve $\tilde{A}_{np}^+(\vec{k}, t)$ ifadeleri aşağıdaki gibi bulunur

$$\begin{aligned}
\tilde{A}_{pp}^+(\vec{k}, t) = & - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega'} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] \left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \left[\phi_p(\omega + i\varepsilon) + \phi_p(\omega' - i\varepsilon) \right] \right. \\
& \left. + \frac{(F_0^{pn})^2 \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \chi_p(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \left[\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(\omega' - i\varepsilon) \right] \right\} e^{-i(\omega + \omega')t}
\end{aligned} \tag{B.43}$$

ve

$$\begin{aligned}
\tilde{A}_{np}^+(\vec{k}, t) = & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega'} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] F_0^{np} \chi_n(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \left[\phi_p(\omega + i\varepsilon) + \phi_p(\omega' - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon) \right] \left[\phi_n(\omega + i\varepsilon) + \phi_n(\omega' - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' - i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t}
\end{aligned} \tag{B.44}$$

$\tilde{A}_{ab}^-(\vec{k}, t)$ ifadesini nötron nötron için aşağıdaki gibi yazılır

$$\tilde{A}_{nn}^-(\vec{k}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)\right] \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)\right] \overline{A_{n,s}(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) A_n(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)}}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} + \frac{(F_0^{np})^2 \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \chi_n(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon) \overline{A_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) A_p(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)}}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \quad (\text{B.45})$$

Kaynak terimlerin korelasyonu

$$\overline{A_a(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) A_a(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} = 2(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2) (1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2))}{[\omega - i\varepsilon - \vec{p} \cdot \vec{k}/m][\omega' + i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k}/m]} \quad (\text{B.46})$$

ve bunun içerdği teriler

$$\left(\frac{1}{\omega - i\varepsilon - \vec{p} \cdot \vec{k}/m} \right) \left(\frac{1}{\omega' + i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k}/m} \right) = \frac{-1}{\omega + \omega'} \left[\frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k}/m - \omega + i\varepsilon} - \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k}/m + \omega' + i\varepsilon} \right] \quad (\text{B.47})$$

olarak alınarak

$$\overline{A_a(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) A_a(-\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} = -(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \frac{1}{\omega + \omega'} [\phi_a(\omega - i\varepsilon) + \phi_a(\omega' + i\varepsilon)] \quad (\text{B.48})$$

şeklinde tanımlanır. Bunlar kullanılırsa

$$\tilde{A}_{nn}^-(\vec{k}, t) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega + \omega'} \times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)\right] \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)\right] \left[\phi_n(\omega - i\varepsilon) + \phi_n(\omega' + i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} + \frac{(F_0^{np})^2 \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \chi_n(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon) \left[\phi_p(\omega - i\varepsilon) + \phi_p(\omega' + i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \varepsilon(\vec{k}', \omega' + i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega + \omega')t} \quad (\text{B.49})$$

bulunur. Yukarıdaki formalizm pp ve pn için kullanılarak

$$\tilde{A}_{pp}^-(\vec{k}, t) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega+\omega'} \left\{ \frac{\left[\left[1+F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega-i\varepsilon) \right] \left[1+F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}', \omega'+i\varepsilon) \right] \left[\phi_p(\omega-i\varepsilon)+\phi_p(\omega'+i\varepsilon) \right] \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega-i\varepsilon)\varepsilon(\vec{k}', \omega'+i\varepsilon)} \right. \\ \left. + \frac{(F_0^{pn})^2 \chi_p(\vec{k}, \omega-i\varepsilon)\chi_p(\vec{k}', \omega'+i\varepsilon) \left[\phi_n(\omega-i\varepsilon)+\phi_n(\omega'+i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega-i\varepsilon)\varepsilon(\vec{k}', \omega'+i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega+\omega')t} \quad (\text{B.50})$$

ve

$$\tilde{A}_{pn}^-(\vec{k}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{1}{\omega+\omega'} \left\{ \frac{\left[\left[1+F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, \omega-i\varepsilon) \right] F_0^{np} \chi_n(\vec{k}', \omega'+i\varepsilon) \right] \left[\phi_p(\omega-i\varepsilon)+\phi_p(\omega'+i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega-i\varepsilon)\varepsilon(\vec{k}', \omega'+i\varepsilon)} \right. \\ \left. + \frac{F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, \omega-i\varepsilon) \left[1+F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}', \omega'+i\varepsilon) \right] \left[\phi_n(\omega-i\varepsilon)+\phi_n(\omega'+i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega-i\varepsilon)\varepsilon(\vec{k}', \omega'+i\varepsilon)} \right\} e^{-i(\omega+\omega')t} \quad (\text{B.51})$$

terimleri elde edilir.

Spektral yoğunluk teriminin kolektif ve kolektif olmayan yoğunluk çarpımından gelen katkılar B terimleri olarak tanımlandı. B terimleri pp, nn ve np için aşağıdaki şekilde türetildi

$$B_{nn}^+(\vec{k}, t) = \frac{ie\Gamma t}{\partial\varepsilon(\vec{k}, w)/\partial w \Big|_{w=i\Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw}{2\pi} \left\{ \frac{\left[\left[1+F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, i\Gamma) \right] \left[1+F_0^{pp} \chi_p(-\vec{k}', \omega+i\varepsilon) \right] A_n(\vec{k}, i\Gamma) A_n(-\vec{k}', \omega+i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(-\vec{k}', \omega+i\varepsilon)} \right. \\ \left. + \frac{\left(F_0^{np} \right)^2 \chi_n(\vec{k}, i\Gamma) \chi_n(-\vec{k}', \omega+i\varepsilon) A_p(\vec{k}, i\Gamma) A_p(-\vec{k}', \omega+i\varepsilon)}{\varepsilon(-\vec{k}', \omega+i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t} \quad (\text{B.52})$$

Burada kaynak terim korrelasyonları

$$\overline{A_a(\vec{k}, i\Gamma) A_a(-\vec{k}', \omega + i\varepsilon)} = 2(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2) [1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2)]}{(i\Gamma - \vec{p} \cdot \vec{k}/m)(\omega + i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k}/m)} \quad (\text{B.53})$$

şeklinde olup içerdiği terimler

$$\frac{1}{(i\Gamma - \vec{p} \cdot \vec{k}/m)(\omega + i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k}/m)} = \frac{-1}{\omega + i\Gamma} \left[\frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k}/m - i\Gamma} - \frac{1}{\omega + i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k}/m} \right]$$

olarak yazılır. Aşağıdaki tanımlar yapılarak

$$\begin{aligned} \phi_a(-\omega - i\varepsilon) &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2) [1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2)] \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k}/m - (-\omega - i\varepsilon)} \\ \phi_a(i\Gamma) &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} f_0^a(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2) [1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2)] \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k}/m - i\Gamma} \end{aligned} \quad (\text{B.53})$$

kaynak terim korrelasyonları

$$\overline{A_a(\vec{k}, i\Gamma) A_a(-\vec{k}', \omega + i\varepsilon)} = (2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \frac{-1}{\omega + i\Gamma} [\phi_a(i\Gamma) - \phi_a(-\omega - i\varepsilon)] \quad (\text{B.54})$$

şeklinde bulunur. Yukarıdaki ifadeler kullanılarak

$$\begin{aligned} B_{nn}^+(\vec{k}, t) &= \frac{-ie^{\Gamma t}}{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial \omega} \bigg|_{\omega=i\Gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{\omega + i\Gamma} \\ &\times \left\{ \frac{[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, i\Gamma)][1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)][\phi_n(i\Gamma) - \phi_n(-\omega - i\varepsilon)]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(F_0^{np})^2 \chi_n(\vec{k}, i\Gamma) \chi_n(-\vec{k}, \omega + i\varepsilon)[\phi_p(i\Gamma) - \phi_p(-\omega - i\varepsilon)]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (\text{B.55})$$

ifadesi bulunur. $\tilde{B}_m^+(\vec{k}, t)$ terimi

$$\begin{aligned}
\tilde{B}_{nn}^+(\vec{k}, t) &= \frac{-ie^{\Gamma t}}{\partial \mathcal{E}(\vec{k}, w) / \partial w \Big|_{w=i\Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw}{2\pi} \\
&\times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, i\Gamma)\right] \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(-\vec{k}', \omega - i\varepsilon)\right] \overline{A_n(\vec{k}, i\Gamma) A_n(-\vec{k}', \omega - i\varepsilon)}}{\varepsilon(-\vec{k}', \omega - i\varepsilon)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\left(F_0^{np}\right)^2 \chi_n(\vec{k}, i\Gamma) \chi_n(-\vec{k}', \omega - i\varepsilon) \overline{A_p(\vec{k}, i\Gamma) A_p(-\vec{k}', \omega - i\varepsilon)}}{\varepsilon(-\vec{k}', \omega - i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t} \quad (\text{B.56})
\end{aligned}$$

formunda olup kaynak terimlerin çarpımından

$$\overline{A_a(\vec{k}, i\Gamma) A_a(-\vec{k}', \omega - i\varepsilon)} = 2(2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{f_0^a(\vec{p} + \hbar \vec{k} / 2) [1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar \vec{k} / 2)]}{(i\Gamma - \vec{p} \cdot \vec{k} / m)(\omega - i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k} / m)} \quad (\text{B.57})$$

bulunur. Burada

$$\frac{1}{(i\Gamma - \vec{p} \cdot \vec{k} / m)(\omega - i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k} / m)} = \frac{-1}{\omega + i\Gamma} \left[\frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - i\Gamma} - \frac{1}{\omega - i\varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{k} / m} \right] \quad (\text{B.58})$$

kullanılarak

$$\overline{A_a(\vec{k}, i\Gamma) A_a(-\vec{k}', \omega - i\varepsilon)} = (2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \frac{-1}{\omega + i\Gamma} [\phi_a(i\Gamma) - \phi_a(-\omega + i\varepsilon)] \quad (\text{B.59})$$

eşitliği elde edilir. Sonuç olarak

$$\begin{aligned}
\tilde{B}_{nn}^+(\vec{k}, t) &= \frac{ie^{\Gamma t}}{\partial \mathcal{E}(\vec{k}, \omega) / \partial \omega \Big|_{\omega=i\Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{\omega + i\Gamma} \\
&\times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, i\Gamma)\right] \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)\right] [\phi_n(i\Gamma) - \phi_n(-\omega + i\varepsilon)]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\left(F_0^{np}\right)^2 \chi_n(\vec{k}, i\Gamma) \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) [\phi_p(i\Gamma) - \phi_p(-\omega + i\varepsilon)]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t} \quad (\text{B.60})
\end{aligned}$$

ifadesi bulunur. Benzer şekilde $\tilde{B}_{nn}^-(\vec{k}, t)$ ve $B_{nn}^-(\vec{k}, t)$ terimleri

$$\begin{aligned} \tilde{B}_{nn}^-(\vec{k}, t) = & \frac{-ie^{-\Gamma t}}{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial \omega \Big|_{\omega=-i\Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{\omega - i\Gamma} \\ & \times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, -i\Gamma)\right] \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] \left[\phi_n(-i\Gamma) - \phi_n(-\omega - i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right. \\ & \left. + \frac{\left(F_0^{np}\right)^2 \chi_n(\vec{k}, -i\Gamma) \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \left[\phi_p(-i\Gamma) - \phi_p(-\omega - i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (\text{B.61})$$

$$\begin{aligned} B_{nn}^-(\vec{k}, t) = & \frac{ie^{-\Gamma t}}{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial \omega \Big|_{\omega=-i\Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{\omega - i\Gamma} \\ & \times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, -i\Gamma)\right] \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)\right] \left[\phi_n(-i\Gamma) - \phi_n(-\omega + i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right. \\ & \left. + \frac{\left(F_0^{np}\right)^2 \chi_n(\vec{k}, -i\Gamma) \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \left[\phi_p(-i\Gamma) - \phi_p(-\omega + i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (\text{B.62})$$

eşitlikleriyle bulunurlar. Benzer bir yol izlenerek yukarıdaki ifadeleri pp ve np için türetmek de mümkündür. Bu durumda aşağıdaki ifadeler elde edilir

$$\begin{aligned} B_{pp}^+(\vec{k}, t) = & \frac{-ie^{\Gamma t}}{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial \omega \Big|_{\omega=i\Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{\omega + i\Gamma} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{mn} \chi_n(\vec{k}, i\Gamma)\right] \left[1 + F_0^{mn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] \left[\phi_p(i\Gamma) - \phi_p(-\omega - i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right. \\ & \left. + \frac{\left(F_0^{pn}\right)^2 \chi_p(\vec{k}, i\Gamma) \chi_p(-\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \left[\phi_n(i\Gamma) - \phi_n(-\omega - i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (\text{B.63})$$

$$\begin{aligned}
B_{pn}^+(\vec{k}, t) = & \frac{ie^{\Gamma t}}{\partial \varepsilon(\vec{k}, w) / \partial w \Big|_{w=i\Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw}{2\pi} \frac{1}{\omega + i\Gamma} \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, i\Gamma) \right] F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \left[\phi_p(i\Gamma) + \phi_p(\omega + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, i\Gamma) \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \right] \left[\phi_n(i\Gamma) + \phi_n(\omega + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{B.64}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{B}_{pp}^+(\vec{k}, t) = & \frac{ie^{\Gamma t}}{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial \omega \Big|_{\omega=i\Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{\omega + i\Gamma} \\
& \times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, i\Gamma) \right] \left[1 + F_0^n \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \right] \left[\phi_p(i\Gamma) - \phi_p(-\omega + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{\left(F_0^{pn} \right)^2 \chi_p(\vec{k}, i\Gamma) \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \left[\phi_n(i\Gamma) - \phi_n(-\omega + i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{B.65}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{B}_{pn}^+(\vec{k}, t) = & \frac{-ie^{\Gamma t}}{\partial \varepsilon(\vec{k}, w) / \partial w \Big|_{w=i\Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw}{2\pi} \frac{1}{\omega + i\Gamma} \\
& \times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, i\Gamma) \right] F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \left[\phi_p(i\Gamma) + \phi_p(\omega - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, i\Gamma) \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \right] \left[\phi_n(i\Gamma) + \phi_n(\omega - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{B.66}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{B}_{pp}^-(\vec{k}, t) &= \frac{-ie^{-\Gamma t}}{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial \omega \Big|_{\omega=-i\Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{\omega - i\Gamma} \\
&\times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{mn} \chi_n(\vec{k}, -i\Gamma)\right] \left[1 + F_0^{mn} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] \left[\phi_p(-i\Gamma) - \phi_p(-\omega - i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\left(F_0^{pn}\right)^2 \chi_p(\vec{k}, -i\Gamma) \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \left[\phi_n(-i\Gamma) - \phi_n(-\omega - i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{B.67}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{B}_{pn}^-(\vec{k}, t) &= \frac{ie^{-\Gamma t}}{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial \omega \Big|_{\omega=-i\Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{\omega - i\Gamma} \\
&\times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{mn} \chi_n(\vec{k}, -i\Gamma)\right] F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \left[\phi_p(-i\Gamma) + \phi_p(\omega + i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, -i\Gamma) \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)\right] \left[\phi_n(-i\Gamma) + \phi_n(\omega + i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{B.68}$$

$$\begin{aligned}
B_{pp}^-(\vec{k}, t) &= \frac{ie^{-\Gamma t}}{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial \omega \Big|_{\omega=-i\Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{\omega - i\Gamma} \\
&\times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{mn} \chi_n(\vec{k}, -i\Gamma)\right] \left[1 + F_0^{mn} \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)\right] \left[\phi_p(-i\Gamma) - \phi_p(-\omega + i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\left(F_0^{pn}\right)^2 \chi_p(\vec{k}, -i\Gamma) \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \left[\phi_n(-i\Gamma) - \phi_n(-\omega + i\varepsilon)\right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{B.69}$$

$$\begin{aligned}
B_{pn}^-(\vec{k}, t) = & \frac{-ie^{-\Gamma t}}{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial \omega \Big|_{\omega=-i\Gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{\omega - i\Gamma} \\
& \times \left\{ \frac{\left[1 + F_0^{nn} \chi_n(\vec{k}, -i\Gamma) \right] F_0^{np} \chi_n(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \left[\phi_p(-i\Gamma) + \phi_p(\omega - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right. \\
& \left. + \frac{F_0^{pn} \chi_p(\vec{k}, -i\Gamma) \left[1 + F_0^{pp} \chi_p(\vec{k}, \omega - i\varepsilon) \right] \left[\phi_n(-i\Gamma) + \phi_n(\omega - i\varepsilon) \right]}{\varepsilon(\vec{k}, \omega - i\varepsilon)} \right\} e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{B.70}$$

Yukarıdaki hesaplar simetrik madde için yapılırsa daha basit ifadeler elde edilir.

Simetrik madde için Linhard fonksiyonu ve $G^\lambda(\vec{k}, \omega)$ ifadesi aşağıdaki gibi olup

$$\chi(\vec{k}, \omega) = -4 \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\vec{v} \cdot \vec{k}}{\vec{v} \cdot \vec{k} - \omega} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \tag{B.71}$$

$$G^\lambda(\vec{k}, \omega) = \sum_a \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\langle \vec{p} + \hbar\vec{k}/2 | \delta \hat{\rho}_a^\lambda(0) | \vec{p} - \hbar\vec{k}/2 \rangle}{\vec{v} \cdot \vec{k} - \omega} \tag{B.72}$$

geçirgenlik ifadesi $\varepsilon(\vec{k}, \omega) = 1 + F_0 \chi(\vec{k}, \omega)$ olur. Burada $F_0 = (\partial U / \partial \rho)_0$ olup simetrik nükleer madde için potansiyel ifadesi

$$U(n) = A \left(\frac{n}{n_0} \right) + B \left(\frac{n}{n_0} \right)^{\alpha+1} - D \nabla^2 n \tag{B.73}$$

olur. Bu eşitlikler kullanıldığında spektral fonksiyonunun kollektif katkısı aşağıdaki gibi bulunur

$$\tilde{\sigma}_{pp}(\vec{k}, t) = \frac{E_+}{\left| \left[\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial \omega \right]_{\omega=i\Gamma_k} \right|^2} \left(e^{+2\Gamma_k t} + e^{-2\Gamma_k t} \right) - \frac{2E_-}{\left| \left[\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial \omega \right]_{\omega=i\Gamma_k} \right|^2} . \tag{B.74}$$

Burada E_\pm tanımları aşağıdaki gibi alındı

$$E_{\pm} = 4 \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} f(\vec{p})(1-f(\vec{p})) \frac{(\vec{v} \cdot \vec{k})^2 \pm \Gamma_k^2}{\left[(\vec{v} \cdot \vec{k})^2 + \Gamma_k^2 \right]^2} . \quad (\text{B.75})$$

Spektral fonksiyonunun $\tilde{\sigma}_{cc}(\vec{k}, t) = A_{\mp}(\vec{k}, t) + \tilde{A}_{\mp}(\vec{k}, t) + \tilde{A}_{\pm}(\vec{k}, t) + A_{\pm}(\vec{k}, t)$ şeklinde kolektif olmayan katkıları yazıldığında A değerleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$A_{\mp}(\vec{k}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{\phi(\omega \mp i\eta) + \phi(\omega' \mp i\eta)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega \mp i\eta) \varepsilon(\vec{k}, \omega' \mp i\eta)} \frac{1}{\omega + \omega' \mp 2i\eta} e^{-i(\omega + \omega')t} \quad (\text{B.76})$$

ve

$$\tilde{A}_{\mp}(\vec{k}, t) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{\phi(\omega \mp i\eta) + \phi(\omega' \pm i\eta)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega \mp i\eta) \varepsilon(\vec{k}, \omega' \pm i\eta)} \frac{1}{\omega + \omega'} e^{-i(\omega + \omega')t} . \quad (\text{B.77})$$

Buradaki $\phi(\omega + i\eta)$ ifadesi

$$\phi(\omega + i\eta) = 4 \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} f(\vec{p})(1-f(\vec{p})) \frac{1}{\vec{v} \cdot \vec{k} - \omega - i\eta} \quad (\text{B.78})$$

olacaktır. Kolektif ve kolektif olmayan terimlerin çarpımından gelen katkılar ise

$$\tilde{\sigma}_{pc}(\vec{k}, t) = B_{\mp}(\vec{k}, t) + \tilde{B}_{\mp}(\vec{k}, t) + \tilde{B}_{\pm}(\vec{k}, t) + B_{\pm}(\vec{k}, t) \quad (\text{B.79})$$

olarak tanımlanırsa $B_{\mp}(\vec{k}, t)$ ve $\tilde{B}_{\mp}(\vec{k}, t)$ ifadeleri

$$B_{\mp}(\vec{k}, t) = \pm i \frac{e^{\mp \Gamma_k t}}{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial \omega |_{\omega = \mp i \Gamma_k}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{\phi(\mp i \Gamma_k) + \phi(\omega \mp i\eta)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega \mp i\eta)} \frac{1}{\omega \mp i \Gamma_k} e^{-i\omega t} \quad (\text{B.80})$$

$$\tilde{B}_{\mp}(\vec{k}, t) = \mp i \frac{e^{\mp \Gamma_k t}}{\partial \varepsilon(\vec{k}, \omega) / \partial \omega |_{\omega = \mp i \Gamma_k}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{\phi(\mp i \Gamma_k) + \phi(\omega \pm i\eta)}{\varepsilon(\vec{k}, \omega \pm i\eta)} \frac{1}{\omega \mp i \Gamma_k} e^{-i\omega t} \quad (\text{B.81})$$

olarak elde edilir.

Ek C: Sıfır Sıcaklık ($T=0$) için $\chi_a(\vec{k}, \omega+i\varepsilon)$ ve $\phi(\omega+i\varepsilon)$ Fonksiyonlarının

Hesapları

$\chi_a(\vec{k}, \omega+i\varepsilon)$ ve $\phi(\omega+i\varepsilon)$ terimleri sıcaklığa bağlıdır. Sıfır sıcaklık ($T=0$) için analitik hesaplar türetilebilir. Linhard fonksiyonu aşağıdaki şekilde iki terim olarak ele alınabilir

$$\begin{aligned}\chi(\vec{k}, \omega+i\varepsilon) &= \frac{2}{\hbar} \frac{1}{(2\pi \hbar)^3} \left\{ \int d^3 p \frac{f_0(\vec{p}-\hbar\vec{k}/2)}{\vec{p}\cdot\vec{k}/m-\omega-i\varepsilon} - \int d^3 p \frac{f_0(\vec{p}+\hbar\vec{k}/2)}{\vec{p}\cdot\vec{k}/m-\omega-i\varepsilon} \right\} \\ &= \frac{2}{\hbar} \frac{1}{(2\pi \hbar)^3} [A_3 - A_1]\end{aligned}\tag{C.1}$$

Burada A_1 ve A_3 ifadeleri

$$A_1 = \int d^3 p \frac{f_0(\vec{p}+\hbar\vec{k}/2)}{\vec{p}\cdot\vec{k}/m-\omega-i\varepsilon}\tag{C.2}$$

ve

$$A_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 p \frac{f_0(\vec{p}-\hbar\vec{k}/2)}{\vec{p}\cdot\vec{k}/m-\omega-i\varepsilon}\tag{C.3}$$

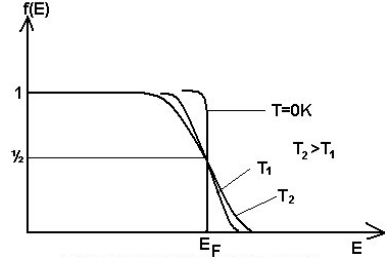
olarak tanımlandı. Benzer şekilde $\phi(\omega+i\varepsilon)$ ile ifade edilen fonksiyon da aşağıdaki gibi alındı

$$\begin{aligned}\phi(\omega+i\varepsilon) &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} f_0^a(\vec{p}+\hbar\vec{k}/2) \left[1 - f_0^a(\vec{p}-\hbar\vec{k}/2) \right] \frac{1}{\vec{p}\cdot\vec{k}/m-(\omega+i\varepsilon)} \\ &= \frac{2}{(2\pi \hbar)^3} (A_1 - A_2)\end{aligned}\tag{C.4}$$

Burada da A_2 terimi

$$A_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 p \frac{f_0(\vec{p}+\hbar\vec{k}/2) f_0(\vec{p}-\hbar\vec{k}/2)}{\vec{p}\cdot\vec{k}/m-\omega-i\varepsilon}\tag{C.5}$$

olarak tanımlandı. A_1 , A_2 ve A_3 ifadelerindeki integrallerin $T \neq 0$ durumunda tam olarak çözümünü analitik olarak zordur. Öncelikle integraller $T = 0$ için yapıldı. $T = 0$ ve $T \neq 0$ için dağılım fonksiyonu Şekil (C.1) verilmiştir.



Şekil C.1: $T = 0$ ve $T \neq 0$ için dağılım fonksiyonu

A_1 teriminin hesaplanması

$T = 0$ için dağılım fonksiyonu $f(E) = 1 - \theta(E - E_F) = \theta(E_F - E)$ olup momentum cinsinden $f_0(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2) = \theta(p_F - (p + \hbar k/2))$ adım fonksiyonu olarak alınır. Böylece p üzerine gelen sınırlama $|p_F| > |p + \hbar k/2|$ veya $p < p_F - \hbar k/2$ olur.

A_1 ifadesi $T = 0$ durumunda

$$A_1 = \int d^3 p \frac{\theta(p_F - (p + \hbar k/2))}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} \quad (C.6)$$

olur, $z_0 \equiv \frac{mv}{pk}$ olarak kullanılırsa

$$A_1 = 2\pi \int_0^\infty p^2 dp \theta(p_F - (p + \hbar k/2)) \frac{m}{pk} \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - z_0 - i\varepsilon} \quad (C.7)$$

elde edilir. Açısal integral için $\frac{1}{z - z_0 - i\varepsilon} = P \frac{1}{z - z_0} + i\pi\delta(z - z_0)$ kullanılarak

$$A_1 = 2\pi \int_0^\infty p^2 dp \theta(p_F - (p + \hbar k/2)) \frac{m}{pk} \left\{ P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - z_0} + i\pi \int_{-1}^1 dz \delta(z - z_0) \right\} \quad (C.8)$$

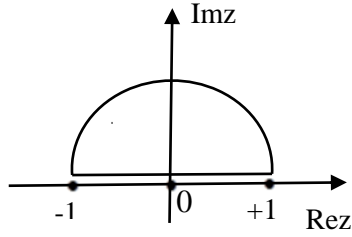
elde edilir. Burada $\text{Re} A_1$ ve $\text{Im} A_1$ ifadeleri

$$\begin{aligned}
\text{Re } A_1 &= 2\pi \frac{m}{k} \int_0^\infty p dp \theta(p_F - (p + \hbar k / 2)) P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - z_0} \\
&= 2\pi \int_0^\infty p^2 dp \theta(p_F - (p + \hbar k / 2)) \frac{m}{pk} P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - \frac{1}{p} \frac{m\omega}{k}}
\end{aligned} \tag{C.9}$$

ve

$$\text{Im } A_1 = 2\pi^2 \frac{m}{k} \int_0^\infty p dp \theta(p_F - (p + \hbar k / 2)) \int_{-1}^1 dz \delta(z - z_0) \tag{C.10}$$

olarak bulunur. İntegraller ω değişkeninin pozitif ve negatif olmasına göre ayrı ayrı yapılacaktır.



Şekil C.2: z-integral konturu

Şayet $\omega > 0$ ise $z_0 = \frac{1}{p} \frac{m|\omega|}{k} > 0$ olacaktır, z_0 ifadesi $0 < z_0 < 1$ aralığında bir değer alması durumunda $[0,1]$ aralığında $z = z_0$ değerinde bir singüler nokta vardır ve esas değer için bu noktanın atlanması gerekir. Bunun için integral

$$\begin{aligned}
P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - \frac{1}{p} \frac{m|\omega|}{k}} &= \int_{-1}^0 dz \frac{1}{z - \frac{1}{p} \frac{m|\omega|}{k}} + \int_0^{z_0 - \eta} dz \frac{1}{z - \frac{1}{p} \frac{m|\omega|}{k}} + \int_{z_0 + \eta}^1 dz \frac{1}{z - \frac{1}{p} \frac{m|\omega|}{k}} \\
&= \ln \left(\frac{1 - z_0}{1 + z_0} \right)
\end{aligned} \tag{C.11}$$

olur. Diğer taraftan $\omega > 0$ ve $z_0 > 1$ olduğunda ise $[0,1]$ aralığında singüler nokta olmaz ve integral direkt olarak hesaplanır

$$P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - \frac{1}{p} \frac{m|\omega|}{k}} = P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - z_0} = \ln(z - z_0) \Big|_{-1}^1 = \ln \left(\frac{z_0 - 1}{z_0 + 1} \right), \quad (\text{C.12})$$

$\omega > 0$ için her iki durum ortak yazılırsa, logaritma içindeki terim mutlak değer olarak alınır

$$P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - \frac{1}{p} \frac{m|\omega|}{k}} = \ln \left| \frac{z_0 - 1}{z_0 + 1} \right|. \quad (\text{C.13})$$

Eğer $\omega < 0$ ise $z_1 = -\frac{1}{p} \frac{m|\omega|}{k} = -z_0 < 0$ olur. $z_1 < 0$ ve $-1 < z_1 < 0$ durumu için $[-1, 0]$

aralığında $z = -z_0$ de bir singüler nokta vardır. Bu nedenle esas değer integralinde bu nokta atlanacak şekilde alınır

$$\begin{aligned} P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z + \frac{1}{p} \frac{m|\omega|}{k}} &= \int_{-1}^{-|z_0|-\eta} dz \frac{1}{z + z_0} + \int_{-|z_0|+\eta}^0 dz \frac{1}{z + z_0} + P \int_0^1 dz \frac{1}{z + z_0} \\ &= \ln \left(\frac{|z_0| + 1}{|z_0| - 1} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

elde edilir, $z_1 < 0$ ve $z_1 < -1$ durumunda ise singüler nokta yoktur integral direkt alınarak

$$P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z + \frac{1}{p} \frac{m|\omega|}{k}} = P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z + z_0} = \ln \left(\frac{|z_0| + 1}{|z_0| - 1} \right) \quad (\text{C.15})$$

elde edilir. Sonuç olarak

$$\begin{aligned} z_0 &= \frac{1}{p} \frac{m|\omega|}{k} = \frac{p_F}{p} \frac{m|\omega|}{kp_F} = \frac{p_F}{p} |s| \\ z_1 &= -\frac{1}{p} \frac{m|\omega|}{k} = -\frac{p_F}{p} |s| \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

kısaltmaları kullanılarak aşağıdaki neticeler elde edilir

$$\begin{aligned}\omega > 0 &\Rightarrow \text{Re } A_1 = 2\pi \frac{m}{k} \int_0^{P_F - \hbar k/2} p dp \ln \left| \frac{z_0 - 1}{z_0 + 1} \right| \\ \omega < 0 &\Rightarrow \text{Re } A_1 = 2\pi \frac{m}{k} \int_0^{P_F - \hbar k/2} p dp \ln \left| \frac{z_0 + 1}{z_0 - 1} \right|\end{aligned}\quad (\text{C.17})$$

Burada $z_0 = \frac{1}{p} \frac{m|\omega|}{k} > 0$ pozitif kullanıldı. Şayet $z_0 = \frac{1}{p} \frac{m\omega}{k}$ şeklinde hem pozitif hem de negatif değerler için (ω 'nin pozitif ve negatif olmasından) alınırsa

$$\text{Re } A_1 = 2\pi \frac{m}{k} \int_0^{P_F - \hbar k/2} p dp \ln \left| \frac{z_0 - 1}{z_0 + 1} \right| \quad (\text{C.18})$$

ifadesi her iki durumu da verir.

$\text{Im } A_1$ hesabı için de benzer sınıflandırma yapılır. Delta integrali

$$\begin{aligned}\text{Im } A_1 &= 2\pi^2 \frac{m}{k} \int_0^\infty p dp \theta(P_F - (p + \hbar k/2)) \int_{-1}^1 dz \delta\left(z - \frac{m\omega}{pk}\right) \\ &= 2\pi^2 \frac{m}{k} \int_0^{P_F - \hbar k/2} p dp \theta\left(1 - \left|\frac{m\omega}{pk}\right|\right) = 2\pi^2 \frac{m}{k} \int_{\left|\frac{m\omega}{k}\right|}^{P_F - \hbar k/2} p dp\end{aligned}\quad (\text{C.19})$$

olarak alınır. $\omega > 0$ ve $\omega < 0$ değerleri için aynı sonuç

$$\text{Im } A_1 = 2\pi^2 \frac{m}{k} \begin{cases} \int_0^{P_F - \hbar k/2} p dp & -1 < z_0 < 1 \\ \left|\frac{m\omega}{k}\right| & \\ 0 & z_0 > 1 \text{ veya } z_0 < -1 \end{cases} \quad (\text{C.20})$$

elde edilir. Bir başka formda yazarak ve $s_0 \equiv \frac{\hbar k}{2P_F}$, $s \equiv \frac{m\omega}{kp_F}$ kısa tanımlamaları

kullanarak

$$\begin{aligned}\text{Im } A_1 &= 2\pi^2 \frac{m}{2k} \begin{cases} [(P_F - \hbar k/2)]^2 - \left(\frac{m\omega}{k}\right)^2 & -1 < z_0 < 1 \\ 0 & z_0 > 1 \text{ veya } z_0 < -1 \end{cases} \\ &= \pi^2 \frac{m}{k} \begin{cases} P_F^2 [(1 - s_0)^2 - s^2] & -1 < z_0 < 1 \\ 0 & z_0 > 1 \text{ veya } z_0 < -1 \end{cases}\end{aligned}\quad (\text{C.21})$$

sonucu elde edilir.

A_3 teriminin hesaplanması

A_3 terimi de aynı yapıda z-integrali içerdiğinde için benzer bir yol izlenerek

$$\begin{aligned}
 A_3 &= \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 p \frac{f_0(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2)}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} = \int d^3 p \frac{\theta(p_F - (\vec{p} - \hbar\vec{k}/2))}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} \\
 &= 2\pi \int_0^\infty p^2 dp \theta(p_F - (\vec{p} - \hbar\vec{k}/2)) \frac{m}{pk} \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - \frac{m\omega}{pk} - i\varepsilon} \\
 &= 2\pi \int_0^\infty p^2 dp \theta(p_F - (\vec{p} - \hbar\vec{k}/2)) \frac{m}{pk} \left\{ P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - z_0} + i\pi \int_{-1}^1 dz \delta(z - z_0) \right\}
 \end{aligned} \tag{C.22}$$

elde edilir. Buradan $\text{Re} A_3$ ve $\text{Im} A_3$ için

$$\text{Re} A_3 = 2\pi \frac{m}{k} \int_0^{p_F + \hbar k/2} p dp \ln \left| \frac{z_0 - 1}{z_0 + 1} \right| \tag{C.23}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Im} A_3 &= 2\pi^2 \frac{m}{2k} \begin{cases} [(P_F + \hbar k/2)]^2 - \left(\frac{m\omega}{k}\right)^2 & -1 < z_0 < 1 \\ 0 & z_0 > 1 \text{ veya } z_0 < -1 \end{cases} \\
 &= \pi^2 \frac{m}{k} \begin{cases} p_F^2 [(1 + s_0)^2 - s^2] & -1 < z_0 < 1 \\ 0 & z_0 > 1 \text{ veya } z_0 < -1 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{C.24}$$

ifadeleri bulunur. Burada da $s_0 \equiv \frac{\hbar k}{2p_F}$, $s \equiv \frac{m\omega}{kp_F}$ tanımlamaları kullanılmıştır.

A_2 teriminin hesaplanması

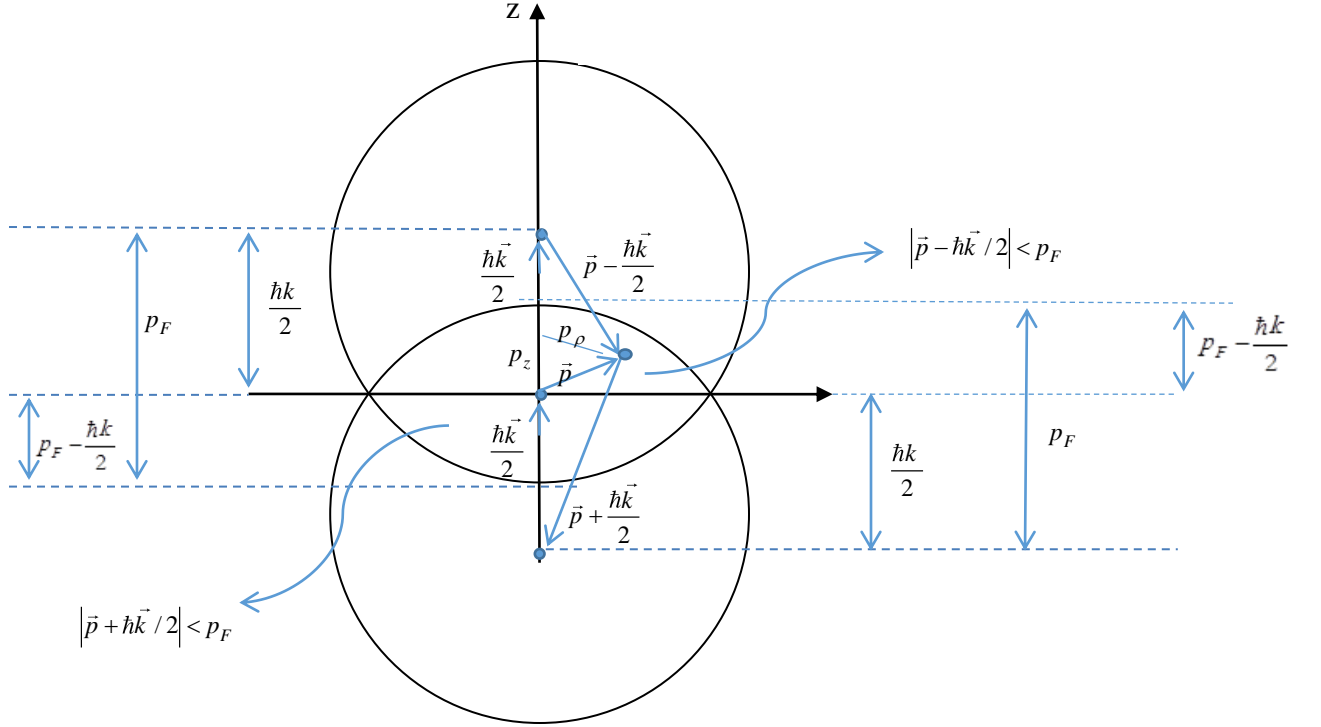
A_3 terimi

$$A_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 p \frac{f_0(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2) f_0(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2)}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} \tag{C.25}$$

ile verilir. $T = 0$ olduğunda $f_0(\vec{p} + \hbar\vec{k}/2)$ ve $f_0(\vec{p} - \hbar\vec{k}/2)$ fonksiyonları adım fonksiyonu olurlar. Bu durumda A_2 ifadesi

$$A_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 p \frac{\theta(p_F - |\vec{p} + \hbar\vec{k}/2|)\theta(p_F - |\vec{p} - \hbar\vec{k}/2|)}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \omega - i\varepsilon} \quad (\text{C.26})$$

olur. İki tane adım fonksiyonun çarpımı için ilgili bölgeler Şekil C.3 deki gibi olur



Şekil C.3: $\theta(p_F - |\vec{p} + \hbar\vec{k}/2|)\theta(p_F - |\vec{p} - \hbar\vec{k}/2|)$ fonksiyonunun tanımladığı bölge

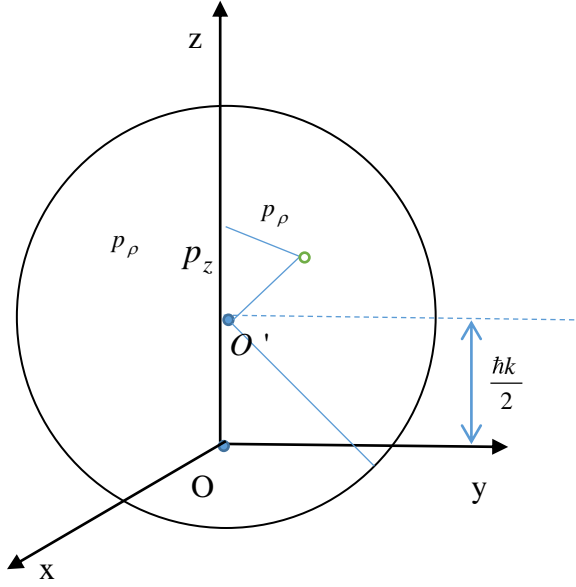
Merkezi (x_0, y_0, z_0) noktasında olan R yarıçaplı bir kürenin kartezyen denklemi $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ ile verilir. Üstteki küre için, xyz sisteminde (yani orijini O olan sistem) O' merkez noktası koordinatları $(x', y', z') = \left(0, 0, \frac{\hbar k}{2}\right)$

olup O' merkezli denklemi $x^2 + y^2 + \left(z - \frac{\hbar k}{2}\right)^2 = p_F^2$ olur. Buradan

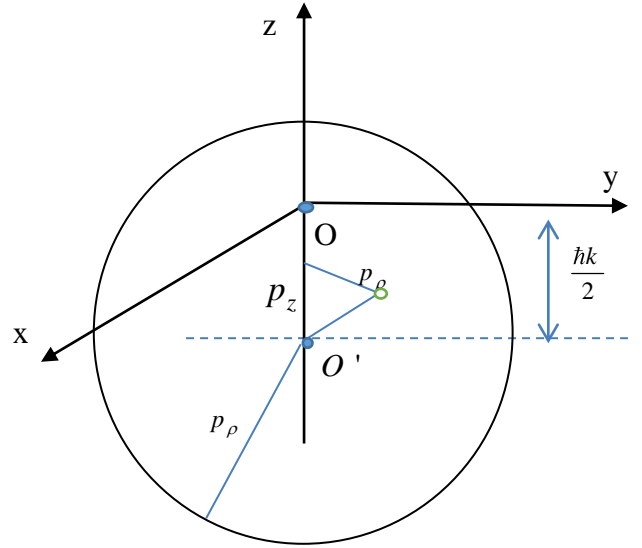
$p_\rho^2 + \left(z - \frac{\hbar k}{2}\right)^2 = p_F^2$ elde edilir. Altteki küre için ise, xyz sisteminde (yani orijini O

olan sistem) O' noktası $(x',y',z') = \left(0,0,-\frac{\hbar k}{2}\right)$ olup kürenin O' merkezine göre

denklemini $x^2 + y^2 + \left(z + \frac{\hbar k}{2}\right)^2 = p_F^2$ olur.. Buradan $p_\rho^2 + \left(z + \frac{\hbar k}{2}\right)^2 = p_F^2$ elde edilir.



Üstteki küre



Alttaki küre

Şekil C.4: Momentum uzayında integral bölgeleri

Sonuç olarak, silindirik koordinatlarda

$$p_\rho^2 = \begin{cases} p_F^2 - \left(p_z - \frac{\hbar k}{2}\right)^2 & (\text{üstteki küre} = \text{üst kürenin alt parçası}) \\ p_F^2 - \left(p_z + \frac{\hbar k}{2}\right)^2 & (\text{alttaki küre} = \text{alttaki kürenin üst parçası}) \end{cases} \quad (\text{C.27})$$

elde edilir. Ara bölgede, p_z integrali

$$\begin{aligned}
A_2 &= \pi \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z k / m - \omega - i\varepsilon} && \text{(alttaki kürenin üst parçası)} \\
&+ \pi \int_{-(p_F - \frac{\hbar k}{2})}^0 dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z - \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z k / m - \omega - i\varepsilon} && \text{(üst kürenin alt parçası)}
\end{aligned} \tag{C.28}$$

olur. Üst kürenin alt parçası için

$$p_Z \rightarrow -p'_z \Rightarrow \begin{cases} dp_Z = -dp'_z \\ p_Z = 0 \rightarrow p'_z = 0 \\ p_Z = -\left(p_F - \frac{\hbar k}{2} \right) \rightarrow -p'_z = -\left(p_F - \frac{\hbar k}{2} \right) \end{cases} \tag{C.29}$$

dönüşümü yapırsa

$$\begin{aligned}
A_{2L} &= \pi \int_{p_F - \frac{\hbar k}{2}}^0 (-dp'_z) \left[p_F^2 - \left(-p'_z - \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{-p'_z k / m - \omega - i\varepsilon} && \text{(üst kürenin alt parçası)} \\
&= -\pi \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp'_z \left[p_F^2 - \left(p'_z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p'_z k / m + \omega + i\varepsilon}
\end{aligned} \tag{C.30}$$

elde edilir. Böylece A_2 iki terim içerecek şekilde aşağıdaki formda bulunur

$$A_2 = \pi \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \left(\frac{1}{p_Z k / m - \omega - i\varepsilon} - \frac{1}{p_Z k / m + \omega + i\varepsilon} \right). \tag{C.31}$$

Burada ilk terim

$$A_{2,1} = \pi \frac{m}{k} \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \left\{ P \left(\frac{1}{p_Z - \frac{m\omega}{k}} \right) + i\pi\delta \left(p_Z - \frac{m\omega}{k} \right) \right\} \tag{C.32}$$

olarak alınır, bunun $\text{Re } A_{2,1}$ kısmı

$$\text{Re } A_{2,1} = \pi \frac{m}{k} P \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z - \frac{m\omega}{k}} \quad (\text{C.33})$$

ve $\text{Im } A_{2,1}$ kısmı

$$\text{Im } A_{2,1} = \pi^2 \frac{m}{k} P \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \delta \left(p_Z - \frac{m\omega}{k} \right) \quad (\text{C.34})$$

olur. Değişken ω negatif ve pozitif değerler alabildiğinden $A_{2,1}$ ifadesini $\omega > 0$

ve $\omega < 0$ için ayrı ayrı hesap etmek gerekir. $z_0 \equiv \frac{m\omega}{k}$ olarak alınırsa, $\omega > 0$ için

$z_0 = \frac{m|\omega|}{k}$ ve $\omega < 0$ için ise $z_0 = -\frac{m|\omega|}{k}$ olurken $\omega > 0$ için $z_0 \equiv \frac{m|\omega|}{k}$ pozitif olur

ve $0 < z_0 < p_F - \frac{\hbar k}{2}$ aralığında değişir. İntegralin esas ve delta kısımları ayrılabilir.

Esas parçası

$$P \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z - \frac{m|\omega|}{k}} = \quad (\text{C.35})$$

$$\int_0^{z_0 - \eta} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z - z_0} + \int_{z_0 + \eta}^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z - z_0}$$

olarak yazılır. Aşağıdaki genel ifade kullanılır

$$\begin{aligned} \int dx \left[p_F^2 - (x+a)^2 \right] \frac{1}{x-z_0} &= p_F^2 \int \frac{dx}{x-z_0} - \int dx \frac{(x+a)^2}{x-z_0} \\ &= p_F^2 \ln(x-z_0) - \left\{ \frac{1}{2}(x-z_0)(4a+x+3z_0) + (a+z_0)^2 \ln(x-z_0) \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.36})$$

Burada $a = \frac{\hbar k}{2}$ ve integral ifadesinin iki kısmı için

$$\begin{aligned}
\int_0^{z_0-\eta} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z - z_0} &= p_F^2 \left[\ln(-\eta) - \ln(-z_0) \right] \\
&\quad - \left[\frac{1}{2}(-\eta)(2\hbar k + 4z_0 - \eta) + \left(\frac{\hbar k}{2} + z_0 \right)^2 \ln(-\eta) \right] \\
&\quad + \frac{1}{2}(-z_0)(2\hbar k + 3z_0) + \left(\frac{\hbar k}{2} + z_0 \right)^2 \ln(-z_0)
\end{aligned} \tag{C.37}$$

ve

$$\begin{aligned}
\int_{z_0+\eta}^{p_F-\frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z - z_0} &= p_F^2 \left[\ln \left(p_F - \frac{\hbar k}{2} - z_0 \right) - \ln(\eta) \right] \\
&\quad - \frac{1}{2} \left(p_F - \frac{\hbar k}{2} - z_0 \right) \left(2\hbar k + p_F - \frac{\hbar k}{2} + 3z_0 \right) - \left(\frac{\hbar k}{2} + z_0 \right)^2 \ln \left(p_F - \frac{\hbar k}{2} - z_0 \right) \\
&\quad + \frac{1}{2} \eta (2\hbar k + z_0 + \eta + 3z_0) + \left(\frac{\hbar k}{2} + z_0 \right)^2 \ln \eta
\end{aligned} \tag{C.38}$$

ifadeleri bulunur. Bunlar kullanılarak

$$\begin{aligned}
\mathbf{P} \int_0^{p_F-\frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z - \frac{m|\omega|}{k}} &= \\
p_F^2 \left[\ln \left[\frac{p_F - \frac{\hbar k}{2} - z_0}{z_0} \right] \right] - \left(\frac{\hbar k}{2} + z_0 \right)^2 \left[\ln \left(\frac{p_F - \frac{\hbar k}{2} - z_0}{z_0} \right) \right] \\
&\quad - \left[\frac{1}{2}(-\eta)(2\hbar k + 4z_0 - \eta) \right] + \frac{1}{2}(-z_0)(2\hbar k + 3z_0) \\
&\quad - \frac{1}{2} \left(p_F - \frac{\hbar k}{2} - z_0 \right) \left(2\hbar k + p_F - \frac{\hbar k}{2} + 3z_0 \right) + \frac{1}{2} \eta (2\hbar k + 4z_0 + \eta)
\end{aligned} \tag{C.39}$$

elde edilir. Buradan

$$\begin{aligned}
\lim_{\eta \rightarrow 0} P \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z - \frac{m|\omega|}{k}} = \\
\left[p_F^2 - \left(\frac{\hbar k}{2} + z_0 \right)^2 \right] \ln \left(\frac{p_F - \frac{\hbar k}{2} - z_0}{z_0} \right) - \frac{1}{2} \left(p_F - \frac{\hbar k}{2} \right) \left(p_F - \frac{3\hbar k}{2} + 3z_0 - z_0 \right)
\end{aligned} \tag{C.40}$$

sonucu elde edilir. Sonuç olarak $s_0 \equiv \frac{\hbar k}{2p_F}$ ve $s \equiv \frac{m\omega}{kp_F}$ tanımları cinsinden

aşağıdaki ifade elde edilir

$$\begin{aligned}
\omega > 0 \Rightarrow 0 < \frac{m|\omega|}{k} < p_F - \frac{\hbar k}{2} \\
\text{Re}A_{2,1} = \pi \frac{m}{k} \left\{ p_F^2 \left[1 - \left(\frac{\hbar k}{2p_F} + \frac{m|\omega|}{kp_F} \right)^2 \right] \ln \left(\frac{1 - \frac{\hbar k}{2p_F} - \frac{m|\omega|}{kp_F}}{\frac{m|\omega|}{kp_F}} \right) - \frac{1}{2} p_F^2 \left(1 - \frac{\hbar k}{2p_F} \right) \left(1 - 3 \frac{\hbar k}{2p_F} + 2 \frac{m|\omega|}{kp_F} \right) \right\} \\
= \pi \frac{m}{k} p_F^2 \left\{ \left[1 - (s_0 + |s|)^2 \right] \ln \left(\frac{1 - s_0 - |s|}{|s|} \right) - \frac{1}{2} (1 - s_0) (1 + 3s_0 + 2|s|) \right\}
\end{aligned} \tag{C.41}$$

Diğer taraftan $\omega < 0$ durumunda ise $z_0 \equiv -\frac{m|\omega|}{k} < 0$ olur. Bu durumda integral

ifadesi

$$\int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z - \frac{m\omega}{k}} \Rightarrow \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z + \frac{m|\omega|}{k}} \tag{C.42}$$

olur, $\left[0, p_F - \frac{\hbar k}{2} \right]$ aralığında singüler nokta içermez ve integral direkt olarak alınabilir.

$x_0 \equiv \frac{m|\omega|}{k}$ olacak şekilde

$$\begin{aligned}
\int dx \left[p_F^2 - (x+a)^2 \right] \frac{1}{x+x_0} &= p_F^2 \int \frac{dx}{x+x_0} - \int dx \frac{(x+a)^2}{x+x_0} \\
&= p_F^2 \ln(x+x_0) - \left\{ \frac{1}{2}(x+x_0)(4a+x-3x_0) + (a-x_0)^2 \ln(x+x_0) \right\}
\end{aligned} \tag{C.43}$$

genel tanımlama kullanılırsa

$$\begin{aligned}
& \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z + \frac{m|\omega|}{k}} = \\
& p_F^2 \left[\ln \left(\frac{p_F - \frac{\hbar k}{2} + \frac{m|\omega|}{k}}{\frac{m|\omega|}{k}} \right) \right] - \left(\frac{\hbar k}{2} - \frac{m|\omega|}{k} \right)^2 \ln \left(\frac{p_F - \frac{\hbar k}{2} + \frac{m|\omega|}{k}}{\frac{m|\omega|}{k}} \right) \\
& - \frac{1}{2} \left(p_F - \frac{\hbar k}{2} \right) \left(3 \frac{\hbar k}{2} + p_F - 2 \frac{m|\omega|}{k} \right)
\end{aligned} \tag{C.44}$$

bulunur. $s_0 \equiv \frac{\hbar k}{2p_F}$ ve $s \equiv \frac{m\omega}{kp_F}$ tanımları cinsinden

$$\omega < 0 \Rightarrow -\frac{m|\omega|}{k} < 0$$

$$\begin{aligned}
\text{Re } A_{2,1} &= \pi \frac{m}{k} \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z + \frac{m|\omega|}{k}} = \\
&= \pi \frac{m}{k} p_F^2 \left\{ \left[1 - (s_0 - |s|)^2 \right] \left[\ln \left(\frac{1 - s_0 + |s|}{|s|} \right) \right] - \frac{1}{2} p_F^2 (1 - s_0)(1 + 3s_0 - 2|s|) \right\}
\end{aligned} \tag{C.45}$$

olarak elde edilir.

Im $A_{2,1}$ ifadesi

$$\text{Im } A_{2,1} = \pi \frac{m}{k} \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \pi \delta \left(p_Z - \frac{m\omega}{k} \right) \quad (\text{C.46})$$

olur ve $\omega > 0$ ve $\omega < 0$ duruları için

$$\text{Im } A_{2,1} = \pi^2 \frac{m}{k} \begin{cases} \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \delta \left(p_Z - \frac{m|\omega|}{k} \right) & \text{for } \omega > 0 \\ \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \delta \left(p_Z + \frac{m|\omega|}{k} \right) & \text{for } \omega < 0 \end{cases} \quad (\text{C.47})$$

olarak yazılır. İntegral alındığında

$$\text{Im } A_{2,1} = \pi^2 \frac{m}{k} \begin{cases} p_F^2 - \left(\frac{m|\omega|}{k} + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 & ; \omega > 0 \text{ ve if } \frac{m|\omega|}{k} < p_F - \frac{\hbar k}{2} \\ 0 & ; \omega < 0 \text{ } -\frac{m|\omega|}{k} \text{ değeri } \left[0, p_F - \frac{\hbar k}{2} \right] \text{ aralığında değildir} \end{cases} \quad (\text{C.48})$$

bulunur. Sonuç olarak

$$\text{Im } A_{2,1} = \pi^2 \frac{m}{k} p_F^2 \begin{cases} 1 - \left(\frac{m|\omega|}{k} + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 & \text{for } \omega > 0 \text{ and if } \frac{m|\omega|}{k} < p_F - \frac{\hbar k}{2} \\ 0 & \text{for } \omega < 0 \end{cases} \quad (\text{C.49})$$

elde edilir.

A_2 teriminin ikinci kısmı $A_{2,2}$ için

$$\begin{aligned} A_{2,2} &= \pi \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{\frac{k}{m} \left(p_Z + \frac{m}{k} \omega + i\varepsilon \right)} \\ &= \pi \frac{m}{k} \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \left\{ P \frac{1}{p_Z + \frac{m\omega}{k}} - i\pi \delta \left(p_Z + \frac{m\omega}{k} \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.50})$$

olarak yazılırsa $\text{Re } A_{2,2}$ ve $\text{Im } A_{2,2}$ ifadeleri

$$\operatorname{Re} A_{2,2} = \pi \frac{m}{k} P \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z + \frac{m\omega}{k}} \quad (\text{C.51})$$

ve

$$\operatorname{Im} A_{2,2} = -\pi^2 \frac{m}{k} \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \delta \left(p_Z + \frac{m\omega}{k} \right) \quad (\text{C.52})$$

olurlar, $\omega > 0$ için integral $\left[0, p_F - \frac{\hbar k}{2} \right]$ aralığında singüler nokta içermeyip esas değer integrali normal bir integral olacak ve $\omega < 0$ için hesaplanan $\operatorname{Re} A_{2,1}$ ile aynı sonucu verecektir. Böylece

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} A_{2,2} &= \pi \frac{m}{k} \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z + \frac{m|\omega|}{k}} = \\ &= \pi \frac{m}{k} p_F^2 \left[1 - (s_0 - |s|)^2 \right] \left[\ln \left(\frac{1 - s_0 + |s|}{|s|} \right) \right] - \frac{1}{2} p_F^2 (1 - s_0)(1 + 3s_0 - 2|s|) \end{aligned} \quad (\text{C.53})$$

elde edilir. $\omega < 0$ ise integral $\left[0, p_F - \frac{\hbar k}{2} \right]$ aralığında singüler bir noktaya sahip olacak ve $\omega > 0$ için hesaplanan $\operatorname{Re} A_{2,1}$ ile aynı sonucu verecektir. Buradan

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} A_{2,2} &= \pi \frac{m}{k} \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{p_Z - \frac{m|\omega|}{k}} = \\ &= \pi \frac{m}{k} p_F^2 \left\{ \left[1 - (s_0 + |s|)^2 \right] \ln \left(\frac{1 - s_0 - |s|}{|s|} \right) - \frac{1}{2} (1 - s_0)(1 + 3s_0 + 2|s|) \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.54})$$

elde edilir. $\omega > 0$ ve $\omega < 0$ için $\operatorname{Im} A_{2,2}$ ifadesi

$$\text{Im } A_{2,2} = -\pi^2 \frac{m}{k} \begin{cases} \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \delta \left(p_Z + \frac{m|\omega|}{k} \right) & ; \omega > 0 \\ \int_0^{p_F - \frac{\hbar k}{2}} dp_Z \left[p_F^2 - \left(p_Z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 \right] \delta \left(p_Z - \frac{m|\omega|}{k} \right) & ; \omega < 0 \end{cases} \quad (\text{C.55})$$

olarak yazılır. İntegral alınırsa

$$\text{Im } A_{2,2} = -\pi^2 \frac{m}{k} \begin{cases} 0 & ; \omega > 0 \quad -\frac{m|\omega|}{k} \text{ değeri } \left[0, p_F - \frac{\hbar k}{2} \right] \text{ içinde değildir} \\ p_F^2 - \left(\frac{m|\omega|}{k} + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 & ; \omega < 0 \quad \text{ve } \frac{m|\omega|}{k} < p_F - \frac{\hbar k}{2} \end{cases} \quad (\text{C.56})$$

elde edilir. Sonuç olarak

$$\text{Im } A_{2,2} = -\pi^2 \frac{m}{k} p_F^2 \begin{cases} 0 & ; \omega > 0 \\ 1 - (|s| + s_0)^2 & ; \omega < 0 \quad \text{ve } \frac{m|\omega|}{k} < p_F - \frac{\hbar k}{2} \end{cases} \quad (\text{C.57})$$

bulunur.

Kollektif modlardan gelen katkılar için Linhard fonksiyonu $\omega = i\Gamma$ için

$$\begin{aligned} \chi_a(\vec{k}, i\Gamma) &= -2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\vec{p} \cdot \vec{\hbar k} / m}{-(\Gamma \hbar)^2 - (\vec{p} \cdot \vec{\hbar k} / m)^2} \left[f_0^a(\vec{p} - \vec{\hbar k} / 2) - f_0^a(\vec{p} + \vec{\hbar k} / 2) \right] \\ &= -2 \int \frac{d^3 p'}{(2\pi \hbar)^3} \left\{ \frac{\vec{p}' \cdot \vec{\hbar k} / m + \frac{\hbar^2 k^2}{2m}}{-(\Gamma \hbar)^2 - \left(\vec{p}' \cdot \vec{\hbar k} / m + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right)^2} f_0^a(\vec{p}') - \frac{\vec{p}'' \cdot \vec{\hbar k} / m - \frac{\hbar^2 k^2}{2m}}{-(\Gamma \hbar)^2 - \left(\vec{p}'' \cdot \vec{\hbar k} / m - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right)^2} f_0^a(\vec{p}'') \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.58})$$

olur. Bu ifade $\chi_a(\vec{k}, i\Gamma) = -2(I_1 - I_2)$ iki terim şeklinde tanımlanırsa ve

$\Gamma\hbar = a$, $\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = c$, $p'\hbar k / m = b_1$, $p''\hbar k / m = b_2$ dönüşümleri kullanılır ise I_1 ve I_2

ifadeleri

$$\begin{aligned}
I_1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p'}{(2\pi \hbar)^3} \frac{b_1 \cos\theta + c}{-a^2 - (b_1 \cos\theta + c)^2} f_0^a(\vec{p}') = \frac{2\pi}{(2\pi \hbar)^3} \int_0^\infty p'^2 dp' \int_{-1}^1 dx \frac{b_1 x + c}{-a^2 - (b_1 x + c)^2} f_0^a(\vec{p}') \\
&= \frac{2\pi}{(2\pi \hbar)^3} \int_0^\infty p'^2 dp' \left\{ -\frac{\ln(a^2 + (bx + c)^2)}{2b} \right\}_{-1}^1 f_0^a(\vec{p}') \\
I_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p''}{(2\pi \hbar)^3} \frac{b_2 \cos\theta - c}{-a^2 - (b_2 \cos\theta - c)^2} f_0^a(\vec{p}'') = -\frac{2\pi}{(2\pi \hbar)^3} \int_0^\infty p''^2 dp'' \int_{-1}^1 dx \frac{b_2 x - c}{a^2 + (b_2 x - c)^2} f_0^a(\vec{p}'') \\
&= -\frac{2\pi}{(2\pi \hbar)^3} \int_0^\infty p''^2 dp'' \left\{ \frac{\ln(a^2 + (c - bx)^2)}{2b} \right\}_{-1}^1 f_0^a(\vec{p}'')
\end{aligned} \tag{C.59}$$

olarak bulunur. Bu ifadelerden

$$\chi_a(\vec{k}, i\Gamma) = \frac{4\pi}{(2\pi \hbar)^3} \int_0^\infty p dp \frac{m}{\hbar k} \ln \left(\frac{(\hbar\Gamma)^2 + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{p\hbar k}{m} \right)^2}{(\hbar\Gamma)^2 + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{p\hbar k}{m} \right)^2} \right) f_0^a(\vec{p}) \tag{C.60}$$

elde edilir. $T=0$ için $f(\vec{p}) = \theta(p_F - p)$ olacağından p üzerindeki sınırlama $|p_F| > |p|$ olup ve Linhard fonksiyonunun $T=0$ için kuantal ifadesi

$$\chi_a(\vec{k}, i\Gamma) = \frac{4\pi}{(2\pi \hbar)^3} \int_0^{p_F} p dp \frac{m}{\hbar k} \ln \left(\frac{(\hbar\Gamma)^2 + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{p\hbar k}{m} \right)^2}{(\hbar\Gamma)^2 + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{p\hbar k}{m} \right)^2} \right) \tag{C.61}$$

olarak elde edilir.

Ek A'da verilen Linhard fonksiyonunun türevi kullanılır ise

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \chi_a(\vec{k}, i\Gamma)}{\partial \omega} &= 2\hbar \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{2i\Gamma \hbar \vec{p} \cdot \vec{\hbar k} / m}{\left((\Gamma \hbar)^2 + \left(\vec{p} \cdot \vec{\hbar k} / m \right)^2 \right)^2} \left[f_0^a(\vec{p} - \vec{\hbar k} / 2) - f_0^a(\vec{p} + \vec{\hbar k} / 2) \right] \\
&= 4i\Gamma \hbar^2 \left\{ \int \frac{d^3 p'}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\left(\vec{p}' \cdot \vec{\hbar k} / m + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right) f_0^a(\vec{p}')}{\left((\Gamma \hbar)^2 + \left(\vec{p}' \cdot \vec{\hbar k} / m + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right)^2 \right)^2} - \int \frac{d^3 p''}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\left(\vec{p}'' \cdot \vec{\hbar k} / m - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right) f_0^a(\vec{p}'')}{\left((\Gamma \hbar)^2 + \left(\vec{p}'' \cdot \vec{\hbar k} / m - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right)^2 \right)^2} \right\}
\end{aligned} \tag{C.62}$$

olur ve türev ifadesi

$$\frac{\partial \chi_a(\vec{k}, i\Gamma)}{\partial \omega} = 4i\Gamma \hbar^2 \frac{2\pi}{(2\pi \hbar)^3} \int_0^\infty p \, dp \frac{m}{\hbar k} \left\{ \frac{1}{(\hbar \Gamma)^2 + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{p \hbar k}{m} \right)^2} - \frac{1}{(\hbar \Gamma)^2 + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{p \hbar k}{m} \right)^2} \right\} f_0^a(\vec{p})
\end{aligned} \tag{C.63}$$

formunda bulunur. $T=0$ için $f(p) = \theta(p_F - p)$ alınarak p üzerindeki $|p_F| > |p|$ sınırlaması kullanılır ise

$$\frac{\partial \chi_a(\vec{k}, i\Gamma)}{\partial \omega} = 4i\Gamma \hbar^2 \frac{2\pi}{(2\pi \hbar)^3} \int_0^{p_F} p \, dp \frac{m}{\hbar k} \left\{ \frac{1}{(\hbar \Gamma)^2 + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{p \hbar k}{m} \right)^2} - \frac{1}{(\hbar \Gamma)^2 + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{p \hbar k}{m} \right)^2} \right\}
\end{aligned} \tag{C.64}$$

elde edilir.

Spektral korelasyon fonksiyonu ifadesindeki I_a^+ ve I_a^- ifadeleri $T=0$ için ayrı ayrı hesaplanır. I_a^+ ifadesi aşağıdaki gibi uygun iki parçaya ayrılarak hesaplanır

$$\begin{aligned}
I_a^+ &= 2\hbar^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{1}{(\Gamma\hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \vec{\hbar k} / m)^2} f_0^a(\vec{p} + \vec{\hbar k} / 2) (1 - f_0^a(\vec{p} - \vec{\hbar k} / 2)) \\
&= \frac{2}{(2\pi \hbar)^3} \left\{ \int d^3 p \frac{f_0^a(\vec{p})}{\Gamma^2 + \left(\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \frac{\hbar k^2}{2m} \right)^2} - \int d^3 p \frac{f_0^a(\vec{p} + \vec{\hbar k} / 2) f_0^a(\vec{p} - \vec{\hbar k} / 2)}{\Gamma^2 + \left(\vec{p} \cdot \vec{k} / m \right)^2} \right\} \\
&= \frac{2}{(2\pi \hbar)^3} \{I_1 - I_2\}
\end{aligned} \tag{C.65}$$

Burada, I_1 terimindeki $f_0^a(\vec{p})$ için momentum uzayında silindirik koordinatlarda

$p_\rho^2 = p_F^2 - p_z^2$, $d^3 p = 2\pi dp_z p_\rho dp_\rho$ ve $d^3 p \Rightarrow 2\pi dp_z \frac{1}{2} p_\rho^2 \Rightarrow \pi dp_z (p_F^2 - p_z^2)$ ifadeleri

kullanılırsa p_ρ terimi için

$$I_1 = \pi \int_{-p_F}^{p_F} dp_z \frac{(p_F^2 - p_z^2)}{\Gamma^2 + \left(p_z k / m - \frac{\hbar k^2}{2m} \right)^2} \tag{C.66}$$

sonucu bulunur.

I_2 terimindeki $f_0^a(\vec{p} + \vec{\hbar k} / 2) f_0^a(\vec{p} - \vec{\hbar k} / 2)$ ifadeye uygun Şekil C.3 kullanılırsa,

silindirik koordinatlarda $d^3 p = 2\pi dp_z p_\rho dp_\rho \Rightarrow 2\pi dp_z \frac{1}{2} p_\rho^2$ ve

$$p_\rho^2 = \begin{cases} p_F^2 - \left(p_z + \frac{\hbar k}{2} \right)^2 & (\text{üst}) \\ p_F^2 - \left(p_z - \frac{\hbar k}{2} \right)^2 & (\text{alt}) \end{cases} \tag{C.67}$$

olarak alınır. Şekil C.3 ile verilen çakışma bölgesinde

$f_0(\vec{p} + \vec{\hbar k} / 2) f_0(\vec{p} - \vec{\hbar k} / 2) = 1$ olacak ve diğer noktalarda integral sıfır olacak. Bu

nedenle çakışma bölgesindeki çözümle ilgilenilir. Bu durumda integral

$$I_2 = 2\pi \int_0^{p_F - \hbar k / 2} dp_z \frac{(p_F^2 - (p_z + \hbar k / 2)^2)}{\Gamma^2 + (p_z k / m)^2} \quad (\text{C.68})$$

olur.

I_a^- ifadesi için aynı şekiller kullanılarak

$$\begin{aligned} I_a^- &= 2\hbar^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{[(\Gamma \hbar)^2 - (\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)^2]}{[(\Gamma \hbar)^2 + (\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m)^2]^2} f_0^a(\vec{p} + \hbar \vec{k} / 2) (1 - f_0^a(\vec{p} - \hbar \vec{k} / 2)) \\ &= \frac{2}{(2\pi \hbar)^3} \left\{ \int d^3 p \frac{[\Gamma^2 - (\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \frac{\hbar k^2}{2m})^2]}{[\Gamma^2 + (\vec{p} \cdot \vec{k} / m - \frac{\hbar k^2}{2m})^2]^2} \right. \\ &\quad \left. - \int d^3 p \frac{[\Gamma^2 - (\vec{p} \cdot \vec{k} / m)^2]}{[\Gamma^2 + (\vec{p} \cdot \vec{k} / m)^2]^2} f_0^a(\vec{p} + \hbar \vec{k} / 2) f_0^a(\vec{p} - \hbar \vec{k} / 2) \right\} \\ &= \frac{2}{(2\pi \hbar)^3} (I_3 - I_4) \end{aligned} \quad (\text{C.69})$$

bulunur. Burada I_3 ve I_4 ifadeleri

$$I_3 = \pi \int_{-p_F}^{p_F} dp_z \frac{(p_F^2 - p_z^2) \left[\Gamma^2 - \left(p_z k / m - \frac{\hbar k^2}{2m} \right)^2 \right]}{\left[\Gamma^2 + \left(p_z k / m - \frac{\hbar k^2}{2m} \right)^2 \right]^2} \quad (\text{C.70})$$

$$I_4 = 2\pi \int_0^{p_F - \hbar k / 2} dp_z \frac{(p_F^2 - (p_z + \hbar k / 2)^2) \left[\Gamma^2 - (p_z k / m)^2 \right]}{\left[\Gamma^2 + (p_z k / m)^2 \right]^2}$$

olarak tanımlandı.

Ek D: Yarı-klasik Yaklaşım Hesapları

Dağılım fonksiyonlarında $\hbar \rightarrow 0$ limitinde kullanılırsa

$$\begin{aligned}\phi_a(\omega \pm i\varepsilon) &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} f_0^a(\vec{p}) [1 - f_0^a(\vec{p})] \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - (\omega \pm i\varepsilon)} \\ \phi_a(-\omega \pm i\varepsilon) &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} f_0^a(\vec{p}) [1 - f_0^a(\vec{p})] \frac{1}{\vec{p} \cdot \vec{k} / m - (-\omega \pm i\varepsilon)}\end{aligned}\tag{D.1}$$

formunda yazılır. $\phi_a(-\omega \pm i\varepsilon)$ fonksiyonunu hesaplamak için $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$ dönüşümü yapılarak $\phi_a(-\omega - i\varepsilon) = -\phi_a(\omega + i\varepsilon)$ ve $\phi_a(-\omega + i\varepsilon) = -\phi_a(\omega - i\varepsilon)$ olduğu görülür.

Küresel koordinatlarda integral yapılırsa

$$\begin{aligned}\phi(\omega + i\varepsilon) &= 2 \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{(2\pi \hbar)^3} f_0(\vec{p}) [1 - f_0(\vec{p})] 2\pi \frac{m}{pk} \int_{-1}^1 dz \left[\frac{1}{z - \frac{m\omega}{pk} - i\varepsilon} \right] \\ &= 2 \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{(2\pi \hbar)^3} f_0(\vec{p}) [1 - f_0(\vec{p})] 2\pi \frac{m}{pk} \int_{-1}^1 dz \left[P \left(\frac{1}{z - \frac{m\omega}{pk}} \right) + i\pi \delta \left(z - \frac{m\omega}{pk} \right) \right]\end{aligned}\tag{D.2}$$

bulunur. Burada $f_0(\vec{p}) [1 - f_0(\vec{p})]$ ifadesi $f_0(p) = \frac{1}{e^{[\varepsilon - \varepsilon_F]/T} + 1}$ tanımını kullanılarak

$\frac{\partial f_0(p)}{\partial \varepsilon}$ cinsinden aşağıdaki şekilde yazılır

$$\left. \begin{aligned}\frac{\partial f_0(p)}{\partial \varepsilon} &= -\frac{1}{T} \frac{e^{[\varepsilon - \varepsilon_F]/T}}{\left[e^{[\varepsilon - \varepsilon_F]/T} + 1 \right]^2} \\ 1 - f_0(p) &= 1 - \frac{1}{e^{[\varepsilon - \varepsilon_F]/T} + 1} = \frac{e^{[\varepsilon - \varepsilon_F]/T}}{e^{[\varepsilon - \varepsilon_F]/T} + 1}\end{aligned} \right\} \Rightarrow f_0(\vec{p}) [1 - f_0(\vec{p})] = -T \frac{\partial f_0(p)}{\partial \varepsilon}, \tag{D.3}$$

$z_0 = \frac{m\omega}{pk}$ olacak şekilde tanımlanırsa $\phi(\omega + i\varepsilon)$ ifadesi

$$\phi(\omega + i\varepsilon) = -2T \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{4\pi^2 \hbar^3} \frac{\partial f_0(p)}{\partial \varepsilon} \frac{m}{pk} \left[P \int_{-1}^1 \frac{dz}{z - z_0} + i\pi \int_{-1}^1 dz \delta(z - z_0) \right] \quad (\text{D.4})$$

olur. Farklı z_0 değerleri için integralin esas değer kısmı

$$P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - z_0} = \begin{cases} \int_{-1}^{z_0-\eta} dz \frac{1}{z - z_0} + \int_{z_0+\eta}^1 dz \frac{1}{z - z_0} = \ln \left(\frac{1 - z_0}{1 + z_0} \right) & ; \quad -1 < z_0 < 1 \\ \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - z_0} = \ln \left(\frac{z_0 - 1}{z_0 + 1} \right) & ; \quad z_0 < -1 \text{ veya } z_0 > 1 \end{cases} \quad (\text{D.5})$$

olur. Her iki durum için

$$P \int_{-1}^1 dz \frac{1}{z - z_0} = \ln \left| \frac{z_0 - 1}{z_0 + 1} \right| \quad (\text{D.6})$$

olarak kullanılır. Böylece reel kısım

$$\text{Re} \phi(\omega + i\varepsilon) = -2T \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{4\pi^2 \hbar^3} \frac{\partial f_0(p)}{\partial \varepsilon} \frac{m}{pk} \ln \left| \frac{1 - z_0}{1 + z_0} \right| \quad (\text{D.7})$$

olarak elde edilir. İmajiner kısım $-1 < z_0 < 1$ aralığı için

$$\text{Im} \phi(\omega + i\varepsilon) = -2T \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{4\pi^2 \hbar^3} \frac{\partial f_0(p)}{\partial \varepsilon} \frac{m}{pk} \left[\pi \int_{-1}^1 dz \delta(z - z_0) \right] \quad (\text{D.8})$$

olarak yazılır. Burada

$$\int_{-1}^1 dz \delta(z - z_0) = \int_{-1}^1 dz \delta \left(z - \frac{m\omega}{pk} \right) = \begin{cases} 1 & \text{if } -1 < \frac{m\omega}{pk} < 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \Rightarrow \int_{-1}^1 dz \delta \left(z - \frac{m\omega}{pk} \right) = \theta \left(1 - \frac{m|\omega|}{pk} \right) \quad (\text{D.9})$$

olur. Bunu kullanarak

$$\begin{aligned}
\text{Im}\phi(\omega+i\varepsilon) &= -2T\pi \frac{m}{k} \int_0^\infty \frac{pdp}{4\pi^2\hbar^3} \frac{\partial f_0(p)}{\partial p} \frac{m}{p} \theta\left(1-\frac{m|\omega|}{pk}\right) \\
&= -T \frac{m^2}{2\pi\hbar^3 k} \int_{\frac{m|\omega|}{k}}^\infty dp \frac{\partial f_0(p)}{\partial p} = -T \frac{m^2}{2\pi\hbar^3 k} \left[f_0(\infty) - f_0\left(\frac{m|\omega|}{k}\right) \right] \\
&= T \frac{m^2}{2\pi\hbar^3 k} f_0\left(p = \frac{m|\omega|}{k}\right)
\end{aligned} \tag{D.10}$$

sonucu elde edilir. $z_0 < -1$ veya $z_0 > 1$ durumunda z_0 integral aralığının dışındadır ve $\text{Im}\phi(\omega+i\varepsilon)=0$ olur.

$$\begin{aligned}
\text{Re}\phi(\omega+i\varepsilon) &= -\frac{T}{2\pi^2\hbar^3} \frac{m}{k} \int_0^\infty pdp \frac{\partial f_0(p)}{\partial \varepsilon} \ln\left|\frac{z_0-1}{z_0+1}\right| \\
\text{Im}\phi(\omega+i\varepsilon) &= \begin{cases} T \frac{m^2}{2\pi\hbar^3 k} f_0\left(p = \frac{m|\omega|}{k}\right) & ; \quad -1 < z_0 < 1 \\ 0 & ; \quad z_0 < -1 \text{ veya } z_0 > 1 \end{cases}
\end{aligned} \tag{D.11}$$

Benzer şekilde $\phi(\omega-i\varepsilon)$ ifadesi yazılırsa

$$\phi(\omega-i\varepsilon) = 2 \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} f_0(\vec{p}) [1-f_0(\vec{p})] 2\pi \frac{m}{pk} \int_{-1}^1 dz \left[P\left(\frac{1}{z-\frac{m\omega}{pk}}\right) - i\pi\delta\left(z-\frac{m\omega}{pk}\right) \right] \tag{D.12}$$

şeklinde olur ve sadece imajiner kısım negatif olarak değişir. Buna göre $\phi(\omega+i\varepsilon) = \text{Re}\phi(\omega) + i\text{Im}\phi(\omega)$ olarak alınırsa diğer formları şöyle olur

$$\begin{aligned}
\phi(\omega-i\varepsilon) &= \text{Re}\phi(\omega+i\varepsilon) - i\text{Im}\phi(\omega+i\varepsilon) \\
\phi(\omega-i\varepsilon) &= \text{Re}\phi(\omega) - i\text{Im}\phi(\omega) \\
\phi(-\omega+i\varepsilon) &= -\phi(\omega-i\varepsilon) = -\text{Re}\phi(\omega) + i\text{Im}\phi(\omega) \\
\phi(-\omega-i\varepsilon) &= -\phi(\omega+i\varepsilon) = -\text{Re}\phi(\omega) - i\text{Im}\phi(\omega)
\end{aligned} \tag{D.13}$$

Linhard fonksiyonlarının aşağıda verilen yarı-klasik ifadeleri

$$\chi_a^{sc}(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) = 2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\vec{p} \cdot \hbar\vec{k} / m}{\hbar(\omega \pm i\varepsilon) - \vec{p} \cdot \hbar\vec{k} / m} \frac{\partial f_0^a}{\partial \varepsilon} \tag{D.14}$$

kullanılarak, ikinci integrale $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$ dönüşümü uygulandığında

$$\chi_a^{sc}(-\vec{k}', \omega' \pm i\varepsilon) = -2 \int \frac{d^3 p'}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\vec{p}' \cdot \hbar \vec{k}' / m}{\hbar(\omega \pm i\varepsilon) + \vec{p}' \cdot \hbar \vec{k}' / m} \frac{\partial f_0^a}{\partial \varepsilon} \quad (\text{D.15})$$

$$\chi_a^{sc}(-\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) = -2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m}{\hbar(\omega \pm i\varepsilon) - \vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m} = \chi_a(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) \quad (\text{D.16})$$

olduğu görülür. Diğer bir formu

$$\chi_a^{sc}(\vec{k}, -\omega - i\varepsilon) = 2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m}{\hbar(-\omega - i\varepsilon) - \vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m} \frac{\partial f_0^a}{\partial \varepsilon} \quad (\text{D.17})$$

ifadesinde $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$ kullanılırsa

$$\chi_a^{sc}(\vec{k}, -\omega - i\varepsilon) = 2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} \frac{\vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m}{\hbar(\omega + i\varepsilon) - \vec{p} \cdot \hbar \vec{k} / m} \frac{\partial f_0^a}{\partial \varepsilon} = \chi_a^{sc}(\vec{k}, \omega + i\varepsilon) \quad (\text{D.18})$$

elde edilir. Böylece $\chi_a(-\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) = \chi_a(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon)$ ve $\chi_a(\vec{k}, -\omega - i\varepsilon) = \chi_a(\vec{k}, \omega + i\varepsilon)$ eşitliği sağlanır. Bu ifadelerdeki integraller küresel koordinatlarda yazıldığında

$$\begin{aligned} \chi_a^{sc}(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) &= -\frac{1}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty p^2 dp \frac{\partial f_0^a}{\partial \varepsilon} \int_{-1}^1 dz \frac{z}{z - \frac{m\omega}{pk} \mp i\varepsilon} \\ &= -\frac{1}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty p^2 dp \frac{\partial f_0^a}{\partial \varepsilon} \int_{-1}^1 z dz \left\{ \frac{1}{z - \frac{m\omega}{pk}} \pm i\pi \delta\left(z - \frac{m\omega}{pk}\right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{D.19})$$

olur. Burada

$$P \int_{-1}^1 dz \frac{z}{z - z_0} = P \int_{-1}^1 dz \left[1 + \frac{z_0}{z - z_0} \right] = 2 + z_0 P \int_{-1}^1 \frac{dz}{z - z_0} \quad (\text{D.20})$$

olurken ($-1 < z_0 < 1$) ve ($z_0 < -1$ veya $z_0 > 1$) iki durum için de geçerli

$$P \int_{-1}^1 dz \frac{z}{z - z_0} = 2 + z_0 \ln \left| \frac{z_0 - 1}{z_0 + 1} \right| \quad (\text{D.21})$$

sonucu elde edilir. Delta kısım için ise

$$\int_{-1}^1 z dz \delta(z - z_0) = \begin{cases} z_0 & ; -1 < z_0 < 1 \\ 0 & ; \text{diğer durumlar} \end{cases} \quad (\text{D.22})$$

olup

$$\int_{-1}^1 z dz \delta(z - z_0) = z_0 \theta \left(1 - \frac{m|\omega|}{pk} \right) \quad (\text{D.23})$$

formunda yazılır. Bunlar kullanılarak

$$\text{Re } \chi_a^{sc}(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) = -\frac{1}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty p^2 dp \frac{\partial f_0^a}{\partial \varepsilon} \left\{ 2 + z_0 \ln \left| \frac{1 - z_0}{1 + z_0} \right| \right\} \quad (\text{D.24})$$

ve $-1 < z_0 < 1$ için

$$\begin{aligned} \text{Im } \chi_a^{sc}(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) &= -\frac{1}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty p^2 dp \frac{\partial f_0^a}{\partial \varepsilon} \left\{ \pm \pi z_0 \theta \left(1 - \frac{m|\omega|}{pk} \right) \right\} \\ &= \mp \frac{1}{2\pi \hbar^3} \frac{m\omega}{k} \int_{\frac{m|\omega|}{k}}^\infty p dp \frac{m}{p} \frac{\partial f_0^a}{\partial p} \\ &= \pm \frac{m^2}{2\pi \hbar^3} \frac{\omega}{k} f_0^a \left(p = \frac{m|\omega|}{k} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.25})$$

elde edilir. Sonuç olarak

$$\begin{aligned} \text{Re } \chi_a^{sc}(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) &= -\frac{1}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty p^2 dp \frac{\partial f_0^a}{\partial \varepsilon} \left\{ 2 + z_0 \ln \left| \frac{1 - z_0}{1 + z_0} \right| \right\} \\ \text{Im } \chi_a^{sc}(\vec{k}, \omega \pm i\varepsilon) &= \begin{cases} \pm \frac{m^2}{2\pi \hbar^3} \frac{\omega}{k} f_0^a \left(p = \frac{m|\omega|}{k} \right) & ; \quad -1 < z_0 < 1 \\ 0 & ; \quad z_0 < -1 \text{ veya } z_0 > 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{D.26})$$

elde edilir. $\phi_a(i\Gamma)$ ifadesi de benzer şekilde ele alınırsa

$$\begin{aligned} \phi_a(i\Gamma) &= 2i\Gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3} f_0^a(\vec{p}) [1 - f_0^a(\vec{p})] \frac{1}{(\vec{p} \cdot \vec{k} / m)^2 + \Gamma^2} \\ &= -T \frac{i\Gamma}{2\pi^2 \hbar^3} \frac{m^2}{k^2} \int_0^\infty dp \left[\frac{\partial f_0(p)}{\partial \varepsilon} \right]_{-1}^1 dz \frac{1}{\left[z^2 + (m\Gamma / pk)^2 \right]} \\ &= -\frac{iT}{2\pi^2 \hbar^3} \frac{m}{k} \int_0^\infty p dp \frac{\partial f_0(p)}{\partial \varepsilon} \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{pk}{\Gamma m} \right) - \tan^{-1} \left(-\frac{pk}{\Gamma m} \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{D.27})$$

olarak bulunur.

TÜBİTAK Proje Özet Bilgi Formu

Proje No: 114F151
Proje Başlığı: Sıcak Nükleer Sistemlerin Baryon Korelasyon Fonksiyonları
Proje Yürütücüsü : Prof. Dr. Osman YILMAZ
Araştırmacı : Prof. Dr. Ahmet GÖKALP
Yurt Dışı Araştırmacı : -
Yurt Dışı Danışmanlar: Prof. Dr. Şakir AYIK
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi: ODTÜ Fizik Bölümü, 06531 ANKARA
Destekleyen Kuruluş(ların) Adı ve Adresi: TÜBİTAK
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri: 01/10/2014 - 01/4/2016
<p>Öz</p> <p>Sıcak nükleer maddenin kendiliğinden alt kümelere bozulduğu kararsız spinodal bölgede, farklı sıcaklık ve farklı yoğunluklarda, kollektif ve kollektif olmayan singülerliklerden gelen katkıları hesaba katarak sıcak nükleer maddenin yoğunluk korelasyon fonksiyonlarının tam ifadeleri yarı-klasik ve kuantal çerçevelerde incelendi.</p> <p>Parçalanmış sıcak nükleer maddenin yoğunlaşma kümeleşme mekanizması ve sıvı-gaz faz dönüşümünün ilk evrelerinin boyutları ve korelasyon hacmindeki nükleon sayısı hakkında bilgi elde edildi.</p> <p>Böylece, ağır-iyon çarpışmalarında oluşan sıcak nükleer sistemlerde ve nötron yıldızının dış kabuk bölgesinde gözlenen sıvı-gaz faz dönüşümünü tetikleyen spinodal kararsızlık mekanizmasının anlaşılmasına yönelik dinamik bir çerçeve ortaya konuldu.</p>
Anahtar Kelimeler: <i>Spinodal kararsızlık, nükleer parçalanma, stokastik ortalama alan yaklaşımı, zamana bağlı Hartree-Fock teorisi, simetrik ve asimetrik nükleer madde</i>
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu mu? Evet <input type="checkbox"/> Gerekli Değil <input checked="" type="checkbox"/>
<p>Projeden Yapılan Yayınlar:</p> <ul style="list-style-type: none"> • O. Yılmaz, S. Ayık, F. Acar, A. Gökalp, “Growth of spinodal instabilities in nuclear matter”, Phys. Rev. C 91, 014605 (2015). . Etki Faktörü: 3,733 • F. Acar, S. Ayık, O. Yılmaz, A. Gökalp “Growth of spinodal instabilities in nuclear matter II: Asymmetric matter”, Phys. Rev. C 92, 034605 (2015). . Etki Faktörü: 3,733 • F. Acar, O. Yılmaz, S. Ayık, “Spinodal instabilities in asymmetric nuclear matter”, COMEX5, September 14-18, 2015, Krakow, Poland (Poster). • O. Yılmaz, “Nuclear instabilities and baryon density correlation functions”, VIII. International Workshop on Nuclear Structure Properties 27-29 October 2014, Sinop, Turkey (Davetli konuşma-bildiri). • Fatma Acar, “Quantal Investigation of Spinodal Instabilities in Asymmetric Nuclear Matter” Ph. D. Thesis, METU, Turkey. (Tez 2016 yılı içinde tamamlanacak).