

H
2782

1996-1316
Diyadin

TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNİK ARAŞTIRMA KURUMU
PROJE NO. : MAG-356

**DOĞRULTULARI DİK İKİ GRIFFITH ÇATLAĞININ
İTERAKSİYONU**

YÜRÜTÜCÜ : Y. PROF. DR. ORHAN AKSOĞAN

ORTA DOĞU TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
A N K A R A
ŞUBAT 1975

TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNİK ARAŞTIRMA KURUMU

PROJE NO: MAG-356

DOĞRULTULARI DİK İKİ GRIFFITH ÇATLAĞININ
İNTERAKSİYONU

YÜRÜTÜCÜ : Y. PROF. DR. ORHAN AKSOĞAN

1996/1311

ORTA DOĞU TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

A N K A R A

ŞUBAT 1975

Ö N S Ö Z

Bu çalışma, TBTAk desteği ile ODTÜ olanakları kullanılarak tamamlanmıştır.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
	i
Şekil Listesi	ii
Abstrakt	ii
Abstract	1
I. Giriş	6
II. Genel Formülasyon	8
III. Gelişigüzel Doğrultularda İki Çatlak İçin Formülasyon	12
IV. Aynı Doğrultuda İki Çatlak İçin Uygulama	14
V. Dik Doğrultularda İki Çatlak İçin Uygulama	15
VI. Integral Denklemlerin Çözümü ve Gerilme Şiddeti Faktörleri	17
VII. Sayısal Uygulamalar	19
VIII. Sonuçlar	21
Özet	22
Summary	23
Kaynaklar	27
Ek	

Ş E K İ L L İ S T E S İ

- Şekil 1. İki çatlak konumu.
- Şekil 2. Simetrik konumdaki iki dik çatlak için iki ayrı tek eksenli çekme durumunda gerilme şiddeti faktörleri.
- Şekil 3. Simetrik konumdaki iki dik çatlak için iki ayrı tek eksenli çekme durumunda yarıılma açıları.
- Şekil 4. Simetrik konumdaki iki dik çatlak için iki eksenli eşit çekme, σ , durumunda gerilme şiddeti faktörleri ve yarıılma açıları.
- Şekil 5. Biri orijinden başlayan iki dik çatlak için tek eksenli çekme durumunda gerilme şiddeti faktörleri.
- Şekil 6. Biri orijinden başlayan iki dik çatlak için tek eksenli çekme durumunda yarıılma açıları.
- Şekil 7. Biri orijinden başlayan iki dik çatlak için tek eksenli çekme durumunda gerilme şiddeti faktörleri.
- Şekil 8. Biri orijinden başlayan iki dik çatlak için tek eksenli çekme durumunda yarıılma açıları.

A B S T R A K T

DOĞRULTULARI DİK İKİ GRIFFITH ÇATLAĞININ İTERAKSİYONU

Homojen izotrop sonsuz bir düzlem içerisinde, doğrultuları birbirine dik, iki Griffith çatlağının interaksyonu incelenmiştir. Analiz çatlak yüzlerine etkiyen genel bir yükleme için yapılmış olmakla beraber, süperpozisyon tekniğinden yararlanılarak, çatlak yüzlerine etkimeyen çok daha genel yüklemeler de, ele alınabilmektedir. Mellin dönüşümü ile Green fonksiyonu tekniği kullanılarak elde edilen tekil integral denklem takımı, temel fonksiyonlarının Chebyshev polinomlarının ağırlık fonksiyonu oluşundan yararlanılarak, sayısal bir yöntemle çözülmüştür. Kullanılan yöntemin doğruluğu, aynı doğrultuda iki Griffith çatlağı için verdiği sonuçlar, bilinen kapalı çözümlerle karşılaştırılarak, kontrol edilmiştir.

A B S T R A C T

THE INTERACTION OF TWO GRIFFITH CRACKS WITH PERPENDICULAR ORIENTATIONS

Consideration is given to the interaction of two Griffith cracks, with perpendicular orientations, within an isotropic homogeneous infinite plane. The analysis being carried for an arbitrary loading system on the surfaces of the cracks, general loading systems, not necessarily on the surfaces of the cracks, can also be handled, by making use of the superposition technique. The system of singular integral equations, which are obtained by a joint use of the Mellin transform and the Green's function technique, is solved by a numerical method, taking advantage of the fact that, the fundamental function of the equations, is the weight function of the Chebyshev polynomials. The validity of the method used has been checked, by comparing the results it gives for two collinear Griffith cracks, with the known closed form solutions.

I. GİRİŞ

Çatlakların interaksyonu ilk kez Westergaard [1] tarafından ele alınmıştır. Bu çalışma simetrik yüklü, homojen ve izotrop bir sonsuz düzlem içerisinde, aynı doğrultuda, eşit uzunlukta ve eşit aralıklarla sıralanmış sonsuz sayıda çatlığa has olup, kapsamı çok sınırlıdır.

İki çatlığın interaksyonu ise ilk olarak Willmore [2] tarafından incelenmiştir. Bu çalışmada homojen ve izotrop bir sonsuz düzlem içerisinde aynı doğrultuda ve eşit uzunlukta iki çatlığın karşılıklı etkileri çatlak yüzlerinin geliştirilen kompleks değişken analizi kullanılarak saptanmıştır. Daha sonra Tranter [4], Fourier dönüşümünü ve üç parçalı integral denklem tekniğini kullanarak elde edilen denklemleri çözümü bilinen ikili trigonometrik denklemlere indirgeyerek, aynı problemi, çatlak yüzlerinde simetrik normal yükler bulunması için çözmüştür. Her iki çalışmada da, çatlak yüzlerindeki teğetsel yüklerin ve sonsuzdaki bütün gerilmelerin sıfıra eşit olduğu varsayımından hareket edilmiştir. Konform tasvir tekniğini ve kompleks gerilme fonksiyonlarını kullanan Mikhlin [5], problemi, çatlak yüzlerine etkiyen dış kuvvetlerin kendi aralarında dengede oldukları durum için, tekil integral denkleme indirgeyerek yaklaşık bir yöntemle çözmüştür.

Daha sonra Erdoğan [6,7,8], bir dizi araştırmayla, kompleks analiz kullanarak, aynı doğrultuda sonlu sayıda birçok çatlığı kapsayan sonsuz plâğı, Hilbert problemi olarak ele almıştır. Bu çalışmalarda hiçbir simetrisi bulunmayan gelişigüzel yüklemeler için, çatlakların bulunduğu doğrunun iki yanında malzeme sabitlerinin farklılığını da öngören, genel çözümler verilmiş ve bunların iki çatlığa uygulanışı örneklerle gösterilmiştir. İki yarı sonsuz elastik ortamın, bir düzlem boyunca dairesel ve halka biçiminde aksenal simetrik boşluklar kalarak birleşmesi durumunu da inceleyen

Erdoğan [9], problemi eksenel simetrik yükler için, tekil integral denklem tekniğinden yararlanarak çözmüş ve özel durumlar için lineer cebrik denklem takımına indirgeyerek sayısal değerler vermiştir.

Tranter [4] tarafından kullanılan yöntemle işe başlayan Lowengrub ve Srivastava [10], kendi geliştirdikleri sonlu Hilbert dönüşümü [11] tekniğinden yararlanarak, üç parçalı integral denklemler yardımıyla, çatlaklar boyunca değişen normal gerilmeler için, integral ifadeleri kapsayan çözümler vermişlerdir. Bu çözümler üniform yayılı gerilmeler için eliptik integrallere dönüşmekte ve sonuçlar Tranter'in verdiği sonuçlarla çakışmaktadır. Bu çalışmada yazarlar, daha önceki yazarların değinmediği, kırılma mekaniği yönünden çok önem taşıyan, gerilme şiddeti faktörlerini ilk kez değerlendirmişlerdir.

Panasyuk ve Lozovoi [12,13], iki benzer araştırma ile, eşit uzunlukta olan ve olmayan iki çatlağın interaksyonunu incelemişler ve kırılma mekaniği bakımından önem taşıyan büyüklükleri eliptik ve benzeri integraller cinsinden vermişlerdir.

Tweed [14] aynı doğrultuda ve eşit uzunlukta iki çatlağın, asimetrik yüklemeler için, gerilme şiddeti faktörlerini, Fourier dönüşümü ile Srivastava ve Lowengrub [11] tarafından verilen yöntemin değişik bir uygulamasıyla değerlendirilmişlerdir. Sonuçlar, yük fonksiyonlarına bağlı olarak integral ifadelerle verilmiş olup, yüklerin üniform yayılmış olması durumu için bir önceki paragrafta bahsedilen tür integrallere dönüşmektedir.

Buraya kadar anılan ve iki yarı sonsuz plâğin birleşme doğrusu üzerindeki çatlaklar ile iki yarı sonsuz ortamın birleşme yüzeyindeki boşlukları ele alan [6,7,8,9] kaynakları dışındaki çalışmalar, homojen ve izotrop bir sonsuz düzlem için yapılmıştır. Daha sonra Konishi [15], çatlaklara dik doğrultuda izotrop bir düzlemde iki çatlak problemi, Fourier dönüşümü ile Srivastava ve Lowengrub [11] tarafından üç parçalı integral denklemler için verilen yöntemi kullanarak çözmüştür. Bu çalışmada gerilme şiddeti faktörlerinin, bu tür bir anizotropluk için izotrop ortamdakinden farklı olmadığı görülmüştür.

Diğer bir tür çalışmalarda da, sonsuz şerit şeklinde bir düzlem parçası içerisindeki çatlakların interaksyonu incelenmiştir. Bunlardan birincisi 1968 yılında Lowengrub ve Srivastava [16] tarafından, Fourier dönüşümü ile üç parçalı integral denklemler elde edilerek ve sonlu Hilbert dönüşümü [11] kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Sonunda bir ikinci cins Fredholm integral denklemine indirgenen çözüm, ardışık yaklaşım yöntemiyle değerlendirilmiştir. Yukarıdaki yöntemi aynı şekilde uygulayarak, 1973 yılında Dhaliwal [17], çatlakları kapsayan şeridin iki yanında simetrik olarak değişik bir malzemeden yarı sonsuz düzlem-

ler bulunduğuna göre, problemi bir kez daha çözmüştür. Bu iki çözümün geçerliliği de şerit genişliğinin çatlak boy- larına göre çok büyük olmasına bağlıdır.

Erdoğan ile Biricikoğlu [18], daha önce Cook ile birin- ci yazar [19] tarafından bir çatlak için kullanılan yöntemi kullanarak, diğer bir deyimle, Mellin dönüşümü ve Green fonksiyonu tekniğinden yararlanıp, elde edilen tekil integ- ral denklemlere gene birinci yazar [20,21] tarafından geliştirilen sayısal yöntemi uygulayarak, iki yarı sonsuz düzlemden herbiri içerisinde birleşme doğrusuna dik birer çatlak bulunması durumunu incelemişlerdir.

Buraya kadar anılan araştırmalarda, aynı düzlemdeki iki veya daha fazla çatlağın interaksiyonu incelenmiştir. Smith [22], sonsuz bir düzlem içerisinde, birbirine paralel, eşit aralıklı ve eşit boyda sonsuz çatlak ile eşit boyda iki çatlak problemlerini, dislokasyonların dağılımı teori- sine göre çözmüştür. Sonuçlar çatlaklar arası uzaklığın büyük olması durumunda geçerlidir. Sonsuz düzlem içersin- de, paralel konumda iki çatlak için, fotoelastik yoldan yaptığı bir araştırmada Lange [23], iki çatlağın boylarının değişik oranlarda üst üste düşmesine göre gerilmelerde görülen değişimleri incelemiştir.

Watanabe ve Atsumi [24,25], bir düzlem şeridi içeri- sinde, şerit kenarlarına dik konumda, eşit uzunlukta ve eşit aralıklarla dizilmiş sonsuz sayıda Griffith çatlağı problemi ile sonsuz uzunlukta dairesel bir silindir içeri- sinde, silindir eksenine dik konumda, eşit çapta ve eşit aralıklarla dizilmiş sonsuz sayıda dairesel çatlak proble- mini, benzer şekilde ikinci cins Fredholm integral denklemlerine indirgeyerek, ardışık yaklaşım yöntemiyle çözmüşler- dir. Bu çalışmalardan ikincisinde sayısal sonuçlar elde etmek için Gauss integrasyon formüllerinden yararlanılmış- tır. Bu iki problemde birincisi, Peterson, Prasad ve Chatterjee [26] tarafından değişik yöntemle aynı zamanda çözülmüştür. Aynı yöntemle Chatterjee ve Prasad [27], sonsuz sayıda çatlak yerine yalnız iki çatlak bulunması durumunu da incelemişlerdir. Kullanılan yöntem, çözümün bir karakteristik fonksiyon serisi olduğu varsayımından hare- ketle, bazı genelleştirilmiş ortonormalite bağıntıları ve rezidü teoreminden yararlanarak, iki Fredholm integral denklemi elde etmektedir.

Paralel çatlaklarla ilgili son bir çalışma da, Ratwani ve Gupta [28] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada, Fourier dönüşümü ve Green fonksiyonu tekniğinden yararla- nılarak elde edilen tekil integral denklemler, [20,21] kay- naklarında verilen sayısal yöntemle çözülmüştür. İki yarı sonsuz düzlem arasında başka malzemeden sonsuz bir şerit bulunması ele alan araştırmacılar, şerit içerisinde kenarlarına paralel bir veya iki çatlak ile yarı sonsuz düzlemlerden birinde aynı doğrultuda bir çatlak bulunması durumunu incelemişlerdir. Aynı problemin özel durumlarının birinci yazar tarafından çözümleri de, bu çalışmanın kaynak listesinden elde edilebilir.

Çatlakların interaksyonuyla ilgili bir diğer çalışma da Tweed ve Rooke [29] tarafından yapılmış olup, sonsuz düzlem içerisinde, aynı uzunlukta ve merkezden aynı uzaklıkta, eşit açılarla dizilmiş, sonlu sayıda radyal çatlakla ilgilidir. Bu çalışmada Mellin dönüşümünden yararlanılarak elde edilen tekil integral denklem, [21] kaynağında verilen yöntemle sayısal olarak çözülmüştür.

Bir limit durum olarak, radyal doğrultular üzerindeki çatlakların merkezde kesişmesi de, bir bakıma çatlakların interaksyonu ile ilgili sayılabilir. Yayınlarında, yıldız biçiminde çatlaklar adı altında karşılaşılan bu tür araştırmalar, bilindiğine göre sonuncusu olan ve Williams [30] tarafından yayınlanan araştırmanın kaynaklar listesinden elde edilebilir.

Çatlakların düzlem problemlerindeki interaksyonlarında, geometriyi en çok genelleştiren çalışmalar, Isida [31,32] ile Datsyshin ve Savruk [33] tarafından yapılmıştır. Bu üç çalışmada, kompleks gerilme potansiyellerinin Laurent serilerine açınımında katsayılar sınır şartlarından elde edilmiş, sayısal uygulamada pertürbasyon tekniğinden yararlanılmış ve gerilme şiddeti faktörleri kuvvet serileriyle verilmiştir. Sonsuz düzlemde her konumda ve her sayıda çatlakla uygulanabilmekle beraber, çatlakları içerisine alan çemberlerin birbirlerine çok yakın olmaları gerekmekte ve ancak sonsuzdaki lineer normal ve üniform kayma gerilmeleri için geçerli olmaktadır.

Homojen olmayan bir düzlemde çatlakların interaksyonunu inceleyen bir çalışma da, Bhargava'lar [34] tarafından yapılmıştır. Sonsuz bir düzlem içerisinde, değişik bir malzemenin dairesel bir bölgenin bulunduğu ve merkezden geçen bir doğru üzerinde simetrik iki çatlakın yer aldığı bu çalışmada, Muskhelishvili'nin kompleks analiz tekniğinden yararlanılmış ve iki çift uygun kompleks potansiyel kullanılmıştır.

Uzunluğuna kayma problemleri, düzlem problemlerinden, denge ve uygunluk denklemlerinden başlayarak çok farklı olduğu için, o tür problemlerde çatlakların interaksyonunu inceleyen çalışmalardan burada söz edilmeyecektir. Ancak, bazı yöntemlerin iki tür probleme de uygulanabilmesi bakımından, bir ilişki olduğu düşünülebilir. Bu nedenle, burada sözü geçmeyen o tür problemlerle ilgili son çalışmaların bulunduğu iki kitabın [32,35] belirtilmesi yararlı olabilir.

Bu çalışmada ele alınan, doğrultuları birbirine dik iki çatlakın düzlem gerilmeye interaksyonu problemi, ancak [31,33] kaynaklarında verilen yöntemle ve daha önce belirtilen yük ve geometri durumlarında, yaklaşık olarak çözülebilir. Burada verilen yöntemle çok daha genel yük ve geometri durumları incelenebilir. Özellikle yük bakımından, çatlaklar olmadığı zaman çatlakların yerinde sürekli değişim gösteren gerilmelerin bulunabildiği her durumda, süperpozisyon yardımıyla çözüme varılabilir.

Bu araştırmada kullanılan yöntem, Mellin dönüşümü ile Green fonksiyonu tekniğinden yararlanarak, iki çift üç parçalı integral denklem elde etmek ve bunları Erdoğan [20,21] tarafından geliştirilen yöntemle, sayısal olarak zmektir. Formülasyon çatlakların yüzlerinde sürekli değişim gösteren yükler için yapılmış olup, süperpozisyon tekniğinden yararlanılarak, serbest yüzlü çatlaklar için çeşitli yükler altında çözüm, iki ayrı çözümün toplamı olarak verilebilir: Bunlardan birincisi, çatlakların bulunmadığı ortamda, yalnız dış yükler için olan çözüm ve ikincisi de çatlakların yüzlerine, birinci çözümde çatlakların yerinde elde edilen gerilmelerin tersini yükleyerek yapılan çözümdür. Açıkça görülür ki, gerilmelerde yalnız ikinci çözümde tekillikler vardır ve kırılma mekaniği bakımından bu çözümün sonuçları yeterlidir.

II. GENEL FORMÜLASYON

Polar koordinat sisteminde, düzlem problemler için gerilmeler, hacim kuvvetleri ihmal edilirse [36],

$$\sigma_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \theta}$$

olarak, Airy gerilme fonksiyonu, $\Phi(r, \theta)$, cinsinden verilebilir. Yerdeğiştirme fonksiyonu, $\psi(r, \theta)$, da hesaba katılarak u_r ve u_θ yerdeğiştirmeleri

$$2\mu u_r = - \frac{\partial \Phi}{\partial r} + (1-\sigma')r \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (2)$$

$$2\mu u_\theta = - \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + (1-\sigma')r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

denklemleriyle verilir. Burada μ , kayma modülünü ve ν , Poisson oranını göstermekte olup, düzlem gerilmelerde $\sigma' = \nu/(1+\nu)$, ve düzlem yerdeğiştirmede $\sigma' = \nu$ alınarak, formülasyon iki durum için de geçerlidir. Yukarıda formülasyona sokulan gerilme ve yerdeğiştirme fonksiyonları, şu denklemleri sağlamak zorundadır:

$$\nabla^4 \Phi = 0, \quad \nabla^2 \psi = 0, \quad \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) = \nabla^2 \Phi \quad (3)$$

Bu çalışmada kullanılacak olan Mellin dönüşüm formül-
leri, $(0 < r < \infty)$ aralığında tanımlanmış ve yeterince regüler
olan bir $f(r)$ fonksiyonu için

$$\tilde{f}(s) = \int_0^{\infty} f(r) r^{s-1} dr, \quad (4)$$

$$f(r) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \tilde{f}(s) r^{-s} ds,$$

şeklinde tanımlanır. Burada c , $r^{c-1}f(r)$ ifadesi $(0, \infty)$ ara-
lığında mutlak değerce integre edilebilecek şekilde bir
değer almalıdır. Türevlerin dönüşümleri de,

$$\int_0^{\infty} r^n \frac{d^n f(r)}{dr^n} r^{s-1} dr = (-1)^n \frac{\Gamma(s+n)}{\Gamma(s)} \tilde{f}(s), \quad (5)$$

olarak verilebilir. Ancak bu, $r \rightarrow (0, \infty)$ için

$$r^{s+m-1} \frac{d^{m-1} f(r)}{dr^{m-1}} \rightarrow 0, \quad (m=1, \dots, n) \quad (6)$$

olursa geçerlidir. Bu koşullar, (4) denklemlerinin ikinci-
siyle dönüşümler yapılırken c değerinin saptanmasında kul-
lanılır.

Radyal çatlaklar bulunan düzlem problemlerinde, düzlem,
her çatlak doğrultusunda sınırlarla sonsuz kamalara ayrı-
lır ve bu kamalar için (3) denklemleri Mellin dönüşümü
uygulanarak çözümlerse, dönüşüm uzayında şu ifadeler
bulunur:

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}(s, \theta) &= A e^{is\theta} + \bar{A} e^{-is\theta} + B e^{i(s+2)\theta} + \bar{B} e^{-i(s+2)\theta}, \\ (r^2 t) &= 2i(s+1) [A s e^{is\theta} + B(s+1) e^{i(s+2)\theta} - \bar{A} e^{-is\theta} - \bar{B} e^{-i(s+2)\theta}], \\ (r^2 \sigma_r) &= -s(s+1) (A e^{is\theta} + \bar{A} e^{-is\theta}) - (s+1)(s+4) [B e^{i(s+2)\theta} + \bar{B} e^{-i(s+2)\theta}], \\ (r^2 v) &= -\frac{s+1}{\mu} [A s e^{is\theta} + B(s+1) e^{i(s+2)\theta} + \kappa \bar{B} e^{-i(s+2)\theta}]. \end{aligned} \quad (7)$$

Bu ifadelerde aşağıdaki tanımlar geçerlidir:

$$\begin{aligned} t &= r \theta^{+i\sigma} \theta, & \kappa &= 3-4\sigma', \\ u &= u_r + i u_\theta, & v &= \frac{\partial u_r}{\partial r} + i \frac{\partial u_\theta}{\partial r}. \end{aligned} \quad (8)$$

Ayrıca, A ve B ile eşlenikleri \bar{A} ve \bar{B} , θ değişkenine bağlı
olmayan fonksiyonlar olup, sınır şartları yardımıyla bulu-
nurlar.

III. GELİŞİGÜZEL DOĞRULTULARDA İKİ ÇATLAK İÇİN FORMÜLASYON

Formülasyon, aynı doğrultuda iki çatlak ve dik doğrultularda iki çatlak problemlerine uygulanabilecek şekilde, önce gelişigüzel doğrultularda iki çatlak için yapılacaktır. Şekil 1'den de görüldüğü gibi, sonsuz düzlem, iki çatlak doğrultularında sınırlarla, iki sonsuz kamaya ayrılmıştır. Çatlak yüzlerindeki gerilmeler

$$w_j(r) = q_j(r) + ip_j(r) , \quad j=1,2 \quad (9)$$

şeklinde gösterilirse, Şekil 1'de görülen notasyona göre sağlanması gereken sınır şartlarını şöylece sıralayabiliriz:

$$\begin{aligned} t_1(r,0) &= t_2(r,2\pi) , & 0 \leq r < \infty , \\ t_1(r,\theta_0) &= t_2(r,\theta_0) , & 0 \leq r < \infty , \\ v_1(r,0) &= v_2(r,2\pi) , & 0 \leq r < c_1 , \quad d_1 < r < \infty , \\ t_1(r,+0) &= w_1(r) , & c_1 < r < d_1 , \\ v_1(r,\theta_0) &= v_2(r,\theta_0) , & 0 \leq r < c_2 , \quad d_2 < r < \infty , \\ t_2(r,\theta_0+0) &= w_2(r) , & c_2 < r < d_2 . \end{aligned} \quad (10)$$

Çatlaklar doğrultusunda, iki bölgenin yerdeğiştirme türevlerinin farkları, $h_j(r)$, ($j=1,2$), (10) denklemlerinin üç ve beşincisinden görüldüğü gibi çatlaklar dışında sıfır olup, çatlaklar boyunca da,

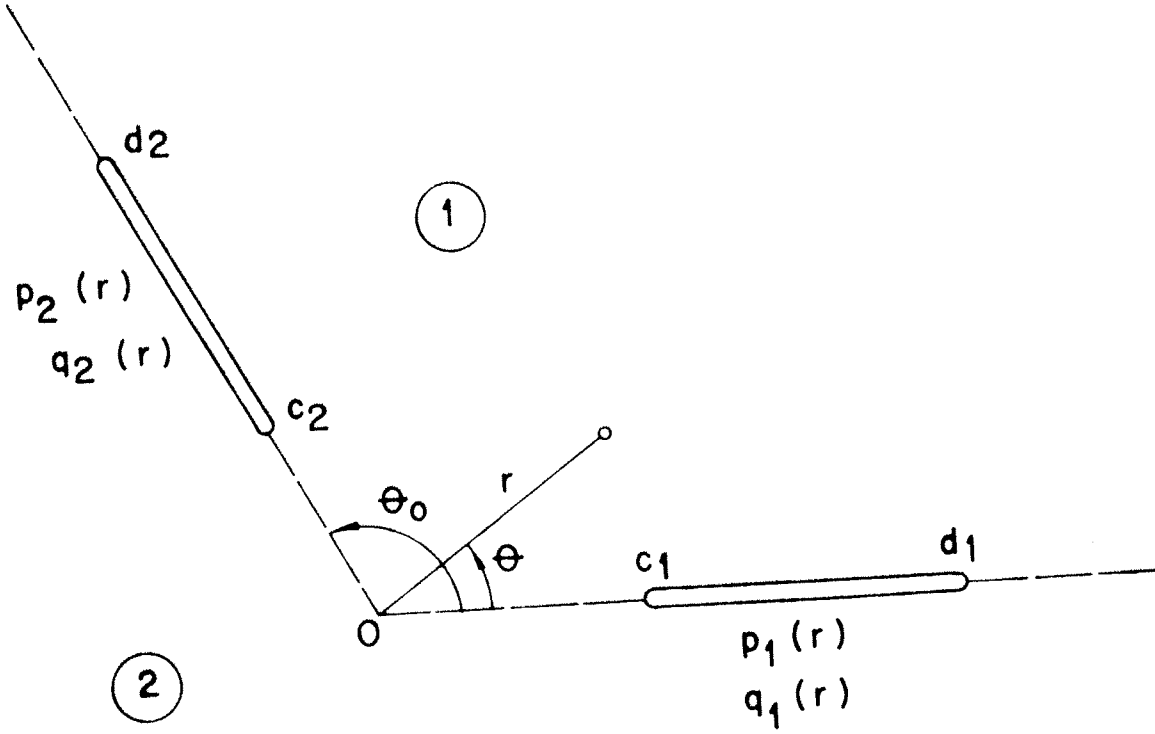
$$\int_{c_j}^{d_j} h_j(r) dr = 0 , \quad (j=1,2) \quad (11)$$

süreklilik denklemlerini sağlamalıdır. Burada $h_j(r)$ fonksiyonları

$$h_1(r) = v_1(r, +0) - v_2(r, 2\pi-0) = g_1(r) + if_1(r) \quad (12)$$

$$h_2(r) = v_2(r, \theta_0+0) - v_1(r, \theta_0-0) = g_2(r) + if_2(r)$$

şeklinde tanımlanır.



Şekil 1. İki çatlak konumu.

(10) denklemlerinin ilk ikisi r^2 ile çarpılıp, Mellin dönüşümleri alınır, kısaltmalar yapılır ve (7) denklemlerinin iki ve dördüncüsünden yararlanılırsa,

$$h_j(r) = (a_j + if_j) S(r-r_j), \quad j=1,2 \quad (13)$$

şeklinde tanımlanan noktasal etkiler için,

$$A_1 s + B_1 (s+1) - \bar{B}_1 - A_2 s e^{2is\pi} - B_2 (s+1) e^{2is\pi} + \bar{B}_2 e^{-2is\pi} = 0 ,$$

$$A_1 s e^{is\theta_0} + B_1 (s+1) e^{i(s+2)\theta_0} - \bar{B}_1 e^{-i(s+2)\theta_0} - A_2 s e^{is\theta_0} - B_2 (s+1) e^{i(s+2)\theta_0} + \bar{B}_2 e^{-i(s+2)\theta_0} = 0 ,$$

$$- A_1 s - B_1 (s+1) - \kappa \bar{B}_1 + A_2 s e^{2is\pi} + B_2 (s+1) e^{2is\pi} + \kappa \bar{B}_2 e^{-2is\pi} = \frac{\mu r_1^{s+1}}{s+1} (g_1 + if_1) , \quad (14)$$

$$A_1 s e^{is\theta_0} + B_1 (s+1) e^{i(s+2)\theta_0} + \kappa \bar{B}_1 e^{-i(s+2)\theta_0} - A_2 s e^{is\theta_0} - B_2 (s+1) e^{i(s+2)\theta_0} - \kappa \bar{B}_2 e^{-i(s+2)\theta_0} = \frac{\mu r_2^{s+1}}{s+1} (g_2 + if_2)$$

denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımının çözülmesiyle, formülasyonda kullanılacak olan şu değerler bulunur:

$$A_2 = \frac{\mu}{s(s+1)(\kappa+1)(e^{2is\pi}-1)} \{ r_1^{s+1} [-sg_1 + i(s+2)f_1] + r_2^{s+1} e^{-is\theta_0} [-sg_2 + i(s+2)f_2] \} \quad (15)$$

$$B_2 = \frac{\mu}{(s+1)(\kappa+1)(e^{2is\pi}-1)} \{ r_1^{s+1} (g_1 - if_1) + r_2^{s+1} e^{-i(s+2)\theta_0} (g_2 - if_2) \} .$$

Bu değerleri (7) denklemlerinin ikincisinde yerine koyup, ters dönüşüm yapılırsa 2 bölgesindeki gerilmeler için,

$$t_2(r, \theta, r_1, r_2) = \frac{1}{\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{r^{-(s+2)} \mu ds}{(\kappa+1)(e^{2is\pi}-1)} \{ r_1^{s+1} e^{is\theta_0} [-sg_1 + i(s+2)f_1] + r_2^{s+1} e^{is(\theta-\theta_0)} [-sg_2 + i(s+2)f_2] + (s+1)r_1^{s+1} e^{i(s+2)\theta_0} [g_1 - if_1] + (s+1)r_2^{s+1} e^{i(s+2)(\theta-\theta_0)} [g_2 - if_2] + e^{2is\pi} r_1^{s+1} e^{-i(s+2)\theta_0} [g_1 + if_1] + e^{2is\pi} r_2^{s+1} e^{-i(s+2)(\theta-\theta_0)} [g_2 + if_2] \} \quad (16)$$

ifadesi elde edilir. Bundan, Green fonksiyonu olarak

yararlanıp, sürekli iki çatlağı kapsayan ortam için 2 bölgesindeki gerilmeler

$$t_2(r, \theta) = \sum_{j=1}^2 \int_{c_j}^{d_j} K_j(r, \theta, r_j) dr_j \quad (17)$$

şeklinde bulunabilir. Burada $\theta_1=0$ ve $\theta_2=\theta_0$ alınırsa, $j=1,2$ için

$$K_j(r, \theta, r_j) = \frac{1}{\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{\mu ds}{r_j^{(\kappa+1)} (e^{2is\pi} - 1)} \left(\frac{r_j}{r}\right)^{s+2} \\ \{ e^{is(\theta-\theta_j)} [-sg_j(r_j) + i(s+2)f_j(r_j)] \\ + (s+1)e^{i(s+2)(\theta-\theta_j)} [g_j(r_j) - if_j(r_j)] \\ + e^{2is\pi - i(s+2)(\theta-\theta_j)} [g_j(r_j) + if_j(r_j)] \} \quad (18)$$

olacağı görülmektedir.

Problemin integral denklemleri, (10) denklemlerinin birincisini de gözönüne alarak, dört ve altıncısına (17) gerilmeleri uygulanınca, aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$w_1(r) = \sum_{j=1}^2 \int_{c_j}^{d_j} K_j(r, 2\pi-0, r_j) dr_j, \quad (19)$$

$$w_2(r) = \sum_{j=1}^2 \int_{c_j}^{d_j} K_j(r, \theta_0+0, r_j) dr_j.$$

IV. AYNI DOĞRULTUDA İKİ ÇATLAK İÇİN UYGULAMA

Bir önceki kısımda elde edilen (19) integral denklem takımında, $\theta_0 = \pi$ alınarak, aynı doğrultuda iki çatlak problemi için geçerli denklemler elde edilir. Bu denklemlerde yapılması gereken ilk iş, (18) denklemleriyle verilen integrallerin değerlendirilmesidir. Bunun için iki yol vardır: Birinci yol, rezidü teoreminden yararlanarak sonsuz seriler elde etmek ve bunları sonlu sayıda terimlere indirgemek; ikinci yol da, reel integrallere çevirmektir. İkinci yol, değerlendirmeler sırasında genellikle çok zaman aldığı için, mümkün oldukça, birinci yolu seçmek daha uygundur.

Yukarıdaki yöntemlerden hangisi seçilirse seçilsin, önce regülerlik şeridini saptamak gerekir. Bu da, (6) koşullarından ortaya çıkar. Bu problemde, bu şerit $-2 < c < -1$ alınmalıdır. Bu araştırmada ele alınan, aynı doğrultuda iki çatlak ve dik doğrultularda iki çatlak problemleri için rezidü teoremiyle yapılan uygulamada elde edilen sonsuz seriler sonlu sayıda terime indirgenebilmiştir. (18) denkleminden açıkça görüldüğü gibi kutuplar s 'nin bütün tamsayı değerlerindedir. $r < r_1$ ve $r < r_2$ için kontür soldan kapatılarak, $r_1 < r$ ve $r_2 < r$ için de sağdan kapatılarak, her iki durumda da integrallerin aynı sonucu verdiği görülmüştür. Ek'te reel seriler için verilen sonuçlardan yararlanarak yürütülen bu işlemler sonucunda, aynı doğrultuda iki çatlak için (19) denklemleri

$$\frac{\kappa+1}{2\mu} w_j(r) = \frac{1}{\pi} \int_{c_j}^{d_j} \frac{h_j(r_j) dr_j}{r_j - r} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^2 \int_{c_k}^{d_k} \frac{h_k(r_k) (1 - \delta_{jk}) dr_k}{r_k + r},$$

$j, k=1, 2$ (20)

olarak elde edilir. Bu iki kompleks denklem, dört reel denklem olarak şöyle yazılabilir:

$$\frac{\kappa+1}{2\mu} p_j(r) = \frac{1}{\pi} \int_{c_j}^{d_j} \frac{f_j(r_j) dr_j}{r_j - r} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^2 \int_{c_k}^{d_k} \frac{f_k(r_k) (1 - \delta_{jk}) dr_k}{r_k + r}, \quad (21)$$

$$\frac{\kappa+1}{2\mu} q_j(r) = \frac{1}{\pi} \int_{c_j}^{d_j} \frac{g_j(r_j) dr_j}{r_j - r} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^2 \int_{c_k}^{d_k} \frac{g_k(r_k) (1 - \delta_{jk}) dr_k}{r_k + r},$$

$j, k=1, 2 .$

Diğer taraftan, (11) ve (12) denklemlerinden

$$\int_{c_j}^{d_j} f_j(r) dr = 0, \quad \int_{c_j}^{d_j} g_j(r) dr = 0, \quad j=1, 2 . \quad (22)$$

V. DİK DOĞRULTULARDA İKİ ÇATLAK İÇİN UYGULAMA

Aynı doğrultuda iki çatlak için yapılan uygulama ve açıklamalar, $\theta_0 = \pi/2$ alınarak, dik doğrultularda iki çatlak için de geçerlidir. Ek'te reel yerine kompleks serilere has sonuçlar kullanılarak (21) denklemlerine benzer şekilde şu denklemler elde edilmiştir:

$$\begin{aligned} \frac{\kappa+1}{2\mu} p_j(r) &= \frac{1}{\pi} \int_{c_j}^{d_j} \frac{f_j(r_j) dr_j}{r_j - r} \\ &+ \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^2 \int_{c_k}^{d_k} \frac{(1-\delta_{jk}) dr_k}{(r_k^2 + r^2)^2} \{ (-1)^j r (3r_k^2 + r^2) g_k(r_k) + (r_k^3 - r_k r^2) f_k(r_k) \}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\kappa+1}{2\mu} q_j(r) &= \frac{1}{\pi} \int_{c_j}^{d_j} \frac{g_j(r_j) dr_j}{r_j - r} \\ &+ \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^2 \int_{c_k}^{d_k} \frac{(1-\delta_{jk}) dr_k}{(r_k^2 + r^2)^2} (r^2 - r_k^2) \{ r_k g_k(r_k) + (-1)^k r f_k(r_k) \}, \end{aligned} \quad j, k=1, 2.$$

Burada da, (22) denklemlerinin geçerli olacağı açıkça görülebilir.

VI. İNTEGRAL DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ VE GERİLME ŞİDDETİ FAKTÖRLERİ

Görüldüğü gibi, (21) ve (23) denklem takımlarının her bir denkleminde, Cauchy tipinde basit bir tekillik vardır. Her denklem için indeks +1 olup, her denklem takımının çözümünde dört serbest reel sabit bulunacaktır. Bunların değerleri (22) denklemleri yardımıyla elde edilir. Her bir denklem takımının çözümü

$$f_j(r) = F_j(r) [(d_j-r)(r-c_j)]^{-1/2}, \quad (24)$$

$$g_j(r) = G_j(r) [(d_j-r)(r-c_j)]^{-1/2}, \quad c_j < r < d_j,$$

olarak, $[c_j, d_j]$ aralığında sonlu olan $F_j(r)$ ve $G_j(r)$, ($j=1,2$), bilinmeyen fonksiyonları ile gösterilebilir. Bu denklem takımlarının çözümü için çok uygun bir yöntem [21] kaynağında verilmiştir.

Kırılma mekaniği yönünden önem taşıyan büyüklükler, gerilme şiddeti faktörleri ve yarıлма açılarıdır. Gerilme şiddeti faktörlerinin normal ve kayma bileşenleri, k_1 ve k_2 , $j=1,2$ için şu şekilde tanımlanır ve değerlendirilir [37,38]:

$$k_1(c_j) = \lim_{r \rightarrow c_j} [2(c_j-r)]^{1/2} \sigma_{\theta 2}(r, \theta_j) = \lim_{r \rightarrow c_j} \frac{2\mu}{\kappa+1} [2(r-c_j)]^{1/2} f_j(r),$$

$$k_2(c_j) = \lim_{r \rightarrow c_j} [2(c_j-r)]^{1/2} \tau_{r\theta 2}(r, \theta_j) = \lim_{r \rightarrow c_j} \frac{2\mu}{\kappa+1} [2(r-c_j)]^{1/2} g_j(r), \quad (25)$$

$$k_1(d_j) = \lim_{r \rightarrow d_j} [2(r-d_j)]^{1/2} \sigma_{\theta 2}(r, \theta_j) = -\lim_{r \rightarrow d_j} \frac{2\mu}{\kappa+1} [2(d_j-r)]^{1/2} f_j(r),$$

$$k_2(d_j) = \lim_{r \rightarrow d_j} [2(r-d_j)]^{1/2} \tau_{r\theta 2}(r, \theta_j) = -\lim_{r \rightarrow d_j} \frac{2\mu}{\kappa+1} [2(d_j-r)]^{1/2} g_j(r).$$

Bu denklemlerde $\theta_1=\pi/2$ ve $\theta_2=2\pi$ alınarak, her iki çatlak için de, gerilme şiddeti faktörleri bulunabilir. Yarıma açılı da, çatlağın, uçlarında uzaması muhtemel olduğu doğrultuların, çatlak uzantısındaki doğrularla, saat ibreleri tersine yaptığı açı olup [37,39],

$$k_2(1-3\cos \phi) - k_1 \sin \phi = 0 , \quad (26)$$

$$3k_2 \sin \phi - k_1 \cos \phi < 0 ,$$

bağıntılarından bulunur.

VII. SAYISAL UYGULAMALAR

Araştırmanın, aynı doğrultudaki çatlaklarla ilgili yanı, yalnızca, burada kullanılan yöntemin geçerliliğini kanıtlamak içindir. Bu bakımdan, o durum için elde edilen denklemler, birçok çatlak uzunlukları ve çatlaklar arası uzaklık için olduğu gibi, değişik yüklemelerle de, daha önce başka yöntemlerle elde edilmiş sonuçlarla [2,4,6,10,12,13,18] karşılaştırılmıştır. Ele alınan her durumda, sayısal yöntemi uygularken bir çatlak boyunca 20 nokta alarak yapılan uygulamada bile, sonuçlar 1/10000 den daha az bir fark göstermiştir. Karşılaştırmalar, gerilme şiddeti faktörleri için olduğu gibi, çatlakların şeklinin verildiği araştırmalarda çatlak şekli için de yapılmıştır. Ancak, çatlak şeklini veren değerlerde 20 nokta için 1/5000 e kadar çıkan farklar görülmüştür. Daha fazla nokta alınarak, fark çok küçültülebilmektedir.

Dik doğrultularda iki çatlak için de değişik geometri ve yük durumlarında incelemeler yapılmıştır. Yapılan incelemeler sonunda bulunan değerler, Şekil 2-8'de eğrilerle gösterilmiştir. Her diyagramda, bir küçük çizimle ilgili geometri, yük ve parametre belirtilmiştir. Şekil 2 ve 3, simetrik durumda, açıortaya paralel ve dik doğrultularda olmak üzere, iki ayrı yüklemeyi aynı diyagramda gösterir. Şekil 2, gerilme şiddeti faktörlerini ve Şekil 3, yarılma açılarını vermektedir. Şekil 4 ise, iki eksenli eşit çekme uygulanan simetrik konumda iki çatlak için gerilme şiddeti faktörlerini ve yarılma açılarını gösterir.

Şekil 5 ve daha sonraki şekiller, simetrik olmayan geometrilerle ilgilidir. Bu şekillerdeki sonuçlar, birbirlerine dik ve eşit uzunlukta iki çatlaktan birinin doğrultusunun diğerinin bir ucundan geçmesi durumu içindir. Şekil 5 ve 6, açıortay doğrultusuna paralel ve Şekil 7 ve 8, açıortaya dik doğrultuda çekme olması durumunda sırasıyla gerilme şiddeti faktörlerinin ve yarılma açılarının değişimlerini göstermektedirler.

Bütün eğrilerde, gerilme şiddeti faktörleri σ yüküne ve çatlakların yarı uzunluklarına göre normalize edilmiş

olan

$$k_1^n = \frac{k_1}{\sigma\sqrt{a}}, \quad k_2^n = \frac{k_2}{\sigma\sqrt{a}} \quad (27)$$

değerleriyle verilmiştir. Gerilme şiddeti faktörlerinin kayma bileşenleri ve yarıılma açıları, negatif oldukları zaman da pozitifmiş gibi çizilmiş, ancak eğri üzerinde isimlerinin yanına birer eksi bir çarpanı konmuştur.

Açıkça görülebileceği gibi, bütün büyüklükler, çatlaklar birbirlerinden çok fazla uzaklaştığı zaman belirli değerlere doğru yaklaşmaktadırlar. Bunun nedeni, incelenen durumlarda yüklemenin her iki çatlak doğrultusuyla da 45 derecelik açılar yapmasıdır. Büyüklüklerin yaklaştıkları değerler, şekillerde tam olarak görülmemekle beraber, tek çatlak için 45 derecelik bir açıyla uygulanan yüklemeye has $k_1^n = k_2^n = 0.5$ ve $\phi \approx 53.13^\circ$ değerlerinden başka bir şey değildir.

İki çatlağın birer uçları birbirlerine çok fazla yaklaşınca, bu uçlardaki gerilme şiddeti faktörleri, karekök tekilliğini kaybetmek üzere olup, onlara bağlı büyüklükler için sayısal yöntemin yakınsaklığı bozular. Ancak, uzak uçlardaki büyüklükler, çok kararlı bir şekilde, belirli değerlere doğru yaklaşmaktadırlar.

Diğer bir nokta da, bazı yüklemeler için, çatlaklardan birinin veya ikisinin kısmen veya tamamen kapanması durumunun ortaya çıkmasıdır. Bu durum, en çok, çatlakların yayılmasını önlemek için, çatlağa dik doğrultuda bağlantılar yapıldığı zaman görülür ve Aksoğan [40,41] tarafından verilen yöntemle çözüm yapılır. Bu duruma bir örnek olarak, Şekil 2'de görülen geometride ve $b=a$ için, yüklemeye de 100 derecede uygulanırsa, şekilde düşey olarak çizilmiş olan çatlağın diğer çatlağa yakın ucundan başlayarak, yaklaşık olarak yüzde 87 oranında kapandığı görülür. Bu kapanma ile ilgili olarak, yüklemenin çatlaklardan birinin doğrultusuna yakın olması durumlarında, o çatlağın diğerine etkisi çok azalmaktadır. Bu nedenle, incelemelerde örnek olarak, o tür yüklemeler yerine, interaksiyonun çok fazla olacağı, 45 ve 135 derecelik yüklemeler seçilmiştir.

VIII. SONUÇLAR

Bu araştırmada yapılan sayısal uygulamalarda aşağıdaki eğilimler göze çarpmıştır:

1. Bir doğrultuda çekme uygulanan düzlemsel gerilme durumlarında, birbirine dik doğrultuda iki çatlaktan, herbirini içine alan, çekme doğrultusuna paralel şeritlerin, üstüste düşen kısımları yoksa, her bir çatlağın gerilme şiddeti faktörleri diğerinin bulunuşundan ötürü büyümektedir. Eğer üstüste düşen kısımları var ve hele çatlak boylarına oranla fazla ise, gerilme şiddeti faktörleri küçülmektedir.
2. Çatlaklardan birinin doğrultusunun çekme doğrultusuna yakın olması durumunda onun diğer çatlağa etkisi çok az olmaktadır.
3. Birinci maddede anılan etkiler, çatlakların boylarına oranla çatlaklar arası uzaklık azaldıkça, artmaktadır.
4. Birinci maddede anılan etkiler, her bir çatlakta diğer çatlağa daha yakın olan uçta, uzak uçtakinden daha büyük olmaktadır.
5. Çatlak boylarına oranla çatlaklar arası uzaklık azaldıkça, bir çatlağın yarılma açılarına diğer çatlağın etkisi artmakta ve bu etki diğer çatlağa yakın olan uçta, uzaktakinden daha büyük olmaktadır.

Bu eğilimlerin, genel durumdaki iki çatlak için de geçerli olacağı düşünülebilir. Gerçekten, bu eğilimlerin birçoğunun [31] kaynağındaki örneklerde, başka durumlar için de geçerli olduğu görülmektedir.

Bu araştırmada elde edilen sonuçlar, dik doğrultularda iki çatlağı bulunan ince plâk ve uzun silindirlerde hangi gerilmelerin kritik olduğunun bulunmasına olan yararlarından başka, bazı ek bilgiler ortaya koymaktadırlar. Bunlardan birisi, mevcut bir çatlağın doğurduğu tehlikenin, çekme doğrultusuna paralel ve bu çatlağı kapsayan bir şerit içinde başka çatlakların yapılmasıyla azaltılabileceği,

diğer bir deyimle, çatlak yayılmasının önlenebileceği (crack arrest) gerçeğidir. Bu durum, ortamın çatlak civarında ve çatlağın çekildiği doğrultuda bir esneklik kazınarak, çatlak bölgesine etkiyen yüklerin çatlaktan uzaklaştırılmasıyla açıklanabilir. Çatlağın yayılmasını önleyeceği anlaşılan, bu tür başka çatlaklar yerine, aynı esnekliği sağlamak üzere, dairesel delikler delinmesi hem güvence, hem de uygulama kolaylığı bakımından daha uygundur. Diğer bir nokta da, bu araştırmanın bir limit durumu olarak, dik iki kolu olan çatlaklar için de, gerçeğe oldukça yakın değerler verecek olmasıdır.

İkiden fazla radyal çatlak için de, bu araştırmada uygulanan yöntemle benzer bir yoldan çözüme varılabilir. Ayrıca, [38,42] kaynaklarında olduğu gibi, bitişik kamardan oluşan ve homojen olmayan düzlemlerde radyal çatlakların bulunması durumu da, burada kullanılan yöntemle incelenebilir.

Ö Z E T

Homojen izotrop sonsuz bir düzlem içerisinde doğrultuları birbirine dik iki Griffith çatlaklarının interaksyonu incelenmiştir. Analiz çatlak yüzlerine etkiyen genel bir yükleme için yapılmış olmakla beraber, süperpozisyon tekniğinden yararlanılarak, çatlak yüzlerine etkimeyen çok daha genel yüklemeler de, ele alınabilmektedir.

Bitişik kamalardan oluşan ve radyal çatlakları olan sonsuz düzlem problemlerinde de kullanılabilen analitik yöntem, Mellin dönüşümü ile Green fonksiyonu tekniğinin birlikte kullanılmasından meydana gelmiştir. Böylece elde edilen tekil integral denklem takımı, temel fonksiyonlarının Chebyshev polinomlarının ağırlık fonksiyonları oluşundan yararlanılarak çözülmüştür.

Problem çözüldükten sonra, bulunan sayısal sonuçlar yardımıyla, kırılma mekaniği yönünden önem taşıyan gerilme şiddeti faktörleri ve yarıma açıları da, değerlendirilmiştir. Birkaç değişik geometri ve yükleme durumu için, uygun parametreler seçilerek, o iki büyüklüğün değişimleri eğrilerle verilmiştir.

Burada kullanılan yöntemin doğruluğu, aynı doğrultuda iki Griffith çatlakları için elde edilen sonuçların, daha önceden verilmiş olan birkaç değişik kapalı çözümle karşılaştırılmasıyla, kontrol edilmiştir. Dik doğrultularda iki çatlak için elde edilen sayısal sonuçlardan bazı eğilimler göze çarpmıştır. Bunlardan birisi, bir çatlak için, yakınındaki ikinci bir çatlakın yararlı veya zararlı olmasına etki eden koşullarla ilgilidir. Diğer bir gözlem de, iki çatlak arasında karşılıklı etkinin büyüklüğünün nelere bağlı olduğu hakkındadır.

S U M M A R Y

Consideration is given to the interaction of two Griffith cracks, with perpendicular orientations, within an isotropic homogeneous infinite plane. The analysis being carried for an arbitrary loading system on the surfaces of the cracks, general loading systems, not necessarily on the surfaces of the cracks, can also be handled, by making use of the superposition technique.

The analytical technique, which may be used in connection with the general problem of bonded wedges containing radial cracks, consists of the joint use of the Mellin transform and the Green's function technique. The system of singular integral equations, thus obtained, is solved taking advantage of the fact that, the fundamental function of the equations is the weight function of the Chebyshev polynomials.

The solution of the problem having been made, using the numerical results, the stress intensity factors and the cleavage angles, which are of importance from the fracture mechanics point of view, are evaluated. For several different geometries and loading systems, choosing suitable parameters, the variation of those two quantities have been presented by means of curves.

The validity of the method used has been checked, by comparing the results for two collinear Griffith cracks, with several different closed form solutions given previously. Some trends have been detected from the numerical results for two cracks with perpendicular orientations. One of them pertains to the conditions which make an adjacent second crack advantageous or disadvantageous for the original one. Another observation is about, what determines the order of the interaction effects between the two cracks.

K A Y N A K L A R

1. Westergaard, H.M., "Bearing Pressures and Cracks", J. Appl. Mech., Vol. 6, p.A49, 1939.
2. Willmore, T.J., "The Distribution of Stress in the Neighbourhood of a Crack", Quart. J. Mech. Appl. Math., Vol. 2, p. 53, 1949.
3. Muskhelishvili, N.I., "Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity", Noordhoff, Groningen, 1953.
4. Tranter, C.J., "The Opening of a Pair of Coplanar Griffith Cracks under Internal Pressure", Quart. J. Mech. Appl. Math., Vol. 14, p. 283, 1961.
5. Mikhlin, S.G., "Integral Equations", Pergamon Press, New York, 1957.
6. Erdoğan, F., "On the Stress Distribution in Plates with Collinear Cuts under Arbitrary Loads", Proc. of the 4th U.S. Nat. Congress of Appl. Mech., ASME, Vol. 1, p. 547, 1962.
7. Erdoğan, F., "Stress Distribution in a Nonhomogeneous Elastic Plane with Cracks", J. Appl. Mech., Vol. 30, Trans. ASME, Vol. 85, Series E, p. 232, 1963.
8. Erdoğan, F., "Stress Distribution in Bonded Dissimilar Materials with Cracks", J. Appl. Mech., Vol. 32, Trans. ASME, Vol. 87, Series E, p. 403, 1965.
9. Erdoğan, F., "Stress Distribution in Bonded Dissimilar Materials Containing Circular or Ring-shaped Cavities", J. Appl. Mech., Vol. 32, Trans. ASME, Vol. 87, Series E, p. 829, 1965.
10. Lowengrub, M., and Srivastava, K.N., "On Two Coplanar Griffith Cracks in an Infinite Elastic Medium", Int. J. Engng. Sci., Vol. 6, p. 359, 1968.

11. Srivastava, K.N., and Lowengrub, M., "Application of Finite Hilbert Transforms to Triple Integral Equations with Trigonometric Kernels", Proc. R. Soc. Edinb.(A), Vol. 68, p. 309, 1968.
12. Panasyuk, V.V., and Lozovoi, B.L., "Determination of the Magnitude of the Breakdown Stresses for a Plate with Two Cracks of Equal Length", DAN URSR, Vol. 7, p. 876, 1961.
13. Panasyuk, V.V., and Lozovoi, B.L., "On the Development of Two Cracks of Unequal Length", DAN URSR, Vol. 11, p. 1444, 1962.
14. Tweed, J., "The Determination of the Stress Intensity Factors of a Pair of Coplanar Griffith Cracks Whose Surfaces are Loaded Asymmetrically", Engng. Frac. Mech., Vol. 3, p. 381, 1971.
15. Konishi, Y., "On Two Coplanar Cracks in an Infinite Transversely Isotropic Medium", Int. J. Engng. Sci., Vol. 10, p. 917, 1972.
16. Lowengrub, M., and Srivastava, K.N., "Two Coplanar Griffith Cracks in an Infinitely Long Elastic Strip", Int. J. Engng. Sci., Vol. 6, p. 425, 1968.
17. Dhaliwal, R.S., "Two Coplanar Cracks in an Infinitely Long Elastic Strip Bonded to Semi-infinite Elastic Planes", Int. J. Engng. Sci., Vol. 11, p. 489, 1973.
18. Erdoğan, F. and Biricikoğlu, V., "Two Bonded Half Planes with a Crack Going Through the Interface", Int. J. Engng. Sci., Vol. 11, p. 745, 1973.
19. Cook, T.S., and Erdoğan, F., "Stresses in Bonded Materials with a Crack Perpendicular to the Interface", Int. J. Engng. Sci., Vol. 10, p. 677, 1972.
20. Erdoğan, F., "Approximate Solution of Systems of Singular Integral Equations", SIAM J. Appl. Math., Vol. 17, p. 1041, 1969.
21. Erdoğan, F., and Gupta, G.D., "On the Numerical Solution of Singular Integral Equations", Quart. Appl. Math., Vol. 29, p. 525, 1972.
22. Smith, E., "The Opening of Parallel Cracks by an Applied Tensile Stress", Int. J. Engng. Sci., Vol. 4, p. 41, 1966.
23. Lange, F.F., "Interaction between Overlapping Parallel Cracks; a Photoelastic Study", Int. J. Frac. Mech., Vol. 4, p. 287, 1968.
24. Watanabe, K., and Atsumi, A., "Infinite Row of Parallel Cracks in a Strip", Int. J. Engng. Sci., Vol. 10, p. 173, 1972.
25. Watanabe, K., and Atsumi, A., "Long Circular Cylinder Having an Infinite Row of Penny-shaped Cracks", Int. J. Engng. Sci., Vol. 10, p. 159, 1972.

26. Peterson, D.F., Prasad, S.N., and Chatterjee, S.N., "Complex Eigenfunction Solution of Periodic Cracks in an Elastic Strip", *J. Appl. Mech.*, Vol. 40, *Trans. ASME*, Vol. 95, Series E, p. 1126, 1973.
27. Chatterjee, S.N., and Prasad, S.N., "On the Problem of Two Non-coplanar Parallel Cracks in a Strip", *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 11, p. 353, 1973.
28. Ratwani, M., and Gupta, G.D., "Interaction between Parallel Cracks in Layered Composites", *Int. J. Solids Structures*, Vol. 10, p. 701, 1974.
29. Tweed, J., and Rooke, D.P., "The Stress Intensity Factors of a Star-shaped Array of Cracks in an Infinite Elastic Solid", *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 12, p. 423, 1974.
30. Williams, W.E., "A Star-shaped Crack Deformed by an Arbitrary Internal Pressure", *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 9, p. 705, 1971.
31. Isida, M., "Analysis of Stress Intensity Factors for Plates Containing a Random Array of Cracks", *Bull. JSME*, Vol. 13, p. 635, 1970.
32. Isida, M., "Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems", G.C. Sih, Editor, Noordhoff, Groningen, 1972.
33. Datsyshin, A.P., and Savruk, M.P., "A System of Arbitrarily Oriented Cracks in Elastic Solids", *PMM*, Vol. 37, p. 326, 1973.
34. Bhargava, R.D., and Bhargava, R.R., "Elastic Circular Inclusion in an Infinite Plane Containing Two Cracks", *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 11, p. 437, 1973.
35. Sih, G.C., "Handbook of Stress Intensity Factors", Institute of Fracture and Solid Mechanics, Lehigh University, Bethlehem, Pennsylvania, 1973.
36. Coker, E.G., and Filon, L.G.N., "A Treatise on Photoelasticity", Cambridge University Press, 1931.
37. Erdoğan, F., and Aksoğan, O., "Bonded Half Planes Containing an Arbitrarily Oriented Crack", *Int. J. Solids Structures*, Vol. 10, p. 569, 1974.
38. Aksoğan, O., "A Method of Solution for Nonhomogeneous Media with Radial Flaws", *Doktora Tezi*, O.D.T.Ü., 1973.
39. Erdoğan, F., and Sih, G.C., "On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear", *J. Basic Engng.*, *Trans. ASME*, Vol. 85, Series D, p. 519, 1963.
40. Aksoğan, O., "Partial Closure of a Griffith Crack under a General Loading", *Int. J. Frac.*, (accepted for publication).

E K

$-1 < x < 1$ şeklinde sınırlanan x değerleri için

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x} . \quad (\text{E.1})$$

Toplamın yakınsaklığına dayanarak terim terim türetilirse ve x ile çarpılırsa

$$\sum_{k=0}^{\infty} kx^k = \frac{x}{(1-x)^2} . \quad (\text{E.2})$$

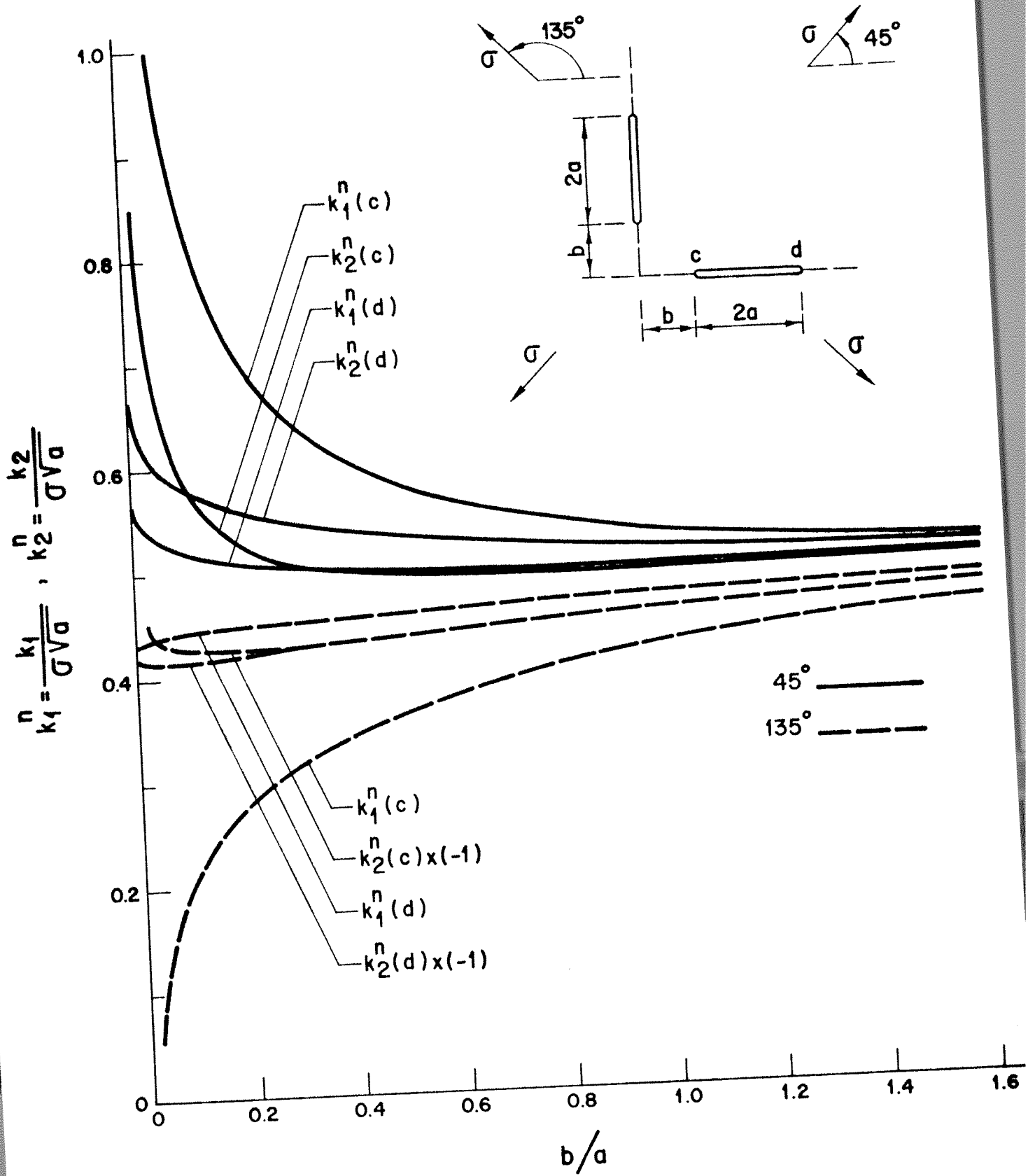
Benzer şekilde kompleks bir seri için

$$\sum_{k=0}^{\infty} (ix)^k = (1+ix) \sum_{k=0}^{\infty} (-x^2)^k = \frac{1+ix}{1+x^2} . \quad (\text{E.3})$$

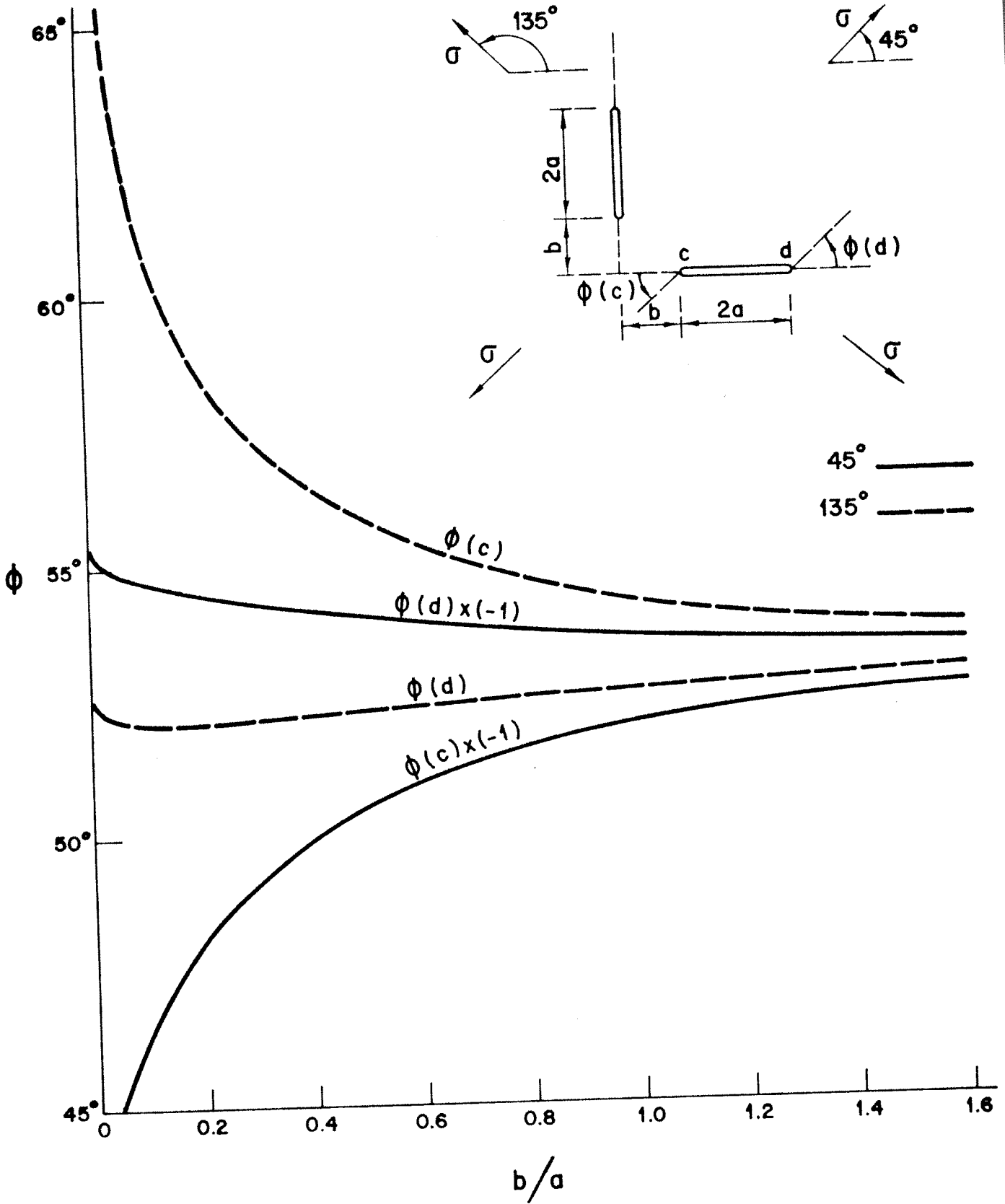
Yukarıdaki gibi terim terim türetilip x ile çarpılırsa

$$\sum_{k=0}^{\infty} k(ix)^k = \frac{-2x^2+ix(1-x^2)}{(1+x^2)^2} . \quad (\text{E.4})$$

Açıkça görülebileceği gibi x negatif değerler aldığı zaman sonuçlar alternatif serilere de uygulanabilir.

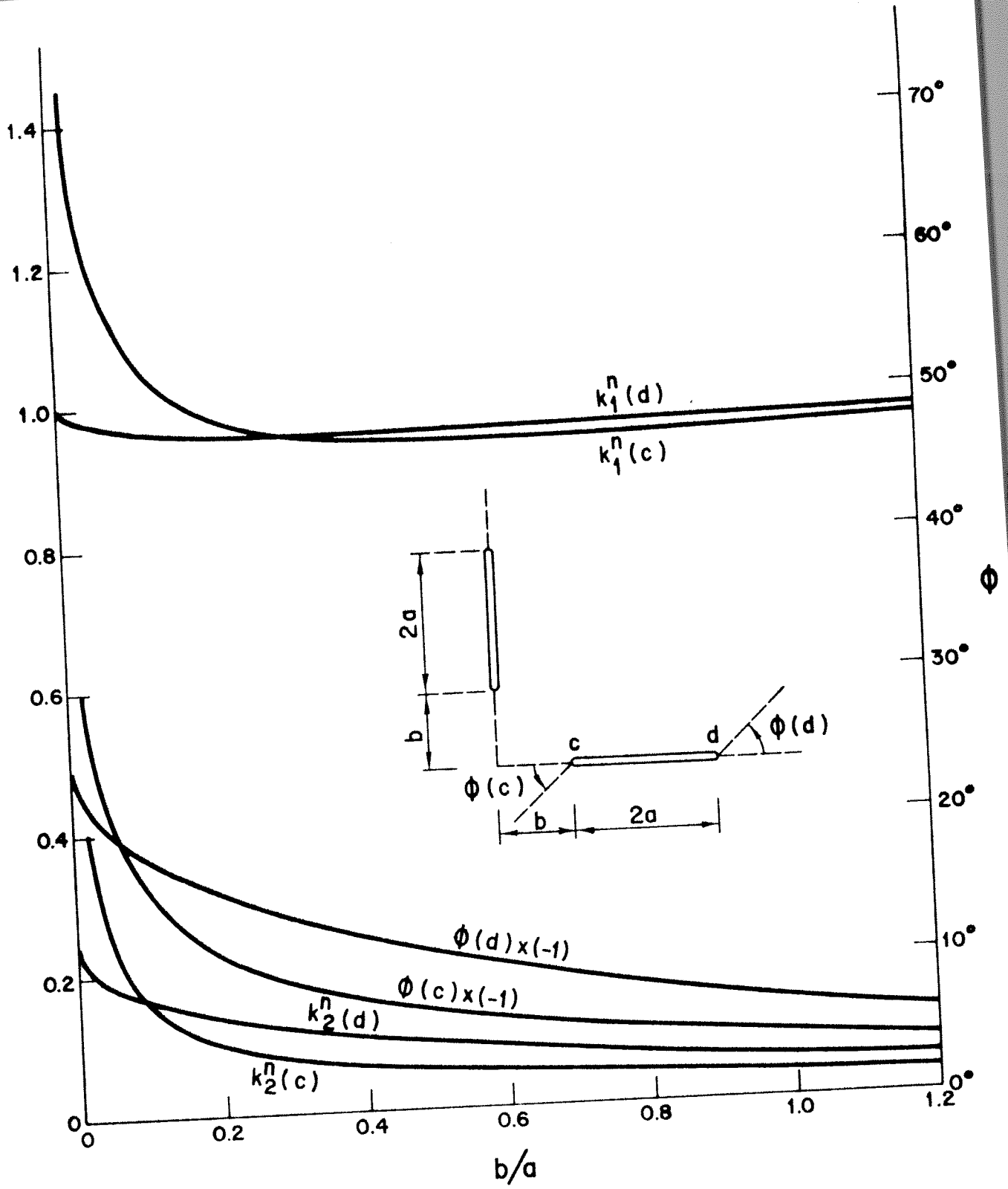


Şekil 2. Simetrik konumdaki iki dik çatlak için iki ayrı tek eksenli çekme durumunda gerilme şiddeti faktörleri.



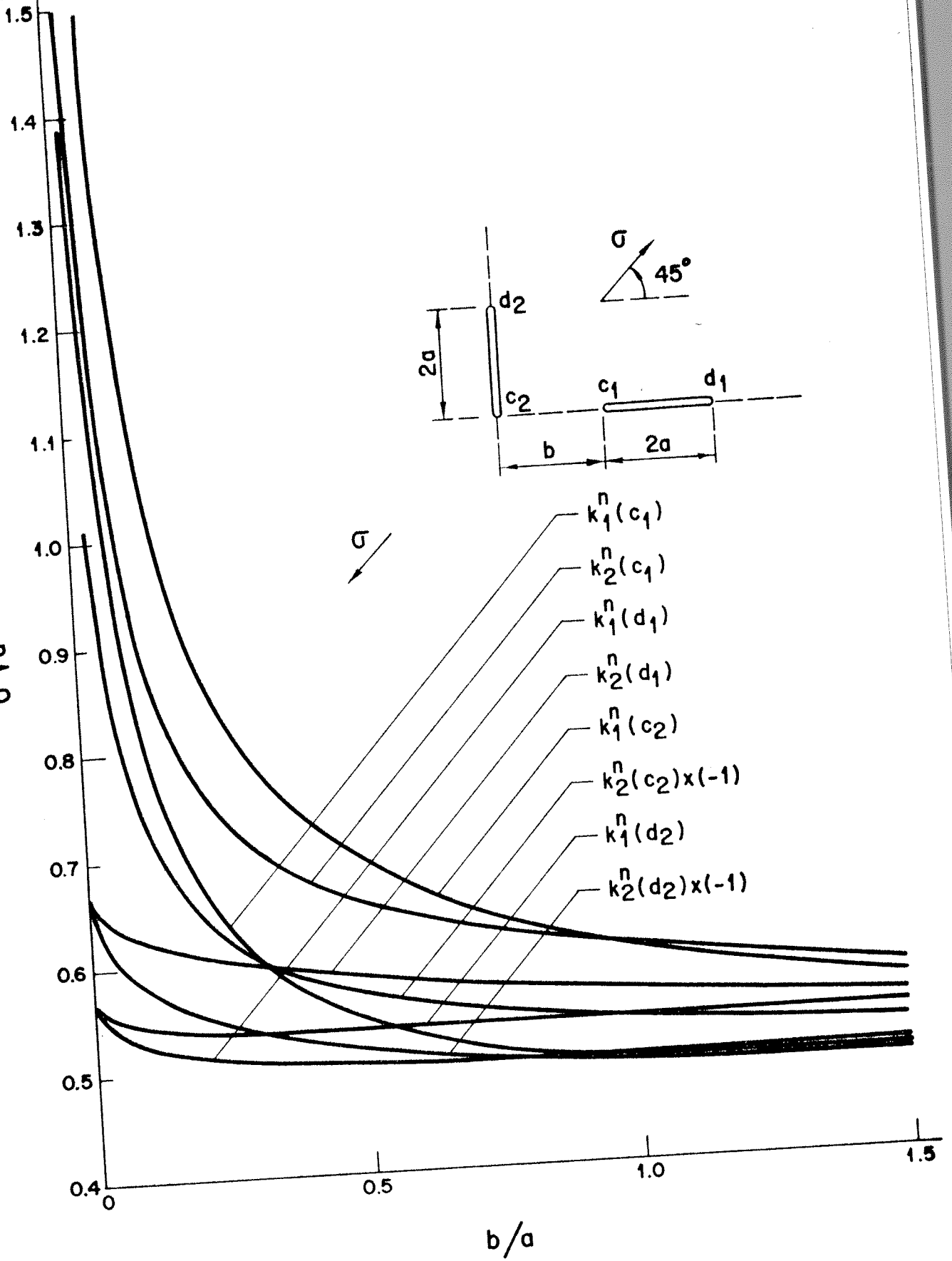
Şekil 3. Simetrik konumdaki iki dik çatlak için iki ayrı tek eksenli çekme durumunda yarıılma açıları.

$$k_1^n = \frac{K_1}{G\sqrt{a}}, \quad k_2^n = \frac{K_2}{G\sqrt{a}}$$

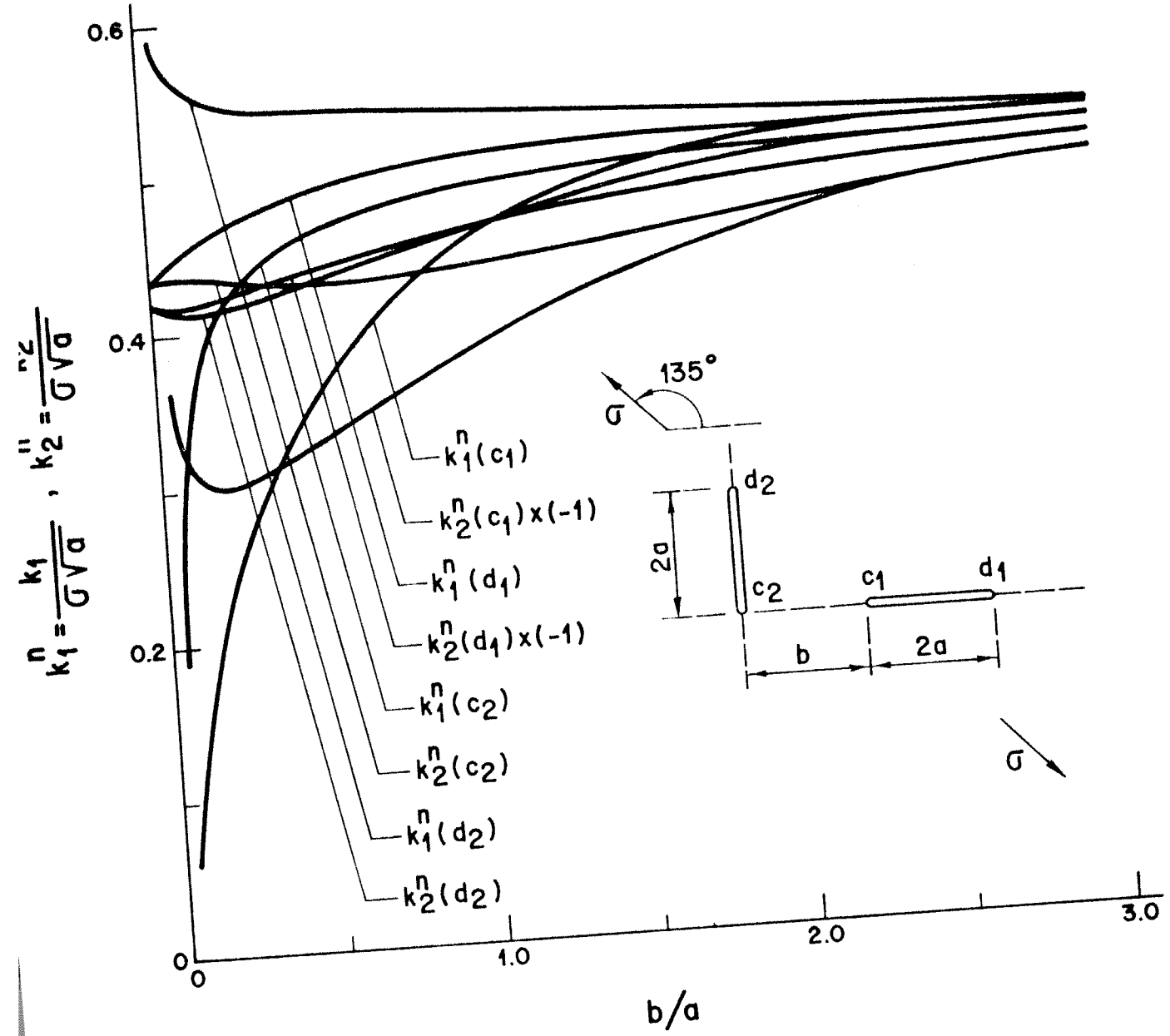


Şekil 4. Simetrik konumdaki iki dik çatlak için iki eksenli eşit çekme, σ , durumunda gerilme şiddeti faktörleri ve yarıлма açıları.

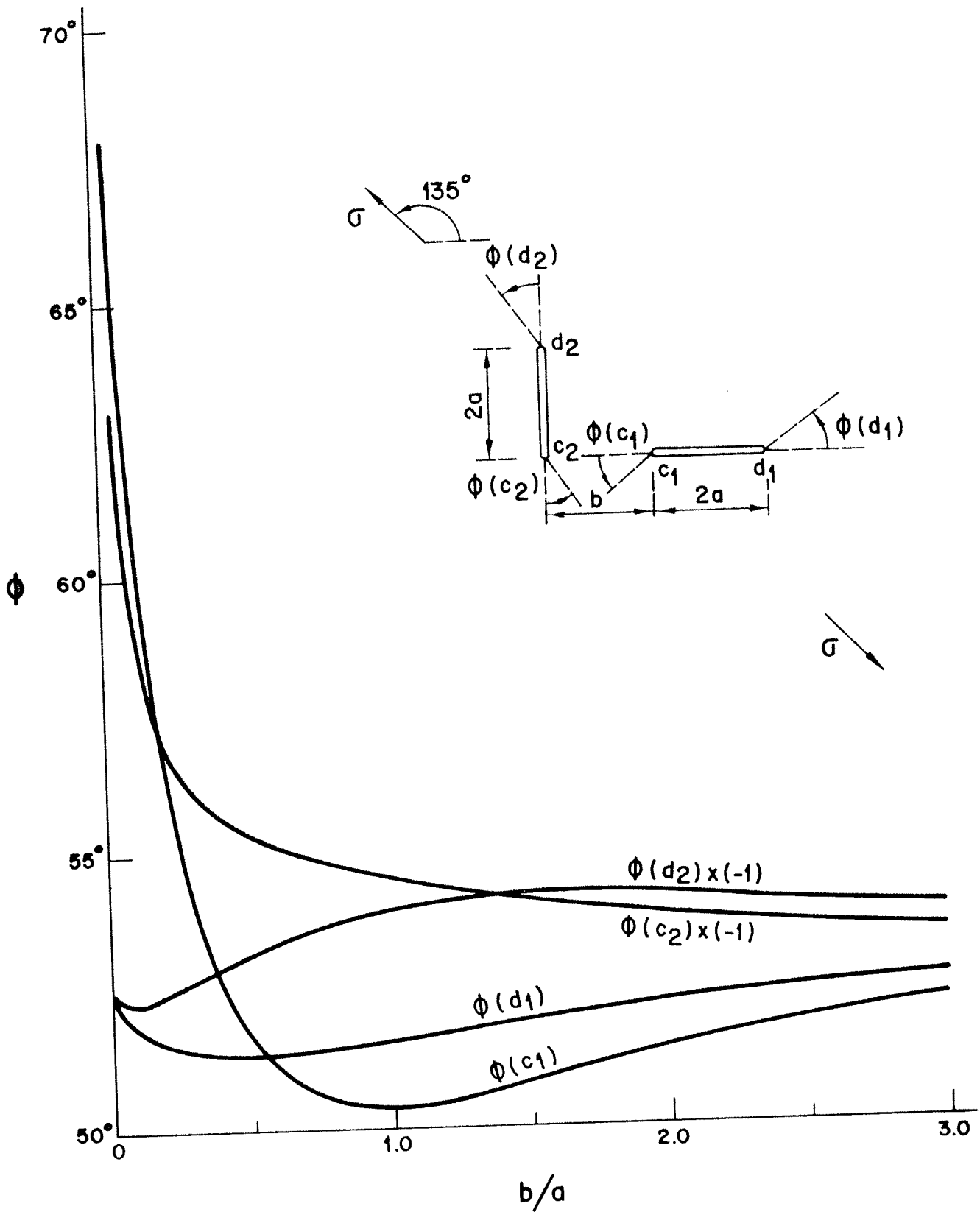
$$k_1^n = \frac{k_1}{\sigma \sqrt{a}}, \quad k_2^n = \frac{k_2}{\sigma \sqrt{a}}$$



Şekil 5. Biri orijinden başlayan iki dik çatlak için tek eksenli çekme durumunda gerilme şiddeti faktörleri.



Şekil 7. Biri orijinden başlayan iki dik çatlak için tek eksenli çekme durumunda gerilme şiddeti faktörleri.



Şekil 8. Biri orijinden başlayan iki dik çatlak için tek eksenli çekme durumunda yarıılma açıları.