



**Üstel Yakınsak Ve Sayısal Olarak Kararlı İki/İki-
Buçuk Boyutlu Monokromatik Saçılma Ve Dalga
Kılavuzu Modellerinin Kapsamının Genetik
Algoritmalar Kullanılarak Genişletilmesi**

Program Kodu: 3001

Proje No: 114E927

Proje Yürütücüsü:
Doç. Dr. Fatih DİKMEN

Araştırmacı(lar):
Doç. Dr. Özgür ERGÜL

Danışman(lar):
Prof. Dr. Yury A. TUCHKIN

Bursiyer(ler):
Emrah SEVER, Murat Enes HATİPOĞLU, Selim ŞAHİN,
Can ÖNOL

MAYIS 2017
GEBZE



Önsöz

Yüzey integral denklemlerine dayalı çözücülerin gücü, özellikle alt bölge temel fonksiyonlarına dayalı momentler yönteminin uygulamalarındaki çeşitlilik ve hız unsurlarının gelişmesi ile mühendislik uygulamalarındaki yerini sağlamlaştırmıştır. Hesaplama gücü ise bilgisayarların sağlayabildiği kadar bir hassasiyette gerçekleşebilir ve günümüzdeki karmaşık problemlerin doğru modellenmeleri esnasında erişilen donanım gücünün yetemediği durumlar ile karşılaşılabilir. Burada oluşan darboğaz daha yüksek mertebeden çözücülerin gündeme alınması ile aşılabılır ki bunlara dair harcanacak çabaların, hızlıca daha basit modeller kurup onların doğruluk sorununu aşmak için sarfedilecek çabalar ile karşılaştırılabilir ve bunlara hatta tercih edilebilir düzeylerde olduğu gerçeği teslim edilebilir.

İki/iki-buçuk boyutlu saçılma problemlerinin yüzeyi kesit düzleminde bir eğri ile temsile izin veren doğası, yüksek mertebeden çözücülerin bu problemlerde uyarlanmasına çok elverişli bir düzenek sunar. Opto, biyo, mikrodalga ve nano elektromanyetik iki/iki-buçuk boyutlu saçılma ve kılavuzlama problemlerine daha geniş bir geometri sınıfı için üstel yakınsak çözümler önererek, bu yapıların sunabileceği fiziksel yeteneklerin hızlı denemeler ile kısa süren simülasyonlar sonrasında ortaya çıkarılabilmesine bir gereç sunmanın amaçlandığı ve TÜBİTAK tarafından 114E927 numaralı proje ile desteklenen bu çalışmada sonsuz düzgün bir eğrinin modelleyebileceği problem sınıfları hedeflenmiş ve bu sınıfın ne kadar genişletilebileceği sorusunun yanısıra buna dair iyi koşullu hızlı çözücünün yapılandırılması ile ilgili sorunların ele alınması hedeflenmiştir.

Çalışmanın iki üniversite akademik personeli arasındaki uyumlu ve verimli bir çalışma iletişimine elvermesi sonucunda an itibarıyla 4 ulusal ve 5 uluslararası olmak üzere dokuz bildiri, bir adet değerlendirmeye sunulmuş SCI indeksinde taranan uluslararası makale, bir adet basılmış ve diğer indekslerce taranan uluslararası makale ve en az iki adet daha bu düzeyde hazırlanmakta olan makaleye dönüşecek bilgi türetilmiştir. Bu işbirliği, projedeki bilgi birikimi ve çalışma uyumu sonucunda ve çıktılar sayesinde, yeni bir proje daha önerme vaadini de halen değerlendirme altındaki Ocak 2017 döneminde gerçekleşen 117E213 numaralı proje başvurusu ile başarmıştır. Verimli geçen bu iki yılda yer alan çalışmalara dair proje sonuç raporu metinde sunulmaktadır.



İçindekiler Dizini

Önsöz	i
İçindekiler dizini	ii
Tablolar dizini	iv
Şekiller dizini	v
Özet	viii
Abstract	ix
1. Giriş Ve Literatür Özeti	1
2. Gereç Ve Yöntem	4
2.1. Sınır değer probleminin kurulması	4
2.2. Sınır potansiyelleri için kanonik çekirdekler	5
2.3. Γ üzerinde sınır potansiyellerinin değeri	7
2.4. Sınır potansiyellerinin ayrıklaştırılması	8
2.5. S ve D çekirdeklerinin ayrıklaştırılması için ARY	10
2.5.1. S için ARY	11
2.5.2. D için ARY	11
2.6. 2.5 boyutlu (eksenel simetriden) problem için genişletmeler	12
2.6.1. Gözlem ve kaynak noktaları arasındaki ilişkiler	12
2.6.2. Özel aksenal simetriden uyarımlar	13
2.6.3. Mükemmel İletken Düzgün Kesitli Toroid için Çekirdek Analizi	13
2.6.3.1. $TM-\phi$ EAİD veya S potansiyeli için Çekirdek Analizi	14
2.6.3.2. $TM-\phi$ MAİD veya V potansiyeli için Çekirdek Analizi	15
2.7. Aday parametrisasyonların düzgünleştirilmesi	18
2.7.1. Süperformülün sonsuz düzgün biçiminin geliştirilmesi	18
2.7.2. Süperformül ile örneklenen noktaların sonsuz düzgün parametrisasyon geliştirilmesi için kullanılması	19
2.7.2.1. Yay uzunluğu ve teğet açılarının bileşimi olan bir parametrisasyon	19
2.7.2.2. Eğrinin Spline interpolasyonu sayesinde parametrisasyonu	20
2.7.2.3. Eğrinin Spline interpolate edilmiş parametrisasyonunun Fourier serisi gösterilimi	20
2.8. Genetik Algoritmalar ile Süperformül Düzgünleştirilmesi	22
3. Bulgular	24

3.1. İki Cisimden Dielektrik ve Empedans Sınır Koşulları Altında TE/TM Saçılmasına Dair Üstel Yakınsayan EAİD ve MAİD Çözümlerin Eldesine İlişkin Bulgular	24
3.1.1. Dielektrik sınır koşulları altında iki dairesel sınırdan saçılma sonuçları	24
3.1.2. Empedans sınır koşulları altında iki dairesel sınırdan saçılma sonuçları	26
3.1.3. Karışık sınır koşulları altında ARY gereksinimi	28
3.2. Genetik Algoritmalar ile Süperformül Optimizasyonu ve Bu Eğrilerden TE/TM Saçılmasına Dair Üstel Yakınsayan Çözümlerin Eldesine İlişkin Bulgular	31
3.2.1. Genetik Algoritmalar ile Süperformül Optimizasyonu	31
3.2.1.1. Süperformül için genetik algoritma kodu	31
3.2.1.2. Genetik algoritma kodu ile optimizasyonlar	31
3.2.1.3. Genetik algoritma sonuçlarının iyileştirilmesi	31
3.2.1.4. Genetik algoritma kodunun etkinliği	32
3.2.1.5. Bazı kanonik eğrilerin süperformül ile yakınsanması	32
3.2.1.6. Elde edilen eğrilerin ikinci ve üçüncü türevleri	34
3.2.2. Genetik Algoritmalar ile Süperformül Optimizasyonu ile Karar Verilen Eğrilerden TE/TM Saçılmasına Dair Üstel Yakınsayan Çözümler	35
3.2.2.1. TM sonuçları	36
3.2.2.1.1. Yıldız	36
3.2.2.1.2. Parkur	37
3.2.2.1.3. Artı	39
3.2.2.2. TE sonuçları	41
3.2.2.2.1. Yıldız	41
3.2.2.2.2. Parkur	42
3.2.2.2.3. Artı	44
3.2.3. Genetik Algoritmalar ile Güncellenmiş Süperformül Optimizasyonu	45
3.2.4. Eğrinin Spline interpolate edilmiş parametrizasyonunun Fourier serisi gösterilimi üzerine bulgular	47
3.2.4.1.1. Tikhonov Düzgünleştirme	47
3.2.4.1.2. Cebrik Çarpan ile Düzgünleştirme	49
Sonuç	51
Kaynaklar	52



Tablolar Dizini

Tablo 1. Belirli bir uyarmada denklemleri seçmeye yarayan bilgiler	4
Tablo 2. Sınır potansiyelleri ile integral dönüşümler	6
Tablo 3. Sınır potansiyellerinin çekirdeklerinin sonsuz düzgün kısımları (K_1) ve kanonik teklik kere sonsuz düzgün kısımları (K_0)	8
Tablo 4. Matris denkleminin sol tarafını oluşturma amaçlı sınır potansiyellerinin Fourier spektrumu	9
Tablo 5. Orijindeki Manyetik/Elektrik dipollerin alanları	13



Şekiller Dizini

- Şekil 1. Örnek dairesel geometriler A: iç içe, B: yan yana. Sırasıyla merkez koordinatları, $O_i(x_i, y_i)$: A: (0,0), $(-\lambda_0/2, 0)$, B: $(-2\lambda_0, 0)$, $(2\lambda_0, 0)$ ve yarıçaplar ρ : A: $3\lambda_0/2$, $\lambda_0/2$, B: $\lambda_0/2$, $\lambda_0/2$ 24
- Şekil 2. Şekil 1'deki (A) TM polarize düzlem dalga altında. Üstte: Bilinmeyenlerin Fourier katsayıları (ayırd edilebilmesi için üst eğrilere kasten 200dB eklenmiştir). Altta: $i=1,2$ sınırlarındaki bilinmeyenler 25
- Şekil 3. Şekil 1'deki (B) TE polarize düzlem dalga altında. Üstte: Bilinmeyenlerin Fourier katsayıları (ayırd edilebilmesi için üst eğrilere kasten 200dB eklenmiştir). Altta: $i=1,2$ sınırlarındaki bilinmeyenler 26
- Şekil 4. İki empedans sınır koşullu dairesel silindir. Yarıçaplar, aralarındaki uzaklık ve ortam ve yüzey empedans değerleri 27
- Şekil 5. Şekil 4'deki silindirler TM polarize düzlem dalga altında. Üstte: Bilinmeyenlerin Fourier katsayıları (ayırd edilebilmesi için üst eğrilere kasten 200dB eklenmiştir). Altta: $i=1,2$ sınırlarındaki bilinmeyenler 27
- Şekil 6. Şekil 4'deki silindirler TE polarize düzlem dalga altında. Üstte: Bilinmeyenlerin Fourier katsayıları (ayırd edilebilmesi için üst eğrilere kasten 200dB eklenmiştir). Altta: $i=1,2$ sınırlarındaki bilinmeyenler 28
- Şekil 7. Yıldız eğrisine ait optimizasyon sonuçları: Esas eğriler ve optimizasyon sonucu elde edilen birinci türevler açığa bağlı olarak gösterilmiştir 33
- Şekil 8. Parkur eğrisine ait optimizasyon sonuçları: Esas eğriler ve optimizasyon sonucu elde edilen birinci türevler açığa bağlı olarak gösterilmiştir 33
- Şekil 9. Artı eğrisine ait optimizasyon sonuçları: Esas eğriler ve optimizasyon sonucu elde edilen birinci türevler açığa bağlı olarak gösterilmiştir 33
- Şekil 10. Yıldız eğrisine ait optimizasyon sonuçları: İkinci ve üçüncü türevler açığa bağlı olarak gösterilmiştir 34
- Şekil 11. Parkur eğrisine ait optimizasyon sonuçları: İkinci ve üçüncü türevler açığa bağlı olarak gösterilmiştir 34
- Şekil 12. Artı eğrisine ait optimizasyon sonuçları: İkinci ve üçüncü türevler açığa bağlı olarak gösterilmiştir 34
- Şekil 13. Yıldız eğrisine EAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda lineer ölçekli 36
- Şekil 14. Yıldız eğrisine MAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda logaritmik ölçekli 36

Şekil 15. Yıldız eğrisine dair EAİD birinci ve ikinci türden sistemlerin ters almaya duyarlılığı. İkincisinin karakteri olan düzgün sınırlılık yakınsaklığı garanti eder. Birinci türden sisteme dair grafiğin kesme sayısı ile doğrusal arttığı görülür

37

Şekil 16. Parkur eğrisine EAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda lineer ölçekli

37

Şekil 17. Parkur eğrisine MAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda logaritmik ölçekli

38

Şekil 18. Parkur eğrisine dair EAİD birinci ve ikinci türden sistemlerin ters almaya duyarlılığı. İkincisinin karakteri olan düzgün sınırlılık yakınsaklığı garanti eder. Birinci türden sisteme ilişkin eğrinin düzgün sınırlı görünmesi tesadüf eseridir

38

Şekil 19. Artı eğrisine EAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda lineer ölçekli

39

Şekil 20. Artı eğrisine MAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda logaritmik ölçekli

39

Şekil 21. Artı eğrisine dair EAİD birinci ve ikinci türden sistemlerin ters almaya duyarlılığı. İkincisinin karakteri olan düzgün sınırlılık yakınsaklığı garanti eder. Birinci türden sisteme ilişkin eğrinin düzgün sınırlı görünmesi tesadüf eseridir. Hatta ikinci türden sisteme ters olarak artan kesme sayısı ile artması gözlenmektedir

40

Şekil 22. Yıldız eğrisine EAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda lineer ölçekli

41

Şekil 23. Yıldız eğrisine MAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda logaritmik ölçekli

41

Şekil 24. Yıldız eğrisine dair EAİD birinci ve ikinci türden sistemlerin ters almaya duyarlılığı. İkincisinin karakteri olan düzgün sınırlılık yakınsaklığı garanti eder. Birinci türden sisteme dair grafiğin kesme sayısı ile doğrusal arttığı görülür

41



- Şekil 25. Parkur eğrisine EAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda lineer ölçekli 42
- Şekil 26. Parkur eğrisine MAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda logaritmik ölçekli 42
- Şekil 27. Parkur eğrisine dair EAİD birinci ve ikinci türden sistemlerin ters almaya duyarlılığı. İkincisinin karakteri olan düzgün sınırlılık yakınsaklığı garanti eder. Birinci türden sisteme ilişkin eğrinin kesme sayısına göre doğrusal artan karakterdedir 43
- Şekil 28. Artı eğrisine EAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda lineer ölçekli 44
- Şekil 29. Artı eğrisine MAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda logaritmik ölçekli 44
- Şekil 30. Artı eğrisine dair EAİD birinci ve ikinci türden sistemlerin ters almaya duyarlılığı. İkincisinin karakteri olan düzgün sınırlılık yakınsaklığı garanti eder. Birinci türden sisteme ilişkin eğrinin ikinci türden sisteme ters olarak artan kesme sayısı ile doğrusal artması gözlenmektedir 44

İntegral denklem temelli iki/iki-buçuk boyutlu monokromatik saçılma ve dalga kılavuzu modellemeleri için tam bölge Galerkin yöntemi ile, saçıcı ya da kılavuza ait sınırın sonsuz düzgün parametrik gösterilimi çözüm olarak önerilen seri ifadesinin, fonksiyonun limitine yakınsama hızının herhangi cebrik bir kuvvettin üzerinde, üstel fonksiyon uyarınca olduğu çözümler elde edilebilir. Sadece kesitleri basit geometrik şekiller için mevcut (örneğin daire, elips) bu vasıftaki çözümler bunlardan farklı olarak, en genel halde türevleri süreksiz genelleştirilmiş bir elips parametrizasyonu "Superformula" nın bu sorununu aşmak üzere düzenlenmesi ile genişletilmeye çalışılmıştır. Böylece, elde edilen sonsuz düzgün (her mertebeden türeve sahip) parametrizasyonun serbest parametreleri kümesi oluşturulacaktır. Bu haliyle formüle dair parametreler, herhangi bir uygulamanın gereği ortaya çıkan ve üzerinden coğrafi örnekler alınmış bir eğriye uydurulabilirse, o eğri sonsuz düzgün bir parametrizasyona kavuşturulmuş olur. Anılan bu optimizasyon sürecini genetik algoritmalar aracılığı ile sistemli hale getirmek üzerinde çalışılmıştır.

Diğer taraftan anılan türdeki direkt integral denklem çözümlerinin nümerik olarak gerçekleşmesinde çözülmeye çalışılan birinci tür Fredholm tipi integral denkleminin ayrıklaştırılmasında da sonsuz boyutlu birinci türden lineer denklem sistemleri ile karşılaşılır. Bunlar kötü koşullu sistemlerdir ve ilgili koşullanma sayıları kesme sayısının artması ile sınırlı kalamazlar. Buna çare olarak ilgili problemi ikinci türden bir lineer cebrik denklem sistemine indirgemeyi hedefleyen analitik regülerleştirme prosedürü gereklidir. Bununla, temelde parametrizasyon için kullanılan formülün en fazla ikinci türevlerinin sürekli olması sayısal olarak kararlı bir algoritma kurmak için yeterlidir. Buna uyan bir parametrik fonksiyonun nasıl sonsuz düzgünleştirilebileceğinin yanısıra, pratik uygulamalarda karşılaşılan, karmaşık türden sınır koşullarının modellediği dielektrik ve empedans türü sınırlar üzerinde kararlı ve yakınsama garantili çözümlerin elde edilmesinin gereklerine dair tespitler bu çalışmanın önemli bir sonucu olarak ortaya çıkmıştır.



Abstract

For the integral equation methods used for modeling the two/two&half dimensional monochromatic wave scattering or guiding, based on entire domain Galerkin method, the series expression suggested for the solution function converges to its limit at a rate faster than any algebraic power, i.e. exponentially of the parametrical function representing the boundary contour. Solutions of this property which are available only for cross sections formed via simple geometrical shapes (e.g. circle, ellipse) has been elaborated to be broadened via "Superformula"-a generalized elliptical parametrization and apart from the simple shapes, a non-smooth parametrization with discontinuous derivatives after its modification to alleviate this defect. Therefore, the set of the free parameters of the infinitely smooth (with all order of derivatives) parametrization will be formed. Thus, if the parameters of the formula could be fit for a contour which may emerge from an application requirement, providing geographical samples from it, this contour can have an infinitely smooth parametrization. It has been possible to systemize this optimization process via genetic algorithms.

On the other hand, aforementioned type of direct integral equation solvers lead to Fredholm first type of integral equations which in turn are transformed into linear algebraic equations of the first kind after discretization. These are ill-conditioned systems and relevant condition numbers are unbounded with increasing truncation numbers. As a remedy, analytical regularization procedure is required which reduces the same problem into a linear algebraic equation of the second kind. With that, basically, it suffices to have a parameterization formula with at most two derivatives continuous, to establish a numerically stable algorithm which also have been elaborated for its smoothening as well as the mixed type boundary value problems elaborated via integral equations that emerge in practice when dielectric or impedance boundaries have been of concern to obtain solutions which are stable and with convergence guarantee.



1. Giriş Ve Literatür Özeti

Silindirik dalga saçılması modellerinin geçerli olduğu uygulama alanlarının çeşitliliği, aynı sahada 3 boyutlu (3B) modellerin gelişmesine karşın, artmaya devam etmektedir. Böylelikle 2 boyutlu (2B) çözümler, tümünün arasından, sınırları temsil eden eğrinin en basit hali için dahi sıyrılarak, uzaktan algılamadan güç aktarımına yayılan uygulama sahalarında ve hızlı çözümler sağlayan biçimde yer bulmaktadır [Dikmen v.d. 2015]. 2B monokromatik elektromanyetik dalgaların, çoklu silindirik sınırlardan saçılması problemi, teğet (kesit düzleme teğet) manyetik (TM) veya teğet elektrik (TE) kaynaklar ile uyarma halinde, elektrik alan integral denklemlerine (EAİD) veya manyetik alan integral denklemlerine (MAİD) indirgenebilir [Morita v.d. 1991]. Bu proje, bu denklemlerin anılan uyarma biçimlerinde rezonans frekansları haricinde sonsuz düzgün sınırlar üzerinde çözülebilmeleri için verimli bir algoritma önermeyi ve sonsuz düzgün parametrize edilmiş sınırların sınıfını genişletmeye yönelik bir çaba ile bu algoritmanın yaygınlaştırılabilmesini amaçlamaktadır. Rezonans frekanslarında çalışmak veya onlardan kaçınmak için formülasyonlar literatürdeki teknikler kullanılarak yapılabilir [ör. Tsai v.d. 2006]. Verimlilik derken, çözümün uygulama parçalarının analitik olarak denetlenebilir en doğru biçimde ve ilgili sınır değer probleminin çözüm doğasını açığa çıkaracak biçimde üstel yakınsak olarak bulunması kastedilmektedir. Bu manada verimlilik eldesinin uygun çözücü bileşenlerini gerektirdiği açık sınırlar için bilinmektedir [Greengard 1991, Tsalamengas 2010] ve bu projedeki çalışma ilgili işin kapalı sınırlar için gerekenlerini ortaya koyacaktır. Sonsuz düzgün sınırlar ile kastedilen ise, istenilen kadar parametrik türevi olan parametrik fonksiyonlara sahip sınırlardır. Bunlar daire veya elips gibi kanonik sınırların dışında, bunların bir üst kümesi olabilecek bir parametrik gösterim olarak karşımıza çıkabilir ve 2B cisimlere dair büyük bir saçıcı çeşitliliği sağlayabilir ki çift sayılı kuvvetleri ile "Superformula" (SF) buna bir örnektir [Gielis 2003]. Bu projede SF sadece çift sayılı kuvvetlere sınırlanmadan, mevcut doğasındaki türev süreksizliğinin giderilmesine çalışılmıştır. Böylece elde edilen yeni sonsuz düzgün süperformül parametrelerinin verilmiş bir kapalı eğri için buluşsal bir optimizasyon yöntemi ile tespit edilmesi hedeflenmiştir. Genetik Algoritmalar bu amaç için kullanılan buluşsal optimizasyon yöntemi olmuştur.

Uygulanan çözücü tüm-bölge Galerkin yönteminin bir uygulamasıdır ki bilişimsel kaynakların bolluğunun çözümleri etkilemesinden önceki zamanlarda yani yirmi yıl kadar önce bilgisayarlar gereken hassasiyeti sağlayamazken, Galerkin yöntemi alt-bölge uygulamaları için dahi, optimal bulunmuştur [Wandzura 1991]. Bu çözüm her manasıyla yüksek mertebeden çözümler kategorisindedir ki, modern

bilişimsel elektromanyetizmanın en bilinen çözüm stratejileri için bunun bir gereklilik olarak görünmediğine şahit oluyoruz. Örneğin, 2B çözümler ile başlanmasıyla beraber [Andriulli&Michielssen 2007], şu ana değin, düşük mertebeden temel ve test fonksiyonları ayarlamalarının sayısal olarak kararlı ve büyük çeşitlilik sağlayan çözümlerin eldesi için yeterli olduğunu gösterebilmişlerdir. [Dallas&Kleinmann 1998]'a göre bu,

I. integral denklem formülasyonlarına dair sınırlı terse sahip bir operatör kurma gerekliliğinin

daha çok vurgulanıp,

II. yüksek mertebeden temel ve test fonksiyonları seçerek problem için iyi koşullu bir matris operatörü elde etmeye imkan veren uygun bir iç çarpım uzayında çalışma gerekliliğinin

daha az vurgulandığı anlamına gelir. Ancak, çok iyi bilinen Moore yasasına karşı olarak [Wandzura, 2004], [Cross 2016], "Rokhlin Dogması" ya da "Yüksek Mertebe Zorunluluğu" gibi kavramlara, yöntemin ölçeklenebilir ve hızlı olmasına ek olarak doğruluk denetiminden yoksunluğunun da hoşgörülemediği yeni formülasyonların bağlamında sıkça rastlamaktayız [Wandzura, 2004]. Bu gereksinim yirmi yıl önce 2B formülasyonlar göz önünde iken rastlanandan farklı değildir [ör. Hamilton v.d. 1999]. Bakıldığında literatürde, (I)'i geliştirmeye yönelik çabaların [Epstein v.d. 2013] aslında (II)'nin yaygınlaşmasına [Shafieipour v.d. 2015] da yola açmasının yanında, (II)'nin yegane hedef olabildiği [Shafieipour et. al 2016] doğruluk denetimli yüksek mertebeden formülasyonlar bulunmasına ilişkin çalışmalara daha sık rastlamaktayız. Böylelikle bir çözüm içerisinde (I) ve (II)'den uygun bir bileşimin olmasının, sayısal kararlılığa sahip, üstel yakınsayan çözümlere yol açmasını gözlemlemekteyiz.

2B problemler ilişkili böyle bir bileşime [Shestopalov et. al. 1997 & Poyedinchuk, et. al. 2000] içinde "Analitik Regularizasyon Yöntemi" adıyla rastlıyoruz. Bu tüm bölge Galerkin yöntemini (II) bir regüleleştirme prosedürü ile birleştirerek (I), Fredholm birinci türden integral denklemlerine dair operatörler için dahi (ki açık sınırlar için kaçınılmaz [Yiğit and Dikmen 2011, Bruno and Lintner, 2012]) ikinci türden bir lineer cebrik sistemi elde etmeyi mümkün kılmıştır. Temelde orjinal problem ile tekliği denk olan bir kanonik problem bulmaya dayanır ki bu kanonik problemin tekliğinin Fourier tayfının analitik bir ifadesi mevcuttur. Sonrasında klasik sol ve sağ yan regüleleştirici operatörleri uygunsuz Galerkin-Petrov durumları için dahi [Dallas&Kleinmann 1998] fonksiyonel analizin klasik ders kitaplarındaki gibi uygulanabilir olur [ör. Hutson v.d. (2005)]. Üstel yakınsak çözümlerin eldesinin böyle bir regüleleştirmenin gerekliliğini nasıl etkileyeceği

tartışılacaklar arasındadır. Uygun kanonik çözümün bulunması ve çözümün hızlı bulunabildiği parçalar ile modülerleştirilebilmesi ise üstel yakınsayan çözümlerin eldesi için kaçınılmaz bir gerekliliktir [Rautio v.d. 2015]. Hızlı algoritmaların çeşitlemeleri ise gerektiğinde kullanılabilir [ör. Greengard v.d. 2004].

Burada uygulanan Galerkin yönteminin ayrıntıları [Shestopalov v. d. 1997 & Poyedinchuk v. d. 2000] kapsamındadır. Bu formülasyona bir giriş olarak [Hu 1995, Liu&Liu 2004, Şimşek v.d. 2006] gösterilebilir, ki kurulan algoritmanın doğrudan genişletilebileceği düzlemsel katmanlı ortamdaki periyodik yapılar da orada işaret edilmiştir. Önceki/sonraki yaklaşım integral çekirdeklerinin değerlerini integrasyon ve gözlem noktalarını aynı/farklı örnek noktalarda seçerek analitik/nümerik olarak elde eder. Hala spektral doğrulukta kalmakla beraber, örnek noktalar yoğunlaştıkça, önceki/sonraki yöntemin gereçleri denetimli/azalan doğrulukta çözümleri, özellikle çekirdek hiper-tekil iken kaçınılmaz biçimde ortaya çıkarır.

Eksenel simetrik problemler sınıfı, yukarıda anılan iki boyutlu problem sınıfından daha karmaşıktır ve yine de yukarıda önerilen sisteme indirgenerek onlar için de üstel yakınsak çözümler bulunabilir. Bununla ilgili Tablo 1 aracılığı ile erişilebilen problemlerin formülasyonlarının türetilmesi de mümkün olmuştur. Burada temel güçlüğü, 3B Green fonksiyonunun azimut açısı simetrisi uyarınca Fourier katsayısının analitik incelenmesinde karşılaşılmıştır. Ancak yine de varılan ifadeler sayesinde 2B saçılma problemindeki algoritmaların uygulanabildiği formülasyonu önermek mümkün olabilmıştır. Bu yaklaşım [Dikmen&Tuchkin 2009]'da temellendirilmiş ve gereken radyal ölçekleme orada tanıtılmıştı.

Proje kapsamında geliştirilen ve kullanılan olan genetik algoritma modülü, standart uygulamalardakilere ([Ergül&Gürel, 2013], [Gürel&Ergül 2008]) benzer biçimde oluşturulmuş olmasına karşın, gerçekleştirilecek olan parametrik analizlere bağlı olarak iyileştirilmesi hedef olmuştur. Genel olarak, genetik bir havuzun mutasyon ve çiftleşme gibi operasyonlarla evrilmesine dayalı olan genetik algoritmalar, çok büyük optimizasyon uzaylarında hızlı ve verimli çözümler vermeleriyle bilinmektedir. Ancak, geliştirilen bir genetik algoritma modülünün başarılı olabilmesi ve hızlı optimizasyonlar verebilmesi için, uygulandığı problem kümeleri üzerinde parametrik olarak test edilmesi gerekmektedir.

Proje kapsamında geliştirilmiş olan genetik algoritma modülünün başarısı ilgili parametrelerinin en uygun biçimde ayarlanmasına konu olan başlıca parametreler Genetik Kodlama, Çiftleşme, Mutasyonlar, Elitizm olarak sıralanabilir.



2. Gereç Ve Yöntem

2.1. Sınır değer probleminin kurulması

$\pm\Omega$, x-y düzlemindeki Γ sonsuz düzgün eğrisinin iç ve dış bölgelerini gösterebilir. **S** tek tabaka (**Single layer**) potansiyeli olmak üzere, Γ üzerinde ona ve limit değerlere dair ilgini sınır potansiyelleri $\{\mathbf{S}, \mathbf{R}, \mathbf{V}, \mathbf{D}\}$ harfleriyle sırasıyla kendisi, integrasyon (integ**R**ation) ve gözlem (obser**V**ation) noktalarındaki dışa yönelmiş normal türevleri, ve çift tabaka (**Double layer**) potansiyeli olarak simgelenir [Colton&Kress 1992]. Helmholtz denklemi 3. Green formülü aracılığı ile integral çözüme kavuşturulurken ortaya çıkan unsurlardır bunlar ve Γ üzerindeki sınır koşulları ile $\pm\Omega$ içinde Sommerfeld ışınım koşullarına da uyan geçerli çözümler bulunması esnasında karşımıza çıkar [Hsiao&Wendland 2000]. ($G_2(q, p)$ 2B boş uzayın Green fonksiyonudur (aşağıda (3))):

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(\zeta(q)) &= \int_{\Gamma} \zeta(p) G_2(q, p) dl'; & \mathbf{R}(\xi(q)) &= \int_{\Gamma} \xi(p) \frac{\partial G_2(q, p)}{\partial n'} dl'; \\ \mathbf{V}(\zeta(q)) &= \int_{\Gamma} \zeta(p) \frac{\partial G_2(q, p)}{\partial n} dl'; & \mathbf{D}(\xi(q)) &= \int_{\Gamma} \xi(p) \frac{\partial^2 G_2(q, p)}{\partial n \partial n'} dl'. \end{aligned}$$

Blok matris operatörleri **K** ve blok vektörleri **X** ile **G** bilinmeyen akım yoğunlukları ve gelen elektromanyetik alanlar olmak üzere şöyle tanımlansın [Morita et.al. 1991] (transverse:kesite teğet, longitudinal:kesite dik, inc (incident:gelen)):

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \alpha \mathbf{S} \\ \alpha^{-1} \mathbf{D} & -\mathbf{V} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{\beta} \\ \mathbf{L}_{\gamma} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{\gamma}^{inc} \\ \mathbf{L}_{\beta}^{inc} \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}: \text{transverse}, \mathbf{L}: \text{longitudinal} \quad (1)$$

T/L sırasıyla silindirik $\Gamma \cup z \in (-\infty, \infty)$ biçimindeki yüzeydeki iki dik temel vektörü belirtir. (1)'deki katsayılar ve Γ üzerinde yazılacak integral denklemler gelen alanların polarizasyonuna göre aşağıdaki özet tablodan seçilebilir (**m**:manyetik, **e**:elektrik). Sınır koşulu geçirgen değilse yani empedans türünden ise bu ikinci sütundaki ilişki ile uyarlanabilir. Geçirgen sınırlar için bu sütun yok sayılabilir.

Geliş Polariz.	Empedans	α	β	γ	1.Satır K	2.Satır K
TM	$L_{\gamma} = T_{\beta} / \eta$	$-j\omega\mu$	m	e	EAİD	MAİD
TE	$L_{\gamma} = -T_{\beta} \eta$	$j\omega\epsilon$	e	m	MAİD	EAİD

Tablo 1. Belirli bir uyarımda denklemi seçmeye yarayan bilgiler

Γ artık sonsuz düzgün birkaç eğrinin modellediği sınır olabilir yani, $\Gamma = \cup_{i=1}^N \Gamma_i$ biçiminde çok-bağımlı bir bölgede birbirini de içerebilecek sınırları niteleyebilir. Buna göre sözü edilen polarizasyonlar halinde Γ_i sınırının \pm taraflarındaki bünye parametreleri ile geçirgen ya da geçirgen olmayan sınır koşulları altında, aşağıdaki

Fredholm ikinci türden biçiminde yazılmış blok matris gösterilimindeki integral denklemlere varılabilir. I birim köşegen matris operatörüdür:

$$\left[\frac{1}{2}I \pm H \right] Y^\pm = B^\pm; \quad H = (K_{ij})_{N \times N}; Y = (X_i)_N; B = (G_j)_N \quad (2)$$

Mümkün 4 durum TM-EFIE, TM-MFIE, TE-EFIE, TE-MFIE olarak sıralanabilir ve bunlardan biri için geçirgen ya da geçirgen olmayan durumlarda denklemler verilmiş olur.

2.2. Sınır potansiyelleri için kanonik çekirdekler

(2)'deki integral denklem Galerkin yöntemi ile ayrıklaştırılacak ve bu sırada $\Gamma_i(\theta)$, $\theta \in (-\pi, \pi]$ için sonsuz düzgün varsayımı yapılacaktır. Bu eğriler birim çembere izomorfiktir ve bunlara ilişkin sınır potansiyellere dair kanonik yöresel tekil açılımlar ile gelir [Shestopalov v.d. 1997 & Poyedinchuk v.d 2000]. $e^{j\omega t}$ zaman bağımlılıklı monokromatik halde, dalga boyu k olan 2B uzayın Green fonksiyonu yöresel tekil açılımı ($c_{0,1,2}$ bazı sabitler [ör. Luke 1969])

$$G_2(q, p) = \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(k|q - p|) = \frac{1}{2\pi} \ln|q - p| (1 + c_0 \mathcal{O}(|q - p|^2)) + \mathcal{O}(c_1 + c_2 \mathcal{O}(|q - p|^2)) \quad (3)$$

Birim çember üzerinde kutupsal koordinatları $q=(1, \theta)$, $p=(1, \tau)$ olan iki nokta arası mesafe $|q - p| = \left| 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} \right|$. (3)'e göre bu mesafenin doğal logaritması kanonik tekillik olur ve analitik Fourier açılımı ve hiper-tekillik ile ilişkisi parametrik türevler cinsinden aşağıda verilen biçimdedir:

$$\begin{aligned} \delta &= 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2}; & \ln|\delta| &= -\frac{1}{2} \sum_{n \neq 0}^{\infty} a_n e^{in(\theta - \tau)}; \\ a_n &= |n|^{-1}; & \frac{1}{\delta^2} &= -\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \ln|\delta| = \frac{1}{2} \sum_{n \neq 0}^{\infty} a_n^{-1} e^{in(\theta - \tau)} \text{ as } \delta \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Okumaya yardımcı olabilir, $\delta \rightarrow 0$ aynı zamanda $(\theta - \tau) \rightarrow 0$ demektir çünkü $x \rightarrow 0$, olurken $2 \sin(x/2) = \mathcal{O}(x)$. $G_2(q, p)$ birim çember üzerindeki değeri ile başka bir $\Gamma_i(\theta)$ üzerindeki farkı reel-analitik bir fonksiyon (bir noktadaki Taylor serisi açılımına yakınsayan fonksiyon) olduğundan, Tablo 2'deki kanonik integral çekirdeklerin $\delta \rightarrow 0$ olurken tekil davranışlarını özetlediği söylenebilir.

Sınır Pot.	Kanonik integral dönüşüm	P mertebesi
$S(\zeta(\theta))$	$\int_{-\pi}^{\pi} \zeta(\tau) \left\{ \frac{1}{2\pi} \ln \delta + P_S(\theta, \tau) \right\} l(\tau) d\tau$	$\mathcal{O}(\delta^2 \ln \delta)$
$R(\xi(\theta))$	$\frac{1}{2} \xi(\theta) + \int_{-\pi}^{\pi} \xi(\tau) \left\{ \frac{1}{2\pi l(\tau)} P_R(\theta, \tau) \right\} l(\tau) d\tau$	$\mathcal{O}(\delta \ln \delta)$
$V(\zeta(\theta))$	$-\frac{1}{2} \zeta(\theta) + \frac{1}{2\pi l(\theta)} \int_{-\pi}^{\pi} \zeta(\tau) P_V(\theta, \tau) l(\tau) d\tau$	$\mathcal{O}(kl(\theta) \delta \ln \delta)$

$$\mathbf{D}(\xi(\theta)) \quad \frac{1}{2\pi l(\theta)l(\tau)} \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \int_{-\pi}^{\pi} \xi(\tau) \ln|\delta| l(\tau) d\tau + \int_{-\pi}^{\pi} \xi(\tau) P_D(\theta, \tau) l(\tau) d\tau \right] \quad \left| \begin{array}{l} \mathcal{O}(k^2 l(\theta)) \\ l(\tau) \ln|\delta| \end{array} \right.$$

Tablo 2. Sınır potansiyelleri ile integral dönüşümler

Burada $l(\theta) = \sqrt{x'(\theta)^2 + y'(\theta)^2}$ $\Gamma_i(\theta)$ parametrizasyonlarının yay-uzunluğudur. Sınır potansiyellerinin Tablo 2 ye uyan açık hallerine aşağıdaki matris eşitliği aracılığı ile verilmiş olan özet ile varılabilir:

$$\begin{bmatrix} K(\mathbf{S}) \\ K(\mathbf{R}) \\ K(\mathbf{V}) \\ K(\mathbf{D}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/jk & 0 \\ 0 & 4a/jk \\ 0 & -4b/jk \\ kab & (2ab - c)/kR \end{bmatrix} \begin{bmatrix} jk\mathcal{G}_2 \\ \frac{k}{4j}\mathcal{G}'_2 \end{bmatrix}; \quad \begin{cases} a = \hat{n}' \cdot \hat{R} \\ b = \hat{n} \cdot \hat{R} \\ c = \hat{n}' \cdot \hat{n} \\ R = |q - p| \end{cases}; \quad \begin{cases} \mathcal{G}_2(q, p) = \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(kR) \\ \mathcal{G}'_2(q, p) = \frac{jk}{4} H_1^{(2)}(kR) \end{cases} \quad (5)$$

Burada \hat{n}' ve \hat{n} sırasıyla integrasyon ve gözlem noktalarındaki dışa doğru birim normallerdir ve \hat{R} integrasyon noktasından gözlem noktasına birim vektördür ve k gözlem yapılan bölgenin dalga sayısıdır. (5) 'deki en baskın tekilliği vurgulamak için (3)'deki açılıma $\mathcal{G}'_2(q, p)$ için olanı da kapalı biçimde ekleyelim ($c_{3,4,5,6}$ bazı sabitler [ör. Luke 1969]);

$$\frac{\mathcal{G}'_2(q, p)}{|q-p|} = -\frac{1}{2\pi|q-p|^2} - \frac{k}{2\pi} \ln|q-p|(c_3 + c_4 \mathcal{O}(|q-p|^2)) + k \mathcal{O}(c_5 + c_6 \mathcal{O}(|q-p|^2)) \quad (6)$$

(5)'de $q=p$ iken $a=b=0$ ve $c=1$ olur. Bu nedenle Γ üzerinde, $K(\mathbf{S})$ zayıfça tekil, $K(\mathbf{R})$ ve $K(\mathbf{V})$ $\frac{1}{2}$ ye eşit asal değerli ve kalanı düzgün iken $K(\mathbf{D})$ Hadamard manasında sonlu kısma sahiptir, yani hiper-tekildir ve kalanı zayıfça tekildir [Morita v.d. 1991]. Buradaki doğrudan değerlerdense, önemli olan, yapılan gözlemin limitinin Γ 'ya yaklaşırken mevcut olmasının gösterilebilmesidir [Colton&Kress 1992] çünkü bu değerler sınır koşullarına tabi olacaklardır. Bu [Shestopalov v. d. 1997]'de özellikle kapalı ve açık olabilen ve düzgün parametrize edilmiş sınır eğrileri durumunda, \mathbf{D} için oldukça ayrıntılı ve \mathbf{S} , \mathbf{R} , \mathbf{V} için daha doğrudan olmak üzere gösterilmiştir (Tablo 3). (3), (4) ve (6)'ya bakıldığında, (5)'i $\delta \rightarrow 0$ olurken Tablo 2'deki çekirdeklere Γ birim çember iken ilişkilendirmek gayet kolay olur çünkü $l(\theta) = l(\tau) = 1$ 'dir. Keyfi $\Gamma_i(\theta)$ için, R^2 nin yöresel tekil açılımı önce bir kere integrasyon sonra da bir kere gözlem noktasına göre yapılarak (5)'de verilene göre şu elde olunur:

$$\begin{aligned} R^2 &= |q(\theta) - p(\tau)|^2 = |q(\tau + \delta) - p(\tau)| |q(\theta) - p(\theta + \delta)| \\ &= \left(l(\tau)\delta + \mathcal{O}(\delta^{3/2}) \right) \left(l(\theta)\delta + \mathcal{O}(\delta^{3/2}) \right) = l(\theta)l(\tau)\delta^2 + \mathcal{O}(\delta^3), \quad \delta \rightarrow 0 \quad (7) \end{aligned}$$

Bu da (3)'den (7)'ye bilgilerin ışığında keyfi Γ için (5)'den Tablo 2'deki çekirdeklere geçişi açığa kavuşturur.

2.3. Γ üzerinde sınır potansiyellerinin değeri

İlgilenilen problemlerde (2)'nin yüksek mertebeden ayrıklaştırılması, (5)'deki integrallerin doğru biçimde alınmasını gerektirir. Bunu başarmanın klasik bir yoluna [Hu 1995, Liu&Liu 2004, Şimşek v.d. 2006]'da rastlarız ki orada teklik çıkarımı numerik olarak biri diğerlerinin orta noktalarından oluşan integrasyon ve gözlem noktaları örnekleri kullanılması ile gerçekleşmiştir. Bu uygulama için, noktalar yoğunlaştıkça özellikle de hiper-tekil durumda yuvarlatma hatalarına bağışıklık yok olmaya meyyal olur. Bunu analitik olarak başarmak ise hem integrasyon hem de gözlem noktaları için tek bir örnek nokta kümesi kullanarak, iki nokta kesiştiğinde çekirdeklerin limitlerini analitik olarak hesaplamaktan geçer.

Bu ise çekirdeklerin iki parçadan oluştuğunu ($K=K_0+K_1$) öyle ki, bir parça kanonik teklik ile sonsuz düzgün bir fonksiyonun çarpımından oluşurken (K_0), diğeri sadece sonsuz düzgün bir fonksiyondan ibaret (K_1) (Tablo 3) anlamaktan geçer. İkincisinin Fourier spektrumunu iyi bilinen ve ölçeklenebilir FFT prosedürü ile doğru biçimde belirlemek mümkündür. Tablo 2'deki tek başına tekil kısımlar için (4)'te verilen analitik spektrum bilgileri geçerli olur. Buna göre K_0 spektrumu, içindeki sonsuz düzgün kısım için FFT ile doğrulukla elde edilirken, onlara çarpan olarak gelen tekliğin analitik spektrumu ile katlanarak (konvolüsyon) $\delta \neq 0$ ya da $\delta \rightarrow 0$ durumlarının hepsi için belirlenebilir. Aşağıdaki kısa gösterimler ve tanımları yaparak tekrarlarında kullanalım ($\epsilon = 0.577215 \dots$, Euler-Mascheroni sabiti):

$$\begin{aligned} \sigma &= kR/(2\delta); & \bar{J}_0(x) &= J_1(x)/x; & \bar{\bar{J}}_0(x) &= J_0(x) - 2\bar{J}_0(x); \\ \chi &= \frac{1}{4j} - \frac{\epsilon + \ln|\sigma|}{2\pi}; & [P(\theta)]^{(i,j)} &= [x^{(i)}(\theta)x^{(j)}(\theta) + y^{(i)}(\theta)y^{(j)}(\theta)] & (8) \\ \Omega &= \left[\frac{2ab-c}{R^2} - \frac{1}{l(\theta)l(\tau)\delta^2} \right]; & [M(\theta)] &= [x^{(i)}(\theta)y^{(j)}(\theta) - y^{(i)}(\theta)x^{(j)}(\theta)] \end{aligned}$$

(i, j) indisleri parametrizasyonun Kartezyen koordinatlarının türevlerinin mertebesidir. $J_0(x) = \mathcal{O}(1)$, $\bar{J}_0(x) = \mathcal{O}(1/2)$ ve $\bar{\bar{J}}_0(x) = \mathcal{O}(x)$ mertebelerindedir. Bunlara göre (5)'in açık halini K_0 ve K_1 olarak Tablo 3 ile verebiliriz. K_0 için $\delta \rightarrow 0$ için değerler belirlenmemiştir çünkü tekil ve düzgün fonksiyonların konvolüsyonu bu farkı hissetmez. Ama K_1 için $\delta \neq 0$ ve $\delta \rightarrow 0$ durumları verilmiştir. Tablo 3'deki Çebişev serilerinin katsayılarına [Luke, 1969]'dan ulaşılabilir ki ilk 20 basamağının doğruluğunda Bessel, Neumann and Hankel fonksiyonlarının ($\langle J, Y, H^{(2)} \rangle_{0,1}(kR)$) $|kR| < 8$ için hesaplanmasına yarar. Çift/tek indis Çebişev serileri sırasıyla $b_0 \mathcal{O}(1)/c_0 \mathcal{O}(x)$ mertebelerindedir. Satırlar sırasıyla K - $K(\mathbf{S})$ - $K(\mathbf{R})$ - $K(\mathbf{V})$ - $K(\mathbf{D})$ için:

$K_1 (\delta \neq 0)$	$\lim_{\delta \rightarrow 0} K_1$	K_0
$\chi J_0(kR) + \frac{1}{4j} \sum_{n=0}^{\infty} b_n T_{2n} \left(\frac{kR}{8} \right)$	$\frac{1}{4j} - \frac{\epsilon + \ln kl/2 }{2\pi}$	$-\frac{1}{2\pi} \ln \delta J_0(kR)$
$-ka \left[\chi J_1(kR) - \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} c_n T_{2n+1} \left(\frac{kR}{8} \right) \right] + \frac{a}{2\pi R}$	$\frac{1}{2\pi l(\tau)} \left[\frac{kM^{(1,2)}}{2l^2} \right]$	$\frac{ka}{2\pi} \ln \delta J_1(kR)$
$kb \left[\chi J_1(kR) - \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} c_n T_{2n+1} \left(\frac{kR}{8} \right) \right] - \frac{b}{2\pi R}$	$\frac{1}{2\pi l(\theta)} \left[\frac{kM^{(1,2)}}{2l^2} \right]$	$-\frac{kb}{2\pi} \ln \delta J_1(kR)$
$\frac{\Omega}{2\pi} + abk^2 [\chi \bar{J}_0(kR)$	$\frac{1}{2\pi l(\theta)l(\tau)} \left[\pi(kl)^2 \left(\frac{1}{4j} - \right.$	$\frac{-k^2 \ln \delta }{2\pi} \times$
$\left. - \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \left(b_n T_{2n} \left(\frac{kR}{8} \right) - \frac{2}{kR} c_n T_{2n+1} \left(\frac{kR}{8} \right) \right) \right]$	$\frac{\epsilon + 1/2 + \ln kl/2 }{2\pi} \left. \right) + \frac{1}{12} -$	$(ab\bar{J}_0(kR) + c\bar{J}_0(kR))$
$+ ck^2 \left[\chi \bar{J}_0(kR) - \frac{1}{kR} \sum_{n=0}^{\infty} c_n T_{2n+1} \left(\frac{kR}{8} \right) \right]$	$\left(\frac{P^{(1,3)}}{6l^2} - \frac{P^{(2,2)}}{4l^2} - \frac{(M^{(1,2)})^2}{l^4} \right) \left. \right]$	$+\frac{1}{2\pi l(\theta)l(\tau)} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \ln \delta $

Tablo 3. Sınır potansiyellerinin çekirdeklerinin sonsuz düzgün kısımları (K_1) ve kanonik tekillik kere sonsuz düzgün kısımları (K_0).

Çoklu sınırlar halinde, (2) içindeki satır blokları oluşturulurken, (θ_i, τ_j) parametreleri sadece $i=j$ iken Tablo 3'ün kullanımına gereksinim doğurur. $i \neq j$ olan diğer durumlar için (5) tekillik çıkarımı yapılmaksızın çekirdekte sonsuz düzgün kısımlardan ibaret olur ve FFT ile tıpkı diğer sonsuz düzgün kısımlar gibi işlenir.

2.4. Sınır potansiyellerinin ayrıklaştırılması

(2)'deki sıfırdan farklı sağ yan ve bilinmeyen akım yoğunluklarına dair tüm fonksiyonlar ve Tablo 3'deki çekirdekler ki Tablo 2'deki dönüşümlerin de yapı unsurlarıdır, hepsi Γ üzerinde kendi parameterelerine göre 2π -periodiktirler ve ilgili tek ya da çift toplamı Fourier serisi ile ifade edilmelidir. Tablo 2'deki dönüşümler integralleri [Poyedinchuk v.d. 2000, Vinogradov v.d.2009]'de de tanımlandığı gibi, karmaşık üstellerin verilen bölgedeki ortogonalite özelliğine dayalı olarak ayrıklaştırılır. Aşağıdaki Tablo 4'de, Tablo 2'ye ilişkin bu ayrık halin biçimi bir başka deyişle Fourier spektrumu Tablo 3'e göre (* katlama-konvolüsyon işlemi gösterir) tamsayı M 'de kesilmiş olarak bulunabilir. Tek/çift indisli Fourier katsayıları sırasıyla bilinmeyen akım yoğunlukları (\bar{z}) Tablo 3 (K_1, K_0) çekirdeklerindeki sonsuz düzgün (φ, j) fonksiyonları içindir. l gibi a_n ve $1/a_n$ de köşegen matrislerdir ve sırasıyla değerleri bir, $\ln|\delta|$ ve $\partial^2 \ln|\delta| / \partial \theta^2$ nın (4)'te verilen Fourier katsayılarıdır ([...] ^{<0>} notasyonu sıfır indisli girdinin sıfıra eşit olduğunu belirtir). Anılanlardan sonuncusunun Tablo 2'deki integral dönüşüm sonrası türetmekle elde edildiği açıktır.

Tablo 4'teki matris-vektör çarpımlarının özgül bileşimlerinin her biri (1)'e göre bileşterilmiş çekirdeklerden oluşur ve Tablo 1'den seçilen uyarma polarizasyonu sonrasında (1)'de verilen uyarma biçiminde (2)'de oluşan sağ yana dair Fourier katsayılarının oluşturduğu sağ yana eşitlenir.

Sınır Potansiyeli	<i>Sınır potansiyelleri için Γ üzerindeki tamsayı M'de kesilmiş Fourier spektrumu</i>
S	$\left[- \left(\left[\mathcal{G}_{s,-n}^{(S)} \right]_{M \times M} + \frac{2}{\pi} \left[a_n \right]_{M \times M}^{(0)} * \left[j_{s,-n}^{(S)} \right]_{M \times M} \right) \right] \left[z_n^{(S)} \right]_{M \times 1}$
R	$\left[\frac{1}{2} I_{M \times M} - \frac{i\pi}{2} \left(\left[\mathcal{G}_{s,-n}^{(R)} \right]_{M \times M} + \frac{2}{\pi} \left[a_n \right]_{M \times M}^{(0)} * \left[j_{s,-n}^{(R)} \right]_{M \times M} \right) \right] \left[z_n^{(R)} \right]_{M \times 1}$
V	$\left[\frac{1}{2} I_{M \times M} + \frac{i\pi}{2} \left(\left[\mathcal{G}_{s,-n}^{(V)} \right]_{M \times M} + \frac{2}{\pi} \left[a_n \right]_{M \times M}^{(0)} * \left[j_{s,-n}^{(V)} \right]_{M \times M} \right) \right] \left[z_n^{(V)} \right]_{M \times 1}$
D	$\left[\left[\frac{1}{a_n} \right]_{M \times M}^{(0)} - \left(\left[\mathcal{G}_{s,-n}^{(D)} \right]_{M \times M} + \frac{2}{\pi} \left[a_n \right]_{M \times M}^{(0)} * \left[j_{s,-n}^{(D)} \right]_{M \times M} \right) \right] \left[z_n^{(D)} \right]_{M \times 1}$

Tablo 4. Matris denkleminin sol tarafını oluşturma amaçlı sınır potansiyellerinin Fourier spektrumu

2.5. **S** ve **D** çekirdeklerinin ayrıklaştırılması için ARY

ARY [Shestopalov et. al. 1997 & Poyedinchuk, et. al. 2000] temelinde bir önceki dönem raporunda da anılmıştı. **R** ve **V** çekirdekleri sınırdaki değerlendirmeleri sonucunda ikinci türden Fredholm integral denklemini getireceğinden bunlara dair ayrıklaştırmanın kararlı biçimde gerçekleştiği bilinmektedir. Ancak **S** ve **D** çekirdekleri birinci türden Fredholm integral operatörlerini getirirler ve bunların ayrıklaştırılması sonucunda sayısal kararlılığı şüpheli olan birinci türden cebrik sistemlere varılır. ARY, bu türden çekirdeklerin ayrıklaştırılma sonrasında ikinci türden bir cebrik sisteme denk biçimde indirgenerek sayısal kararlı bir süreç sonucunda yuvarlatma hatalarına bağışık biçimde çözülebilmesini mümkün kılar. Ele alınan kırımın problemi için operatörleri kurmanın ya da hangi fonksiyonel uzaylarda tanımlanacaklarının (yani hangi türden sınır değer problemi formülasyonunun alınacağıının) belirlenmesinin, ARY'nin bilinen soyut yapısı aracılığı ile yapılamayacağını söylemeye bile gerek yoktur. Hepsinden fazlası, L_0 ve R_0 operatörlerini kapalı formda elde etmeye elveren bir ön bilgi de mevcut değildir. Ancak **S** ve **D** çekirdeklerinin yer aldığı problemlerde ve tanıtılan tüm bölge Galerkin yöntemi uygulanması sonucunda bunlara özgü geliştirilen ARY uygulanması, dielektrik ve empedans türünden sınır koşullarının aracılığı ile yazıldığı ve ikinci türden Fredholm tipinde görünen (2) denkleminin dahi bazı durumlarda, ancak bu uygulama sayesinde sayısal olarak kararlı halde çözülebilmesini beraberinde getirmektedir. Aşağıda anılan iki çekirdeğe dair ARY uygulaması ayrı ayrı yer alacak, bulgular bölümünde iki empedans dairesel silindirden saçılma problemine dair sonuçların eldesinde kullanılan sistemin empedans değerine bağlı olarak ARY sayesinde iyileştirilmesine dair sonuçlar ile önemi sergilenmiş olacaktır.

2.5.1. S için ARY

Tablo 4'teki karşılığı uyarınca örneğin tıpkı mükemmel iletken sınırın TM dalga ile uyarılmasında EAİD'nin ele alınmasında karşımıza çıkacağı gibi, eşitliğin iki tarafındaki Fourier katsayılarının eşitliği ile 1. Türden lineer cebrik sisteme varırız:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \underbrace{\left\{ |n|^{-1} \langle 1 - \delta_{n0} \rangle \xi_n + \sum_{p=-\infty}^{\infty} k_{n,-p} \xi_p - f_n \right\}}_{1.türden sistem} e^{in\tau} = 0 \rightarrow \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \text{ (1.türden sist.)}$$

$\mathbf{LAR} = \mathbf{I} + \mathbf{H}$, $x, y, b, g \in l_2$, \mathbf{A} ve \mathbf{H} l_2 de kompakt olacak biçimde, $\mathbf{L} = \text{diag} \left(\max \left(1, \sqrt{|n|} \right) \right)$, $\mathbf{R} = \mathbf{L}$; $x = \mathbf{R}y$, $g = \mathbf{L}b$, tanımlamakla ise ikinci türden sisteme varırız:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \underbrace{\left\{ \langle 1 - \delta_{n0} \rangle \zeta_n + \sum_{p=-\infty}^{\infty} h_{n,p} \zeta_p - g_n \right\}}_{system 2.türden sistem} e^{in\tau} = 0 \rightarrow (\mathbf{I} + \mathbf{H})y = g \text{ (2.türden s.)}$$

S operatörünün fiziksel olayı daha baskın modellediği durumlarda bu ARY uygulaması sayısal kararlı ve yakınsaklık garantili sonuçları bulmak için kaçınılmazdır.

2.5.2. D için ARY

Tablo 4'teki karşılığı uyarınca örneğin tıpkı mükemmel iletken sınırın TE dalga ile uyarılmasında EAİD'nin ele alınmasında karşımıza çıkacağı gibi, eşitliğin iki tarafındaki Fourier katsayılarının eşitliği ile 1. Türden lineer cebrik sisteme varırız:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \underbrace{\left\{ |n| \langle 1 - \delta_{n0} \rangle \xi_n + 2 \sum_{p=-\infty}^{\infty} k_{n,-p} \xi_p - f_n \right\}}_{1.türden sistem} e^{in\tau} = 0 \rightarrow \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \text{ (1.türden sistem)}$$

$\mathbf{LAR} = \mathbf{I} + \mathbf{H}$, $x, y, b, g \in l_2$, \mathbf{A} ve \mathbf{H} l_2 de kompakt olacak biçimde, $\mathbf{L} = \text{diag} \left(\max \left(1, 1/\sqrt{|n|} \right) \right)$, $\mathbf{R} = \mathbf{L}$; $x = \mathbf{R}y$, $g = \mathbf{L}b$, tanımlamakla ise ikinci türden sisteme varırız:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \underbrace{\left\{ \langle 1 - \delta_{n0} \rangle \zeta_n + 2 \sum_{p=-\infty}^{\infty} h_{n,p} \zeta_p - g_n \right\}}_{system 2.türden sistem} e^{in\tau} = 0 \rightarrow (\mathbf{I} + \mathbf{H})y = g \text{ (2.türden s.)}$$

D operatörünün fiziksel olayı daha baskın modellediği durumlarda bu ARY uygulaması sayısal kararlı ve yakınsaklık garantili sonuçları bulmak için kaçınılmazdır.

2.6. 2.5 boyutlu (eksenel simetrlili) problem için genişletmeler

2.1’de tanıtılan $\mathbf{S}, \mathbf{R}, \mathbf{V}, \mathbf{D}$ sınır potansiyelleri ve onların aracılığıyla yazılan, Tablo 1 aracılığıyla (1) ve (2) sayesinde ele alınabilecek dielektrik ve empedans sınır koşullu sınırlardan saçılma problemlerinin önceki bölümdeki gibi iki boyutlu değil de, aksenel simetrlili saçıcılar için ele alınması da çok benzer bir sistematik yaklaşım ile gerçekleştirilebilir. Burada Transverse (kesite teğet)/Longitudinal (kesite dik) sırasıyla toroidsel $\Gamma(\rho, z) \cup \phi \in (-\pi, \pi]$ biçimindeki yüzeydeki iki dik temel vektörü belirtir. Biraz daha karmaşık olmakla beraber temelde aynı ana hatlar ile problemlere üstel yakınsayan çözümler veren sistemler kurulabilir. 2B Green fonksiyonu $G_2(q, p)$ (3), çok iyi bilindiği gibi ([Morita v.d. 1991]) 3B Green fonksiyonunun 2B’ a dik yön yani z üzerinden $(-\infty, \infty)$ boyunca integrali ile bulunur. 2.5B olarak niteleyeceğimiz aksenel simetrlili bu durum ise felsefi olarak benzer biçimde 3B Green fonksiyonunun silindirik koordinatlarda ρ - z düzlemi diyebileceğimiz 2.5B’ a dik yön yani ϕ üzerinden $(-\pi, \pi)$ boyunca integrali ile bulunur. Bu da esasında onun Fourier katsayısıdır. Bu problemde, uyarma ve bilinmeyen de azimut açısı ϕ ile ilişkili Fourier seriler cinsinden 3B olarak ifade edilerek, her birinin Fourier katsayılarının sağladığı eşitlikler sayesinde ve radyal ölçekleme ile [Dikmen&Tuchkin 2009] 2.5B denklemler tıpkı önceki bölümdeki 2B’ de elde olunan detaylar ile işlenebilecek biçimde elde olunur. Öyle ki Tablo 2’deki integral dönüşümler, Tablo 4’teki Fourier spektrumları cinsinden denklem sistemleri ve bölüm 2.5.1 ve 2.5.2’deki ARY tatbikleri aynen uygulanabilir olur. Şimdi bu yapıların tanıtımı yer alacaktır.

2.6.1. Gözlem ve kaynak noktaları arasındaki ilişkiler

\mathbf{p} gözlem, \mathbf{q} kaynak noktalarını temsil eden vektörler olmak üzere silindirik koordinatlarda kartezyen sıra ile yazılırlarsa,

$$\mathbf{p} = \langle \rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi, z \rangle \quad \mathbf{q} = \langle \rho' \cos \varphi', \rho' \sin \varphi', z' \rangle$$

olur. Gözlem noktasından kaynak noktasına olan \mathbf{R} vektörü,

$$\mathbf{R} = \mathbf{p} - \mathbf{q} = \langle \rho \cos \varphi - \rho' \cos \varphi', \quad \rho \sin \varphi - \rho' \sin \varphi', \quad z - z' \rangle$$

ve gözlem noktasından kaynak noktasına olan uzaklık R ,

$$R = |\mathbf{R}| = \sqrt{(\rho - \rho')^2 + (z - z')^2 + 4\rho\rho' \sin^2 \left(\frac{\varphi - \varphi'}{2} \right)}$$

şeklinde tanımlanır. Gözlem ve kaynak noktaları için normal vektörler ise,

$$\mathbf{n}(\mathbf{p}) = \langle n_\rho \cos \varphi, n_\rho \sin \varphi, n_z \rangle, \quad \mathbf{n}(\mathbf{q}) = \langle n_{\rho'} \cos \varphi', n_{\rho'} \sin \varphi', n_{z'} \rangle$$

şeklinindedir. Daha sonra elde edilecek ifadelerde $\mathbf{n}(\mathbf{p})$ için \mathbf{n} notasyonu, $\mathbf{n}(\mathbf{q})$ için \mathbf{n}' notasyonu kullanılacaktır.

2.6.2. Özel aksenal simetrlili uyarımlar

Uyarmanın azimut açısına göre Fourier katsayılarının adedince (2)'de verilen türde denklem çözümde ele alınmalıdır. Bunlardan bir tanesine ilişkin ayrıntılar burada anılacaktır. Özeld eksenel simetrlili uyarma sadece sıfırıncı Fourier katsayısı ile çalışma imkan verir. 2B'ile benzeşim açısından, mükemmel iletken ve aksenal, yani toroidsel simetrlili bir sınır için TM ve TE uyarma durumlarını toroid simetri eksenini üzerinde yer almış olan sırasıyla manyetik ve elektrik dipol ile indükleyebiliriz çünkü bu uyarımlar azimut açısı simetrisine sahiptir [Chang 1989]. Buna göre denklemlerin sağ yanları Tablo 5'deki gibidir:

TM- ϕ (manyetik dipol alanları)		TE- ϕ (elektrik dipol alanları)	
E_ϕ	H_θ	E_θ	H_ϕ
$\frac{\omega\mu_0 k}{4\pi} \left(\frac{e^{-jkR}}{R} \right) \sin\theta$	$\frac{-\omega\mu_0 k}{4\pi\eta_0} \left(\frac{e^{-jkR}}{R} \right) \sin\theta$	$\frac{jk}{4\pi} \left(\frac{e^{-jkR}}{R} \right) \eta_0 \sin\theta$	$\frac{jk}{4\pi} \left(\frac{e^{-jkR}}{R} \right) \sin\theta$

Tablo 5. Orijindeki Manyetik/Elektrik dipollerin alanları.

Bu biçimde uyarılan toroidsel cisim elektromanyetik dalgayı aynı biçimde yani sadece sıfırıncı Fourier katsayısı olacak biçimde saçar. Bu alanlar Tablo5'deki sırasıyla, TM-EAİD, TM-MAİD, TE-EAİD, TE-MAİD denklemlerinin sağ yanlarını oluştururlar. Aşağıda TM-EAİD, TM-MAİD durumlarına ilişkin çekirdek türetmesi sıfırıncı Fourier katsayılarını bulmak amacıyla gerçekleştirilecektir.

2.6.3. Mükemmel İletken Düzgün Kesitli Toroid için Çekirdek Analizi

Çekirdek analizinin amacı 2.3'de 2B için anlatılan K_0 ve K_1 çekirdek yapılarının, 2.5B için de kurulabilmesini sağlamak, 2.4'deki Fourier spektrumu verisi ile denklem sistemlerini kurmak ve 2.5'deki ARY tatbikine hazır bir sistemi elde edebilmektir. Bunun mükemmel iletken sınır hali için TM- ϕ durumunda gerçekleştirilmesi aşağıda konu edilmiş, sırasıyla EAİD ve MAİD için çekirdekler, istenen yapıda nasıl elde olunur irdelenmiştir. Bunlar bölüm 2.1'de verilen \mathbf{S} ve \mathbf{V} çekirdeklerinin ilgili durumdaki tekillik analizlerinden ibarettir. 3B için Helmholtz denkleminin Green fonksiyonunun $\mathcal{G}(q, p)$ ve onun gözlem noktasına göre normal türevinin $\partial\mathcal{G}(q, p)/\partial n$ söz konusu çekirdekleri oluşturur. R yukarıdaki tanımı ile olmak üzere $\mathcal{G}(q, p) = e^{jkR}/(4\pi R)$ biçimindedir. Bu fonksiyon $R=0$ civarında geçerli $e^{jkR} = 1 + \mathcal{O}(R)$ kullanıldığında $\mathcal{G}(q, p) = \hat{\mathcal{G}}(q, p) + \tilde{\mathcal{G}}(q, p) = 1/(4\pi R) + (e^{jkR} - 1)/(4\pi R)$ biçiminde ilki tekil ikincisi sonsuz düzgün iki parçaya ayrılır. Amaç her ikisinin de sıfırıncı Fourier katsayılarını analitik olarak istenen biçimde elde etmektir. Sonsuz düzgün kısım için herhangi bir tekillik ile karşılaşılmadan

doğrudan nümerik integral ile varılabilecek bu hedef, tekil parça için ilgili analitik karşılık kullanılarak gerçekleştirilecektir. $1/(4\pi R)$ fonksiyonunun azimut açısına göre Fourier katsayısı [Cohl, v.d. 2001]'de konu edilmiştir. Sıfırıncı ($m=0$) katsayı Tablo 5'te verilen eksenal simetrlili uyarmalarda oluşacak yegane katsayıdır ve buna göre

$$\hat{G}(q, p) = \frac{1}{4\pi R} = \hat{k}_0 = \frac{1}{8\pi^2} \frac{2}{\sqrt{\rho\rho'}} Q_{-\frac{1}{2}}(\chi); \quad \chi = \frac{\rho^2 + \rho'^2 + (z - z')^2}{2\rho\rho'}$$

Burada [Dikmen&Tuchkin 2009]'da konu edilen radyal ölçekleme için uygun yapı da apaçık ortaya çıkmıştır.

$$Q_{-\frac{1}{2}}(\chi) = \frac{\pi}{\sqrt{2\chi}} {}_2F_1\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}; 1; \frac{1}{\chi^2}\right)$$

ikinci tür Asosiye Legendre fonksiyonudur ve [Cohl, v.d. 2001]'de hipergeometrik fonksiyonlar cinsinden gösterildiği üzere verilebilir. Bu fonksiyon ise sonuncu argümanının 1 değerine yaklaşması ile tekillik gösterir. Ancak gözlem noktası ile kaynak noktası aynı olunca gerçekleşebilecek bu durum χ 'nin değerinin 1 olması ile ortaya çıkar. $1/\chi^2 > 0.5$ ile $1/\chi^2 < 0.5$ durumları özel açılımlar gerektirir [Nikiforov&Uvarov]. Birincisi aradığımız tekilliği barındıran bir seri açılımını, ikincisi ise sonsuz düzgün olan seri açılımını beraberinde getirir. Aşağıda bu açılımlar ilgilenilen durumlar için verilmektedir.

2.6.3.1. TM- ϕ EAİD veya \mathbf{S} potansiyeli için Çekirdek Analizi

Tek tabaka potansiyeli \mathbf{S} kendini TM- ϕ uyarılmış EAİD ile gösterir ve Tablo 5'teki gibi sadece sıfırıncı Fourier katsayısına sahip uyarma, çekirdek olarak 3B Green fonksiyonunun sıfırıncı Fourier katsayısı ile çalışmayı beraberinde getirir., $\mathcal{F}\langle \tilde{G}(q, p) \rangle_0 = \tilde{k}_0$ sonsuz düzgün fonksiyonunun Fourier katsayısı bu fonksiyonun tekillik içermemesi nedeni ile basitçe elde edilebilir:

$$\tilde{k}_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{G}(q, p) d\phi$$

Tekil kısmı barındıran sıfırıncı katsayının parçası $\mathcal{F}\langle \hat{G}(q, p) \rangle_0 = \hat{k}_0$ olarak yukarıda tanıtılmıştı. Buna ilişkin özel fonksiyon iki ayrı durumda bize 2.3'de verilen tekilliği barındıran ve sonsuz düzgün parçaları elde etmek için organizasyon imkanı verir. Önce $1/\chi^2 < 0.5$ durumu için yazacak olursak:

$$\hat{k}_0 = \frac{1}{8\pi^2} \frac{2}{\sqrt{\rho\rho'}} \frac{\pi}{\sqrt{2\chi}} \frac{-\Gamma(1)}{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)} {}_2F_1\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}; 1; \frac{1}{\chi^2}\right); \quad \frac{1}{\chi^2} < 0.5$$

formülü ile $(\alpha)_n$ Pochhammer sembolü olmak üzere)

$${}_2F_1(\alpha, \beta; \gamma; \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_n (\beta)_n \xi^n}{(\gamma)_n n!};$$

serisince yakınsak biçimde hesaplanabilir. Ancak bu, $1/\chi^2 > 0.5$ durumu için yakınsamaz ve hesaplarda tekillik açılımını beraberinde getiren şu seri açılımı elde edilebilir [Nikiforov, Uvarov]:

$$\hat{\kappa}_0 = \frac{1}{8\pi^2} \frac{2}{\sqrt{\rho\rho'}} \frac{\pi}{\sqrt{2\chi}} \frac{-\Gamma(1)}{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)} \left[2 \ln \left(\left| 2 \sin \left(\frac{\theta - \theta'}{2} \right) \right| \right) {}_2F_1 \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}; 1; 1 - \frac{1}{\chi^2} \right) \right. \\ \left. + \ln \left(\frac{1 - \frac{1}{\chi^2}}{\left| 2 \sin \left(\frac{\theta - \theta'}{2} \right) \right|^2} \right) {}_2F_1 \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}; 1; 1 - \frac{1}{\chi^2} \right) + \Phi \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}; 1; 1 - \frac{1}{\chi^2} \right) \right]$$

Detaylı türetmeler atlanarak verilen bu nihayi biçimde büyük köşeli parantezin içinde ilk satırda kesit eğrisinin periyodik parametrizasyonunun parametreleri cinsinden kanonik tekillik ile çarpılmış sonsuz düzgün fonksiyon, ikinci satırında ise hiç bir tekillik barındırmayan sonsuz düzgün fonksiyon elde edilmiştir. Bu hali ile 2.3'de hedeflenen biçim burada elimizdedir. İfadenin içindeki Gamma fonksiyonunun logaritmik türevi fonksiyonunu da barındıran yakınsak seri fonksiyon da aşağıdaki gibidir:

$$\Phi \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}; 1; 1 - \frac{1}{\chi^2} \right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{4}\right)_k \left(\frac{3}{4}\right)_k}{(k!)^2} \left(1 - \frac{1}{\chi^2}\right)^k \left\{ \begin{array}{l} \psi \left(\frac{1}{4} + k \right) \\ + \psi \left(\frac{3}{4} + k \right) \\ - 2\psi(1 + k) \end{array} \right\}$$

2.6.3.2. TM- ϕ MAİD veya \mathbf{V} potansiyeli için Çekirdek Analizi

Tek tabaka potansiyelinin gözlem noktasındaki normal türevi \mathbf{V} , TM- ϕ uyarma altındaki MAİD sırasında ortaya çıkar ve Tablo 5'teki gibi sadece sıfıncı Fourier katsayısına sahip uyarma, çekirdek olarak 3B Green fonksiyonunun normal türevinin sıfıncı Fourier katsayısı ile çalışmayı beraberinde getirir. Bu konuda izlenecek yordama burada yer verilecektir [Young v..d. 2011]. $\partial \mathcal{G}(q, p) / \partial n = \mathbf{n} \cdot \nabla \mathcal{G}(q, p)$ olduğu göz önünde bulundurulur,

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \mathcal{G}(q, p) = \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{R}}{4\pi R^2} e^{jkR} \left\{ jk - \frac{1}{R} \right\} \\ = jk \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{R}}{4\pi R^2} (e^{jkR} - 1) - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{R}}{4\pi R^3} (e^{jkR} - 1 - jkR) - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{R}}{4\pi R^3}$$

yazılır. Beliren 3 parçanın sıfıncı Fourier katsayılarının bulunması gerekmektedir:

$$\mathcal{F} \left\langle jk \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{R}}{4\pi R^2} (e^{jkR} - 1) - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{R}}{4\pi R^3} (e^{jkR} - 1 - jkR) - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{R}}{4\pi R^3} \right\rangle_0 = \kappa_0 + \tilde{\kappa}_0 + \hat{\kappa}_0$$



TÜBİTAK

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{R} = n_\rho(\rho - \rho' \cos(\varphi - \varphi')) + n_z(z - z')$$

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{R}}{R} &= -n_\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{[\rho^2 + (\rho')^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi') + (z - z')^2]^{1/2}} \right) \\ &\quad - n_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{[\rho^2 + (\rho')^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi') + (z - z')^2]^{1/2}} \right) \\ \lim_{R \rightarrow 0} \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{R}}{R} &= 0 \end{aligned}$$

olduğu gösterilebilir. $e^{jkR} = 1 + \mathcal{O}(R)$ kullanıldığında ilk iki terimin sıfırcı Fourier katsayılarının hesabında $(\kappa_0 + \tilde{\kappa}_0)$ tekillik görülmediği takip edilebilir. Üçüncü terimin sıfırcı Fourier katsayısının hesabı özel dikkat gerektirir ve buna dair ifade aşağıdaki gibidir [Young v..d. 2011]:

$$\begin{aligned} \hat{\kappa}_0 &= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{R}(\varphi - \varphi', \rho, z, \rho', z')}{4\pi R(\varphi - \varphi', \rho, z, \rho', z')^3} d\tilde{\varphi} \\ &= \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left[n_\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{R(\varphi - \varphi', \rho, z, \rho', z')} \right) + n_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R(\varphi - \varphi', \rho, z, \rho', z')} \right) \right] d\tilde{\varphi} \\ &= \frac{1}{8\pi^2} \left[n_\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{2}{\sqrt{\rho\rho'}} Q_{\frac{-1}{2}}(\chi) \right) + n_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{2}{\sqrt{\rho\rho'}} Q_{\frac{-1}{2}}(\chi) \right) \right] \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{\sqrt{\rho\rho'}} \left[n_\rho \left(\frac{\partial Q_{\frac{-1}{2}}(\chi)}{\partial \chi} \frac{\partial \chi}{\partial \rho} - \frac{Q_{\frac{-1}{2}}(\chi)}{2\rho} \right) + n_z \left(\frac{\partial Q_{\frac{-1}{2}}(\chi)}{\partial \chi} \frac{\partial \chi}{\partial z} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial \rho} = \frac{\rho^2 - (\rho')^2 - (z - z')^2}{2\rho^2 \rho'}, \quad \frac{\partial \chi}{\partial z} = \frac{z - z'}{\rho\rho'}, \quad \frac{\partial Q_{\frac{-1}{2}}(\chi)}{\partial \chi} = \frac{-1}{2(\chi^2 - 1)} \left(\chi Q_{\frac{-1}{2}}(\chi) - Q_{\frac{-3}{2}}(\chi) \right) \text{ ve}$$

$$Q_{\frac{-3}{2}}(\chi) = Q_{\frac{1}{2}}(\chi) \text{ sayesinde ve } \tilde{\mathbf{R}} = \langle \rho - \rho', z - z' \rangle, \quad \tilde{R} = |\tilde{\mathbf{R}}| =$$

$$\sqrt{(\rho - \rho')^2 + (z - z')^2}, \quad \chi = \frac{\tilde{R}^2}{2\rho\rho'} + 1, \text{ ile beraber, } \tilde{\mathbf{n}} = \langle n_\rho, n_z \rangle \text{ ve } \tilde{\mathbf{R}} \cdot \tilde{\mathbf{n}} =$$

$$n_\rho(\rho - \rho') + n_z(z - z') \text{ ile}$$

$$\begin{aligned} \hat{\kappa}_0 &= \frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{\sqrt{\rho\rho'}} \left[\left(\frac{1}{\chi + 1} \right) \left(\chi Q_{\frac{-1}{2}}(\chi) - Q_{\frac{1}{2}}(\chi) \right) \left[\frac{n_\rho}{2\rho} - \frac{\tilde{\mathbf{R}} \cdot \tilde{\mathbf{n}}}{\tilde{R}^2} \right] - n_\rho \frac{Q_{\frac{-1}{2}}(\chi)}{2\rho} \right] \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{\sqrt{\rho\rho'}} \left[\left(\sqrt{\frac{2}{\chi + 1}} \right) E \left(\sqrt{\frac{2}{\chi + 1}} \right) \left[\frac{n_\rho}{2\rho} - \frac{\tilde{\mathbf{R}} \cdot \tilde{\mathbf{n}}}{\tilde{R}^2} \right] - \frac{n_\rho}{2\rho} Q_{\frac{-1}{2}}(\chi) \right] \end{aligned}$$

sonucuna varılır.

$$\lim_{(\tilde{R}) \rightarrow 0} \frac{\tilde{\mathbf{R}} \cdot \tilde{\mathbf{n}}}{\tilde{R}^2} = \frac{D\rho(\theta)D^2z(\theta) - Dz(\theta)D^2\rho(\theta)}{(l(\theta))^3}$$

gibi sonlu ve $\lim_{\chi \rightarrow 1} E \left(\sqrt{\frac{2}{\chi + 1}} \right)$ ifadesi düzgün bir ifade bir ifade olduğundan, tekillik

yalnızca $Q_{\frac{-1}{2}}(\chi)$ 'li ifadeden kaynaklanmaktadır. Bu ise bir önceki bölümdeki $\hat{\kappa}_0$ a

ilişkin hipergeometrik fonksiyon karşılığı sayesinde gerçekleştirdiğimiz tekillik



ayrıştırmasının aynısını buraya taşıyabilmemizi ve bölüm 2.3'de açıklanan formlara uyan bir fonksiyon yapısına burada işaret etmektedir.

2.7. .Aday parametrizasyonların düzgünleştirilmesi:

Γ eğrisini temelde sonsuz düzgün olarak belirleyebilmeye yönelik parametrizasyon çalışmalarının sınıflanması süperformülün doğrudan değiştirilmesi ve süperformülün sağladığı ayırık noktalardan yeni bir sonsuz düzgün parametrizasyonunun elde edilmesi temelinde yürütülmüştür. Bunlara ilişkin açıklamalar aşağıdaki gibidir.

2.7.1. Süperformülün sonsuz düzgün biçiminin geliştirilmesi

$$\rho(\phi) = \left(\left| \frac{\cos\left(\frac{m\phi}{4}\right)}{a} \right|^{n_2} + \left| \frac{\sin\left(\frac{m\phi}{4}\right)}{b} \right|^{n_3} \right)^{-1/n_1}$$

Soldaki formül [Gielis, J. (2003)]'de kutupsal koordinatlarda açığa göre radyal uzaklığı türevleri süreksiz

bir biçimde parametrize etmektedir. Bunu gidermek için yapılan analitik düzenleme sonucu önceki kadar işlevsel ve tüm türevleri sürekli olan aşağıdaki yeni $\rho(\phi)$ formülü elde edilmiştir.

$$\rho(\phi) = \left(\left(\frac{\sqrt{\cos^2\left(\frac{m\phi}{4}\right) + \alpha^2}}{a} \right)^{n_2} + \left(\frac{\sqrt{\sin^2\left(\frac{m\phi}{4}\right) + \beta^2}}{b} \right)^{n_3} \right)^{-1/n_1}$$

Burada sunulan yeni ve sıfırdan farklı α ve β parametreleri

sayesinde, açı parametrasine göre sonsuz kere türevlenebilen bir biçime varılması mümkün olmuştur. Genetik algoritmalar ile yapılan optimizasyonlara ve Galerkin yöntemi çözümlerine konu sekiz parametrelili Süperformül bu formüldür. Yeteri kadar küçük α ve β için ilk formül ile aynı sonuçları verir. $d\rho(\phi)/d\phi$ ilk türevine ilişkin sonsuz düzgün ifade aşağıdaki gibidir.

$$\frac{d\rho(\phi)}{d\phi} = \frac{\frac{n_2 \left(\frac{\sqrt{\cos^2\left(\frac{m\phi}{4}\right) + \alpha^2}}{a} \right)^{n_2}}{\cos^2\left(\frac{m\phi}{4}\right) + \alpha^2} - \frac{n_3 \left(\frac{\sqrt{\sin^2\left(\frac{m\phi}{4}\right) + \beta^2}}{b} \right)^{n_3}}{\sin^2\left(\frac{m\phi}{4}\right) + \beta^2}}{\left(\left(\frac{\sqrt{\cos^2\left(\frac{m\phi}{4}\right) + \alpha^2}}{a} \right)^{n_2} + \left(\frac{\sqrt{\sin^2\left(\frac{m\phi}{4}\right) + \beta^2}}{b} \right)^{n_3} \right)^{(1+1/n_1)}} \left(\left(-\frac{m}{4n_1} \right) \cos\left(\frac{m\phi}{4}\right) \sin\left(\frac{m\phi}{4}\right) \right)^{-1}$$

Bu biçimiyle ard arda türevlenmesi halinde her seferinde aynı özellikte kalan bir yapıda yani sonsuz düzgün türevlenebilir biçimdedir. İki ve üçüncü türevlerin çok daha uzun olan ifadelerine burada yer verilmemiştir. Gereken her mertebeden türev sürekli bir fonksiyon olarak hesaplanabilir. Sonsuz düzgün biçim olarak karar kılınabilecek en elverişli biçimi sağlamıştır. Bu formüller uyarınca hesaplanan $\rho(\phi)$

ve $d\rho(\phi)/d\phi$ diferansiyel yay uzunluğunun (arclength -ark boyu) düzgün hesabında da yardımcı olur:

$$l(\phi) = \sqrt{(x'(\phi))^2 + (y'(\phi))^2} = \sqrt{(\rho'(\phi))^2 + (\rho(\phi))^2}; \quad x(\phi) = \rho(\phi)\cos(\phi), \quad y(\phi) = \rho(\phi)\sin(\phi).$$

2.7.2. Süperformül ile örneklenen noktaların sonsuz düzgün paramatrizasyon geliştirilmesi için kullanılması

Bu bölüm önceki bölümde elde edilen süperformülün Galerkin yöntemine uygun halde kullanılabilmesine yönelik alternatif eğri paramatrizasyonlarını konu eder. Önce yay uzunluğu ve teğet açısı temelinde süperformülün farklı bir nokta kümesi üzerinden paramatrizasyonu ile düzgünleştirilmesine ilişkin girişimden bahsedilecektir. Daha sonra da temelde spline interpolasyonu ile yürüyecek bu girişimin hedefi eğri üzerinden yapılacak nokta örneklemelelerinin seyrekliği ayarlamaya imkan verecek bir parametre esnekliği imkanını araştırmaktır. Süperformül sonsuz düzgün yapıda olduğu için interpolasyon için gerekli türevlere ilişkin bilgilerin sarih biçimde sağlanabilme imkanı önemli bir avantaj olmaktadır. Aşağıdaki üç girişim anılan hedef için uygulanmıştır:

2.7.2.1. Yay uzunluğu ve teğet açılarının bileşimi olan bir paramatrizasyon $\mu(\phi) \in [-\pi, \pi]$, ϕ kutupsal koordinatlardaki açı olmak üzere, eşit aralıklı örneklendiğinde eğri üzerindeki teğetin değişim hızı az olduğunda gerekenden fazla, tersine durumda ise gerekenden az örnek alınmasının önüne geçmek için tanımlanmıştır. Süperformülden kutupsal koordinatları $(\phi, \rho(\phi))$ olan noktanın diferansiyel yay uzunluğu $l(\phi)$ noktanın teğet yönünün diferansiyel artım açısı $\theta(\phi)$ olmak üzere, şu formüller ile tanımlanır:

$$\mu(\phi) = \frac{2\pi}{M} \int_{-\pi}^{\phi} \frac{dm(\phi')}{d\phi'} d\phi' - \pi; \quad M = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dm(\phi)}{d\phi} d\phi$$

$$\frac{dm(\phi)}{d\phi} = \left(\left(\frac{dl(\phi)}{d\phi} \right)^L \left(\left(\frac{d\theta(\phi)}{d\phi} \right)^2 + \rho^2 \right)^{1/2} \right)^{1/abs(L)+1};$$

$\phi(\mu)$: $\mu(\phi)$ 'nin ters fonksiyonu, nümerik hesaplanır

$$\frac{dl(\phi)}{d\phi} = \sqrt{\rho(\phi)^2 + \left(\frac{d\rho(\phi)}{d\phi} \right)^2} \quad \frac{d\theta(\phi)}{d\phi} = 1 + \frac{\left(\frac{d\rho(\phi)}{d\phi} \right)^2 + \rho(\phi) \frac{d\rho^2(\phi)}{d\phi^2}}{\rho(\phi)^2 + \left(\frac{d\rho(\phi)}{d\phi} \right)^2}$$

L ve P değerlerinin optimizasyon ile yeni parametre μ' 'ye göre türev değerlerinin daha az değişmesine yol açacak biçimde belirlenmesi incelenmiştir.

2.7.2.2. Eğrinin Spline interpolasyonu sayesinde parametrizasyonu Süperformül ile $f(\phi) = (x(\phi), y(\phi))$ biçiminde $(x(\phi) = \rho(\phi)\cos(\phi), y(\phi) = \rho(\phi)\sin(\phi))$, örneklem noktaları $(X, Y) = ((x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n))$ elde olunabilir. Bu noktaların ϕ parametreleri yapılacak interpolasyona veri aktarmadığı için yeni bir parametrizasyona gereksinim vardır. İlk örnekte yeni parametre sıfır olmalı ve bu kapalı eğriden alınan noktaların her birine karşı gelen monoton artan bir biçimde verilmelidir. Bu parametreleri $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ olarak gösterirsek, $t_i = t_{i-1} + |(x_i, y_i) - (x_{i-1}, y_{i-1})|$ ve $t_1 = 0$ olacak biçimde belirlemek gerekir. Sonuç itibarıyla spline $[t_1, t_n]$ aralığında geçerli olacaktır. (\tilde{X}, \tilde{Y}) fonksiyonları ise bu aralığın alt aralıklarında tanımlı kübik polinomlardan oluşturulacaklardır:

$$\tilde{X}(t) = \begin{cases} \tilde{x}_1(t), & t_1 \leq t < t_2 \\ \tilde{x}_2(t), & t_2 \leq t < t_3 \\ \vdots \\ \tilde{x}_i(t), & t_{i-1} \leq t < t_i \\ \vdots \\ \tilde{x}_n(t), & t_{n-1} \leq t < t_n \end{cases} \quad \tilde{Y}(t) = \begin{cases} \tilde{y}_1(t), & t_1 \leq t < t_2 \\ \tilde{y}_2(t), & t_2 \leq t < t_3 \\ \vdots \\ \tilde{y}_i(t), & t_{i-1} \leq t < t_i \\ \vdots \\ \tilde{y}_n(t), & t_{n-1} \leq t < t_n \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}_i(t) = \sum_{l=0}^3 c_{i,(x,y),l} t^l \\ \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}_i(t_{i-1}) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_i(t_{i-1}) \\ \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}_i(t_i) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_i(t_i) \\ \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}'_i(t_{i-1}) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}'_i(t_{i-1}) \\ \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}'_i(t_i) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}'_i(t_i) \end{array} \right.$$

En sağda aranan kübik polinom biçimi ve her alt aralıkta katsayılarının belirlenmelerine imkan tanıyan fonksiyonların kendilerine ve birinci türevlerine ilişkin süreklilik gereksinimi verilmiştir. Bu türden kurulan spline interpolasyonu, Hermite Spline interpolasyonu olarak bilinir. Alt aralıklarda türevlerin en genel halde yaklaşık olarak nümerik hesaplandığı da. Ancak buna ek olarak süperformül türevlerinin de ifadelerinin bilinmekte olması buradaki türeve dair süreklilik koşulunun yaklaşık eşit değil de eşit olarak alınabilmesi imkanını vermiştir.

Süperformül gibi kapalı düzgün bir eğri $f(\phi) = (x(\phi), y(\phi))$ biçiminde verilir ve belirli bir $\varepsilon > 0$ hata değeri için $\phi \in [-\pi, \pi]$ de verilen tüm değerler için uyarlamalı olarak (\tilde{X}, \tilde{Y}) fonksiyonları belirlenebilir. Bunun için $|(x(\phi), y(\phi)) - (\tilde{x}(\phi), \tilde{y}(\phi))| + |(x'(\phi), y'(\phi)) - (\tilde{x}'(\phi), \tilde{y}'(\phi))| < \varepsilon$ sağlanması için alt aralıkların yeni bölütlenmesi ile nihayi nokta kümesine varılabilir. Burada t ve ϕ bire bir parametreler olduğu için yukarıdaki t parametrik formüllerin ilgili karşılıkları kastedilmiştir.

2.7.2.3. Eğrinin Spline interpolate edilmiş parametrizasyonunun Fourier serisi gösterilimi:

Süperformülün $f(\phi) = (x(\phi), y(\phi))$ ve $f'(\phi) = (x'(\phi), y'(\phi))$ parametrizasyon fonksiyonlarını sonsuz düzgün biçimde vermesi ile yukarıda sadece düzgün Hermit spline interpolasyonunun başarı ile kurulabilmesine imkan tanımakla kalmamış, bir

diğer esnek parametrizasyon imkanı sunulmuştu. Tek değişkenli $f(\phi)$ nin Hermit spline interpolasyonu $g(t)$ ve Fourier katsayısı C_m olsun. $g(t)$ sürekli ve periyodik olduğu için $g_i(t_{i+1}) = g_{i+1}(t_{i+1})$; $g_1(t_1) = g_n(t_{n+1})$. Ayrıca kübik polinom olduğundan integrali ve türevleri alt aralıklarda analitik olarak mevcut olur ve üçüncü türevi de bir sabittir.

$$g(t) = \begin{cases} g_1(t), & t_1 \leq t < t_2 \\ g_2(t), & t_2 \leq t < t_3 \\ \vdots \\ g_i(t), & t_{i-1} \leq t < t_i \\ \vdots \\ g_n(t), & t_{n-1} \leq t < t_n \end{cases} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m e^{jmt} \Rightarrow C_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(t) e^{-jmt} dt = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n G_i(t_i)$$

Burada $G_i(t_i)$ her alt aralıkta interpolasyonun Fourier katsayısı C_m ye katkısıdır:

$$G_i(t_i) = \begin{cases} \int_{t_i}^{t_{i+1}} g_i(t) dt; & m = 0 \\ -\frac{1}{m^3} \left[j \{g_i''(t) e^{-jmt}\}_{t_i}^{t_{i+1}} + \frac{1}{m} \{g_i'''(t) e^{-jmt}\}_{t_i}^{t_{i+1}} \right] & m \neq 0 \end{cases}$$

2.8. Genetik Algoritmalar ile Süperformül Düzgünleştirilmesi

Proje kapsamında geliştirilen ve kullanılan olan genetik algoritma modülü, standart uygulamalardakilere [Ergül&Gürel (2013)] benzer biçimde oluşturularak, gerçekleştirilen parametrik analizlere bağlı olarak iyileştirilmiştir. Genel olarak, genetik bir havuzun mutasyon ve çiftleşme gibi operasyonlarla evrilmesine dayalı olan genetik algoritmalar, çok büyük optimizasyon uzaylarında hızlı ve verimli çözümler vermeleriyle bilinmektedir. Ancak, geliştirilen bir genetik algoritma modülünün başarılı olabilmesi ve hızlı optimizasyonlar verebilmesi için, uygulandığı problem kümeleri üzerinde parametrik olarak test edilmesi gerekmektedir. Proje kapsamında ele alınan olan başlıca parametreler şu şekilde özetlenebilir:

- Genetik Kodlama: Optimizasyonları gerçekleştirilecek olan fonksiyonların ikili sisteme dönüştürülmesini sağlayan genetik kodlama, hızlı dönüşümlerin gerçekleştirilebilmesi için kritik öneme sahiptir. Ayrıca, hızlı yakınsamalar için bu kodlamayı oluşturan birebir haritalamanın, problem özüne bağlı olarak tasarlanması, örneğin benzeri kromozomların yakın optimizasyon sonuçları vermesi beklenmektedir. Bu doğrultuda, farklı genetik kodlama teknikleri uygulanarak ve bunların yakınsamalar üzerindeki etkileri gözlemlenmiştir.

- Çiftleşme: Havuzdaki bireyler arasındaki etkileşimlerin gerçekleştirilmesi ve çiftleşmeler sonucunda yeni bireylerin oluşturulması, optimizasyonların hızını doğrudan etkileyen işlemlerdir. Verilen her problem için, tek-nokta, çift nokta, çok nokta ve bit bazlı gen değişim işlemlerinin denenmesi ve bunlardan en uygun olanlarının havuzun idame edilmesinde kullanılmaları gerekmektedir. Proje kapsamında gerçekleştirilen fonksiyon oturtma optimizasyonları göz önüne alındığında, kromozom değiş tokuşlarındaki olasılık parametrelerinin de dikkatlice seçilmesi gündemde kalmıştır. Örneğin, bireylerin başarısına göre belirlenebilecek bu olasılık oranlarının testleri de son derece kritik olmuş, çiftleşecek bireylerin başarı oranına göre belirlenmesi ise optimizasyonların kararlılıklarına doğrudan etki etmiştir.

- Mutasyonlar: Havuzdaki bireyler üzerine uygulanacak olan mutasyonlar, genetik çeşitliliğin artmasına ve dolayısıyla optimizasyon uzayının daha iyi taranmasına olanak sağlamaktadır. Bu kapsamda, son zamanlarda geliştirilmiş olan seçici mutasyon oranları [28] denenmiş, bu doğrultuda başarısız bireyler üzerinde agresif



mutasyonlar uygulanmıştır. Bu sayede, optimizasyonlar için gerekli olan toplam deneme sayısı azaltılmış ve verim yükseltilebilmiştir.

- Elitizm: Her genetik algoritma modülünde olduğu gibi, elitizm ile başarılı bireylerin sonraki nesillere aktarılması ve bu doğrultuda yakınsamaların kararlı hale getirilmesi sağlanır. Farklı optimizasyonlarda elde edilen deneyimlerin aktarılması doğrultusunda, havuzlar arası birey değişimleri ve ön optimizasyon sonuçlarının çekirdek bireyler olarak kullanılmaları da, yapılan deneyler arasında yer bulmuştur.

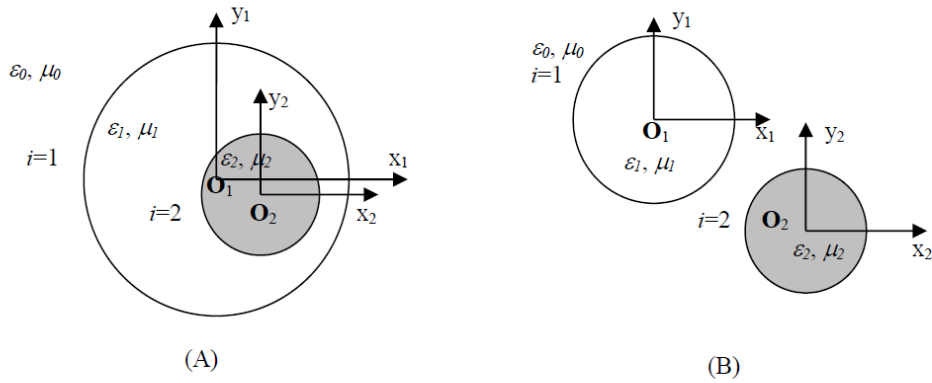
İlgili parametrelerinin en uygun biçimde ayarlanması, geliştirilen genetik algoritma modülünün başarısını belirler. Bu kapsamda, farklı parametrelerin ve yöntemlerin (örneğin çiftleşme metotlarının) denenmesiyle, genetik algoritmaların son derece verimli optimizasyonlar sağladığı gözlenmiştir.

3. Bulgular

Bu bölümde yukarıda anılan çalışma alanlarına dair proje süresince elde edilen bulgular yer almaktadır.

3.1. İki Cisimden Dielektrik ve Empedans Sınır Koşulları Altında TE/TM Saçılmasına Dair Üstel Yakınsayan EAİD ve MAİD Çözümlerin Eldesine İlişkin Bulgular

3.1.1. Dielektrik sınır koşulları altında iki dairesel sınırdan saçılma sonuçları Negatif x eksenini boyunca gelen birim genlikli TM ve TE kutuplu düzlemsel dalga aydınlatması altındaki kanonik saçıcı olarak adlandırılabilir iki adet hem iç içe hem de yan yana olabilecek dairesel sınırdan saçılma problemine ilişkin EAİD ve MAİD çözümlerini değişkenlerine ayrıştırma yöntemi (DAY) temelli çözümler ile karşılaştırarak yöntemin doğru kurulmasını teyid etmiş olacağız [Dikmen v.d 2015]. Şekil 1 iç içe (A) ve yan yana (B) saçılma mekanizmalarını gösteriyor. Bölgele ilgili manyetik geçirgenlikleri birimdir. Arka plan ortamı boş uzay, (A) ve (B) durumlarının her ikisi için de $\epsilon_{r1}=4$ ve $\epsilon_{r2}=16$ olarak alınmıştır.



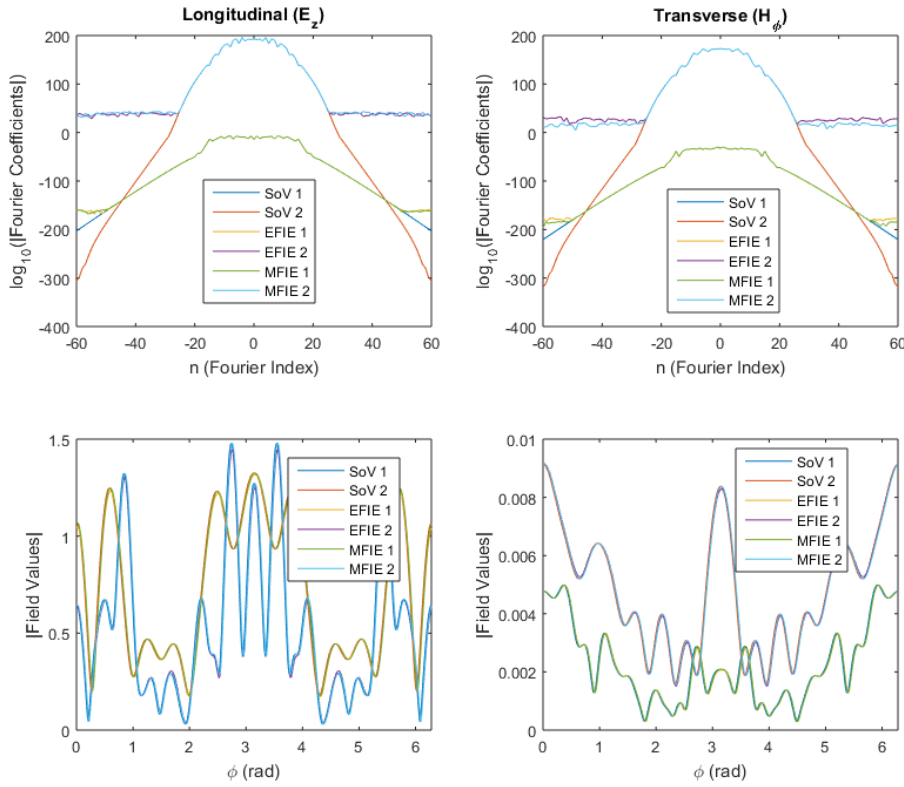
Şekil 1. Örnek dairesel geometriler A: iç içe, B: yan yana. Sırasıyla merkez koordinatları, $\mathbf{O}_i(x_i, y_i)$: A: $(0,0)$, $(-\lambda_0/2, 0)$, B: $(-2\lambda_0, 0)$, $(2\lambda_0, 0)$ ve yarıçaplar ρ : A: $3\lambda_0/2$, $\lambda_0/2$, B: $\lambda_0/2$, $\lambda_0/2$.

Her polarizasyon için, dairesel sınırlar üzerinde DAY içinde yer alan yöresel kutupsal koordinatların açısı, aynı zamanda EAİD ve MAİD nin üzerinde yazıldığı eğrinin parametresine karşı gelir. Bu nedenle DAY ve EAİD ile MAİD sonucunda bulunacak bilinmeyene dair Fourier katsayıları özdeş olmalıdır. Sadece akılda tutulması gereken, i'inci arayüzün dışındaki bölgedeki elektrik/manyetik yüzey

akımının ($K_{i\beta}; \beta = e/m$) aynı bölgedeki teğetsel manyetik/elektrik alanlara ($F_{i\gamma}; \gamma = m/e$) aşağıdaki gibi ilişkilendirilebileceğidir (n_i arayüzden dışa doğru birim normal):

$$K_{i\beta} = \pm n_i \times F_{i\gamma}; +/ - \rightarrow \gamma = m/e \quad (9)$$

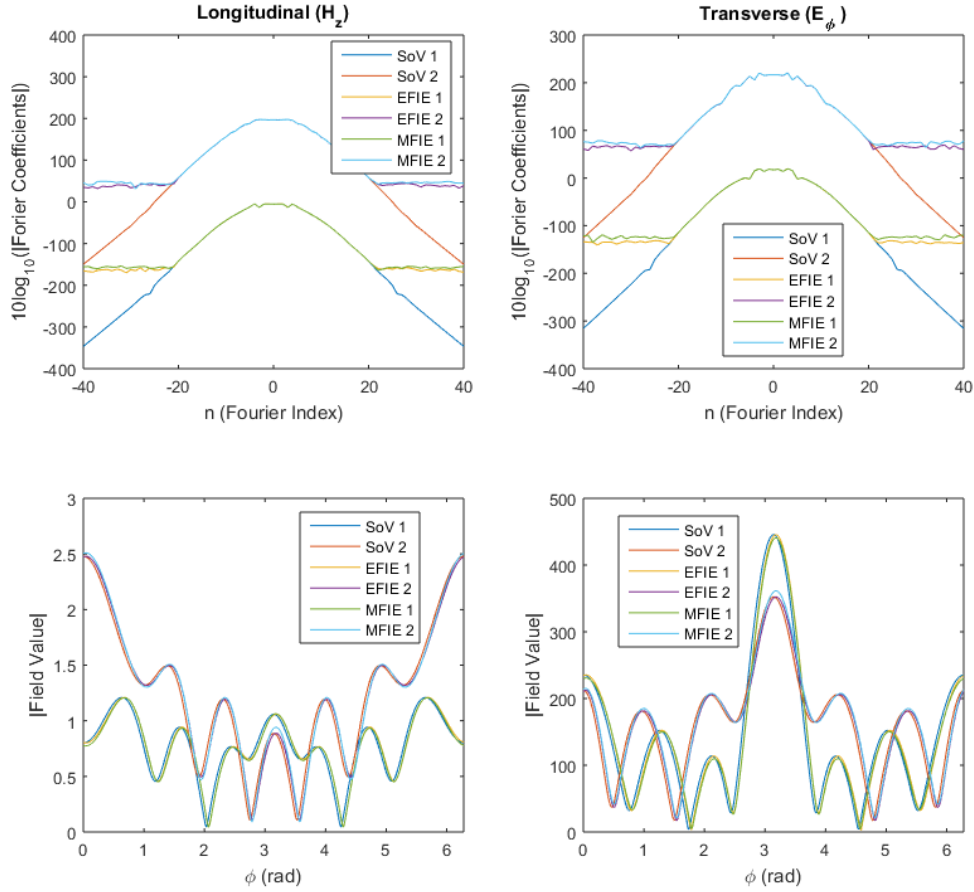
Arayüzün içindeki akım yoğunlukları normal içe yöneldiğinden (9)'da yer alanların ters işaretlisi biçiminde iken, ilgili teğetsel alanlar sınır koşulu uyarınca aynı kalırlar. Böylece, teğetsel alanların Fourier katsayılarının DAY ile bulunup, genliklerini, EAİD ve MAİD ile aranan bilinmeyen yüzey akımlarının Fourier katsayıları ile karşılaştırmak anlamlıdır.



Şekil 2. Şekil 1'deki (A) TM polarize düzlem dalga altında. Üstte: Bilinmeyenlerin Fourier katsayıları (ayırd edilebilmesi için üst eğrilere kasten 200dB eklenmiştir). Altta: $i=1,2$ sınırlarındaki bilinmeyenler.

Şekil 2/Şekil 3 'deki ilk satır Şekil 1'deki (A)/(B) sınırları için böyle bir karşılaştırmayı TM/TE kutuplu uyarmalar için vermektedir. [Dikmen v.d 2015]'deki DAY uygulaması düzgünleştirilmemiş versiyonlarının aksine nümerik olarak kararlı oladığından, Herhangi bir Fourier katsayısını üstel yakınsak olarak kararlı bir biçimde vermektedir. Burada önerilen yöntem ile aynı biçimdeki yakınsaklığı EAİD ve MAİD için de makine hassasiyetine varana dek görmekteyiz. Şekil 2/Şekil 3'ün ikinci satırları ise ilgili sınırlardaki ilk satırda sunulan Fourier katsayıları ile

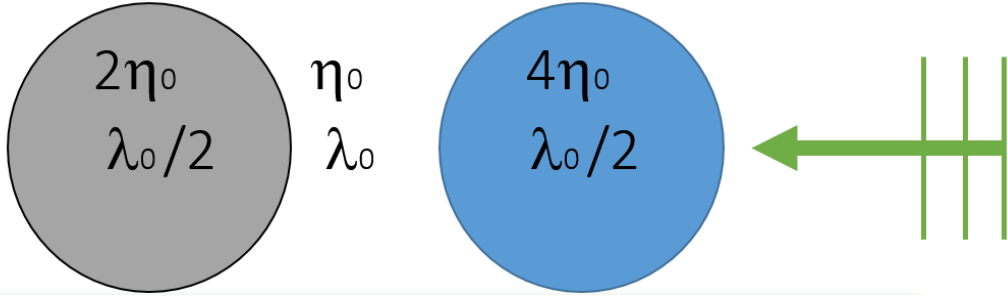
bulunmuş teğetsel alanların boyuna ve boya-dik bileşenlerini gösterir. Böylece (2)'deki denklemler ile kurulan sistemin çözümleri, ele alınan durumlar için üstel yakınsak biçimde elde edilmiş olur.



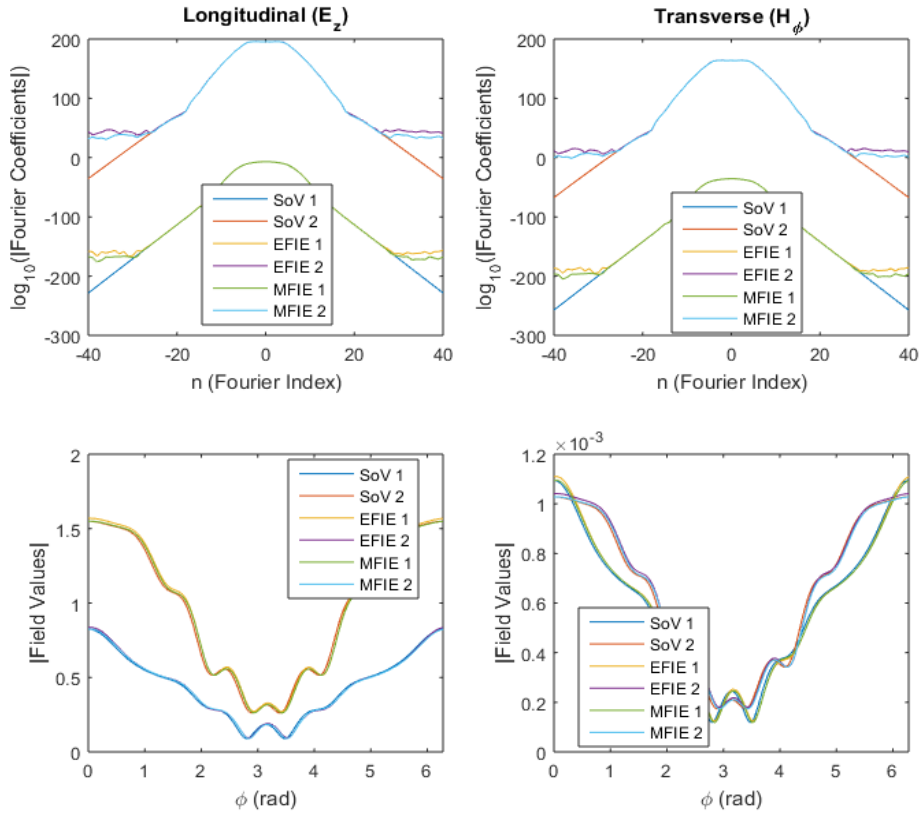
Şekil 3. Şekil 1'deki (B) TE polarize düzlem dalga altında. Üstte: Bilinmeyenlerin Fourier katsayıları (ayrıl edilebilmesi için üst eğrilere kasten 200dB eklenmiştir). Altta: $i=1,2$ sınırlarındaki bilinmeyenler.

3.1.2. Empedans sınır koşulları altında iki dairesel sınırdan saçılma sonuçları Negatif x eksenini boyunca gelen birim genlikli TM ve TE kutuplu düzlemsel dalga aydınlatması altındaki kanonik saçıcı olarak adlandırılabilir iki adet yan yana dairesel sınırdan saçılma problemine ilişkin EAİD ve MAİD çözümlerini değişkenlerine ayrıştırma yöntemi (DAY) temelli çözümler ile karşılaştırarak yöntemin doğru kurulmasını teyid etmiş olacağız [Sever v.d 2016]. Her polarizasyon için, dairesel sınırlar üzerinde DAY içinde yer alan yöresel kutupsal koordinatların açısı, aynı zamanda EAİD ve MAİD nin üzerinde yazıldığı eğrinin parametresine karşı gelir. Bu nedenle DAY ve EAİD ile MAİD sonucunda bulunacak bilinmeyene dair Fourier katsayıları özdeş olmalıdır. Tıpkı bir önceki bölümde verilen gerekçe uyarınca teğetsel alanların Fourier katsayılarının DAY ile

bulunup, genliklerini, EAİD ve MAİD ile aranan bilinmeyen yüzey akımlarının Fourier katsayıları ile karşılaştırmak anlamlıdır.



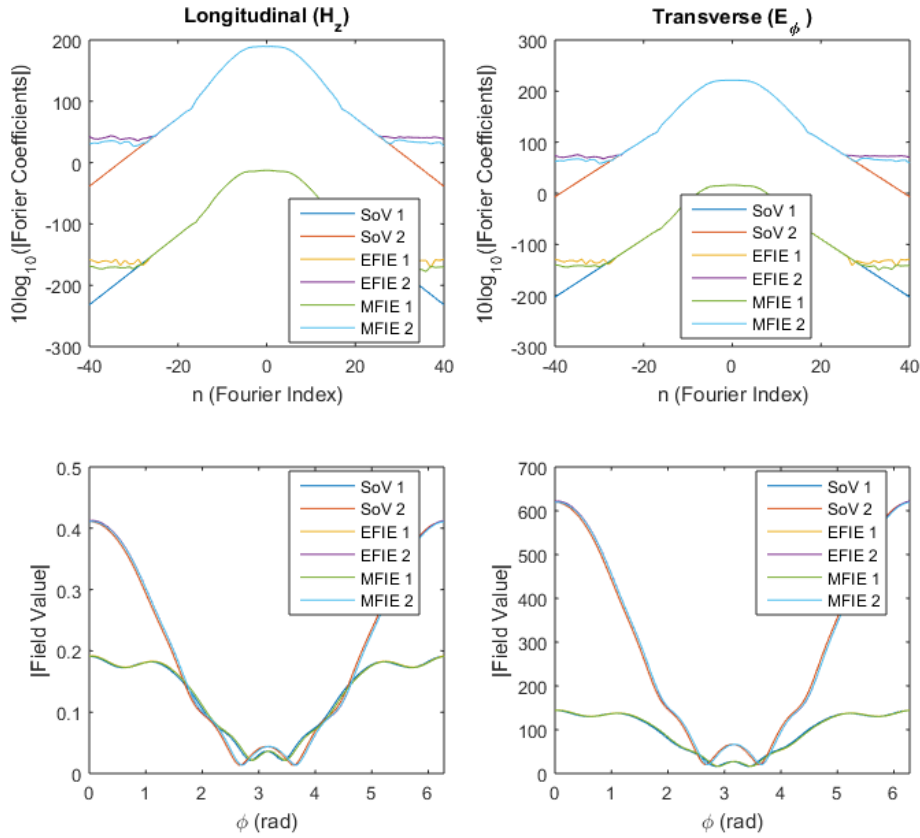
Şekil 4. İki empedans sınır koşullu dairesel silindir. Yarıçaplar, aralarındaki uzaklık ve ortam ve yüzey empedans değerleri.



Şekil 5. Şekil 4'deki silindirler TM polarize düzlem dalga altında. Üstte: Bilinmeyenlerin Fourier katsayıları (ayırılabilirliği için üst eğrilere kasten 200dB eklenmiştir). Altta: $i=1,2$ sınırlarındaki bilinmeyenler.

Şekil 5/Şekil 6'daki ilk satır Şekil 4'deki sınırlar için böyle bir karşılaştırmayı TM/TE kutuplu uyarmalar için vermektedir. [Sever v.d 2015]'deki DAY uygulaması

düzgünleştirilmemiş versiyonlarının aksine nümerik olarak kararlı olduğundan, Herhangi bir Fourier katsayısını üstel yakınsak olarak kararlı bir biçimde vermektedir. Burada önerilen yöntem ile aynı biçimdeki yakınsaklığı EAİD ve MAİD için de makine hassasiyetine varana dek görmekteyiz. Şekil 5/Şekil 6'nın ikinci satırları ise ilgili sınırlardaki ilk satırda sunulan Fourier katsayıları ile bulunmuş teğetsel alanların boyuna ve boya-dik bileşenlerini gösterir. Böylece (2)'deki denklemler ile kurulan sistemin çözümleri, ele alınan durumlar için üstel yakınsak biçimde elde edilmiş olur.

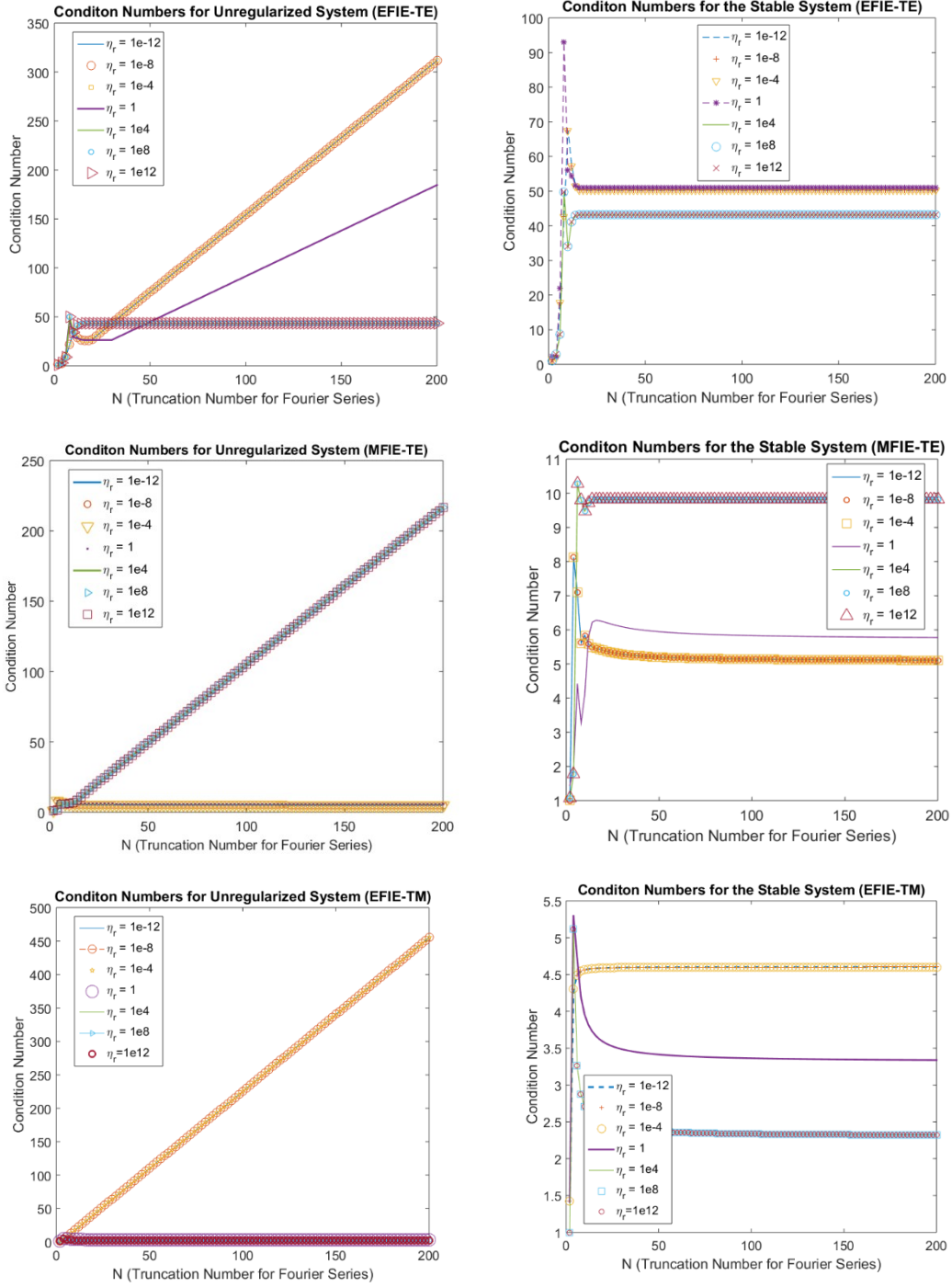


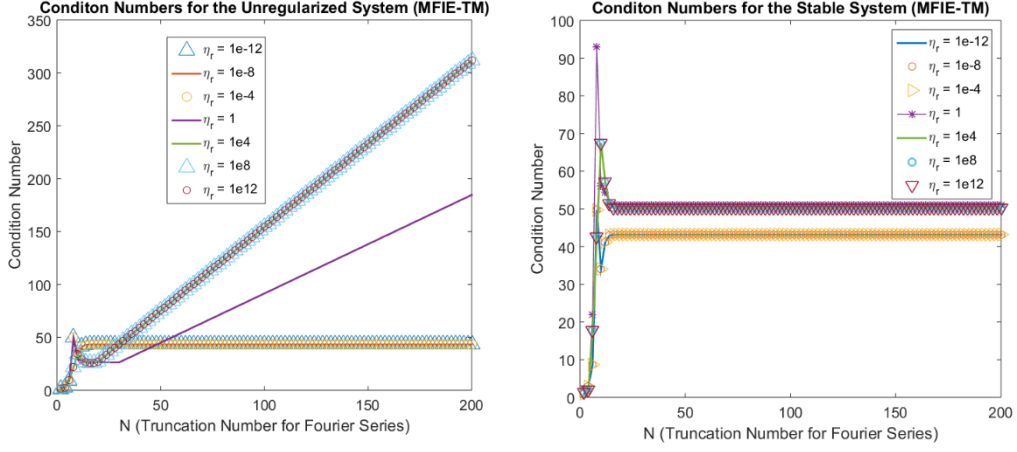
Şekil 6. Şekil 4'deki silindirler TE polarize düzlem dalga altında. Üstte: Bilinmeyenlerin Fourier katsayıları (ayırd edilebilmesi için üst eğrilere kasten 200dB eklenmiştir). Altta: $i=1,2$ sınırlarındaki bilinmeyenler.

3.1.3. Karışık sınır koşulları altında ARY gereksinimi

(2) ile verilen ve Tablo 1 kullanılarak özelleştirilen integral denklemler uygulandıkları probleme dair sınır koşulları ile beraber karışık bir sınır değer problemini modeller. Kabaca S, R, V, D potansiyellerinin ikiye bölünebilir bileşimleri bu problemlerde karşımıza çıkar. Önceki bölümde de anıldığı üzere (2) ikinci türden Fredholm integral denklemi vasfında dahi olsa, ilgilenilen modelin gerektirdiği

denkleme ilişkin niteliklerin değişim aralığında ARY uygulanmasının gerektiği durumlar ortaya çıkabilir. Buna bir örnek olarak empedans sınır koşulu altındaki dairesel iki silindirden saçılma problemini verelim. Sınır empedans değerlerinin genliğini geniş bir aralıkta alarak her değere dair cebrik sistemin ters almaya duyarlılıklarının değişimini TM/TE uyarmalar altındaki EAİD/MAİD ye dair 4 durum için sırasıyla solda ARY öncesi sağda ise ARY sonrası olacak biçimde aşağıdaki gibi buluyoruz:





Görüldüğü gibi, bağıl (boş uzayın empedansının bir katı) empedans değerleri değişimine bağlı olarak, bu denklemlerin sayısal kararlılıkları Fredholm ikinci türden integral denklemin doğası gereğince sağlanır diye beklenirken bunun gözlemlendiği değerlerin denklemden denkleme farklılaştığını ortaya çıkarabiliyoruz. Dolayısı ile seçilen denklemin iyi koşullu doğasını bozan değerlerde empedanslar için ARY sayesinde ancak kararlı çözümlere varılabilmektedir. Özelde küçük/büyük empedans değerlerinin EAİD/MAİD çözümlerini TM&TE polarize aydınlatmalar altında bozmakta olduğu sonucu çıkarılabilir. Bu durumlara ARY uygulanması ile keyfi empedans değerleri için sayısal kararlılık ve garantili yakınsaklık elde edilebilecektir.

3.2. Genetik Algoritmalar ile Süperformül Optimizasyonu ve Bu Eğrilerden TE/TM Saçılmasına Dair Üstel Yakınsayan Çözümlerin Eldesine ilişkin Bulgular

3.2.1. Genetik Algoritmalar ile Süperformül Optimizasyonu

Proje kapsamında gerçekleştirilen süperformül optimizasyonları ve elde edilen sonuçlar aşağıda listelenmiştir.

3.2.1.1. Verilen bir eğriyi en iyi derece yakınsayan süperformül için gerekli olan parametrelerin optimize edildiği bir genetik algoritma kodu geliştirilmiştir. Genel olarak, süperformül içerisinde bulunan sekiz parametreyi optimize eden algortmada, parametre uzayı ikili sistemle ifade edilen kromozomlarla temsil edilmiştir. Bu doğrultuda, her bir parametre için 9-bitlik kodlar kullanılmış ve böylece parametre için tanımlanmış olan değer aralığı (örneğin [0 10]) toplam 511 eşit parçaya ayrıştırılmıştır. Ele alınan süperformülde sekiz parametre bulunduğundan, kullanılan kromozom boyları $9 \times 8 = 72$ bit (sıfır veya bir) olarak belirlenmiştir.

3.2.1.2. Geliştirilen genetik algoritma kodu ile bazı eğriler için optimizasyonlar gerçekleştirilmiştir. Optimizasyon parametreleri olarak farklı değerler denenmiş ve bu doğrultuda toplam 80 bireyden oluşan havuzların, 5000 nesil devam ettirildiği optimizasyonların iyi sonuçlar verdiği anlaşılmıştır. Bu tür bir optimizasyon için ise toplam $80 \times 5000 = 400000$ denemenin gerçekleştirilmesi gerekmektedir. MATLAB ortamında, 400000 denemeli bir optimizasyon için gerekli süre tek çekirdek üzerinde 40 dakika civarındadır.

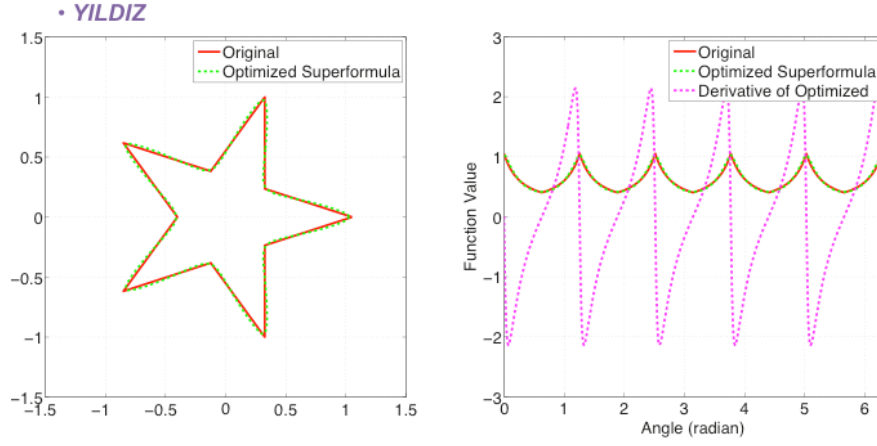
3.2.1.3. Genetik algoritmalarla elde edilen sonuçların iyileştirilmesi (yakınsamaların hızlandırılması ve son sonuç kalitesinin artırılması) amacıyla bazı teknikler geliştirilmiş ve kullanılmıştır. Yakın zamanda, anten problemleri için de kullanılmış olan [Önol&Ergül (2014)], [Önol v.d. (2016)] bu özgün tekniklerden bazıları şunlardır:

- Başarı-Tabanlı Mutasyonlar: Mutasyonlar için sabit bir oran yerine, birey başarısına dayalı (success-based) oranlar kullanılmıştır. Bu sayede, hem gereksiz mutasyonlarla başarılı bireylerin elenmesi önlenmiş, hem de başarısız bireylerin gen havuzlarından daha hızlı elenmesi sağlanmıştır.
- Bit-Bazlı Çaprazlama: Literatürde sıkça kullanılan, tek noktalı ve çift noktalı çaprazlama metotlarından farklı olarak, bitlerin karşılıklı değiştirilebildiği metotlar kullanılmıştır. Böylece, süperformülde kullanılan sekiz parametrenin, birbirlerinden bağımsız olarak daha iyi taranması sağlanmıştır.

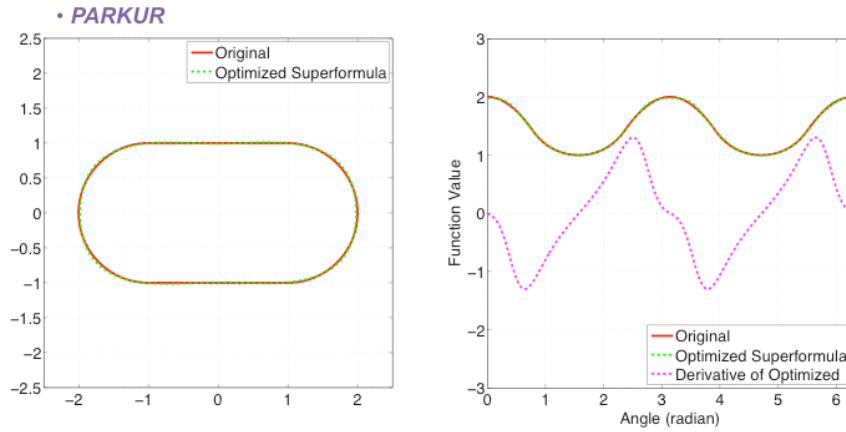
- Aile Elitizmi: Literatürde yaygın olan standart elitizmden farklı olarak, hem başarılı bireylerin hem de bu bireylerin çaprazlanmasıyla elde edilen yeni bireylerin doğrudan nesiller arasında aktarılması sağlanmıştır. Böylece, süperformül uzayında sıkça görülen keskin tepelerin zirvelerine daha hızlı yakınsamalar elde edilmiştir.
- Hibrid Çaprazlama: Genetik iyileşmenin hızlandırılması amacıyla bireylerin seçimlerinde hem rulet tekerleği metodu hem de turnuva metodu kullanılmış ve bu metodların beraber kullanıldığı hibrid seçim mekanizmaları geliştirilmiştir.
- Başarı Fonksiyonu: Bireylerin başarı oranlarının hesaplanmasında, hem RMS hatanın hem de maksimum hatanın hassas bir şekilde belirlenmiş ağırlıklarla birleştirildiği fonksiyonlar kullanılmıştır. Böylece, hem global seviyedeki farklılıkların hem de lokal seviyede oluşan küçük salınım hatalarının minimize edilmesi sağlanmıştır.

3.2.1.4. İlk denemeler kapsamında, süperformülün kendisinin kullanılmasıyla elde edilen eğriler kullanılmış, bu eğrilerin referans olarak alınmasıyla birlikte, genetik algoritma kodunun etkinliği test edilmiştir. Bu doğrultuda, üç farklı eğri için elde edilen sonuçlara birinci dönem raporunda değinilmiş ve süperformül ile güvenilir bir genetik algoritma optimizasyonunun kurulmuş olduğu gösterilmişti.

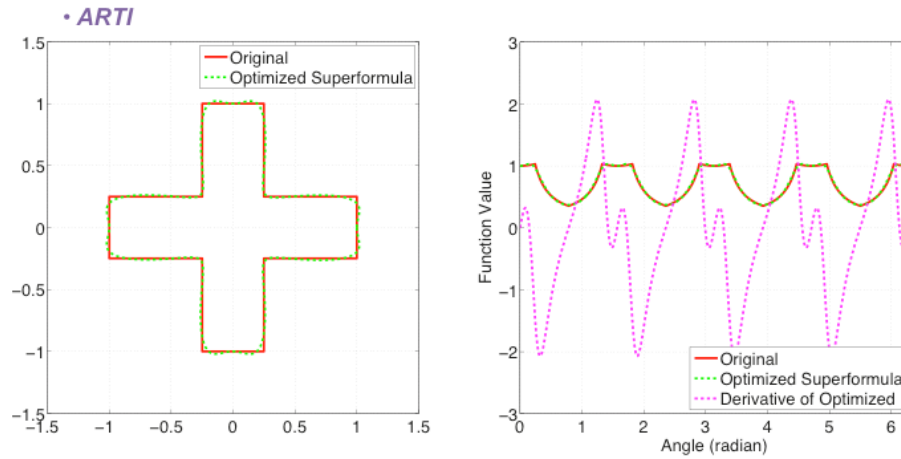
3.2.1.5. İlk deneyler kapsamında etkinliği kanıtlanan genetik algoritma kodu, dışarıdan verilen bazı kanonik eğrilerin süperformül ile yakınsanması doğrultusunda test edilmiştir. Şekil 7, Şekil 8 ve Şekil 9'da, sırasıyla yıldız, parkur ve artı olarak isimlendirilen eğrilerin optimizasyonları gösterilmiştir. Tüm eğriler için, süperformül optimizasyonlarıyla elde edilen sonuçların orijinal geometrilere yakın oldukları gözlemlenmektedir. Ayrıca, aynı şekillerde gösterilen birinci türevlerin de genel olarak yumuşak karakterde oldukları göze çarpmaktadır.



Şekil 7. Yıldız eğrisine ait optimizasyon sonuçları: Esas eğriler ve optimizasyon sonucu elde edilen birinci türevler açığa bağlı olarak gösterilmiştir.

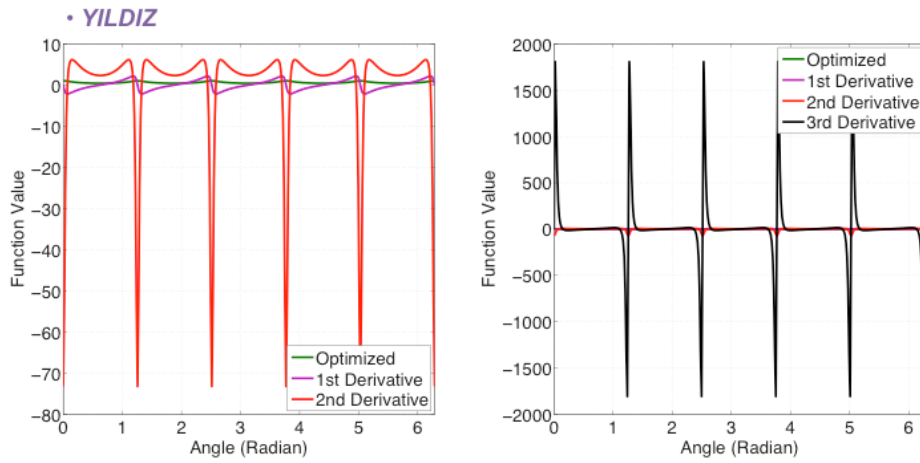


Şekil 8. Parkur eğrisine ait optimizasyon sonuçları: Esas eğriler ve optimizasyon sonucu elde edilen birinci türevler açığa bağlı olarak gösterilmiştir

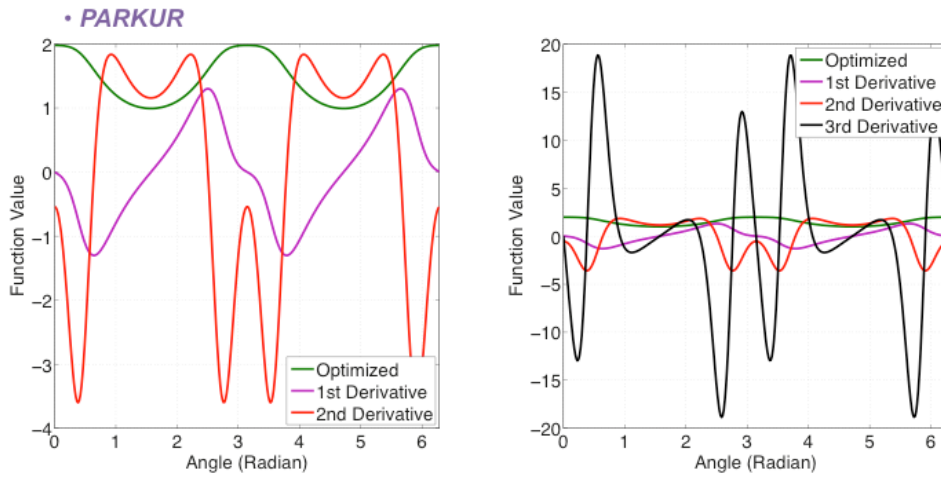


Şekil 9. Artı eğrisine ait optimizasyon sonuçları: Esas eğriler ve optimizasyon sonucu elde edilen birinci türevler açığa bağlı olarak gösterilmiştir.

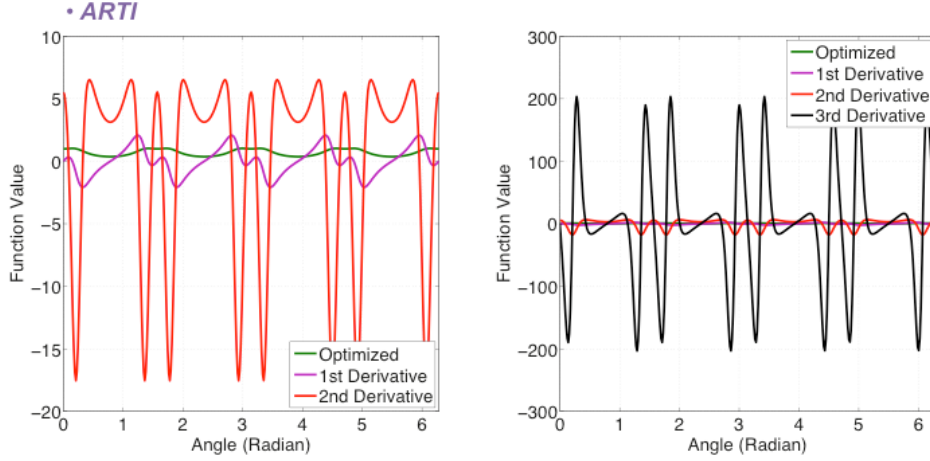
3.2.1.6. Elde edilen sonuçların daha iyi anlaşılabilmesi amacıyla, optimizasyonlar vasıtasıyla elde edilen eğrilerin ikinci ve üçüncü türevleri alınmıştır. Şekil 10, Şekil 11 ve Şekil 12’de ise, sırasıyla yıldız, parkur ve artı geometrileri için türevler gösterilmiştir. Bu sonuçlarda, referans geometrilerin formülleri bulunmadığından, sadece optimizasyonlar sonucu elde edilen eğrilerin türevleri ele alınmıştır. Yıldız ve artı geometrileri için ikinci ve üçüncü türevlerde görece hızlı değişimler göze çarpmaktadır. Parkur geometrisinde ise türevlerin genel olarak yumuşak değişimlere sahip oldukları söylenebilir.



Şekil 10. Yıldız eğrisine ait optimizasyon sonuçları: İkinci ve üçüncü türevler açığı bağı olarak gösterilmiştir.



Şekil 11. Parkur eğrisine ait optimizasyon sonuçları: İkinci ve üçüncü türevler açığı bağı olarak gösterilmiştir.



Şekil 12. Artı eğrisine ait optimizasyon sonuçları: İkinci ve üçüncü türevler açığa bağlı olarak gösterilmiştir.

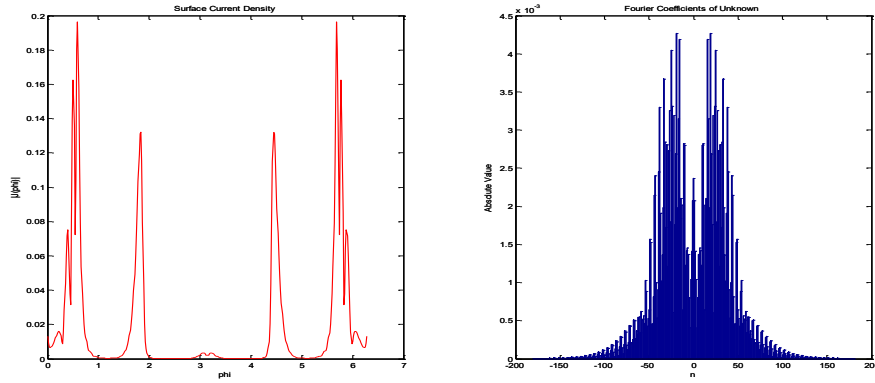
3.2.2. Genetik Algoritmalar ile Süperformül Optimizasyonu ile Karar Verilen Eğrilerden TE/TM Saçılmasına Dair Üstel Yakınsayan Çözümlerin Eldesi.

Süperformül parametreleri bulunan eğrilerin temsil ettiği mükemmel iletken sınırlardan TE ve TM kutuplu ($-x$) yönünde gelen birim genlikli düzlemsel dalgalanın saçılmasını ilgili EAİD ve MAİD ayrıklaştırması ile elde edilen üstel yakınsak vasıftaki çözümleri burada ele alacağız. Algoritmaların teyidi, iyi bilinen kanonik geometri olarak dairenin kullanılması ve literatürde mevcut çözümler ile karşılaştırılması ile başarılı ve ikinci dönem raporunda bu sunulmuştu. Bir önceki bölümde örnek olarak ele alınan eğrilerden mükemmel iletken bir sınırı temsil ettikleri düşünüldüğü durum için TM-EAİD, TM-MAİD, aynı bilinmeyenleri, TE-EAİD, TE-MAİD de aynı bilinmeyenleri kendi içinde bulduğu için bu da bir teyit sağlayacaktır. İkinci dönem raporunda açıklanan analitik regülerleştirme ile elde olunan yakınsaklık garantili sistemin ters almaya duyarlılığı tüm EAİD uygulamalarında mükemmel iletken saçıcılar için verilecektir. MAİD özünde ikinci türden bir Fredholm integral denklemi olduğundan ayrıklaştırılmasında ters almaya duyarlılıktan ziyade konvolüsyon ile hesap yapılmasına duyarlılığı bakımından ele alınmıştır.

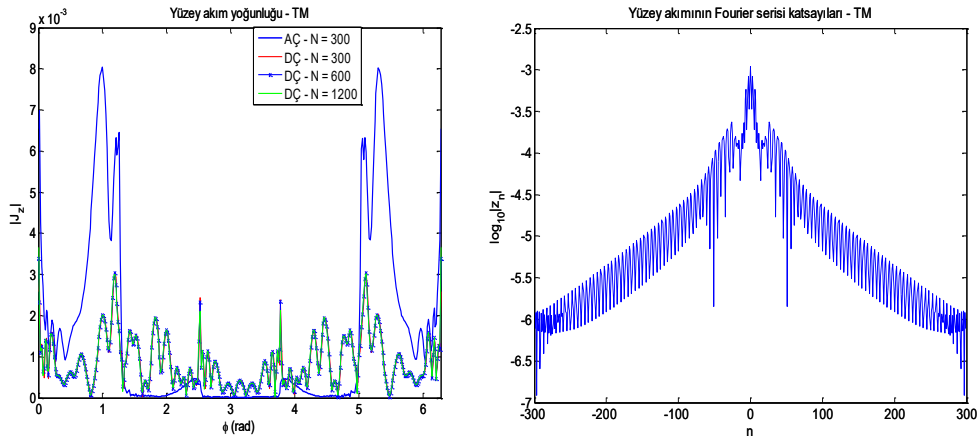
3.2.2.1. TM sonuçları

3.2.2.1.1. Yıldız

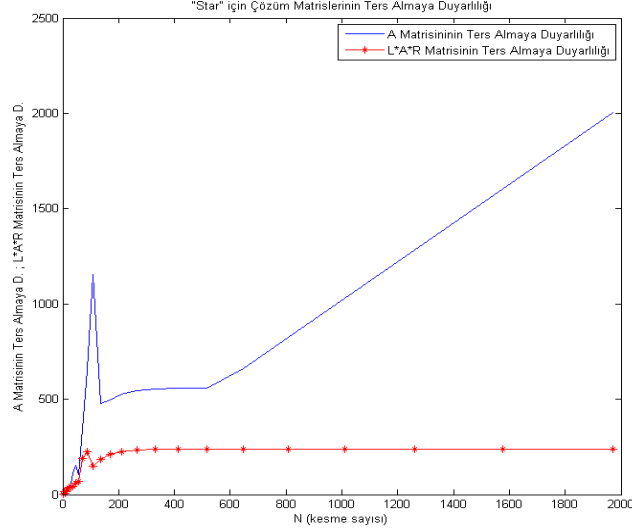
EAİD ve MAİD sonuçları şekil 13 ve 14 de verilmektedir. Şekil 14’de mavi grafik seçilen başlangıç noktasındaki fark gözetilirse Şekil 13 ile aynı sonucu verdiği teyit edilebilir. Şekil 14’deki akım yoğunluğuna daire diğer renkler bölüm 3.3’deki önerilen konvolusyon uygulanmaksızın direkt FFT ile varılan ve FFTnin hassasiyetinin MAİD için yetmediğini gösteren sonuçlardır. Örneklem artırılması durumun düzelmesine yardımcı olamamıştır.



Şekil 13. Yıldız eğrisine EAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda lineer ölçekli.



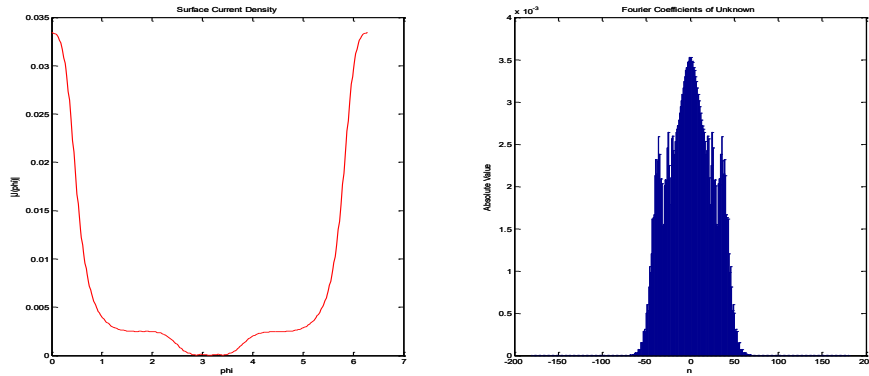
Şekil 14. Yıldız eğrisine MAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda logaritmik ölçekli.



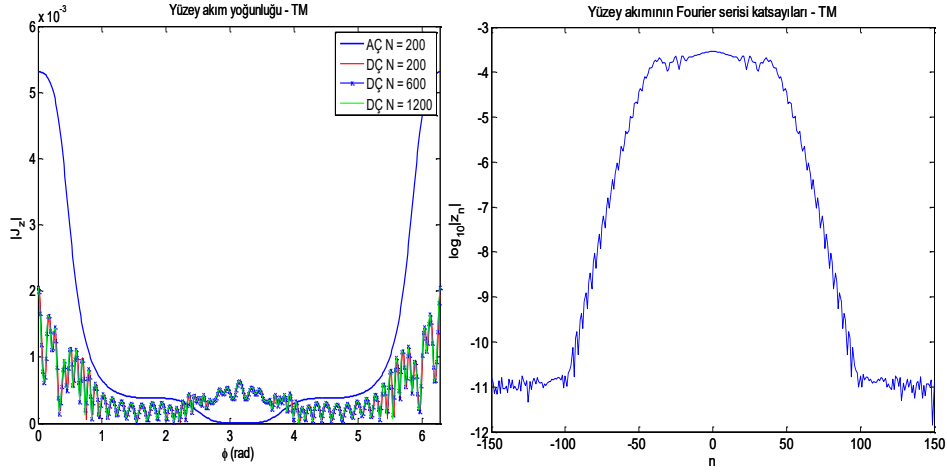
Şekil 15. Yıldız eğrisine dair EAİD birinci ve ikinci türden sistemlerin ters almaya duyarlılığı. İkincisinin karakteri olan düzgün sınırlılık yakınsaklığı garanti eder. Birinci türden sisteme dair grafiğin kesme sayısı ile doğrusal arttığı görülür.

3.2.2.1.2. Parkur

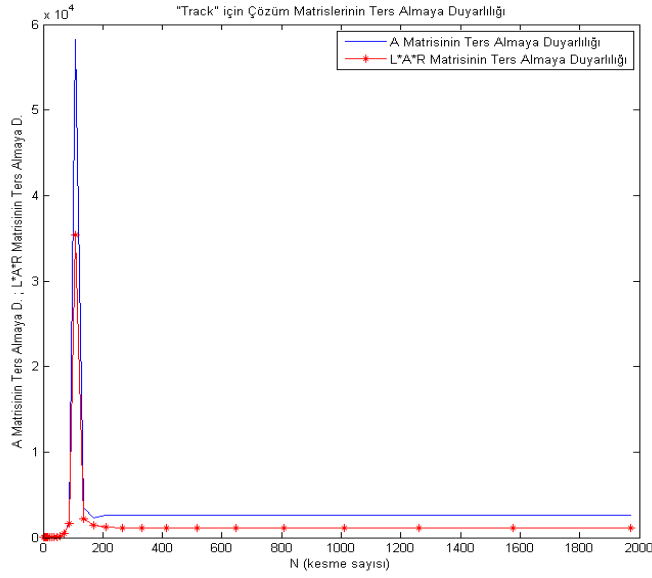
EAİD ve MAİD sonuçları şekil 16 ve 17'de verilmektedir. Şekil 17'de mavi grafik Şekil 16 ile aynı sonucu verdiği teyit edilebilir. Şekil 17'deki akım yoğunluğuna dairediğer renkler bölüm 3.3'deki önerilen konvolusyon uygulanmaksızın direkt FFT ile varılan ve FFTnin hassasiyetinin MAİD için yetmediğini gösteren sonuçlardır. Örneklem artırılması durumun düzelmesine yardımcı olamamıştır.



Şekil 16. Parkur eğrisine EAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda lineer ölçekli.



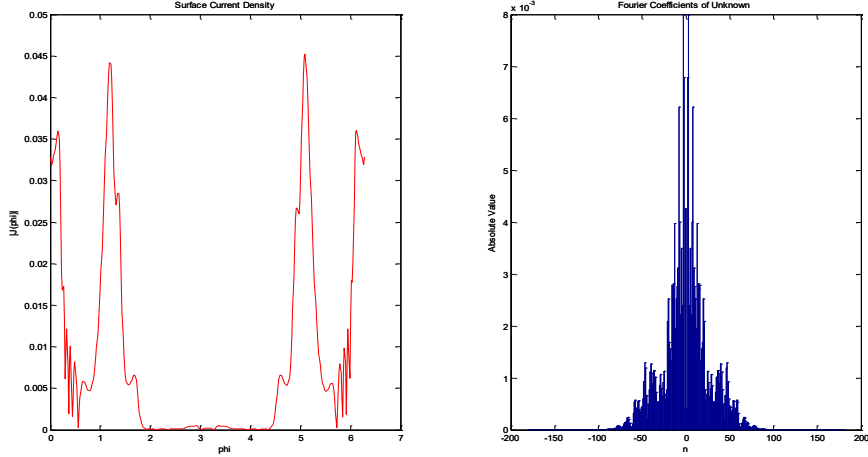
Şekil 17. Parkur eğrisine MAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda logaritmik ölçekli.



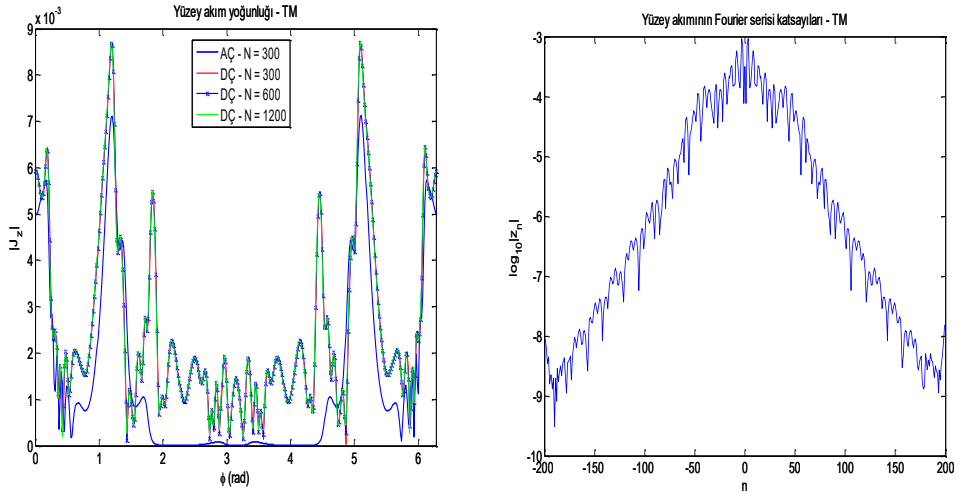
Şekil 18. Parkur eğrisine dair EAİD birinci ve ikinci türden sistemlerin ters almaya duyarlılığı. İkincisinin karakteri olan düzgün sınırlılık yakınsaklığı garanti eder. Birinci türden sisteme ilişkin eğrinin düzgün sınırlı görünmesi tesadüf eseridir.

3.2.2.1.3. Artı

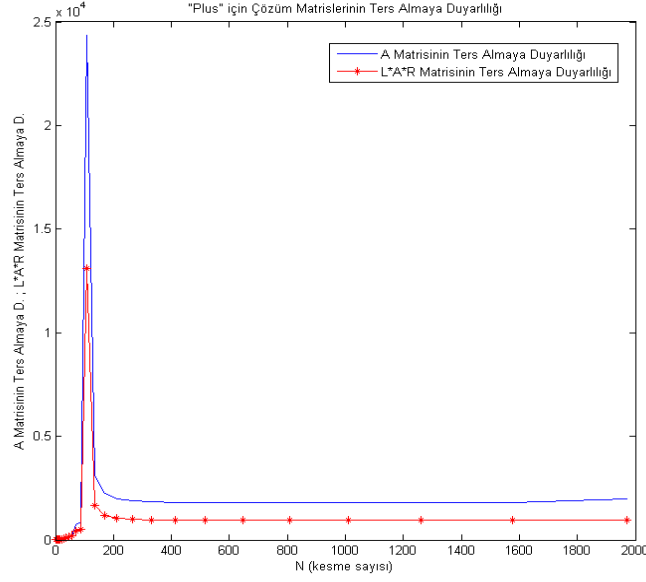
EAİD ve MAİD sonuçları şekil 19 ve 20'de verilmektedir. Şekil 20'de mavi grafiğin Şekil 19 ile aynı sonucu verdiği teyit edilebilir. Şekil 20'deki akım yoğunluğuna dair diğer renkler bölüm 3.3'deki önerilen konvolusyon uygulanmaksızın direkt FFT ile varılan ve FFTnin hassasiyetinin MAİD için yetmediğini gösteren sonuçlardır. Örneklem artırılması durumun düzelmesine yardımcı olamamıştır.



Şekil 19. Artı eğrisine EAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda lineer ölçekli.



Şekil 20. Artı eğrisine MAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda logaritmik ölçekli.

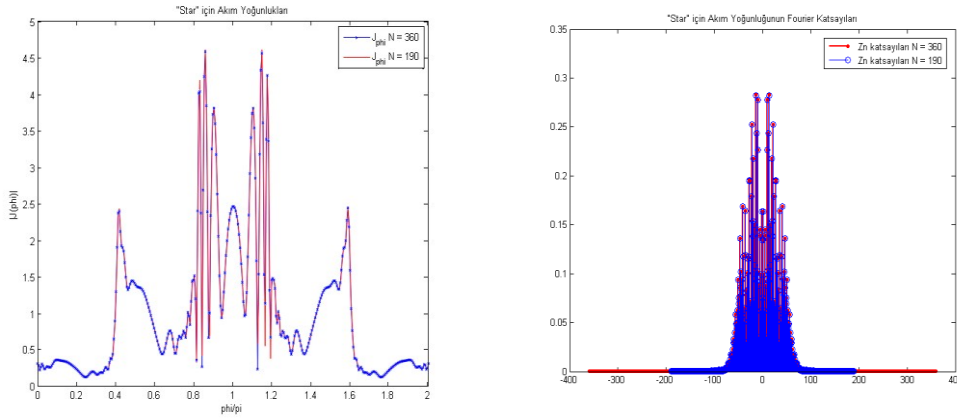


Şekil 21. Artı eğrisine dair EAİD birinci ve ikinci türden sistemlerin ters almaya duyarlılığı. İkincisinin karakteri olan düzgün sınırlılık yakınsaklığı garanti eder. Birinci türden sisteme ilişkin eğrinin düzgün sınırlı görünmesi tesadüf eseridir. Hatta ikinci türden sisteme ters olarak artan kesme sayısı ile artması gözlenmektedir.

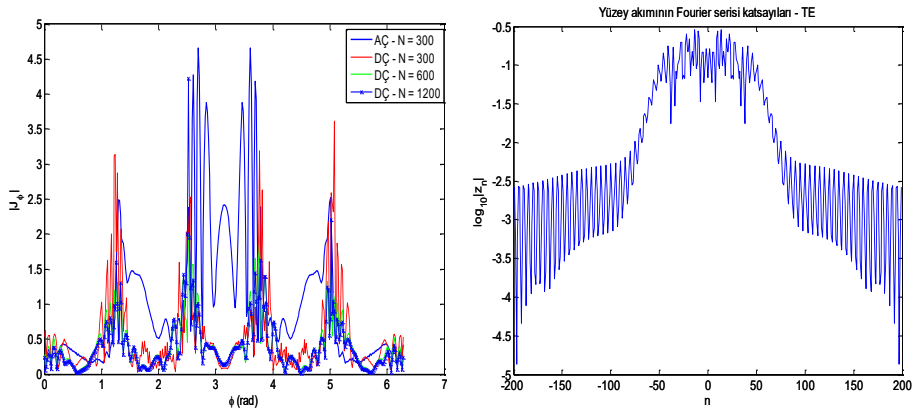
3.2.2.2. TE sonuçları

3.2.2.2.1. Yıldız

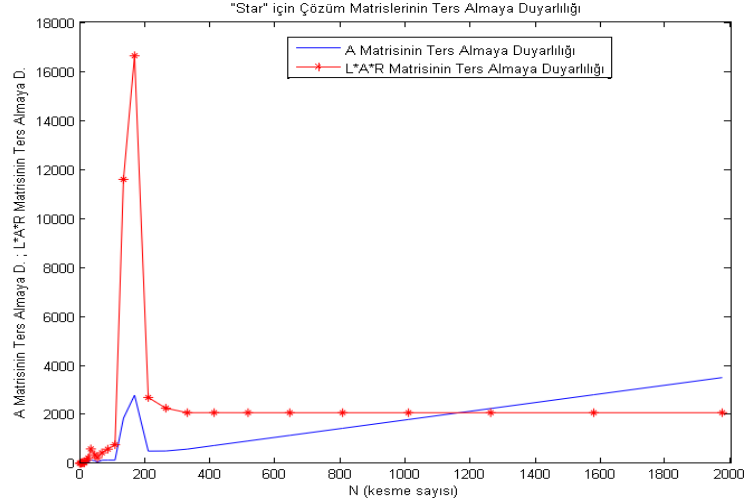
EAİD ve MAİD sonuçları Şekil 22 ve 23 de verilmektedir. Şekil 23'de mavi grafiğin Şekil 22 ile aynı sonucu verdiği teyit edilebilir. Şekil 22'da daha küçük bir sistem ile çözüme dair sonuçlar da verilmiştir. Şekil 17'deki akım yoğunluğuna dair diğer renkler bölüm 3.3'deki önerilen konvolusyon uygulanmaksızın direkt FFT ile varılan ve FFT'nin hassasiyetinin MAİD için yetmediğini gösteren sonuçlardır. Örneklem artırılması durumun düzelmesine yardımcı olamamıştır.



Şekil 22. Yıldız eğrisine EAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda lineer ölçekli.



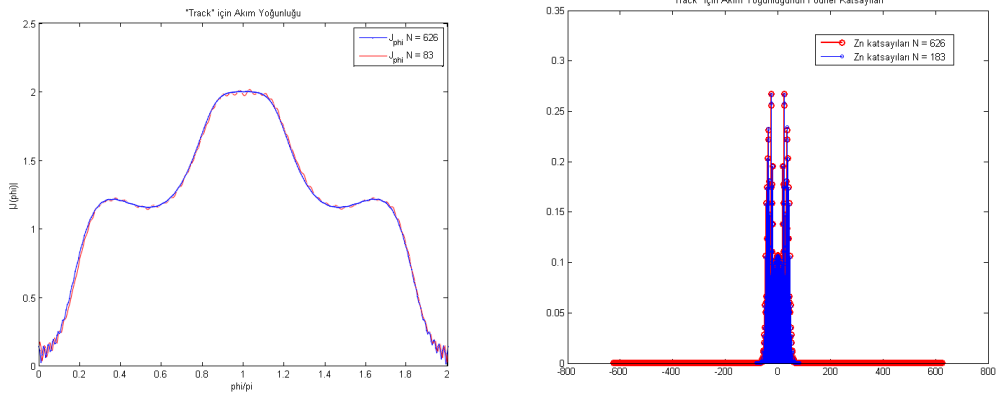
Şekil 23. Yıldız eğrisine MAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda logaritmik ölçekli.



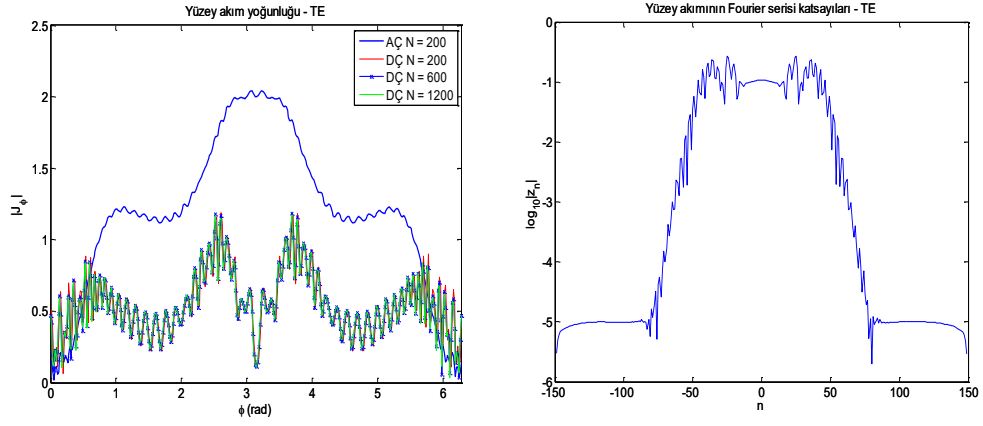
Şekil 24. Yıldız eğrisine dair EAİD birinci ve ikinci türden sistemlerin ters almaya duyarlılığı. İkincisinin karakteri olan düzgün sınırlılık yakınsaklığı garanti eder. Birinci türden sisteme dair grafiğin kesme sayısı ile doğrusal arttığı görülür.

3.2.2.2.2. Parkur

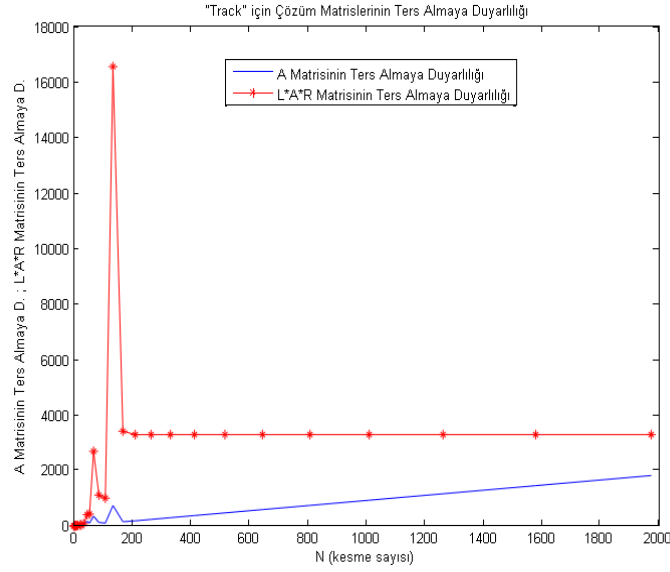
EAİD ve MAİD sonuçları Şekil 25 ve 26'de verilmektedir. Şekil 26'de mavi grafiğin Şekil 25 ile aynı sonucu verdiği teyit edilebilir. Şekil 26'deki akım yoğunluğuna dair diğer renkler bölüm 3.3'deki önerilen konvolusyon uygulanmaksızın direkt FFT ile varılan ve FFTnin hassasiyetinin MAİD için yetmediğini gösteren sonuçlardır. Örneklem artırılması durumun düzelmesine yardımcı olamamıştır.



Şekil 25. Parkur eğrisine EAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açıya bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda lineer ölçekli.



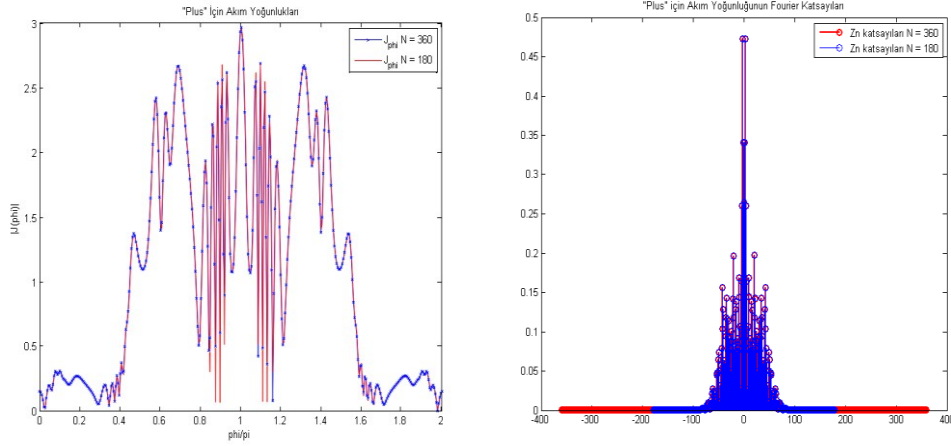
Şekil 26. Parkur eğrisine MAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda logaritmik ölçekli.



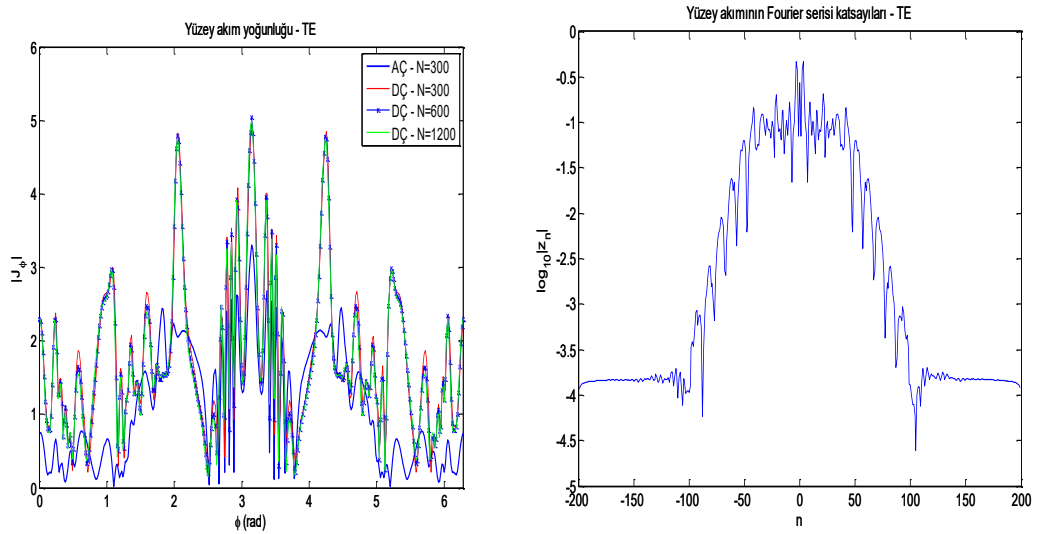
Şekil 27. Parkur eğrisine dair EAİD birinci ve ikinci türden sistemlerin ters almaya duyarlılığı. İkincisinin karakteri olan düzgün sınırlılık yakınsaklığı garanti eder. Birinci türden sisteme ilişkin eğrinin kesme sayısına göre doğrusal artan karakterdedir.

3.2.2.2.3. Artı

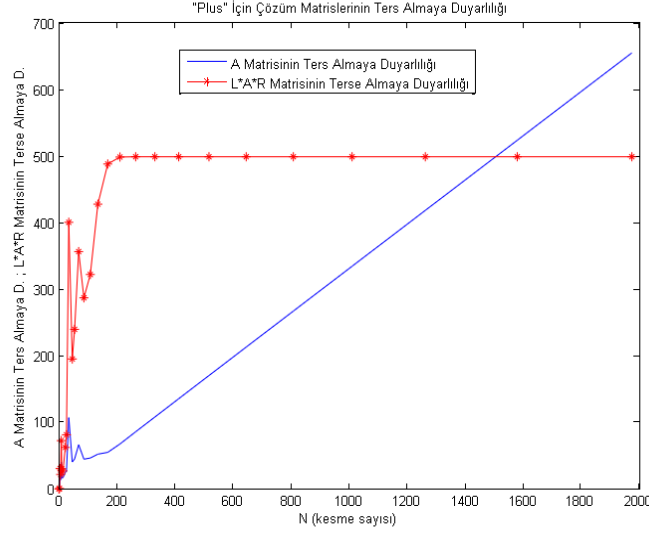
EAİD ve MAİD sonuçları Şekil 28 ve 29'de verilmektedir. Şekil 29'de mavi grafiğin Şekil 28 ile aynı sonucu verdiği teyit edilebilir. Şekil 29'deki akım yoğunluğuna dair diğer renkler bölüm 3.3'deki önerilen konvolusyon uygulanmaksızın direkt FFT ile varılan ve FFTnin hassasiyetinin MAİD için yetmediğini gösteren sonuçlardır. Örneklem artırılması durumun düzelmesine yardımcı olamamıştır.



Şekil 28. Artı eğrisine EAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda lineer ölçekli.



Şekil 29. Artı eğrisine MAİD için ait üstel yakınsak algoritma sonuçları: açığa bağlı yüzey akım yoğunluğu solda, buna ait üstel yakınsayan Fourier katsayıları sağda logaritmik ölçekli.



Şekil 30. Artı eğrisine dair EAİD birinci ve ikinci türden sistemlerin ters almaya duyarlılığı. İkincisinin karakteri olan düzgün sınırlılık yakınsaklığı garanti eder. Birinci türden sisteme ilişkin eğrinin ikinci türden sisteme ters olarak artan kesme sayısı ile doğrusal artması gözlenmektedir.

3.2.3. Genetik Algoritmalar ile Güncellenmiş Süperformül Optimizasyonu.

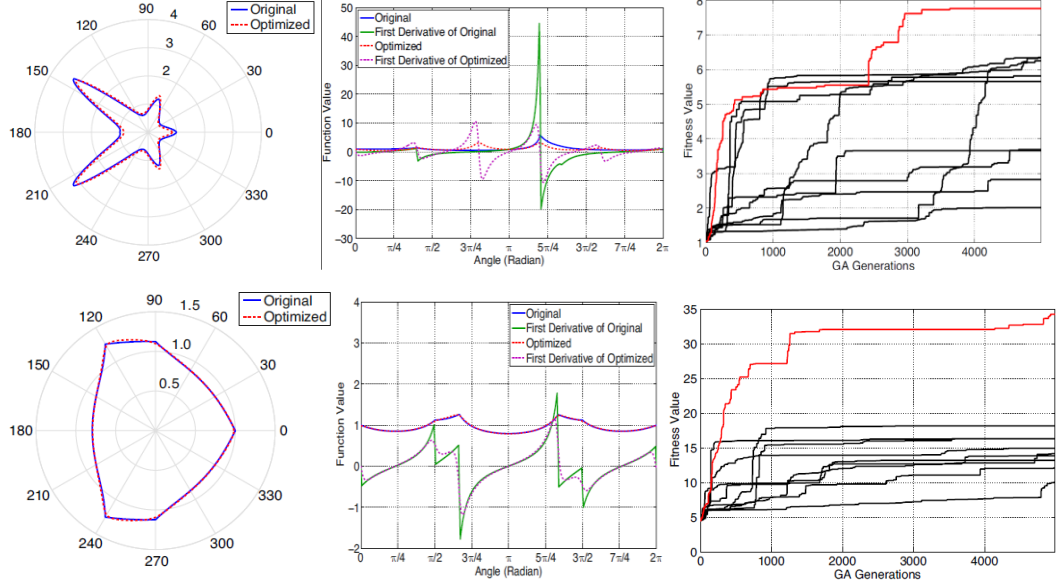
Süperformül içindeki açı değişiminin çarpanları farklılaştırılarak elde olunan yeni radyal formül

$$\rho(\phi) = \left(\left(\frac{\sqrt{\cos^2\left(\frac{y\phi}{4}\right) + \alpha^2}}{a} \right)^{n_2} + \left(\frac{\sqrt{\sin^2\left(\frac{z\phi}{4}\right) + \beta^2}}{b} \right)^{n_3} \right)^{-1/n_1}$$

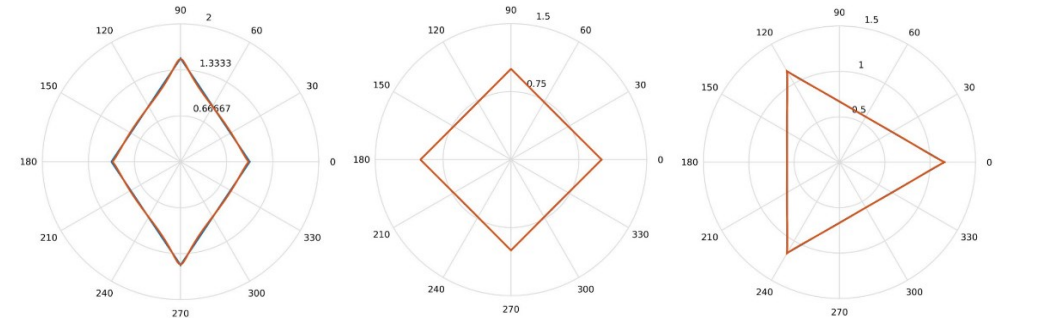
biçimindedir. Bu [Gielis (2003)] yazarlarının patent belgesinde değinilmiş bir çeşitlemedir. Değerleri tam sayı ile kısıtlamadan yapılan optimizasyonlar organize edilerek gerçekleştirilen sonuçlara burada yer verilecektir. Bu sayede optimizasyon sayesinde bulunabilecek eğri çeşitliliğinin artırılması hedeflenmiştir. $q_{min}=0.1$; $q_{max}=10$; $tournamentSize=10$; $p_{moderateMutation}=0.7$; $p_{heavyMutation}=0.2$; $p_{mutation}=0.05$; $p_{crossover}=0.95$; $numOfind=80$; $numOfBits=9$; $generationNumber=5*1000$; uygulanan optimizasyon parametreleridir. Bunun sonucunda referans olarak seçilen parametrelerdeki bir eğri genetik algoritmalar ile bulunmak üzere çalışılarak aşağıdaki optimize parametrelere varılabilmüş ve ilgili eğri, türevleri ve nesillere göre sağlamlık eğrileri bulunmuştur.

**Superformula
Parameters**

	a	b	alpha	beta	y	z	n	n1	n2
Geo-1	Reference: 1	1	0	0	5	3	1	1	1,5
	Optimized: 1,7855	1,2431	1,4949	0,1387	1,9986	10	0,7006	6,2415	1,1849
Geo-3	Reference: 1	1	0	0	4	6	3	1	1
	Optimized: 1,0493	1,0299	0,1	0,1	3,9941	6,009	2,7736	1,0687	0,9912



Bu yeni haliyle süperformülü, onunla belirlenmemiş bazı sınırların süperformül parametrelerinin bulunmasındaki başarılı girişimlerden üçünü daha burada verebiliriz: Paralelkenar, kare ve eşkenar üçgen (y ve z, m1 ve m2 ile yer değişmiş):



SFPar.	a	b	m1	m2	n1	n2	n3	α	β
PKenar	0.9813	2.1576	4.0006	4.0006	1.1381	0.7068	0.8244	4.02E-02	1.00E-03
Kare	5.0201	1.1381	8.0020	8.0020	1.8047	0.0402	0.9813	4.4711	1.00E-03
EÜçgen	9.9216	1.2558	6.0004	6.0004	0.9421	1.1774	0.9029	8.7452	1.00E-03

Bir önceki bölümdekiler ile beraber belirli şekilleri başarı ile optimize edebilecek düzeyde bir Genetik Algoritma organizasyonunu gerçekleştirilmiş durumdadır.

3.2.4. . Eğrinin Spline interpolate edilmiş parametrizasyonunun Fourier serisi gösterilimi üzerine bulgular

Süperformül dışında verilen bir eğrinin sonsuz düzgün parametrizasyonu için de yapılan çalışmalar aşağıdaki aşamalardan geçmiş ve sonuçlara varmıştır:

3.2.4.1.1. Tikhonov Düzgünleştirilmesi

Düzgünleştirme ile Fourier katsayıları hesaplanan bir fonksiyonun yerine Fourier serisi ifadesi kullanıldığında, herhangi bir mertebeden türevi hesaplanırken ortaya çıkabilecek problemlere karşı bağışıklık sağlamak hedeflenmektedir. Kapalı eğri için Hermite-spline interpolasyonu yapılırken aslında aynı parametreye bağlı iki farklı tek değişkenli fonksiyon için interpolasyon yapıldığından düzgünleştirme işlemi tek değişkenli bir fonksiyon için yapılan haliyle incelenip kapalı eğri için uygulanabilir. Bu nedenle bu bölümde düzgünleştirme işlemi ve sonuçları tanımlı olduğu aralıkta süreksizlik içeren basit bir basamak fonksiyonu üzerinde ele alınacaktır. Basamak fonksiyonu şu şekilde tanımlanmış olsun

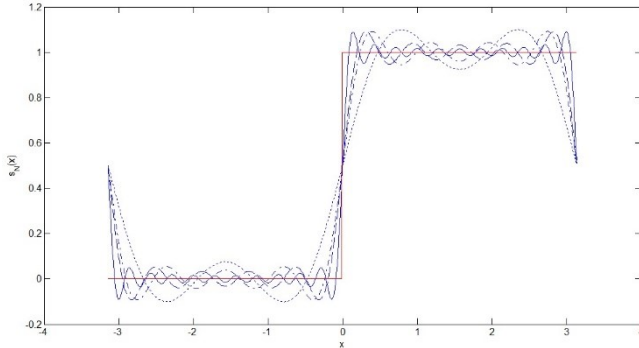
$$s(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < \pi \\ 0, & -\pi < x < 0 \end{cases}$$

$2N + 1$ terimli Fourier serisi

$$s_N(x) = \sum_{m=-N}^N C_m e^{imx}$$

olarak ifade edilir. C_m katsayıları ise

$$\begin{aligned} C_m &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} s(x) e^{-imx} dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} e^{-imx} dx = \frac{i}{2\pi m} (e^{-im\pi} - 1) \\ &= \frac{i((-1)^m - 1)}{2\pi m} \end{aligned}$$



şeklinde hesaplanır. N sayısı ne kadar büyük olursa, yani seride ne kadar çok terim toplanırsa mutlak hata açısından o kadar iyi bir yaklaşıklık yapılmış olur. Ama soldaki şekil ile

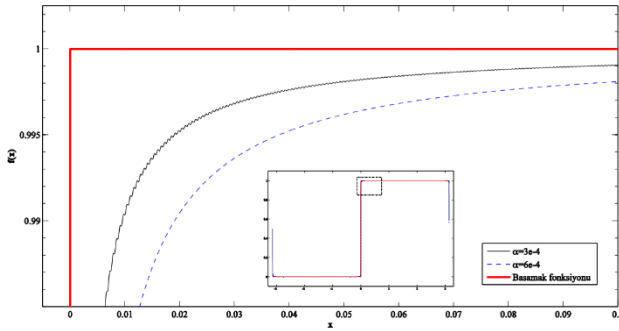
görüldüğü üzere süreksizlik noktası etrafındaki salınımlar (Gibbs phenomenon) daraldığı halde giderilememektedir. Bu ise salınım noktalarında türev ifadesinin çok büyük değerler almasına sebep olmaktadır. Salınım sıklığına bakıldığında bu duruma sebep olanın yüksek frekanslı harmonikler olduğu anlaşılır. Dolayısı ile bu harmoniklerin seri toplamındaki etkisini azaltacak bir düzgünleştirme yapılması gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Hermite-spline aradeğerlemesi düşünüldüğünde,

her ardışık iki düğüm noktası arasına yerleştirilen kübik polinomlar için, iki kübik polinomun birleştiği düğüm noktasındaki kendi değerleri ve birinci türevlerinin eşit olacağı yukarıda verilen koşullarla sağlanır. Fakat ardışık polinomların birleşme noktalarında 2. ve üzeri türevler süreksizlik gösterir. Bunun sonucu olarak interpolasyona ait Fourier katsayıları hesaplanıp seri ifadesi kullanılmak istenildiğinde yukarıda basamak fonksiyonunun Fourier serisinde ortaya çıkan problemin aynısıyla karşılaşılmaktadır. Çözüm olarak benzer bir düzgünleştirme işleminin interpolasyonun sonsuz düzgün hale kavuşturulması için de uygulanması mantıklıdır. Düzgünleştirme Fourier katsayılarının serinin indisine bağımlı bir değişken ile çarpılması şeklinde yapılır. Bu çarpan cebrik veya üstel olarak seçilebilir:

$$\tilde{C}_m = \lambda_m C_m$$

$$\lambda_m = (1 + \alpha |m|^k)^{-1} \text{ veya } \lambda_m = e^{-\alpha|m|}$$

Üstel çarpan ile düzgünleştirme yapılırken düzgünleştirmeyi etkileyen değişken α için hangi değer kullanılacağı önemlidir. Yumuşatmanın amacı sıçramalarda görülen Gibbs etkisini gidermek olduğunda bunu sağlarken aynı zamanda yakınsamayı olumsuz etkilemeyecek en uygun α değerini bulmak gereklidir. α bu değerden küçük seçildiğinde salınım giderilemediği, büyük seçildiğinde ise



yakınsamanın daha yavaşladığı gözlemlenir. Bu özelliğe örnek olarak basamak fonksiyonu ve üstel çarpan ile düzgünleştirme yapılmış Fourier serisinin grafikleri soldaki şekilde gösterilmiştir.

Düzgünleştirme işlemi ile Fourier katsayılarının ne kadar değiştiğini belirlemek ve seri ifadesinin fonksiyondan uzaklaşmasını engellemek için bu değişimi sınırlamak gereklidir. Katsayılardaki toplam fark

$$\Phi = \sum_{n=N}^N |\tilde{C}_m - C_m|^2 \leq \varepsilon^2 .$$

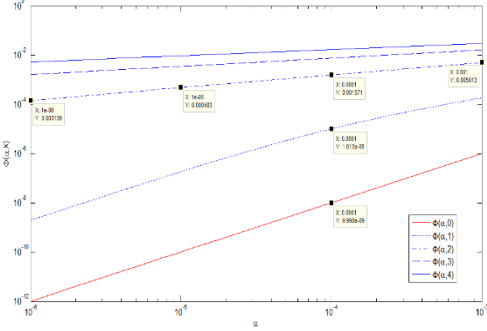
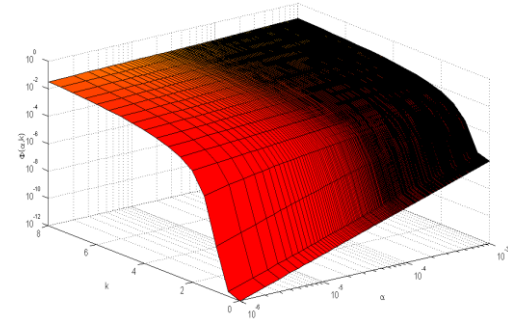
olarak tanımlanabilir ve ε ile sınırlanır. Yukarıdaki basamak fonksiyonu (s) tanımı dikkate alındığında toplam farkın; cebrik çarpan kullanılırsa α ve k , üstel çarpan kullanılırsa sadece α 'ya bağlı olacağı görülür.

3.2.4.1.2. Cebrik Çarpan ile Düzgünleştirme

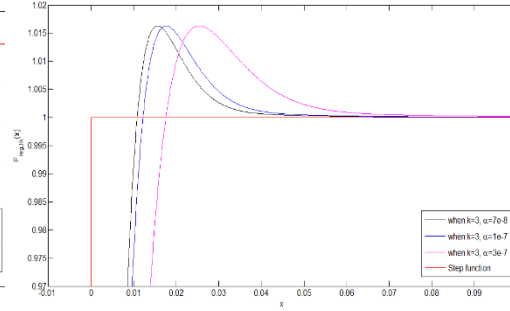
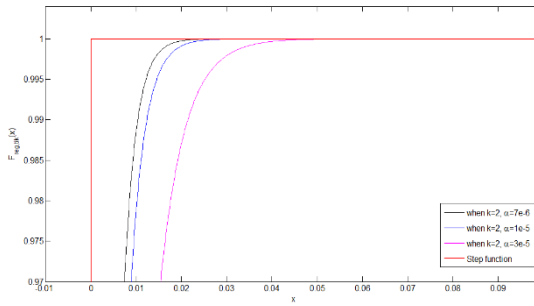
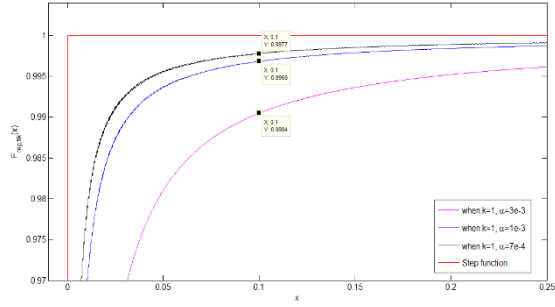
Cebrik çarpan ile düzgünleştirme yapılırken

$$\lambda_m = (1 + \alpha |m|^k)^{-1} \quad)$$

çarpanı kullanılır. Basamak fonksiyonunun $N = 10^4$ terimli Fourier serisi için cebrik çarpanla düzgünleştirme yapıldığında Φ 'nin değişim grafiği aşağıdaki iki şekilde gösterilmiştir.



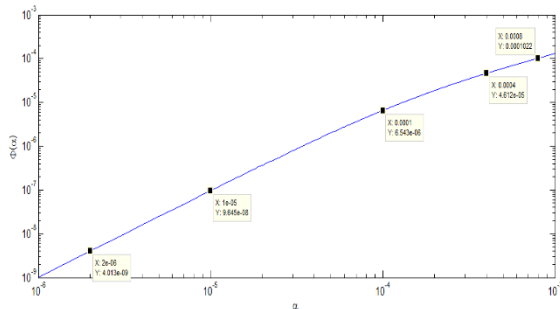
Takibeden üç şekil ise cebrik çarpanla düzgünleştirilmiş Fourier serilerinin basamak fonksiyonuna süreksizlik noktası civarında nasıl yakınsadığı ve salınımların ne ölçüde giderilebildiği gösterilmiştir.



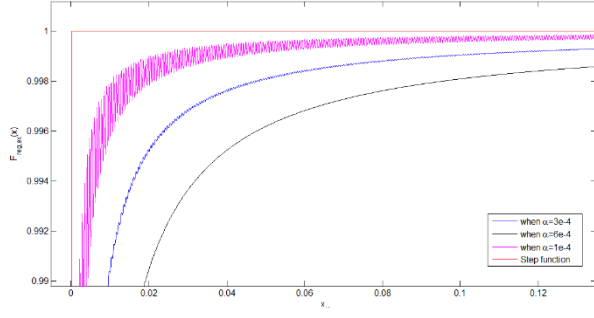
3.2.4.1.3. Üstel Çarpan ile Düzgünleştirme

Üstel çarpan ile düzgünleştirme yapılırken

$$\lambda_m = e^{-\alpha|m|}$$



çarpanı kullanılır. Basamak fonksiyonunun $N = 10^4$ terimli Fourier serisi için cebrik çarpanla düzgünleştirme yapıldığında Φ 'nin değişim grafiği solda gösterilmiştir.



Üstel çarpanla düzgünleştirilmiş Fourier serilerinin basamak fonksiyonuna süreksizlik noktası civarında nasıl yakınsadığı ve salınımların ne ölçüde giderilebildiği solda gösterilmiştir.



Sonuç

Değişkenlerine ayrıştırma yönteminin uygulanabildiği koordinat geometrilerinden saçılma problemlerindeki gibi bir doğruluğu elde edebilecek olduğumuz geometrilerin sınıfını genişletme imkanlarının incelendiği bu projede, uniform kesitli geometriler konu alınmış; özellikle iki boyutlu problemler için sonuçlara varılmıştır. Toroid benzeri geometriler için temel incelemeler yapılmıştır. Kapalı kesit sınır eğrisinin periyodik bölgesi üzerinde yazılan EAİD ve MAİD, hem geçirgen (dielektrik), hem de geçirgen olmayan (empedans) türdeki oldukça geniş bir sınır koşulu kümesini içeren, karışık sınır değer problemlerinin çözümünü bulmak üzere, temel fonksiyonları karmaşık üsteller olan tüm bölge Galerkin yöntemi kullanılarak ayrılaştırılmıştır. Bu süreçte, sonsuz düzgün bir eğri varsayan sınır üzerindeki genelleştirilmiş tek ve çift tabaka potansiyelleri ve onların gözlem ve kaynak noktalarına göre normal türevlerinin kombinasyonları olarak ortaya çıkan bu integral denklemlerin çekirdeklerinin içindeki zayıf ila hiper derecelerin arasında değişen tekillikleri çarpan düzgün fonksiyonlar ayırd edilmiş, tekilliklerin analitik olarak bilinen Fourier katsayıları anılan düzgün fonksiyonların hızlı Fourier dönüşümü aracılığı ile yüksek doğrulukta bulunan Fourier katsayıları ile katlanarak (konvolüsyon), anılan çarpımlara dair Fourier katsayıları aynı yüksek doğrulukla tespit edilmiştir. Bu sayede, çözümler üstel yakınsak vasıfta elde edilmiştir. Böylece, yüksek mertebeden bir formülasyon tesis ve bilinen kanonik geometri sonuçlarının yanısıra, aynı uyarmaya dair EAİD ve MAİD çözümlerinin kendi aralarındaki sonuçları üzerinden olmak üzere teyid edilebilmiştir. Bunun ötesinde integral denkleme ilişkin cebrik sistemin tersi sınırlı matrisi Analitik Regülerleştirme aracılığı ile elde edilmiş ve Galerkin yöntemlerinin sayısal kararlılığı ve yakınsaklığı garanti edilmiştir. Diğer taraftan da, yukarıda anılan çözücüye girdi olan sonsuz düzgün eğri tesisi için çalışmalar yapılmıştır. Bunlardan, "Süperformül" olarak bilinen parametrik eğri formülünün dokuz parametreliliği geliştirilerek, orijinalinde barındırmadığı, sonsuz düzgün vafsa kavuşturulmuştur. Verilen bir kesit eğrisine ilişkin anılan dokuz parametrenin tespiti için ise Genetik Algoritmalar aracılığı ile optimum aranmıştır. Bu sayede en başta anılan yüksek doğrulukta, sayısal kararlı çözümler sınıfının genişleyebildiği geometriler elde edilmiştir. Verilen keyfi noktaların temsil ettiği eğrinin sonsuz düzgün bir parametrizasyona kavuşturulabilmesi yönünde de çalışmalar yapılmıştır. Hedefteki, üstel yakınsak ve sayısal olarak kararlı iki/iki-buçuk boyutlu monokromatik saçılma ve dalga kılavuzu modellerinin kapsamının genetik algoritmalar kullanılarak genişletilmesine dair imkanlara ilişkin raporda sunulan başarılı sonuçlara varılmıştır.



Kaynaklar

- Andriulli F. P., and E. Michielssen (2007), A Regularized Combined Field Integral Equation for Scattering from 2-D Perfect Electrically Conducting Objects, IEEE Trans. Antennas Propag., Vol. 55, No. 9, September.
- Bruno, O.P., and S. K. Lintner (2012), Second-kind integral solvers for TE and TM problems of diffraction by open arcs, Radio Science, Vol. 47, RS6006, DOI: 10.1029/ 2012RS005035.
- Chang, D.K. (1989), Field and Wave Electromagnetics, 2nd edition, Addison-Wesley Inc.
- Cohl, H. S., A.R.P. Rau, J. E. Tohline, D.A. Browne, J.E. Cazes, and E. I. Barnes (2001), Useful Alternative to the Multipole Expansion of $1/r$ Potentials, Physical Review A, 65, 052509 (1-5).
- Colton D. L., and R. Kress (1992), Integral equations methods in scattering theory, Krieger Publishing Company.
- Cross T. (2016), After Moore's Law, The Economist Technology Quarterly. Retrieved 2016-03-13. chart: "Faith no Moore" Selected predictions for the end of Moore's law in https://en.wikipedia.org/wiki/Moore's_law
- Dallas, A.G., G.C. Hsiao and R.E. Kleinman, 1998, Observations on the numerical stability of the Galerkin method, Comput. Math. 9, 37-67.
- Dikmen, F., E. Sever, S. Vatansever, and Y. A. Tuchkin (2015), Well-conditioned algorithm for scattering by a few eccentrically multilayered dielectric circular cylinders, Radio Sci., 50, doi:10.1002/2014RS005501.
- Dikmen, F., Tuchkin Y.A., (2009), "Analytical regularization method for electromagnetic wave diffraction by axially symmetrical thin annular strips", Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences, 17, 107-124.
- Epstein C. L., L. Greengard and M. O'Neil (2013), Debye Sources and the Numerical Solution of the Time Harmonic Maxwell Equations II, Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol. LXVI, 0753–0789.
- Ergül Ö. and L. Gürel (2013), Fast and accurate analysis of large-scale composite structures with the parallel multilevel fast multipole algorithm, J. Opt. Soc. Am. A., vol. 30, no. 3, pp. 509–517, Mar.
- Greengard L. (1991), Spectral Integration and Two-Point Boundary Value Problems, SIAM J. Numer. Anal. Vol. 28, No. 4, pp. 1071-1080, August.
- Greengard L. and J-Y. Lee (2004), Accelerating the Nonuniform Fast Fourier Transform, SIAM Review Vol. 46, No. 3, pp. 443–454.

- Gürel L. and Ö. Ergül (2008), Design and simulation of circular arrays of trapezoidal-tooth log-periodic antennas via genetic optimization," Prog. Electromagn. Res., vol. 85, pp. 243–260
- Hamilton L. R., J. J. Ottusch, M. A. Stalzer, R. S. Turley, J. L. Visher, and S. M. Wandzura (1999), Numerical Solution of 2-D Scattering Problems Using High-Order Methods, IEEE Trans. Antennas Propag., Vol. 47, No. 4, April.
- Hu F. Q. (1995), A Spectral Boundary Integral Equation Method for the 2D Helmholtz Equation, J. Comp. Physics, 120, 340-347.
- Hutson, V., J.S. Pym, and M.J. Cloud (2005): Applications of Functional Analysis and Operator Theory, 2nd edition, Elsevier Science, ISBN 0-444-51790-1.
- Hsiao G. C. and W. L. Wendland (2000) Boundary integral methods in low frequency acoustics, Journal of the Chinese Institute of Engineers, 23:3, 369-375, DOI: 10.1080/02533839.2000.9670557
- Liu J., and Q. H. Liu (2004), A Spectral Integral Method (SIM) for Periodic and Nonperiodic Structures, IEEE Microwave and Wireless Components Letters, Vol. 14, No. 3, March.
- Luke Y.L. Special Functions and Their Approximations, Vol.2. 1969, Academic Press, New York and London.
- Morita N., N. Kumagai, J. R. Mautz (1991), Integral equation methods for electromagnetics, Boston : Artech House, ISBN 0890064822.
- Nikiforov A. F., V. B. Uvarov, Special Functions of Mathematical Physics, ISBN: 978-1-4757-1597-2 (Print) 978-1-4757-1595-8 (Online).
- Önol C. and Ö. Ergül (2014), Optimizations of patch antenna arrays using genetic algorithms supported by the multilevel fast multipole algorithm," Radioengineering, vol. 23, no. 4, pp. 1005–1014, Dec.
- Önol C., B. Karaosmanoğlu, and Ö. Ergül (2016), Efficient and accurate electromagnetic optimizations based on approximate forms of the multilevel fast multipole algorithm, IEEE Antennas Wireless Propag. Lett., vol. 15, pp. 1113–1115, Apr.
- Poyedinchuk A. Ye., Yu. A. Tuchkin, V.P. Shestopalov (2000), New Numerical-Analytical Methods in Diffraction Theory, Math. & Comp. Modeling, 32, 1029-1046.
- Rautio B., V. I. Okhmatovski, and J. K. Lee (2015), The Unified-FFT Grid Totalizing Algorithm for Fast $O(N \log N)$ Method of Moments Electromagnetic Analysis with Accuracy to Machine Precision, Progress In Electromagnetics Research, Vol. 154, 101–114.

Sandström S-E., and Akeab I. K. (2014), Scaling and sparsity in an accurate implementation of the method of moments in 2-D, *Radio Science*, Vol. 49, 643-652, DOI: 10.1002/2013RS005357.

Sever E., Dikmen F., Suvorova O., Tuchkin Y.A. (2016). An analytical formulation with ill-conditioned numerical scheme and its remedy: scattering by two circular impedance cylinders. *Turkish Journal Of Electrical Engineering & Computer Sciences*, 24, 1194-1207

Shafieipour M., J. Aronsson, I. Jeffrey, and V. I. Okhmatovski (2015), Exact Relationship Between the Locally Corrected Nyström Scheme and RWG Moment Method for the Mixed-Potential Integral Equation, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 63, No. 11, November.

Shafieipour M., J. Aronsson, I. Jeffrey, and V. I. Okhmatovski (2016), On New Triangle Quadrature Rules for the Locally Corrected Nyström Method Formulated on NURBS-Generated Bézier Surfaces in 3-D, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 64, No. 7, July.

Shestopalov V., Yu. Tuchkin, A. Poedinchuk, Yu. Sirenko (1997), New methods of solution for direct and inverse scattering problems. Kharkiv, Osnova, in Russian

Şimşek E., J. Liu, and Q. H. Liu (2006), A Spectral Integral Method (SIM) for Layered Media, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 54, No. 6, June

Tsai C.C, D.L Young, C.W Chen and C.M Fan (2006), The Method Of Fundamental Solutions For Eigenproblems In Domains With And Without Interior Holes, *Proc. R. Soc. A* 462, doi: 10.1098/rspa.2005.1626.

Tsalamengas, J.L. (2010), Exponentially converging Nystöm method in scattering from infinite curved smooth strips, part 1, part 2, *IEEE Trans. Antenna&Prop.* 58-10, 3265-3281.

Tuchkin Y.A., O.A. Suvorova, F. Dikmen, (2010), Super-Algebraically Convergent Mathematical Model Of Hollow Waveguides By Analytical Regularization Method, *Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW)*, 2010 International Kharkov Symposium on, 21-26 June 2010, 10.1109/MSMW.2010.5546203

Vinogradov S. S., E. D. Vinogradova, C. Wilson, I. Sharp, Yu. Tuchkin, (2009), Scattering of E-polarized Plane Wave by 2-D Airfoil, *Electromagnetics*, v. 29, Issue 3, pp. 268 – 282

Wandzura S. (1991), Optimality of Galerkin Method for Scattering Calculations, *Microw. Opt. Tech. Lett.*, Vol.4, No.5, April

Wandzura S. (2004), slides of the talk -Fast Methods for Fast Computers-, within the program "Fast Multipole Method, Tree-Code and Related Approximate



Algorithms. Trading Exactness for Efficiency”, CSCAMM Program Spring 2004,
April 19-30,

http://www.cscamm.umd.edu/programs/fam04/FastTalk_wandzura_fam04.pdf

Wang Y., L. Guo, Z. Wu (2007), Electromagnetic scattering of Gaussian beam by two-dimensional targets, Radio Science, Vol. 42, RS4012, DOI: 10.1029/2006RS003484.

Wang S.-A. (1997), Acoustic scattering by a hard or soft body across a wide frequency range by the Helmholtz integral equation method, J. Acoust. Soc. Am., 102 (5), November.

Yiğit H. and F. Dikmen (2011), Analytical regularization method for rigorous diffraction analysis of knife edges for TM waves, Mathematical and Computational Applications, Vol. 16, No. 3, pp. 738-747.

Young P., S. Hao, P.G. Martinsson (2011), A high-order Nyström discretization scheme for boundary integral equations defined on rotationally symmetric surfaces, arXiv:1201.0077v1 [math.NA] 30 Dec 2011.

**TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU**

Proje Yürütücüsü:	Dr. FATİH DİKMEN
Proje No:	114E927
Proje Başlığı:	Üstel Yakınsak Ve Sayısal Olarak Kararlı İki/İki-Buçuk Boyutlu Monokromatik Saçılma Ve Dalga Kılavuzu Modellerinin Kapsamının Genetik Algoritmalar Kullanılarak Genişletilmesi
Proje Türü:	3001 - Başlangıç AR-GE
Proje Süresi:	24
Araştırmacılar:	ÖZGÜR SALİH ERGÜL
Danışmanlar:	YURY ALEXANDEROVİCH TUCHKIN
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:	GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ MÜHENDİSLİK F. ELEKTRONİK MÜH. B.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:	01/05/2015 - 01/05/2017
Onaylanan Bütçe:	105700.0
Harcanan Bütçe:	54788.0
Öz:	<p>İntegral denklem temelli iki/iki-buçuk boyutlu monokromatik saçılma ve dalga kılavuzu modellemeleri için kullanılan momentler yöntemi ya da Nyström yöntemi gibi metodların yöntemlerin, saçıcı ya da kılavuza ait sınırın parametrik gösterilimine dair fonksiyonun düzgünlüğü oranında yakınsadıkları bilinmektedir. İki-buçuk boyutlu çözümler üç boyutta ifade edilen sınırlardan birinin homojen olarak değiştiği durumlara ilişkindir (örneğin silindirik, toroidik geometriler). Üstel yakınsak çözümler, çözüm olarak önerilen seri ifadesinin, fonksiyonun limitine yakınsama hızının herhangi cebrik bir kuvvetin üzerinde, üstel fonksiyon uyarınca olduğu çözümlerdir. Her mertebeden türevi var olan sonsuz düzgün bir parametrik gösterim kullanıldığında, yukarıda anılan yöntemler üstel yakınsak çözümler verirler. Ancak bu vasıftaki çözümler sadece kesitleri basit geometrik şekiller için mevcuttur (örneğin daire, elips). Superformula genelleştirilmiş bir elips parametrisasyonudur ve ilk kez Johan Gielis tarafından doğada bulunan birçok karmaşık şekil ve eğriyi çizmek için önerilmiştir. Ancak basit şekillerden farklı olarak, en genel halde türevleri süreksiz olan bir parametrisasyondur. Bu sorunu aşmak için matematiksel bir düzenleme önerilecektir. Böylece, elde edilen sonsuz düzgün (her mertebeden türeve sahip) parametrisasyonun serbest parametreleri kümesi oluşturulacaktır. Bu haliyle formüle dair parametreler, herhangi bir uygulamanın gereği ortaya çıkan ve üzerinden grafik örnekler alınmış bir eğriye uydurulabilirse, o eğri sonsuz düzgün bir parametrisasyona kavuşturulmuş olur. Anılan bu optimizasyon sürecini genetik algoritmalar aracılığı ile sistemli hale getirmek mümkündür.</p> <p>Opto, biyo, mikrodalga ve nano elektromanyetik iki/iki-buçuk boyutlu saçılma ve kılavuzlama problemlerine daha geniş bir geometri sınıfı için üstel yakınsak çözümler önererek, bu yapıların sunabileceği fiziksel yeteneklerin hızlı denemeler ile kısa süren simülasyonlar sonrasında ortaya çıkarılabilmesine bir gereç sunmak amaçlanmaktadır. Bu amaç için de ilgili integral denklem çözümleri Galerkin yöntemi temelinde verilerek üstel yakınsak çözümleri sunmak hedeflenmektedir.</p> <p>Diğer taraftan anılan türdeki direkt integral denklem çözümlerinin nümerik olarak gerçekleştirilmesinde çözülmeye çalışılan birinci tür Fredholm tipi integral denkleminin ayrıştırılmasında da sonsuz boyutlu birinci türden lineer denklem sistemleri ile karşılaşılır. Bunlar kötü koşullu sistemlerdir ve ilgili koşullanma sayıları kesme sayısının artması ile sınırlı kalmazlar. Buna çare olarak ilgili problemi ikinci türden bir lineer cebrik denklem sistemine indirgemeyi hedefleyen analitik regülerleştirme prosedürü gereklidir. Bununla, temelde parametrisasyon için kullanılan formülün en fazla ikinci türevlerinin sürekli olması sayısal olarak kararlı bir algoritma kurmak için yeterlidir. Her mertebeden türeve sahip bir parametrisasyon kullanıldığında analitik regülerleştirmeden artık ne ölçüde ödün verilmesinin mümkün olduğu da önemli bir sorudur. İlgili problemler için kullanılan Galerkin yönteminin analitik regülerleştirilmesinin sunulması ile bu ödünleşme de açığa çıkarılacaktır.</p>
Anahtar Kelimeler:	2-2.5 boyutlu dalga saçılması, kılavuzlanmış dalgalar, superformula, analitik regülerleştirme.
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Hayır

Proje Yapılan Yayınlar:	<p>1- Sonlu Sayıda Keyfi Kesitli Mükemmel İletken Sınırdan Elektromagnetik Dalgaların Saçılması (Bildiri - Ulusal Bildiri - Poster Sunum),</p> <p>2- İki Boyutta Manyetik Alan İntegral Denkleminin Tüm Bölge Galerkin Yöntemi ile Çözümleri (Bildiri - Ulusal Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>3- İki Boyutlu Saçılma Problemleri İçin Kapalı Eğrilerin Hermite-Spline Aradağerlemesi Temelli Düzgünleştirilmesi (Bildiri - Ulusal Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>4- İki Boyutta Teğet Elektrik (TE) Durumunda Elektrik Alan İntegral Denkleminin Çözümüne Üç Yaklaşım ve Analitik Regülerleştirilmeleri (Bildiri - Ulusal Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>5- A numerically stable algorithm for eccentrically metamaterial covered circular cylinders (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>6- Modified superformula contours optimized via genetic algorithms for fastly converging 2D solutions of EFIE (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>7- Elektrik- Alan İntegral Denkleminin Genetik Algoritma ile Optimize Edilmiş Modifiye Süperformül ile İki Boyutta ki Hızlı Yakınsayan Çözümleri (Bildiri - Ulusal Bildiri - Sözlü Sunum),</p>
-------------------------	---

TÜBİTAK