Cebirsel Varyeteler Üzerinde Vektör Demetleri Ve Modül Uzayları

Program Kodu: 3501 - Kariyer

Proje No: 114F116

Proje Yürütücüsü:
Doç. Dr. Emre COŞKUN

KASIM 2017
ANKARA

ÖNSÖZ

Bu proje, cebirsel geometride çeşitli türden vektör demetlerinin incelenmesini içermektedir. Özellikle Ulrich demetleri ve instanton demetleri incelenmiş, bu araştırmalarda türetilmiş kategoriler gibi modern alet ve teknikler kullanılmıştır.

Projeyi mümkün kılan Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK) teşekkürü bir borç bilirim.

Emre Coşkun

Ankara, Kasım 2017

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ

ÖZET

Bu rapor, 114F116 numaralı TÜBİTAK-3501 KARİYER projesinin sonuç raporudur. Öncelikle giriş kısmında projenin içeriği ve önemi tartışılmıştır. Burada, ACM vektör demetleri ve instanton demetleri üzerine yapılan çalışmaların önemi anlatılmıştır. Giriş kısmını izleyen literatür özeti, proje konusuyla ilgili konularda son yıllarda yapılan araştırmaların bir özetini içermektedir. ACM vektör demetleri ve instanton demetleri üzerine yapılan araştırmalar detaylı bir şekilde tarif edilmiştir. Gereçler ve yöntemler kısmında Beilinson spektral dizileri ve bunların olası kullanımları açıklanmıştır. Proje süresince elde edilen bulgular, iş paketleriyle bağlantılı bir şekilde açıklanmıştır. Bunlar arasında, Veronese yüzeyleri üzerinde Ulrich vektör demetlerinin inşa edilmesi, ve üç boyutlu projektif uzayın bir noktada patlatılması üzerinde instanton demetlerinin var olup olmaması problemleri önemli yer tutmaktadır. Proje süresince organize edilen ve katılınan konferanslar açıklanmış, proje sonuçları ile projenin Türkiye'de cebirsel geometrinin gelişimine yapması beklenen katkılar tartışılmıştır.

ABSTRACT

This is the final report for the TÜBİTAK-3501 KARİYER project 114F116. The content and the importance of the project have been discussed in the introduction. Here, the importance of recent research on ACM vector bundles and instanton bundles has been emphasized. Following the introduction are a summary of the recent literature on the topics pertaining to the project, and the tools and methods used in the project. Recent research on ACM vector bundles and instanton bundles have been discussed in detail. Also, the Beilinson spectral sequences and their applications to research on vector bundles have been explained. The project results are discussed in connection with work packets. Important among these are the construction problem of Ulrich vector bundles on Veronese surfaces and the existence problem of instanton bundles on the blow-up of three dimensional projective space at one point. Conferences organized and attended during the project, project results, and the contribution of the project to the development of algebraic geometry in Turkey are explained.

1. GİRİŞ

Cebirsel varyeteler üzerinde vektör demetleri ve bunların modül uzayları, 1960'lardan beri cebirsel geometrinin en önemli konularından biri olmuştur; ve bu konuda son yıllarda oldukça yoğun bir şekilde araştırma yapılmaktadır. Bu konuda yapılan ilk araştırmalar, en düşük boyutlu cebirsel varyeteler olan cebirsel eğriler üzerindeki vektör demetleri üzerineydi. Bunları, cebirsel yüzeyler ve daha yüksek boyutlu cebirsel varyeteler üzerindeki vektör demetleri ve bunların modül uzayları üzerine yapılan çalışmalar takip etti. Bu çalışmaların önemi, hem saf matematikte yeni araştırma konuları üretilmesine imkan tanımalarından, hem de teorik fizikle bağlantılarından kaynaklanmaktadır.

"Birkhoff-Grothendieck Teoremi" (Birkhoff, 1913; Grothendieck, 1956) olarak adlandırılan teoreme göre, projektif doğru $\mathbf{P}^1$ üzerindeki bir vektör demeti, doğru demetlerinin direkt toplamı olarak ayrışır. Bu sonuçtan sonra, projektif düzlem $\mathbf{P}^2$ üzerinde hangi vektör demetlerinin doğru demetlerinin direkt toplamı şeklinde ayrıştığı sorusu gündeme gelmiştir. Horrocks'a (1964) ait bir teoreme göre, $\mathbf{P}^2$ üzerindeki bir vektör demetinin, doğru demetlerinin direkt toplamı olarak ayrışmasının gerekli ve yeterli koşulu, bütün burgularının (İng. *twist*) birinci kohomolojilerinin sıfır olmasıdır.

Daha genel olarak, boyutu n olan pürüzsüz, projektif X varyetesi üzerinde bir vektör demeti E, $0 < i < n$ ve bütün t tamsayıları için eğer $H^i(X, E(t))=0$ koşulunu sağlarsa, "aritmetik Cohen-Macaulay" (ACM) olduğu söylenir. Bu vektör demetleri, son 15-20 yılda çok sayıda çalışmaya konu olmuştur.

Bu projede, ACM vektör demetlerinin özel bir hali olan Ulrich demetlerinin çalışılması, önemli bir yer tutmaktadır. Bunlar, ACM vektör demetleri olmakla birlikte, Hilbert polinomlarının da özel bir hal alması ile tanımlanırlar; ayrıca, verilen bir vektör demetinin Ulrich olup olmaması için gerekli ve yeterli çok sayıda koşul bulunmaktadır. Ulrich demetleri, genelleştirilmiş Clifford cebirleri, verilen bir hiperyüzeyin determinant veya Pfaffian olarak temsili, Boij-Söderberg teorisi, Minimal Çözünürlük Sanısı gibi alanlarla bağlantılı olarak karşımıza çıkmaktadır. Eisenbud vd. (2003), verilen herhangi bir pürüzsüz projektif varyete üzerinde Ulrich demetlerinin bulunup bulunmadığını, eğer bulunuyorsa bunların mümkün olan en küçük mertebesinin kaç olduğunu sormuşlardır. Hem bu makale, hem de Beauville'in (2000) Ulrich demetleri ve determinantal ve Pfaffian hiperyüzeyler arasındaki bağlantıyı ortaya koyduğu makale, son yıllarda Ulrich demetleri üzerine yapılan çalışmaları teşvik etmiştir.

Projede yer alan bir diğer konu da, instanton demetlerinin incelenmesidir. İnstanton demetleri, ilk olarak Atiyah ve Ward'ın (1977) ve Atiyah vd.'nin (1978) makalelerinde, dört boyutlu küre $\mathbf{S}^4$ üzerinde Yang-Mills denklemlerinin çözümlerini karakterize etmek için inşa edilmişlerdir. İnstanton demetleri, üç boyutlu projektif uzay $\mathbf{P}^3$ üzerinde bulunan, mertebesi iki olan, kararlı, birinci Chern sınıfı 0 olan ve $H^1(\mathbf{P}^3, E(-2))=0$ olan E vektör demetleridir. İlerleyen yıllarda, instanton demetlerinin modül uzaylarının boyutu ve indirgenemezliği, değişik türden varyeteler üzerinde instanton demetlerinin varlığı ve modül uzaylarının özellikleri üzerine çalışmalar yapılmıştır. Bu projede ise, üç boyurlu projektif uzay $\mathbf{P}^3$'ün bir noktada patlatılması (İng. *blow-up*) üzerinde instanton koşulu tanımlanmış ve instanton demetlerinin inşası üzerine çalışılmaya başlanmıştır. Bu varyetenin Picard sayısının iki olması, bu çalışmayı önceki çalışmalara göre özgün kılmaktadır; zira önceki çalışmalarda kullanılan varyetelerin Picard sayısı daima bir idi.

Burada anlattığımız araştırmaların dikkate değer bir diğer yönü, bu vektör demetlerinin inşa edilmesi ve özelliklerinin incelenmesi için türetilmiş kategori yöntemlerinin kullanılmasıdır. Türetilmiş kategoriler, pürüzsüz projektif varyetelere ait kategorilerdir; ve son yıllarda vektör demetleri üzerine araştırma yapanlar için vazgeçilmez bir araç haline gelmişlerdir. Bu modern araçları kullanarak yapılan araştırmalar, Türkiye'de cebirsel geometrinin gelişmesi yönünde önemli bir rol oynayacaklardır.

2. LİTERATÜR ÖZETİ

2.1 Ulrich demetleri üzerine yapılan çalışmalar

Ulrich demetlerinin başlangıcı, Ulrich'in (1984) çalışmasına dayanır. Bu makalede Ulrich, maksimal sayıda üretece ve doğrusal serbest çözünürlüğe sahip derecelendirilmiş Cohen-Macaulay modüllerini incelemiştir; bu modüllerin özelliği, daha sonradan "Ulrich demeti" olarak tanımlanacak olan vektör demetlerinin derecelendirilmiş kesit modüllerinin, tam da Ulrich'in incelediği türden modüller olmasıdır. Bu makaleyi, Brennan vd. (1987) ve Backelin ve Herzog (1989) takip etmiştir. Biraz farklı bir doğrultuda, Van den Bergh'in (1987) çalışmasında, iki veya üç değişkenli genelleştirilmiş Clifford cebirlerinin temsilleriyle Ulrich demetleri arasında birebir bir ilişki bulunmuştur.

Beauville'in (2000) makalesinde, Ulrich demetlerinin, hiperyüzeylerin determinantal veya Pfaffian varyete olarak temsilleri arasındaki ilişki üzerine çalışılmıştır. Buna göre, verilen bir hiperyüzeyin determinantal olmasının gerekli ve yeterli koşulu, üzerinde Ulrich doğru demeti olmasıdır; Pfaffian olma için gerekli ve yeterli koşul ise, Ulrich demetinin mertebesinin iki olmasıdır.

Eisenbud vd. (2003) makalesinde, Ulrich demetleri ile Chow kompleksleri arasındaki ilişki incelenmiş ve çeşitli özel durumlarda Ulrich demetlerinin var olup olmadığı sorulmuştur. Pürüzsüz projektif eğriler üzerinde Ulrich doğru demetlerinin var olduğu kanıtlanmıştır. Ayrıca, projektif herhangi bir varyete üzerinde Ulrich demetlerinin var olup olmadığı da ilk olarak bu makalede sorulmuştur.

Bundan sonra ise, Ulrich demetleri üzerine yapılan çalışmalar büyük bir hızla artmıştır. İlk olarak Coşkun (2011), Van den Bergh'in (1987) sonucunu kullanarak, iki değişkenli bir formun genelleştirilmiş Clifford cebirinin temsillerinin modül uzayını inşa etmiştir. Daha sonra Coşkun, Kulkarni ve Mustopa, bir dizi çalışmada (Coşkun vd. (2012a, 2012b, 2013)) Ulrich demetlerinin üç değişkenli kübik formlardan oluşan genelleştirilmiş Clifford cebirlerinin temsilleriyle ilişkilerini, üç boyutlu projektif uzay içinde pürüzsüz kuartik (dördüncü derece) bir yüzey üzerinde mertebesi iki olan Ulrich demetlerini, ve del Pezzo yüzeyleri üzerindeki Ulrich demetlerini incelemiştir. Özellikle Coşkun vd. (2012b) çalışmasında, *her* pürüzsüz kuartik yüzey üzerinde mertebesi iki olan Ulrich demetlerinin bulunduğu gösterilmiştir; daha önce sadece genel bir pürüzsüz kuartik yüzey için bilinen bu sonucun genişletilmesi mümkün olmuştur.

Bu konuda, proje araştırmacısı haricinde, son yıllarda yapılmış çalışmalar arasında başta gelenler olarak Casanellas vd. (2012), Costa ve Miro-Roig (2015), Coşkun ve Jaskowiak (2017), Coşkun vd. (2017), Aprodu vd. (2017), Aprodu vd. (2018), Genç (2018) sayılabilir.

2.2 İnstanton demetleri üzerine yapılan çalışmalar

İnstanton demetleri, "Giriş" kısmında da belirtildiği gibi, ilk olarak Atiyah ve Ward'ın (1977) ve Atiyah vd.'nin (1978) çalışmalarında ortaya çıkarılmıştır. Buna göre, dört boyutlu küre $\mathbf{S}^4$ üzerinde kendine düal (İng. *self-dual*) Yang-Mills denklemlerinin çözümleri ile üç boyutlu projektif uzay $\mathbf{P}^3$ üzerinde bulunan, mertebesi iki olan, kararlı, birinci Chern sınıfı 0 olan ve $H^1(\mathbf{P}^3, E(-2))=0$ olan E vektör demetleri, ya da bir başka deyişle "instanton demetleri" arasında birebir bir eşleşme bulunmaktadır. Bu eşleşme, Penrose burgu (İng. *twistor*) dönüşümü tarafından verilir. Bu durumda, E'nin ikinci Chern sınıfı $c_2(E) \geq 0$ olmaktadır; ve $k=c_2(E)$ sayısına instantonun yükü denir.Yükü k olan instantonların modül uzayını $MI(k)$ olarak gösterebiliriz.

Beilinson spektral dizisini kullanarak, yükü k olan bir instantonun

$$O(-1)^k \rightarrow O^{2k+2} \rightarrow O(1)^k$$

şeklinde bir monadın kohomolojisi olduğu gösterilebilir. Burada ilk fonksiyon birebir, ikinci fonksiyon örtendir; iki fonksiyonun bileşkesi sıfırdır. Sadece ilk fonksiyonun çekirdeğinin ikinci fonksiyonun görüntüsüne bölümü – yani bir başka deyişle orta kohomoloji – E'ye izomorfik olmaktadır. (Detaylar için bkz. Okonek vd. (2011).)

$MI(k)$ uzayının çeşitli özellikleri gösterilmiş durumdadır: Jardim ve Verbitsky (2011, 2014) $MI(k)$'nin pürüzsüz ve bağlantılı olduğunu (diferansiyel geometrik yöntemlerle), Tikhomirov (2012, 2013) indirgenemezliği göstermiştir. Ayrıca, Bruzzo vd. (2016), $\mathbf{P}^3$ üzerinde simplektik instanton demetlerinin modül uzaylarının özelliklerini incelemişlerdir.

Son zamanlarda diğer bazı 3-varyeteler için instanton demetlerinin tanımı yapılmış ve özellikleri incelenmeye başlanmıştır. Bunlar arasında, kanonik doğru demetinin tersi yeterinden fazla (İng. *ample*) olan ve "Fano varyetesi" denen varyeteleri sayabiliriz. Faenzi (2014) ve Kuznetsov (2012), Picard sayısı 1 olan üç boyutlu Fano varyeteleri üzerindeki instanton demetlerini yaklaşık aynı anda incelemeye başlamışlardır.

2.3 Türetilmiş kategoriler ve yarıdikey ayrışımlar

Türetilmiş kategoriler, ilk olarak Verdier tarafından (1996) tezinde tanımlanmıştır. (Not: Verdier'in tezi ilk olarak 1967'de çıktı.) O zamandan bu yana, cebirsel geometride önemli rol oynamaktadırlar.

Verilen bir varyete *X* için türetilmiş kategori *D(X)*'in yarıdikey ayrışımları tanımlanabilir. (Detaylar için "Gereç ve Yöntem" kısmına bakınız.) Bunlar, *D(X)*'i daha basit objeler cinsinden tanımladığı için *D(X)*'in anlaşılmasında önemli rol oynarlar. Maalesef D(X) için bir yarıdikey ayrışım bulmak her zaman mümkün değildir (mesela Calabi-Yau varyeteleri, yani kanonik doğru demeti sıfır olan varyeteler); ancak bazı başka varyeteler için yarıdikey ayrışım bulmak mümkün olmuştur. İlk olarak Beilinson (1978) sayesinde $\mathbf{P}^n$'in türetilmiş kategorisi için yarıdikey ayrışım bulunmuştur; ve bunlar doğru demetleri veya koteğet demeti gibi iyi anlaşılmış vektör demetleri cinsinden ifade edilebilmektedir. Bunun bir çeşit genellemesi olarak Kapranov (1988), Grassmann varyeteleri için totolojik vektör demeti ve Schur fonktörleri cinsinden bir yarıdikey ayrışımın olduğunu göstermiştir. Orlov (1992) ise hem patlatmaların yarıdikey ayrışımı için bir sonuç ispatlamış, hem de bunu projektif uzay demetlerinin yarıdikey ayrışımlarını yazmak için kullanmıştır. Daha detaylı bilgi ve referanslar için Kuznetsov (2014) iyi bir kaynaktır.

3. GEREÇ VE YÖNTEM

Proje sırasında vektör demetlerinin inşasında kullanılan temel yöntem, türetilmiş kategoriler ve spektral dizileri kullanmaktır.

Verilen bir pürüzsüz, projektif varyete X olsun. X üzerindeki bağdaşık demetler (İng. *coherent sheaf*) abelyen bir kategori $Coh(X)$ oluşturur. Bu abelyen kategorinin türetilmiş kategorisi ise X'in türetilmiş kategorisi $D(X)$'i verir. Hatırlanacağı gibi, $D(X)$'in objeleri, $Coh(X)$'ten alınan objelerle oluşturulmuş komplekslerdir:

$$\ldots \to A_{i-1} \to A_i \to A_{i+1} \to \ldots.$$

Burada A_i, $Coh(X)$'in bir objesidir; ve ardışık iki fonksiyonun bileşkesinin sıfır olması gerekmektedir. Ayrıca, bu kompleksin kohomoloji objelerinin, yeterince büyük $|i|$ için sıfır olması koşulu konur. İki obje arasındaki morfizmalar, zincir morfizmalarıdır (İng. *chain morphism*). Ancak, kohomoloji objeleri arasında izomorfizma yaratan zincir morfizmaları tersinir kabul edilir. $D(X)$'in inşası bu şekildedir. (Daha detaylı bilgi için bkz. Huybrechts (2016).)

E, Coh(X)'in bir objesi olsun. Eğer $Ext^{\bullet}(E,E)$ bir boyutlu bir vektör uzayıysa – bir başka deyişle, eğer $Hom(E,E)$ bir boyutlu bir vektör uzayıysa ve $i \neq 0$ için $Ext^i(E,E)=0$ ise – o zaman E için "istisnai" denir. $E_0,\ldots,E_n$ istisnai objeleri, eğer $i > j$ için $Ext^{\bullet}(E_i,E_j)=0$ özelliği sağlanıyorsa "istisnai topluluk" adını alırlar. $D(X)$'in bu istisnai topluluğu içeren en küçük altkategorisi $D(X)$'in tamamıysa, bu topluluğa "tam" denir. Ayrıca, D(X) için "yarıdikey ayrışımının" (İng. *semiorthogonal decomposition*) bulunduğu da söylenmektedir. Bu durumda, bu projektif varyete üzerinde, herhangi bir vektör demeti için geçerli olan spektral diziler bulunmaktadır; ve bu spektral diziler, vektör demetlerini incelemeyi kolaylaştırma potansiyeline sahiptir.

Bunun en basit örneği olarak Beilinson spektral dizisini gösterebiliriz. Önce $\mathbf{P}^n$ n boyutlu projektif uzay, E de $\mathbf{P}^n$ üzerinde mertebesi r olan bir vektör demeti olsun. O zaman, E_1 terimi

$$E_1^{pq} := H^q(\mathbf{P}^n, E(p)) \otimes \Omega^{-p}(-p)$$

olan ve $i=0$ için E'ye, diğer i değerleri için 0'a yakınsayan bir spektral dizi bulunmaktadır; buna Beilinson spektral dizisi adı verilir. Beilinson spektral dizisinin ikinci – ve bir anlamda öncekine düal – bir şekli daha vardır:

$$E_1^{pq} := H^q(\mathbf{P}^n, E \otimes \Omega^{-p}(-p)) \otimes O(p).$$

Bu spektral dizi de $i=0$ için E'ye, diğer i değerleri için 0'a yakınsar. Bu dizilerin varlığının sonucu olarak, $\mathbf{P}^n$'in türetilmiş kategorisi D($\mathbf{P}^n$)'in yarıdikey bir ayrışması bulunmaktadır.

Beilinson spektral dizisi, vektör demetlerinin incelenmesi için önemli bir araç haline gelmiştir. Mesela, bu diziyi kullanarak, yukarıda "İnstanton demetleri üzerine yapılan çalışmalar" kısmında da anlatıldığı gibi $\mathbf{P}^3$ üzerindeki instanton demetlerinin *monadlar* yardımıyla temsil edilmesi mümkün olabilmektedir:

$$O(-1)^k \rightarrow O^{2k+2} \rightarrow O(1)^k$$

Bu şekilde bir temsil de, instanton demetlerinin modül uzaylarını çalışmayı kolaylaştırmıştır.

Son yıllarda, $\mathbf{P}^n$ dışındaki birtakım pürüzsüz projektif varyeteler için de yarıdikey ayrışımlar bulunmuştur. Bu varyeteler arasında Grassmann varyeteleri, kuadrik (ikinci derece) hiperyüzeyler, projektif demetler, Severi-Brauer varyetelerini sayabiliriz. (Daha detaylı bilgi ve referanslar için bkz. Kuznetsov (2014).) Eğer pürüzsüz projektif bir varyete üzerinde "tam istisnai" bir yarıdikey ayrışım (detaylı tanım için bkz. Huybrechts (2016)) bulunuyorsa, bu durumda bu varyete üzerindeki bir vektör demeti için Beilinson spektral dizisine benzer bir spektral dizi yazılabilir. Bu da, bu vektör demetlerinin incelenmesine yardımcı olmaktadır.

4. BULGULAR

4.1 Veronese yüzeyleri üzerinde Ulrich demetleri

İlk olarak, Özhan Genç ile yapmış olduğumuz ortak çalışmada (Coşkun ve Genç (2017)), Veronese yüzeyleri üzerindeki Ulrich demetlerinin özelliklerini inceledik. (Bu altkısımda belirtilen sonuçlar, aksi belirtilmediği takdirde, sözkonusu çalışmadan alınmıştır.) Projektif düzlem $\mathbf{P}^2$, eğer pozitif bir d tamsayısı için dH bölen sınıfı (İng. *divisor class*) ile daha büyük bir projektif uzay içine yerleştiriliyorsa, bunun görüntüsüne “derecesi d olan Veronese yüzeyi” denir. Bu yüzeyin üzerinde verilen, mertebesi r olan bir vektör demeti E olsun. Eğer bu vektör demetinin dH sınıfına göre indirgenmiş Hilbert polinomu

$$d\,(t+2)(t+1)/2$$

ise, ve

$$H^1(\mathbf{P}^2, E(td))=0$$

(ACM özelliği) sağlanıyorsa, E’ye “Ulrich demeti” denir. Dikkat edilirse, tanım d tamsayısına bağlıdır; ve her d tamsayısı için farklı sonuçlar çıkması beklenir.

$d=1$ için Ulrich demetlerinin incelenmesi, son derece kolaydır: Horrocks’un (1964) teoremine göre, ACM özelliğini sağlayan vektör demetleri, doğru demetlerinin direkt toplamı şeklinde ayrışırlar; ve bu vektör demetinin Ulrich demeti olmasını garanti eden gerekli ve yeterli koşul, bütün bu doğru demetlerinin, $\mathbf{P}^2$’nin yapı demeti olmasıdır. Ayrıca, $d > 1$ için Ulrich doğru demetinin olmadığı, yukarıda verilen Hilbert polinomu koşulu kullanılarak gösterilebilir.

Daha büyük d değerleri için Ulrich demetlerinin incelenmesi için ise, “Gereç ve Yöntem” kısmında anlatılan Beilinson spektral dizisini kullandık. Ana sonuca göre, $\mathbf{P}^2$ üzerinde dH bölen sınıfına göre tanımlanmış, mertebesi r olan bir Ulrich vektör demeti E alınırsa, $E \otimes \Omega^{-p}(-p)$’nin kohomoloji tablosu şu şekildedir:

Tablo 1: Veronese yüzeyleri üzerindeki Ulrich demetlerinin kohomoloji tablosu

0	0	0	$q=2$
0	0	0	$q=1$
0	$(r/2)(d-1)$	$(r/2)(d+1)$	$q=0$
$p=-2$	$p=-1$	$p=0$	

Burada q, kohomolojinin mertebesini göstermektedir.

Bunun sonucu olarak ise, *E*'nin şu şekilde bir kısa tam diziye (İng. *short exact sequence*) yerleştiği görülebilir:

$$0 \to O^{(r/2)(d-1)}(d-2) \to O^{(r/2)(d+1)}(d-1) \to E \to 0.$$

Bunun tersi de doğrudur. Eğer *E*, yukarıdaki kısa tam diziye yerleşecek şekilde bir vektör demetiyse, o zaman Ulrich demetidir. Veronese yüzeyleri üzerinde Ulrich demetlerini incelemek için kullandığımız temel sonuç budur. Dikkat edilirse, bu kısa tam dizinin varlığının bir sonucu, *d*'nin çift olması durumunda *r*'nin de çift olması zorunluluğudur. Eğer *d* tek ise, *r* için bir kısıtlama yoktur.

$d=2$ için Ulrich demetleri, teğet demetinin çeşitli kopyalarının direkt toplamıdır. Teğet demetinin Ulrich demeti olduğu, Eisenbud vd. (2003) tarafından gösterilmişti. Biz ise, bütün Ulrich demetlerinin, bu teğet demetinin kopyalarının direkt toplamları şeklinde olduğunu gösterdik. Öncelikle, mertebesi 2 olan yegane bir Ulrich demetinin bulunduğu gösterilmelidir. Yukarıdaki kısa tam dizide $d=2$ konursa

$$0 \to O \to O^3(1) \to E \to 0$$

elde edilir. Buradan da, E'nin teğet demeti olduğu görülebilir; çünkü bu kısa tam dizi, Euler dizisinin ikilidir (İng. *dual*).

$k \geq 2$ olmak üzere, mertebesi $2k$ olan bir Ulrich demeti *E*'nin, teğet demetlerinin direkt toplamı olduğu ise şu şekilde gösterilebilir. Öncelikle, Riemann-Roch teoremi kullanılarak

$$\chi(E \otimes E^*) = k^2$$

olduğu gösterilir. Buradan da, $h^0(\mathbf{P}^2, E \otimes E^*)$'nin en az 4 olduğu sonucu çıkar ki, bu da E'nin kararlı (İng. *stable*) değil, sadece yarı-kararlı (İng. *semi-stable*) olduğu anlamına gelir. Bu durumda *E*, kendisinden küçük mertebeye sahip birtakım Ulrich demetlerinin uzantısı şeklinde olacaktır. Bunların da teğet demetinin kopyalarının direkt toplamı olduğu tümevarım varsayımı olarak alınırsa aynı sonuç *E* için geçerli olacaktır.

$d \geq 3$ için Ulrich demetleri ise, *d*'nin tek veya çift olmasına göre ikiye ayrılır.

Eğer *d* çift ise, *r* de çift olmak zorundadır. Bu durumda, mertebesi 2 olan Ulrich demetleri kullanılarak (bunlar, yukarıda sözü geçen teğet demetinden farklıdır), mertebesi $2k$ olan Ulrich demetlerinin varlığı, ardışık uzantılar yöntemiyle gösterilir. Bu yöntemde, iki Ulrich demetinin bayağı olmayan bir uzantısı alınır. Bu uzantı, ilk başta yarı-kararlı olacaktır. Ancak bu uzantının deformasyonlarının boyutunu hesaplamak zor değildir; ve eğer bu boyut, kesinlikle yarı-kararlı uzantıların boyutundan büyükse, o zaman kararlı Ulrich demetlerinin varlığı sonucuna ulaşılır.

Eğer d tek ise, r'nin 1 hariç her sayıya eşit olma ihtimali doğmaktadır. Bu durumda, ardışık uzantılar yöntemi kullanılarak her r için mertebesi r olan kararlı Ulrich demetlerinin üretilebilmesi, mertebesi 2 ve 3 olan Ulrich demetlerinin var olmasına bağlıydı. Mertebesi 2 olan Ulrich demetlerinin varlığı, Eisenbud vd.'den (2003) beri bilinmektedir. Mertebesi 3 olan Ulrich demetlerinin ise genel bir ispatını çalışmamızda (Coşkun ve Genç (2017)) veremedik. Ancak Macaulay2 programını kullanarak, $d=43$'e kadar olan tek sayılar için hesaplamalı bir ispat verebildik; ve genel sonucu sanı olarak bıraktık. Bu yüzden, 2017 yılının Temmuz ayında, Laura Costa ve Rosa Maria Miro-Roig'in bu sanıyı ispatladığını büyük bir memnuniyetle öğrenmiş bulunuyoruz. Artık, $\mathbf{P}^2$'nin herhangi bir polarizasyonuna göre, hangi mertebede kararlı Ulrich demetlerinin bulunduğu sorusu kapanmış bulunmaktadır.

4.2 $\mathbf{P}^3$'ün bir noktada patlatılması üzerinde instanton demetleri

$\mathbf{P}^3$'ün bir noktada patlatılmasını X ile gösterelim. Özhan Genç ile yaptığımız ikinci çalışmada, X üzerinde instanton demetlerini tanımlayıp özelliklerini incelemeyi amaçlıyoruz. X'in Picard sayısı ikidir; ve $Pic(X)$, $\mathbf{P}^3$ üzerinde bir hiperdüzlem sınıfının geriçekimi h ile (İng. pullback) istisnai bölen sınıfı e (İng. exceptional divisor class) tarafından serbest bir şekilde üretilir. Bu durumda, X'i $H=4h-2e$ sınıfıyla büyük bir projektif uzaya yerleştirmek mümkündür. Tanımımıza göre, X üzerinde bir "instanton demeti", kararlı, mertebesi 2, ve birinci Chern sınıfı $-H=4h-2e$ olan vektör demetleridir. Bu tanım, yukarıda "İnstanton demetleri üzerine yapılan çalışmalar" kısmında anlattığımız gibi Faenzi'nin (2014) ve Kuznetsov'un (2012) çalışmalarındaki tanımlardan ilham alınarak yapılmıştır.

İnstanton demetlerini inceleme konusunda kullandığımız yöntem, yukarıda "Gereç ve yöntem" kısmında açıkladığımız gibi, türetilmiş kategorileri ve Beilinson spektral dizilerini kullanmaktır. Öncelikle, X'in türetilmiş kategorisi $D(X)$ için uygun bir yarıdikey ayrışım bulmak gerekmektedir. Bunun için, X'in projektif doğru $\mathbf{P}^1$ üzerinde mertebesi 2 olan uygun bir vektör demetinin projektivizasyonu olarak görülebildiği gerçeğini kullanmaktayız. Bu şekilde, Kuznetsov'un (2014) verdiği, projektif demetler için yarıdikey ayrışım formülünü kullanarak X için uygun bir yarıdikey ayrışım bulabiliriz. Bunlar, şu şekildedir:

$$E_0=O(0,0),\ E_1=O(-1,0),\ E_2=O(-2,0),\ E_3=O(0,-1),\ E_4=O(-1,-1),\ E_5=O(-2,-1).$$

Burada $O(p,q)$ gibi ifadelerdeki p ve q tamsayıları, $Pic(X)$'in serbest üretenlerinin katsayılarıdır. Bu yarıdikey ayrışımı Beilinson spektral dizisinde tek başına kullanmak mümkün değildir; ikilinin (İng. *dual*) üretilmesi gerekir. Bunlar da şu şekildedir:

$$F_0=O(0,0),\ F_1=\pi^*\Omega(1,0),\ F_2=O(-1,0),\ F_3=O(1,-1),\ F_4=\pi^*\Omega(1,-1),\ F_5=O(0,-1).$$

Bu vektör demetlerinin tamamı, aynı zamanda D(X)'in objeleridir. Bunlar kullanılırsa, *X* üzerinde verilen bir instanton demeti *F* için Beilinson tablosu, şu şekli alacaktır.

Tablo 2: Projektif 3-uzayın bir noktada patlatılması X üzerindeki instanton demetlerinin kohomoloji tablosu

*	*	*	0	0	0	q=5
*	*	*	0	0	0	q=4
*	*	*	*	*	*	q=3
*	*	*	*	*	*	q=2
0	0	0	*	*	*	q=1
0	0	0	*	*	*	q=0
p=-5	p=-4	p=-3	p=-2	p=-1	p=0	

Burada *p* ve *q* tarafından verilen karedeki girdi, $H^q(X,E_{-p} \otimes F) \otimes F_{-p}$ şeklindedir. (Soldaki üç sütun için *q* yerine *q-2* alınmalıdır.)

Bu tablonun bazı karelerinin 0 olacağı gösterilebilir. Bu durumda tablo, şu şekli alır.

Tablo 3: X üzerindeki instanton demetlerinin basitleştirilmiş kohomoloji tablosu

*	0	0	0	0	0	q=5
*	*	*	0	0	0	q=4
*	*	*	0	0	0	q=3
0	0	0	*	*	0	q=2
0	0	0	*	*	0	q=1
0	0	0	0	0	0	q=0
p=-5	p=-4	p=-3	p=-2	p=-1	p=0	

Dikkat edilirse, Beilinson spektral dizisinde *F*'i verecek olan girdiler, *p=-q* köşegeni üzerinde dizilmişlerdir; ve bu kareler genellikle doludur. Bu da, *F*'i bu yöntemle hesaplamayı zor kılmaktadır.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

5.1 İş paketlerinin tamamlanması ve gelecekte bu araştırmadan çıkacak olası projeler

1. İş Paketi ("Pürüzsüz projektif varyeteler üzerindeki Ulrich doğru demetlerinin incelenmesi") ve 2. İş Paketi ("Ulrich doğru demeti bulunan pürüzsüz projektif varyeteler için sınıflandırmanın yapılması"): Bu iş paketleri tamamlanmıştır.

3. İş Paketi ("Pürüzsüz projektif varyeteler üzerinde instanton demetlerinin incelenmesi"): Bu iş paketi, önemli ölçüde tamamlanmıştır. Bu araştırma, devam etmektedir.

4. İş Paketi ("Simplektik Quot şemaları ve vektör demetlerinin modül uzaylarının geometrik özelliklerinin incelenmesi"): Zamanımızın tamamını ilk üç iş paketine ayırdığımız için, bu iş paketine çalışmaya başlayamadık. Ancak bu paket üzerinde çalışmalarımız devam edecektir. Kullanacağımız yöntemi ise aşağıda açıklıyoruz.

Ulrich demetleri üzerindeki araştırmalarımız, gelecekte devam edecektir. Daha önceden teşebbüs ettiğimiz, ancak eldeki yöntemlerin yetersizliği nedeniyle başarısızlıkla sonuçlanan, $\mathbf{P}^1$ x $\mathbf{P}^1$ üzerinde mertebesi 2 olan Ulrich demetlerinin sınıflandırılması problemine geri dönmeyi düşünüyoruz. $\mathbf{P}^1$ x $\mathbf{P}^1$'nin türetilmiş kategorisi, oldukça basit bir yarıdikey ayrışıma sahiptir. Bu yüzden, $\mathbf{P}^2$ üzerinde kullandığımız teknikler, bu durumda da sonuç verebilir. Bu konuda edindiğimiz tecrübeyi, $\mathbf{P}^1$ x $\mathbf{P}^1$ için başarılı bir şekilde kullanma konusunda umutluyuz.

İnstanton demetleri üzerindeki araştırmalarımız da devam edecektir. Burada, $\mathbf{P}^1$ x $\mathbf{P}^1$ x $\mathbf{P}^1$ üzerinde instanton demetlerini incelemeyi planlamaktayız. Bu varyetenin türetilmiş kategorisi de oldukça basit bir yapıya sahiptir, ve varyete, projektif doğrunun üç kopyasının çarpımı olması nedeniyle yüksek oranda simetriktir. Bu etkenlerin, araştırmamıza yardımcı olacağını düşünüyoruz.

Simplektik Quot şemaları üzerindeki araştırmalarımız devam edecektir. Bu konuda, Bifet vd.'nin (1994) çalışmasını temel almayı planlıyoruz. Bu çalışmada yazarlar, verilen bir cebirsel eğri üzerinde, mertebesi *r* ve derecesi *d* olan kararlı vektör demetlerinin modül uzayı *N(r,d)*'nin Betti sayılarını, Poincare serisi için bir ifade vererek hesaplamışlardır. Bu serinin bulunması için kullandıkları yöntem şudur: *N(r,d)* üzerinde uygun bir stratifikasyon alınmaktadır. Buradaki tabakalar ise, daha basit yapıya sahip çeşitli varyeteler üzerinde projektif uzay demetleri yapısına sahiptirler. Bu bilindiğine göre, *N(r,d)*'nin Betti sayıları, özyinelemeli (İng. *recursive*) bir prosedür sayesinde hesaplanabilir.

Son olarak, Ulrich demetleri ile "quiver" isimli nesneler arasındaki bağlantıları incelemeyi planlıyoruz. Bu bağlantı, Maiorana'nın (2017) yeni bir makalesi vesilesiyle gündeme gelmiştir. Burada vektör demetleri ile bir varyete ve bu varyetenin yarıdikey ayrışımı sayesinde oluşturulan bir quiver'ın temsillerinin türetilmiş kategorisi arasında bir ilişki kurulmuştur. Ulrich demetlerinin, bu ilişki altında nasıl temsillere, ya da nasıl temsil komplekslerine, karşılık geleceği ilginç bir sorudur. Bu soru üzerine çalışmayı planlıyoruz.

5.2 Konferanslar

5.2.1 Düzenlenen konferanslar

Proje kapsamında öncelikle, 2015 yılı 15 – 19 Haziran tarihleri arasında Orta Doğu Teknik Üniversitesi'nde "ACM Bundles on Algebraic Varieties" isimli konferans düzenlenmiştir. Bu konferansa, ACM ve Ulrich vektör demetleri konularında tecrübeli, hepsi alanlarında iyi tanınan akademisyenler katılmıştır. Türkiye'de ACM ve Ulrich demetleri konulu bir konferans, bir ilktir; ve uluslararası alanda tanınmış akademisyenleri Türkiye'de toplayan bu konferans sayesinde, Türk ve uluslararası bilim insanları arasında bağlantılar kurulmasına olanak sağlanmıştır.

Ayrıca proje kapsamında, 2016 yılında, "Derived Categories and Sheaves in Algebraic Geometry" isimli, Temmuz ayında yine Orta Doğu Teknik Üniversitesi'nde, iki günlük bir konferans planı yapılmıştır. Ancak Temmuz ayına doğru davetli katılımcıların güvenlik endişeleri nedeniyle katılmaktan vazgeçmeleri nedeniyle konferans iptal edilmiştir.

5.2.2 Katılınan konferanslar

Proje kapsamında, 2015 yılı 20 – 24 Temmuz tarihleri arasında, Utah, Amerika Birleşik Devletleri'nde "2015 Summer Research Institute in Algebraic Geometry" isimli konferansa katılınmıştır. Bu konferans, aslında 13 – 31 Temmuz tarihleri arasında olmak üzere toplam üç hafta için düzenlenmiştir; ancak sadece türetilmiş kategori yöntemlerinin işlendiği ikinci haftaya katılınmıştır. Bu haftada, sözkonusu yöntemler ve uygulamaları konusunda uzman olan Tom Bridgeland (University of Sheffield), Rahul Pandharipande (ETH Zürich), Jacob Lurie (Harvard), Andrei Okounkov (Columbia), Bao Chau Ngo (University of Chicago), Maxim Kontsevich (Institut des Hautes Etudes Scientifiques), Mark Gross (University of Cambridge) gibi isimler seri ders vermişler; başka birçok araştırmacı ise tek saatlik seminer vermiştir. Bu konuşmalarda türetilmiş kategori yöntemleri ve bu yöntemlerin, duvar geçme (İng. *wall crossing*) tekniği ile modül uzaylarının incelenmesi, homolojik projektif düalite, ayna simetrisi, Bridgeland kararlılık koşulları, sayımsal geometri (İng. *enumerative geometry*), eğrilerin modül uzayları üzerinde cebirsel döngüler (İng. *algebraic cycles*) gibi uygulamaları işlenmiştir. Bildiğimiz kadarıyla bu konular hakkında Türkiye'de araştırma yapan bilim insanı bulunmamaktadır; dolayısıyla bu konferansta işlenen konuların Türkiye'ye getirilmesinin önemi anlaşılabilir.

5.3 Projenin Türkiye'de cebirsel geometrinin gelişimine mevcut ve muhtemel katkıları

Bu proje ve TÜBİTAK desteği sayesinde, Ulrich ve instanton demetleri üzerine araştırmalar yapılmış, ve bu araştırmalar sırasında, son yıllarda vektör demetleri araştırmaları üzerine büyük etkisi olan türetilmiş kategoriler gibi aletler ve Beilinson spektral dizileri gibi yöntemler kullanılmıştır. Bu tecrübenin, proje yöneticisinin kariyerinin gelişimine yapacağı olumlu etki açıktır. Ayrıca, bu projenin yürütülmesi sırasında elde edilen tecrübe, daha genç araştırmacılara da aktarılacaktır. Mesela, 2018 yılı Bahar döneminde, Orta Doğu Teknik Üniversitesi'nde, hem kesişim teorisi (İng. *intersection theory*) hem de türetilmiş kategoriler üzerine seminerler düzenlemeyi planlıyoruz. Düzenleyeceğimiz bu seminerlere Bilkent Üniversitesi gibi Ankara'nın diğer üniversitelerinden de katılım olması muhtemeldir. Dolayısıyla, modern cebirsel geometri tekniklerinin Türkiye'deki matematikçiler camiasında daha yaygın olması beklenmektedir. Ayrıca, 2015 yılında proje kapsamında düzenlenen "ACM Bundles on Algebraic Varieties" isimli konferans sayesinde Türkiyeli ve uluslararası bilim insanları arasında bağlar kurulmuştur. Bu konferansa Türkiye'nin çeşitli yerlerinden öğrenciler katılmış, ve matematiğin öncü dallarından biri olan bu konuda araştırma yapan insanlarla görüşme fırsatı bulmuşlardır.

KAYNAKLAR

Aprodu, M., Costa, L., Miro-Roig, R. M. 2018. “Ulrich bundles on ruled surfaces”, Journal of Pure and Applied Algebra, 222 (1), 131-138.

Aprodu, M., Farkas, G., Ortega, A. 2017. “Minimal resolutions, Chow forms and Ulrich bundles on K3 surfaces”, Journal für die Reine und Angewandte Mathematik, 730, 225-249.

Atiyah, M. F., Hitchin, N. J., Drinfeld, V. G., Manin, Y. I. 1978. “Construction of instantons”, Physics Letters A, 65 (3), 185-187.

Atiyah, M. F., Ward, R. S. 1977. “Instantons and algebraic geometry”, Communications in Mathematical Physics, 55, 117-124.

Backelin, J., Herzog, J. 1989. “On Ulrich-modules over hypersurface rings”, Mathematical Sciences Research Institute Publications, 15, 63-68.

Beauville, A. 2000. “Determinantal hypersurfaces”, Michigan Mathematical Journal, 48, 39-64.

Beilinson, A. A. 1978. “Coherent sheaves on P^n and problems in linear algebra”, Rossiĭskaya Akademiya Nauk. Funktsional'nyĭ Analiz i ego Prilozheniya, 12 (3), 68-69.

Bifet, E., Ghione, F., Letizia, M. 1994. “On the Abel-Jacobi map for divisors of higher rank on a curve”, Mathematische Annalen, 299 (4), 641-672.

Birkhoff, G. 1913. “A theorem on matrices of analytic functions”, Mathematische Annalen, 74 (1), 122-133.

Brennan, J. P., Herzog, J., Ulrich, B. 1987. “Maximally generated Cohen-Macaulay modules”, Mathematica Scandinavica, 61 (2), 181-203.

Bruzzo, U., Markushevich, D. G., Tikhomirov, A. S. 2016. “Symplectic instanton bundles on P^3 and ‘t Hooft instantons”, European Journal of Mathematics, 2 (1), 73-86.

Casanellas, M., Hartshorne, R., Geiss, F., Schreyer, F.-O. 2012. “Stable Ulrich bundles”, International Journal of Mathematics, 23 (8), 1250083.

Costa, L., Miro-Roig, R. M. 2015. “GL(V) -invariant Ulrich bundles on Grassmannians”, Mathematische Annalen, 361 (1-2), 443-457.

Coşkun, E. 2011. “The fine moduli spaces of representations of Clifford algebras”, International Mathematics Research Notices, 15, 3524-3559.

Coşkun, E., Genç, Ö. 2017. “Ulrich bundles on Veronese surfaces”, Proceedings of the American Mathematical Society, 145 (11), 4687-4701.

Coşkun, E., Kulkarni, R., Mustopa, Y. 2012a. “On representations of Clifford algebras of ternary cubic forms”, Contemporary Mathematics, 562, 91-99.

Coşkun, E., Kulkarni, R., Mustopa, Y. 2012b. “Pfaffian quartic surfaces and representations of Clifford algebras”, Documenta Mathematica, 17, 1003-1028.

Coşkun, E., Kulkarni, R., Mustopa, Y. 2013. “The geometry of Ulrich bundles on del Pezzo surfaces”, Journal of Algebra, 375, 280-301.

Coşkun, İ., Costa, L., Huizenga, J., Miro-Roig, R. M., Woolf, M. 2017. “Ulrich Schur bundles on flag varieties”, Journal of Algebra, 474, 49-96.

Coşkun, İ., Jaskowiak, L. 2017. “Ulrich partitions for two-step flag varieties”, Involve, 10 (3), 531-539.

Eisenbud, D., Schreyer, F.-O., Weyman, J. 2003. “Resultants and Chow forms via exterior syzygies”, Journal of the American Mathematical Society, 16 (3), 537-579.

Faenzi, D. 2014. “Even and odd instanton bundles on Fano threefolds of Picard number one”, Manuscripta Mathematica, 144 (1-2), 199-239.

Genç, Ö. 2018. “Stable Ulrich bundles on Fano threefolds with Picard number 2”, Journal of Pure and Applied Algebra, 222 (1), 213-240.

Grothendieck, A. 1956. “Sur la classification des fibrés holomorphes sur la sphère de Riemann”, American Journal of Mathematics, 79, 121-138.

Horrocks, G. 1964. “Vector bundles on the punctured spectrum of a local ring”, Proceedings of the London Mathematical Society (3), 14, 689-713.

Huybrechts, D. 2006. Fourier-Mukai Transforms in Algebraic Geometry. Oxford: The Clarendon Press, Oxford University Press.

Jardim, M., Verbitsky, M. 2011. “Moduli spaces of framed instanton bundles on CP^3 and twistor sections of moduli spaces of instantons on C^2”, Advances in Mathematics, 227 (4), 1526-1538.

Jardim, M., Verbitsky, M. 2014. “Trihyperkähler reduction and instanton bundles on CP^3”, Compositio Mathematica, 150 (11), 1836–1868.

Kapranov, M. M. 1988. “On the derived categories of coherent sheaves on some homogeneous spaces”, Inventiones Mathematicae, 92 (3), 479–508.

Kuznetsov, A. 2012. “Instanton bundles on Fano threefolds”, Central European Journal of Mathematics, 10 (4), 1198-1231.

Kuznetsov, A. 2014. “Semiorthogonal decompositions in algebraic geometry”. Arxiv.org. https://arxiv.org/pdf/1404.3143.pdf, son erişim tarihi: 16 Ekim 2017.

Maiorana, A. 2017. “Moduli of semistable sheaves as quiver moduli”. Arxiv.org. https://arxiv.org/abs/1709.05555, son erişim tarihi: 9 Kasım 2017.

Okonek, C., Schneider, M. Spindler, H. 2011. Vector Bundles on Complex Projective Spaces (2. Basım). Boston: Birkhäuser.

Orlov, D. O. 1992. “Projective bundles, monoidal transformations, and derived categories of coherent sheaves”, Rossiĭskaya Akademiya Nauk. Izvestiya. Seriya Matematicheskaya, 56 (4), 852-862.

Tikhomirov, A. S. 2012. “Moduli of mathematical instanton vector bundles with odd c_2 on projective space”, Rossiĭskaya Akademiya Nauk. Izvestiya. Seriya Matematicheskaya, 76 (5), 143-224.

Tikhomirov, A. S. 2013. “Moduli of mathematical instanton vector bundles with even c_2 on projective space”, Rossiĭskaya Akademiya Nauk. Izvestiya. Seriya Matematicheskaya, 77 (6), 139-168.

Ulrich, B. 1984. “Gorenstein rings and modules with high numbers of generators”, Mathematische Zeitschrift, 188 (1), 23-32.

Van den Bergh, M. 1987. “Linearisations of binary and ternary forms”, Journal of Algebra, 109 (1), 172-183.

Verdier, J.-L. 1996. “Des catégories dérivées des catégories abéliennes”, Astérisque, 239. Xii+253 sf.

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje Yürütücüsü:	Yrd. Doç. Dr. EMRE COŞKUN
Proje No:	114F116
Proje Başlığı:	Cebirsel Varyeteler Üzerinde Vektör Demetleri Ve Modül Uzayları
Proje Türü:	3501 - Kariyer
Proje Süresi:	36
Araştırmacılar:	
Danışmanlar:	
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:	ORTA DOĞU TEKNİK Ü. FEN F. MATEMATİK B.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:	01/10/2014 - 01/10/2017
Onaylanan Bütçe:	93400.0
Harcanan Bütçe:	37439.47
Öz:	Bu projede, vektör demetleri ve özellikleri incelenmiştir. Özellikle son yıllarda artan bir ilgiye konu olan Ulrich ve instanton demetlerine ağırlık verilmiştir. Ayrıca bu vektör demetlerinin incelenmesinde, türetilmiş kategori yöntemleri kullanılmıştır.
Anahtar Kelimeler:	vektör demeti, Ulrich demeti, instanton demeti, türetilmiş kategori, Beilinson spektral dizisi
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Hayır
Projeden Yapılan Yayınlar:	1- Ulrich bundles on Veronese surfaces (Makale - İndeksli Makale),