



Hipersonik Akışlarda Çok Disiplinli Analiz ve Tasarım Optimizasyonu

Program Kodu: 1001

Proje No: 112M129

Proje Yürütücüsü:
Doç. Dr. Sinan Eyi

Proje Araştırmacısı:
Dr. Mine Yumuşak

MAYIS 2016
ANKARA



ÖNSÖZ

Bu proje TUBİTAK tarafından yürütölen 1001 - Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Projelerini Destekleme Programı çerçevesinde desteklenmiştir.

Projenin amacı hipersonik akışların analiz ve hipersonik araçların tasarım optimizasyonunda kullanılabilir yazılımlar geliştirmektir. Akış analiz yazılımlarında Euler, Navier-Stokes ve sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri ile türbölans ve difüzyon modelleri birlikte çözülmüştür. Tasarım optimizasyonunda akış analizi için geliştirilen yazılımlar eğimsel temelli optimizasyon programları birleştirilmiştir. Optimizasyon için gerekli olan duyarlılık değerleri adjoint yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır.

Proje kapsamında yapılan çalışmalarla ilgili dört adet yüksek lisans tezi tamamlamış olup iki adet yüksek lisans ve bir adet doktora tez çalışması halen devam etmektedir. Proje konusu ile ilgili olarak bir adet A tipi dergi makalesi ve yaklaşık kırk adet konferans bildirisi yayınlanmıştır. Dergi makalesi yazımı ile ilgili çalışmalarımız halen devam etmektedir.



İÇİNDEKİLER

| | |
|--|-----|
| ŞEKİL LİSTESİ..... | v |
| TABLO LİSTESİ..... | xi |
| ÖZET | xii |
| ABSTRACT | xv |
| GİRİŞ | 1 |
| 2. KÜT BURUNLU HİPERSONİK ARAÇLARIN TASARIM OPTİMİZASYONU | 2 |
| 2.1 Giriş..... | 2 |
| 2.2 Literatür Özeti..... | 2 |
| 2.3 Yöntem..... | 3 |
| 2.3.1 Aerotermodinamik Model | 3 |
| 2.3.2 Termodinamik Model | 6 |
| 2.3.3 Kimyasal Reaksiyon Modeli | 8 |
| 2.3.4 Akış Ve Kimyasal Reaksiyon Denklemlerinin Sayısal Çözüm Yöntemi..... | 9 |
| 2.3.5 Optimizasyon Yöntemi | 10 |
| 2.4 Bulgular | 13 |
| 2.5 Tartışma/Sonuç | 18 |
| Kaynaklar | 19 |
| 3. AZ İYONLAŞMIŞ (WEAKLY IONIZED) HİPERSONİK AKIŞLARIN MODELLENMESİ | 21 |
| 3.1 Giriş..... | 21 |
| 3.2 Literatür Özeti..... | 22 |
| 3.3 Yöntem..... | 23 |
| 3.4 Bulgular | 26 |
| 3.5 Tartışma/Sonuç | 43 |
| Kaynaklar | 43 |
| 4. HİPERSONİK AKIŞLARDA ABLASYON ANALİZİ | 45 |
| 4.1 Giriş..... | 45 |
| 4.2 Literatür Özeti..... | 46 |
| 4.3 Yöntem..... | 47 |
| 4.4 Bulgular | 53 |
| 4.5 Sonuç/Tartışma | 66 |
| 5. HİPERSONİK AKIŞ ÇÖZÜMLERİNDE ÖNKOŞULLANMIŞ (PRECONDITIONED) NEWTON-GMRES YÖNTEMİ | 69 |
| 5.1 Giriş..... | 69 |
| 5.2 Literatür Özeti..... | 70 |
| 5.3 Yöntem..... | 71 |

| | |
|---|-----|
| 5.4 Bulgular | 81 |
| 5.5 Sonuç/Tartışma | 99 |
| 6. SCRAMJET MOTORLARINDA KİMYASAL REAKSİYONLU AKIŞLARIN MODELENMESİ | 102 |
| 6.1 Giriş..... | 102 |
| 6.2 Literatür Özeti..... | 103 |
| 6.3 Yöntem..... | 106 |
| 6.4 Bulgular | 112 |
| 6.5 Sonuç/Tartışma | 122 |
| 7. ÜÇ BOYUTLU NAVIER-STOKES DENKLEMLERİ İLE HİPERSONİK AKIŞLARIN ÇÖZÜMÜNDE TÜRBÜLANS MODELLERİNİN ETKİSİ | 125 |
| 7.1 Giriş..... | 125 |
| 7.2 Literatür Özeti..... | 126 |
| 7.3 Yöntem..... | 127 |
| 7.4 Bulgular | 129 |
| 7.5 Sonuç/Tartışma | 138 |
| 8. HİPERSONİK AKIŞLARDA DİFÜZYON ETKİSİ | 141 |
| 8.1 Giriş..... | 141 |
| 8.2 Literatür Özeti..... | 141 |
| 8.3 Yöntem..... | 142 |
| 8.4 Bulgular | 145 |
| 8.5 Sonuç/Tartışma | 153 |
| 9. AE445 HYPERSONİK FLOW DERS PROJESİ KAPSAMINDA YAPILAN ÇALIŞMALAR | 155 |
| 10. SONUÇ | 162 |
| 11. KARŞILAŞILAN SORUNLAR VE ÇÖZÜM ÖNERİLERİ..... | 164 |

ŞEKİL LİSTESİ

| Şekil numarası | Sayfa |
|---|-------|
| Şekil 2.1 Tasarım Akış Diyagramı | 11 |
| Şekil 2.2 Tasarım Akış Diyagramı | 14 |
| Şekil 2.3 Euler denklemleri ile tasarım..... | 15 |
| Şekil 2.4 Navier-Stokes denklemleri ile tasarım..... | 16 |
| Şekil 2.5 Amaç fonksiyonunun yakınsaması (Navier-Stokes) | 16 |
| Şekil 2.6 Stagnation streamline boyunca akışın değişimi (Navier-Stokes)..... | 17 |
| Şekil 2.7 Stagnation streamline boyunca akışın değişimi (Navier-Stokes)..... | 18 |
| Şekil 3.1 Sıcaklığa bağlı olarak değişik yöntemler ile İleri Reaksiyon Oranı (Forward Reaction Rate, k_f) katsayısının hesaplanması..... | 28 |
| Şekil 3.2 Sıcaklığa bağlı olarak değişik reaksiyonlar için Park'ın katsayıları ile İleri Reaksiyon Oranı (Forward Reaction Rate, k_f) katsayısının hesaplanması.... | 29 |
| Şekil 3.3 Değişik akı hesaplama yöntemleri ile stagantion doğrusu boyunca yoğunluk ve Mach sayısı değişimi..... | 30 |
| Şekil 3.4 İdeal ve gerçek gaz varsayımları ile stagantion doğrusu boyunca yoğunluk ve Mach sayısı değişimi..... | 31 |
| Şekil 3.5 Sıcaklık dağılımı ($M=15, \alpha=0$) | 32 |
| Şekil 3.6 Farklı ileri reaksiyon oran katsayıları ile yüzey üzerinde basınç dağılımı..... | 32 |
| Şekil 3.7 Farklı ileri reaksiyon oran katsayıları ile stagantion doğrusu boyunca sıcaklık dağılımı ($M=15, \alpha=0$)..... | 33 |
| Şekil 3.8 Farklı ileri reaksiyon oran katsayılarının yakınsamaya etkisi | 33 |
| Şekil 3.9 Farklı ileri reaksiyon oran katsayısı ile hesaplanan kimyasal türlere ait kütle oranlarının stagnation akış çizgisi boyunca dağılımı ($M=15, \alpha=0$) | 34 |
| Şekil 3.10 Farklı geri reaksiyon oran katsayıları kullanılarak stagnation akış çizgisi boyunca kimyasal türlerin dağılımı ($M=15, \alpha=0$)..... | 35 |
| Şekil 3.11 Gardiner'in ileri reaksiyon oran katsayısı kullanılarak kimyasal tür kütle oranlarının geometri etrafında dağılımı (5 kimyasal tür, $M = 15, \alpha=0$) | 36 |
| Şekil 3.12 Türlerin geometri etrafındaki dağılımı (11 tür sayısı için)..... | 37 |
| Şekil 3.13 Farklı sayıda reaksiyon kullanılması durumunda kimyasal tür kütle oranlarının stagnation akış çizgisi boyunca dağılımı ($M=15, \alpha=0$) | 38 |
| Şekil 3.14 Stagnation akış çizgisi boyunca translational ve vibrational sıcaklıkların dağılımı | 39 |
| Şekil 3.15 Vibrational sıcaklığının ve dissociation reaksiyonlarının farklı şekillerde birleştirilmesi ($M=15, \alpha=0$)..... | 39 |

| | |
|--|----|
| Şekil 3.16 Diatomic oxygen ve nitrogen için translational and vibrational sıcaklık dağılımı | 39 |
| Şekil 3.17 Park'ın iki sıcaklık modeli ile translational sıcaklık dağılımı ($M=15, \alpha=0$) | 40 |
| Şekil 3.18 Park'ın iki sıcaklık modeli ile vibrational sıcaklık dağılımı ($M=15, \alpha=0$) | 40 |
| Şekil 3.19 Akış depişkenlerinin üç boyutlu dağılımı ($M=15, \alpha=0$) | 41 |
| Şekil 3.20 Kalan (residual) değerlerinin yakınsaması ($M=15, \alpha=0$) | 42 |
| Şekil 4.1 – Landau dönüşümünün ısı iletim problemine uygulanması | 48 |
| Şekil 4.2 Landau teriminin yeniden ağ örülerek kullanılışı | 48 |
| Şekil 4.3 İnterpolasyonun yeniden ağ örülerek kullanılışı | 49 |
| Şekil 4.4 Aşınan yüzeyde enerji dengesi | 52 |
| Şekil 4.5 HAD sonuçları yardımıyla termokimyasal aşınmanın hesaplanması | 52 |
| Şekil 4.6 Işınım ve çizgisel olmayan taşınım probleminin sayısal çözümünün doğrulanması | 54 |
| Şekil 4.7 Önceden bilinen aşınma hızı ve sabit duvar sıcaklığı için sayısal ve analitik çözümlerin farklı anlar için karşılaştırılması | 55 |
| Şekil 4.8 Teflon aşınması için yürütülmüş doğrulama çalışmasında elde edilen sayısal çözümün yarı analitik (Ruperti vd. 2004) çözümle karşılaştırılması | 56 |
| Şekil 4.9 Farklı basınç ve duvar sıcaklığı değerleri için hesaplanmış aşınma hızı parametresi sonuçları | 57 |
| Şekil 4.10 0.01 atm sınır tabaka basıncında moleküllerin duvar üzerinde kısmi basınçları | 57 |
| Şekil 4.11 Farklı Başlangıç koşulları için B' değerinin artık değerinin değişimi | 58 |
| Şekil 4.12 İnterpolasyon ve Landau yöntemleri ile elde edilen duvar sıcaklıkları | 59 |
| Şekil 4.13 İnterpolasyon ve Landau yöntemleri ile elde edilen aşınma hızı değerleri | 60 |
| Şekil 4.14 HAD analizi için üretilmiş olan yapısal (structured) ağ | 61 |
| Şekil 4.15 HAD analizi ile elde edilmiş basınç, sıcaklık, atomik oksijen ve atomik nitrojen dağılımları | 61 |
| Şekil 4.16 Bu çalışmada araç yüzeyi üzerinde hesaplanmış aşınma hızı değerlerinin deneysel sonuçlarla (Milos ve Chen 2005) karşılaştırılması | 62 |
| Şekil 4.17 Bu çalışmada araç yüzeyi üzerinde hesaplanmış duvar sıcaklığı değerlerinin deneysel sonuçlarla (Bianchi vd. 2010) karşılaştırılması | 63 |
| Şekil 4.18 Sırasıyla 4,6 ve 8 tasarım değişkeni kullanıldığında elde edilmiş olan geometrilerin orjinal geometriyle karşılaştırılması | 64 |
| Şekil 4.19 Sürtünme katsayısı optimize edilmiş geometri için yüzey üzerinde molekül konsantrasyonu dağılımları (Yalnızca baskın moleküller gösterilmiştir) | 64 |

| | | |
|---|-------------------------------------|----|
| Şekil 4.20 Kayıp katsayısı optimize edilmiş geometri için HAD analizi ile elde edilmiş basınç, sıcaklık, atomik oksijen ve atomik nitrojen dağılımları..... | 65 | |
| Şekil 4.21 IRV2 geometrisi için ve optimize edilmiş geometri için elde edilmiş aşınma hızı değerlerinin karşılaştırılması | 66 | |
| Şekil 4.22 IRV2 geometrisi için ve optimize edilmiş geometri için elde edilmiş duvar sıcaklığı değerlerinin karşılaştırılması..... | 66 | |
| Şekil 5.1 Newton Yöntemi | Şekil 5.2 Newton-GMRES Yöntemi..... | 75 |
| Şekil 5.3 GMRES algoritması | | 76 |
| Şekil 5.4 Sağ-Önkoşullandırılmış (Preconditioned) GMRES algoritması..... | | 79 |
| Şekil 5.5 Algoritma ILU(0) (A matrisinin elemanları $a_{i,j}$ için) | | 80 |
| Şekil 5.6 Simetri eksenli Mach sayısı dağılımının grid büyüklüğü ile değişimi (süpersonik lüle)..... | | 82 |
| Şekil 5.7 Süpersonik lüle (tüm lüle) | | 83 |
| Şekil 5.8 Yakınsama..... | | 84 |
| Şekil 5.9 Mach sayısı dağılımı | | 86 |
| Şekil 5.10 Basınç dağılımı | | 86 |
| Şekil 5.11 Jacobian matrisinin bütünü | | 87 |
| Şekil 5.12 Blok diyagonal Jacobian matrisin bütünü | | 87 |
| Şekil 5.13 Blok diyagonal Jacobian matrisinin detaylı görünümü..... | | 88 |
| Şekil 5.14 Özdeğerlerin dağılımı (Eigenvalue Distribution) ILU(0) yöntemi ile | | 88 |
| Şekil 5.15 Özdeğerlerin dağılımı (Eigenvalue Distribution) ILUT yöntemi ile..... | | 89 |
| Şekil 5.16 Seyrek ağ sistemi ile yakınsama analizi..... | | 90 |
| Şekil 5.17 Orta ağ sistemi ile CPU açısından yakınsama analizi | | 90 |
| Şekil 5.18 Orta ağ sistemi ile CPU açısından yakınsama analizi için detaylı görünüm.. | | 91 |
| Şekil 5.19 Yoğun ağ sistemi ile CPU açısından yakınsama analizi | | 91 |
| Şekil 5.20 Yoğun ağ sistemi ile CPU açısından yakınsama analizi için detaylı görünüm | | 92 |
| Şekil 5.21 Önkoşullandırma çeşitlerinin CPU açısından yakınsamaya etkisi | | 92 |
| Şekil 5.22 Seyrek ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi (Süpersonik lüle, $\eta_k = 0.4$) | | 93 |
| Şekil 5.23 Orta ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi | | 93 |
| Şekil 5.24 Yoğun ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi | | 94 |
| Şekil 5.25 NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli (tüm lüle)..... | | 95 |

| | | |
|-------------|--|-----|
| Şekil 5.26 | Seyrek ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi (NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli, birinci dereceden akı hesabı, $\eta_k = 0.4$)..... | 96 |
| Şekil 5.27 | Seyrek ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi (NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli, ikinci dereceden akı hesabı, $\eta_k = 0.4$)..... | 96 |
| Şekil 5.28 | Orta ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi | 97 |
| Şekil 5.29 | Orta ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi | 97 |
| Şekil 5.30 | Yoğun ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi | 98 |
| Şekil 6.1 | Scramjet şeması (Banos 2005)..... | 103 |
| Şekil 6.2 | Rampa (Ramp) enjektör (Banos 2005) | 105 |
| Şekil 6.3 | Kama-Şeklinde Payanda (Wedge-Shaped Strut) enjektör | 105 |
| Şekil 6.4 | Kavite (Cavity) tipinde enjektör (Ben-Yakar ve Hanson 2001) | 105 |
| Şekil 6.5 | Şematik scramjet (Lin vd. 2009) | 112 |
| Şekil 6.6 | Kaviteli scramjet yanma odası | 112 |
| Şekil 6.7 | Farklı akı vektörleri ayrıştırma yöntemleri | 114 |
| Şekil 6.8 | Sonuçların deneysel ve sayısal veriler ile karşılaştırılması | 114 |
| Şekil 6.9 | Kavitenin yanma odasındaki yeri | 115 |
| Şekil 6.10 | Akış değişkenlerinin farklı aksenel uzaklıklarda duvara dik yönde değişimi | 115 |
| Şekil 6.11 | Akış değişkenlerinin dağılımı | 116 |
| Şekil 6.12 | Akış değişkenlerinin dağılımı | 117 |
| Figure 6.13 | Eksenel yönde kütle akı ağırlıklı sıcaklık ve karışım verimliliği değişimi.... | 118 |
| Şekil 6.14 | Eksenel yönde kütle akı ağırlıklı kimyasal türlerin değişimi | 118 |
| Şekil 6.15 | Farklı yakıt enjeksiyon açılarının karışım verimliliği üzerindeki etkisi..... | 119 |
| Şekil 6.16 | Yanma odasından sonra enjektör eklemenin etkisi | 119 |
| Şekil 6.17 | Hız vektörlerinin kavite içinde dağılımı | 120 |
| Şekil 6.18 | Akış çizgilerinin kavite içinde dağılımı | 120 |
| Şekil 6.19 | Akış değişkenlerinin scramjet yanma odası boyunca değişimi | 121 |
| Şekil 6.20 | Akış değişkenlerinin scramjet yanma odası boyunca değişimi | 122 |
| Şekil 7.1 | Apollo AS-202 kapsülü için oluşturulan grid ve kapsül üzerindeki grid dağılımı. | 130 |
| Şekil 7.2 | Apollo AS-202 kapsülü için oluşturulan üç boyutlu grid | 130 |
| Şekil 7.3 | Apollo kapsülü üzerindeki burun boyunca normalize edilmiş hesaplamalı ve deneysel basınç değerleri (Mach number=10.18, atak açısı=0°) | 131 |

| | |
|--|-----|
| Şekil 7.4 Apollo kapsülü üzerindeki burun boyunca normalize edilmiş hesaplamalı ve deneysel ısı akısı değerleri (Mach number=10.18, atak açısı=0°) | 131 |
| Şekil 7.5 Re-entry aracı etrafında Mach sayısı ve basınç dağılımı | 132 |
| Şekil 7.6 Re-entry aracı etrafında yoğunluk ve entropi dağılımı | 132 |
| Şekil 7.7 Re-entry aracı etrafında sıcaklık dağılımı ve hız vektörleri..... | 132 |
| Şekil 7.8 Re-entry aracı etrafında Mach sayısı ve basınç dağılımı | 133 |
| Şekil 7.9 Re-entry aracı etrafında yoğunluk ve entropi dağılımı | 133 |
| Şekil 7.10 Re-entry aracı etrafında sıcaklık dağılımı | 133 |
| Şekil 7.11 ARD geometrisi ve oluşturulan gridin iki boyutlu görüntüsü..... | 134 |
| Şekil 7.12 ARD üzerindeki grid dağılımı ve üç boyutlu grid görüntüsü (72x48x18) | 134 |
| Şekil 7.13 ARD aracı etrafında Mach sayısı ve basınç dağılımı..... | 135 |
| Şekil 7.14 ARD aracı etrafında yoğunluk ve entropi dağılımı | 135 |
| Şekil 7.15 ARD aracı etrafında sıcaklık dağılımı ve hız vektörleri..... | 135 |
| Şekil 7.16 ARD aracı arkasındaki akı vektörleri | 136 |
| Şekil 7.17 ARD aracı arkasındaki akım çizgileri | 136 |
| Şekil 7.18 ARD aracı etrafında Mach sayısı ve basınç dağılımı..... | 137 |
| Şekil 7.19 ARD aracı etrafında yoğunluk ve entropi dağılımı | 137 |
| Şekil 7.20 ARD aracı etrafında sıcaklık dağılımı ve hız vektörleri..... | 137 |
| Şekil 7.21 ARD aracı etrafındaki akım çizgileri ve çevrinti bölgesi | 138 |
| | |
| Şekil 8.1 Apollo AS-202 Kapsülü | 146 |
| Şekil 8.2 Yoğunluk dağılımı (küçük mesh, M=10, $\alpha=0$)..... | 147 |
| Şekil 8.3 Oksijen dağılımı (küçük mesh, M=10, $\alpha=0$)..... | 148 |
| Şekil 8.4 Basınç dağılımı (küçük mesh, M=10, $\alpha=0$)..... | 149 |
| Şekil 8.5 Sıcaklık dağılımı (küçük mesh, M=10, $\alpha=0$) | 150 |
| Şekil 8.6 Difüzyon etkili kalan değerinin azalması (küçük mesh, M=10, $\alpha=0$) | 151 |
| Şekil 8.7 Difüzyon etkili akış analizi (büyük mesh, M= 10, $\alpha=20^\circ$) | 152 |
| | |
| Şekil 9.1 Apollo Kapsülüne ait yüzey normalleri | 155 |
| Şekil 9.2 Basınç dağılımı (hücum açısı $\alpha=0^\circ$) | 156 |
| Şekil 9.3 Basınç dağılımı (hücum açısı $\alpha=20^\circ$) | 156 |
| Şekil 9.4 Basınç dağılımı (hücum açısı $\alpha=25^\circ$) | 157 |
| Şekil 9.5 Basınç dağılımı (hücum açısı $\alpha=33^\circ$) | 157 |
| Şekil 9.6 Basınç oranının açılı ile değişimi (S/R=0.8, $\lambda=180^\circ$) | 158 |
| Şekil 9.7 Basınç oranının açılı ile değişimi (S/R=0.0, $\lambda=0^\circ$) | 158 |
| Şekil 9.8 Basınç oranının açılı ile değişimi (S/R=0.8, $\alpha=0^\circ$)..... | 159 |
| Şekil 9.9 Basınç oranının açılı ile değişimi (S/R=1.03, $\lambda=0^\circ$) | 159 |
| Şekil 9.10 Appollo kapsülü etrafında basınç katsayısı (C_p) dağılımı ($\alpha=0^\circ$)..... | 160 |
| Şekil 9.11 Appollo kapsülü etrafında basınç katsayısı (C_p) dağılımı ($\alpha=20^\circ$)..... | 160 |



| | |
|---|-----|
| Şekil 9.12 Appollo kapsülü etrafında basınç katsayısı (C_p) dağılımı ($\alpha=25^\circ$)..... | 161 |
| Şekil 9.13 Appollo kapsülü etrafında basınç katsayısı (C_p) dağılımı ($\alpha=33^\circ$)..... | 161 |

TABLO LİSTESİ

| <i>Tablo numarası</i> | <i>Sayfa</i> |
|---|--------------|
| Tablo 2.1 Özgül ısı, entalpi ve entropi hesaplamalarında kullanılan katsayılar | 7 |
| Tablo 2.2 Uçuş şartları | 14 |
| Tablo 3.1 Kimyasal türler ve reaksiyonlar (5 kimyasal tür) | 27 |
| Tablo 3.2 Kimyasal türler ve reaksiyonlar (11 kimyasal tür) | 27 |
| Tablo 3.3 Kimyasal türler ve reaksiyonlar (5 kimyasal tür) | 41 |
| Tablo 4.1 B' çözümü için denenmiş olan başlangıç koşulları | 58 |
| Tablo 4.2 5500 K ve 0.5 atm için sınır tabakada molekül kütle oranları | 59 |
| Tablo 4.3 5500 K ve 0.5 atm için sınır tabakada molekül kütle oranları | 59 |
| Tablo 4.4 IRV2 geometrisi karbon/karbon aşınma problemi için serbest akım koşulları (Bianchi vd. 2010; Milos ve Chen 2005) | 60 |
| Tablo 5.1 Test Durumları | 81 |
| Tablo 5.2 CPU Zamanı Karşılaştırılması | 85 |
| Tablo 5.3 CPU Zamanı Karşılaştırılması | 85 |
| Tablo 5.4 CPU zamanları, NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli, 1 st Order (saniye) | 98 |
| Tablo 5.5 CPU zamanları, NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli, 2 nd Order (saniye) | 98 |
| Tablo 6.1 İleriye Dönük Reaksiyon Hız (Forward Reaction Rate) Katsayıları (Tishkoff 1997) | 108 |



ÖZET

Genel olarak ses hızının beş katından daha hızlı uçuşlar hipersonik olarak tanımlanabilir. Hipersonik akışlarla ilgili araştırmalar ikinci dünya savaşından sonra başlamıştır. Günümüzde, hipersonik akışların çoğu askeri olmak üzere birçok uygulamaları bulunmaktadır. Gelişmiş ülkelerde hipersonik akışlarla ilgili oldukça yoğun bir araştırma faaliyeti sürdürülmesine rağmen, ülkemizdeki faaliyetler yeterli düzeye ulaşamamıştır. Ülkemizde havacılık sanayindeki büyük gelişmeler göz önüne alındığında yakın bir gelecekte hipersonik araçların tasarımı ile ilgili çalışmaların başlaması muhtemeldir. Bu nedenle proje kapsamında yaptığımız çalışmaların hipersonik akışlar alanındaki ulusal araştırmalara katkısı olacağını tahmin etmekteyiz.

Dünyadaki hipersonik rüzgâr tünellerinin sayısının sınırlı olması ve bu tünellerde karşılaşılan teknolojik zorluklar nedeni ile tasarımların büyük bir kısmı Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilmektedir. Genel olarak tasarımın son aşamasında, HAD sonuçların doğrulanması amacı ile rüzgâr tünelleri kullanılmaktadır. Bu nedenle hipersonik akışların analizi için kullanılan HAD yazılımlarının doğruluğu tasarımın güvenilirliği açısından oldukça önemlidir. Gelişmiş ülkeler hipersonik akışlar için geliştirdikleri yazılımları gizli tutmakta ve büyük ücretler ödenerek satın alınan ticari yazılımlar ise hipersonik akışlardaki analiz ve tasarım çalışmaları için yetersiz kalmaktadır. Proje kapsamında geliştirdiğimiz yazılımların hipersonik akışların analiz ve tasarımları için geliştirilmesi planlanan ulusal bir yazılımın alt yapısını oluşturacağına inanmaktayız.

Hipersonik ve süpersonik akışların birbirlerine benzemelerine rağmen hipersonik akışların kendine özgü özellikleri bulunmaktadır. Hipersonik akışlarda sürtünmeden dolayı aracın etrafındaki havada sıcaklık yüksek değerlere çıkmakta ve ayrışma (dissociation) ve iyonlaşma (ionization) gibi kimyasal reaksiyonlar oluşabilmektedir. Aracın etrafındaki havanın kimyasal kompozisyonundaki değişiklikler aracın aerodinamik özelliklerini etkilemektedir. Ayrıca, yüksek sıcaklıklardan dolayı araca aktarılan ısı transferi tasarımda önemli rol oynamaktadır. Hipersonik hızdaki araçların çoğu atmosferin üst katmanlarında yoğunluğun düşük olduğu seyreltik atmosfer içinde uçmaktadır. Seyreltik akışların çözümünde süreklilik varsayımının geçerli olmaması nedeniyle farklı çözüm yöntemleri kullanılmaktadır. Tamamlanan proje kapsamında geliştirilmiş olan analiz ve tasarım yazılımlarının çoğunda yukarıda bahsedilen hipersonik akışların özellikleri göz önünde bulundurulmuştur.

Geleneksel tasarım yönteminde mühendisler bilgi ve tecrübelerine göre tasarladıkları konfigürasyonları HAD yazılımlarını kullanarak analiz yapmakta ve deneme-yanılma yöntemi

ile bu konfigürasyonları değiştirmektedirler. Hipersonik akışlarda tasarımların disiplinler arası (akışkanlar mekaniği, kimyasal reaksiyon, ısı transferi vb.) çalışmayı gerektirmesi nedeni ile geleneksel yöntem ile yapılan tasarımlar oldukça uzun sürmekte ve elde edilen tasarımların en iyi olup olmadığı bilinmemektedir. Ayrıca, hipersonik akışlarda genel olarak tasarımlar daha önce denenmemiş şartlarda ilk defa yapıldığı için geleneksel yöntemde kullanılabilecek bilgi ve tecrübe sınırlı kalmaktadır. Son yıllarda, HAD yazılımlarını kullanılarak otomatik tasarım yöntemlerinin geliştirilmesi ile ilgili bilimsel çalışmalar yoğunluk kazanmıştır. Bu yöntemler sayesinde mühendislerin tecrübe ve bilgisine olan ihtiyaç azalmıştır. Tamamlanan proje kapsamında geliştirilmiş yazılımlar sayesinde optimizasyon yöntemi ile otomatik olarak hipersonik araçların tasarımı yapılabilmektedir. Bu tip yazılımların Türkiye gibi hipersonik alanında yeterli bilgi ve tecrübeye sahip olmayan ülkelerin tasarım çalışmalarında faydalı olacağını tahmin etmekteyiz.

Tamamlanan projede, hipersonik araçların aerodinamik, ısı ve itki sistemlerinin tasarımında kullanılabilecek yazılımlar geliştirilmiştir. Hipersonik akışlarda karşılaşılan fiziksel ve kimyasal olayların doğru olarak modellenmesi için yazılımlarda türbülans ve difüzyon modelli Navier-Stokes, sonlu-hızlı (finite rate) kimyasal reaksiyon ve elektron ayrışması denklemleri eş zamanlı olarak Newton veya Newton-GMRES yöntemleri ile çözülmüştür. Sonuçlar deneysel ve hesaplamalı veriler ile karşılaştırılmıştır. Daha sonra analiz ve optimizasyon yöntemleri birleştirilerek aerodinamik ve aerotermal özellikleri bakımından en uygun tasarımların oluşturulabileceği yazılımlar geliştirilmiştir.

Yazılımlarda denklemlerin sayısal çözümünde Newton veya Newton-GMRES yöntemleri kullanılmıştır. Bu yöntemlerin avantajlarından biri kimyasal reaksiyon denklemlerinin çözümünde karşılaşılan ve yakınsama problemlerine neden olan sayısal sertliğin (numerical stiffness) azaltılabilmesidir. Bu yöntemlerin diğer bir avantajı eğimsel temelli (gradient based) optimizasyon için gerekli olan duyarlılık (sensitivity) değerlerinin verimli olarak hesaplanabilmesidir. Önerilen projede, duyarlılık değerleri analitik olarak adjoint yöntemi ile hesaplanmıştır. Adjoint yöntemi ile her bir tasarım değişkeni için analiz yapmadan duyarlılık değerleri çok verimli ve doğru olarak hesaplanabilmektedir. Newton ve adjoint yöntemi kullanılarak kimyasal reaksiyonlu hipersonik akışlar için geliştirilen analiz ve tasarım yöntemi literatürde ilk olmuştur. Bu konu ile ilgili yaptığımız çalışmalar başka araştırmacılar tarafından yayınlanan makalelerde referans olarak gösterilmiştir.

Proje kapsamında dört adet yüksek lisans tez çalışması tamamlanmıştır. İki adet yüksek lisans ve bir adet doktora tez çalışması halen devam etmektedir. Proje kapsamında bursiyer öğrenci olarak çalışan ve yüksek lisans tez çalışmasını tamamlayan öğrencilerimizden Tuğba Pişkin, ABD de Purdue Üniversitesi, Havacılık ve Uzay Mühendisliği bölümünde hipersonik akışlarla ilgili doktora çalışmasına devam etmektedir.



Proje kapsamında yapılan çalışmalar sonucunda bir adet A tipi dergi makalesi ve yaklaşık kırk adet konferans bildirisi yayınlanmıştır. Makale yazımı ile ilgili çalışmalarımız halen devam etmektedir. Ayrıca, projenin Orta Doğu Teknik Üniversitesi Havacılık ve Uzay Mühendisliği bölümünde vermekte olduğum AE 445 Hypersonic Flow dersi için çok büyük faydası olmuştur. Raporumuzda bu ders kapsamında verdiğim proje çalışmaları hakkında kısa bir bilgi verilmiştir.



ABSTRACT

In general, flights five times faster than the speed of sound can be considered as hypersonic. Research on hypersonic flow have started after the second world war. There are many applications of hypersonic flow and most of them are military related. Even though an intense research activities on hypersonic flow is going on in many developed countries, the research in Turkey has not reached to desired level. Considering the large developments in aerospace industries of Turkey, the start of hypersonic vehicles design in Turkey is possible in near future. The proposed project will help the national research on hypersonic flow.

Because of having limited number of hypersonic wind tunnels and difficulties encountered in these tunnels, most of the hypersonic vehicles design are performed using Computational Fluid Dynamics (CFD). In general, wind tunnels are used to validate the CFD results in the last phase of the design procedure. Hence, the accuracy of CFD codes is very important because of the reliability of design results. The developed countries keep secret their hypersonic codes and the commercial codes that can be used with high usage fee are short of predicting the flow characteristic in hypersonic region. Therefore, we believe that the codes developed in this project will contribute the national research going on hypersonic flow.

Although some of the characteristics of hypersonic and supersonic flows are similar, they have also different behaviors. In hypersonic flows, because of the friction, around the vehicle, the temperature increase very high values and the chemical reactions like dissociation and ionization may occur. The change in the chemical composition of air may alter the aerodynamic characteristics of vehicles. Because of the high temperature, heat transfer to vehicles play important role in the design of hypersonic vehicles. Most of the hypersonic vehicles fly at the upper atmosphere where the density of air is very low. At this altitude the air can be treated as rarefied gas. Since the continuity assumption may not be valid, in the solution of rarefied gas, different solution methods should be used. In the analysis and design code developed in the completed project, most of these hypersonic flow phenomena have been considered.

In the traditional design methods, engineers design configurations based on their knowledge and experience, and they analyze these configurations using CFD codes and modify them by trial and error. Designs in hypersonic flows require interdisciplinary (fluid mechanics, chemical reactions, heat transfer etc.) studies, hence the design with traditional design methods takes very long time and we are not sure that if the final design is optimum



or not. In addition, most of designs in hypersonic flows are performed as a first time at a design condition that have never used before. Therefore, the knowledge and experience that can be used in traditional design methods will be limited. In recent years, automatic design tools based on CFD methods have been developed. In these methods, the need for the engineering knowledge and experience is reduced. With the software developed in this projects it is possible to design hypersonic vehicles using optimization methods. We believe that the automatic design software developed in this project will be useful especially for the countries like Turkey that do not have knowledge and experience on hypersonic.

In this project, we have developed computer codes that can be used in analysis and design of the aerothermodynamics and propulsion systems of hypersonic vehicles. In order to accurately simulate the physical and chemical phenomena of hypersonic flow, the Navier-Stokes equations with turbulence and diffusion modeling, the finite-rate chemical reaction equations and electron ionization equation have been solved using the Newton or Newton-GMRES method. Our results have been compared with experimental or other's computational results. Later, the analysis and optimization methods have been coupled to design hypersonic vehicles that have optimum aerodynamic and aerothermal properties.

In our codes, to solve the governing equations, Newton or Newton-GMRES methods have been implemented. These methods have advantages to reduce the numerical stiffness in the solution of reaction equations. Another advantage of these methods is that sensitivities that are needed for optimization can be calculated very efficiently and accurately. In this project, sensitivities have been calculated analytically by using adjoint method. In adjoint method, sensitivities for all design variables can be evaluated by solving a single adjoint equation without solving analysis equations for each design variables. Our method on the usage of Newton and adjoint methods in the analysis and design of hypersonic vehicles in chemically reacting flows was the first time in the literature. Our study on this subject has been shown as a reference in many other researcher's papers.

In this project, a total of four master thesis studies have been completed. Studies on two other master and one PhD theses has been going on. One of our students, Tuğba Pişkin who has worked in our project and completed her master thesis on hypersonic flow is continuing her PhD thesis on the same subject at Purdue University, School of Aeronautical and Astronautical Engineering in USA. We have already published one A type journal and approximately forty conference papers related to the project. We are still continuing our study to write journal papers. In addition, this project was very useful for one of the courses, AE 445 Hypersonic Flow, I have been teaching in the Department of Aerospace Engineering, Middle East Technical University. In our report, I have included small information on the project I am giving in this course.

GİRİŞ

Bu projenin amacı hipersonik akışların analizi ve hipersonik araçların tasarım optimizasyonu ile ilgili yazılımlar geliştirmektir. Proje kapsamında hipersonik akışlarla ilgili farklı konularda çalışmalar yapılmıştır. Tamamlanan çalışmaları sekiz ana grupta sınıflamak mümkündür. Her bir grupta yapılan çalışmalar diğer gruplarla ilgili olsa da farklı yönleri de bulunmaktadır. Okunabilirliğini kolaylaştırmak amacı ile raporumu düzenlerken her bir grupta yapılan çalışmaları bir bütün olarak farklı bölümlerde vermeye çalıştım. Bu nedenle her bir bölümde giriş, yöntem, bulgular ve sonuç/tartışma kısımları bulunmaktadır. Proje kapsamında yapılan çalışmalarla ilgili ana grup başlıkları aşağıda verilmiştir.

- Küt Burunlu Hipersonik Araçların Tasarım Optimizasyonu
- Az İyonlaşmış (Weakly Ionoized) Hipersonik Akışların Modellenmesi
- Hipersonik Akışlarda Ablasyon Analizi
- Hipersonik Akış Çözümlerinde Önkoşullanmış (Preconditioned) Newton-GMRES Yöntemi
- Scramjet Motorlarında Kimyasal Reaksiyonlu Akışların Modellenmesi
- Üç Boyutlu Navier-Stokes Denklemleri ile Hipersonik Akışların Çözümünde Türbülans Modellerinin Etkisi
- Hipersonik Akışlarda Difüzyon Etkisi



2. KÜT BURUNLU HİPERSONİK ARAÇLARIN TASARIM OPTİMİZASYONU

**Çalışmada Görev Alanlar: Dr. Mine Yumuşak (Proje Araştırmacısı)
Doç. Dr. Sinan Eyi (Proje Yöneticisi)**

2.1 Giriş

Hipersonik araçların tasarımı görev tanımına bağlı olarak değişmektedir. Birinci tip görev tanımı uzaydan geri dönen araçlarının yavaşlatılması ile ilgilidir. İkinci görev tanımı atmosfer içinde hareket eden roket tipi araçlarla ilgilidir. Birinci tip görev tanımında itki oluşturulmasına gerek olmamakta ve yavaşlama için aerodinamik kayıp katsayılarının artırılması önem taşımaktadır. İkinci tip görev tanımında ise itki gereksiminin azaltılabilmesi için aerodinamik kayıp katsayısının azaltılması gerekmektedir. Yukarıda bahsedilen her iki görev tanımında, araç yüzey sıcaklığı yüksek değerlere ulaşmakta ve yüzden araca olan ısı transferinin azaltılması önem taşımaktadır. Bu çalışmada atmosfer içinde hipersonik hızlarda hareket eden küt burunlu roketlerin tasarım optimizasyonu incelenmiştir. Tasarımda, aerodinamik kayıpların azaltılmasına çalışılırken araç üzerindeki ısı transferinin artmamasına dikkat edilmiştir.

Bu çalışma proje yöneticisi ve araştırmacısı tarafından sürdürülmüş olup, sonuçlar bir adet A tipi dergi makalesinde ve konferans bildirilerinde yayınlanmıştır.

A tipi dergi makalesi:

1. Eyi S. ve Yumuşak M. "Aerothermodynamic Shape Optimization of Hypersonic Blunt Bodies", Engineering Optimization, Cit 47, No 7, Temmuz 2015, Sayfa 909-926

Sözlü konferans bildirileri:

1. Yumusak M. ve Eyi S., " Aerothermodynamic Shape Optimization of Hypersonic Blunt Bodies," AIAA Paper 2013-2693, 21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, San Diego, CA, ABD, 24-26 Haziran 2013
2. Eyi S. ve Yumusak M., " Design Optimization in Hypersonic Flows," AIAA Paper 2012-5827, 18th AIAA/3AF International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, Tours, Fransa, 24-28 Eylül 2012

2.2 Literatür Özeti

Hipersonik araçların tasarımı ile ilgili olarak birçok teknik geliştirilmiştir. Aerodinamik kayıpların azaltılmasının yanında ısı transferinin artmaması amacı ile farklı tasarımlar yapılmıştır. Örnek olarak küt burunlu araçların önlerinde sivri uçlu (spiked nose) geometriler kullanılarak (Ahmed ve Qin 2012) sirkülasyon bölgeleri oluşturulmakta ve bu yolla aerodinamik kayıplar ve ısı transferi azaltılabilmektedir. Benzer olarak küt burunlu hipersonik araçların önlerinde kullanılan kaviteler aerodinamik kayıpların ve ısı transferinin azaltılması

için faydalı olmaktadır (Meyer et al. 2001 and Siltan, et al. 2005). Hipersonik araçlarda aerodinamik kayıpların azaltılmasının başka bir yolu burun kısmındaki akışın enerjisinin değiştirilmesidir (Riggins et al. 1999). Burun kısmında, akışa ters yönde jet akışının oluşturulması kayıpların azaltılması için uygun olmaktadır (Yisheng 2013). Hipersonik akışlarda bu tip tekniklerin kullanılması faydalı olmakla birlikte, araca fazladan ekipman eklenmesi dezavantaj oluşturmaktadır.

Projenin bu kısmında yapılan çalışmaların amacı fazladan ekipman kullanmadan aerodinamik kayıpları en aza indirirken ısı transferini artırmamaktır. Küt burunlu hipersonik araçların ısı transferi problemi ile ilgili yapılan teorik çalışmalarda, ısı transferinin yarıçapın karekökü ile ters orantılı olduğu anlaşılmıştır (Lees, 1956; Rose ve Stankevics 1963).

$$q \propto \frac{1}{\sqrt{R}} \quad (2.1)$$

Bu çalışmada ısı transferi ile ilgili sınırlama fonksiyonu kullanılmamasına rağmen optimizasyon sırasında yarıçapın azaltılmamasına özen gösterilmiştir. Literatürde küt burunlu hipersonik araçların tasarım optimizasyonu ile ilgili ilk çalışmalar yukarıdaki referanslarda verildiği gibi, proje kapsamında grubumuz tarafından gerçekleştirilmiştir. Daha sonra benzer çalışmalar ABD deki bazı üniversitelerde tekrarlanmış (Zishka vd, 2015; Seager 2015) ve çalışmalarımız örnek gösterilmiştir.

2.3 Yöntem

Bu çalışmada akış, analizi için eksensel simetrik Navier-Stokes ve sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri kullanılmıştır. Denklemler sayısal olarak ayrıklaştırıldıktan sonra Newton yöntemi ile eş zamanlı (implicit) olarak çözülmüştür. Tasarım optimizasyonu için eğimsel temelli (gradient based) optimizasyon yöntemi kullanılmıştır. Optimizasyon için gerekli duyarlılık (sensitivity) değerleri adjoint yöntemi ile hesaplanmıştır. Aşağıda küt burunlu hipersonik araçların tasarım optimizasyonu için kullanılan yöntemler detaylı olarak açıklanmıştır.

2.3.1 Aerotermodinamik Model

Kimyasal reaksiyonlu hipersonik akışları modellemek için aşağıda verilen eksensel simetrik Navier-Stokes ve sonlu hızlı reaksiyon denklemleri eş zamanlı olarak çözülmüştür

$$\frac{\partial \hat{F}(\hat{Q})}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}(\hat{Q})}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{F}_v(\hat{Q})}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}_v(\hat{Q})}{\partial \eta} + \hat{H} + \hat{H}_v - \hat{S} = 0 \quad (2.2)$$

Bu denklemde \hat{W} konservatif vektör, \hat{F} , \hat{G} , \hat{F}_v ve \hat{G}_v ξ ve η yönündeki viskoz olmayan ve viskoz olan akı vektörleri, \hat{H} ve \hat{S} eksensel simetrik ve kimyasal kaynak vektörüdür

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_t \\ \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_{K-1} \end{bmatrix}, \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ (\rho e_t + p)U \\ \rho_1 U \\ \vdots \\ \rho_{K-1} U \end{bmatrix}, \hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ (\rho e_t + p)V \\ \rho_1 V \\ \vdots \\ \rho_{K-1} V \end{bmatrix},$$

$$\hat{F}_v = \frac{1}{J \text{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} \\ \xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy} \\ \xi_x \beta_x + \xi_y \beta_y \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{G}_v = \frac{1}{J \text{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} \\ \eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy} \\ \eta_x \beta_x + \eta_y \beta_y \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\hat{H} = \frac{1}{yJ} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ (\rho e_t + p)v \\ \rho_1 v \\ \vdots \\ \rho_{K-1} v \end{bmatrix}, \hat{H}_v = \frac{1}{yJ \text{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} - \tau_{\theta\theta} \\ \beta_y \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{S} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{\omega}_1 \\ \vdots \\ \dot{\omega}_{K-1} \end{bmatrix}$$

burada

$$\beta_x = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_x, \quad \beta_y = u\tau_{xy} + v\tau_{yy} - q_y$$

$$\tau_{xx} = \mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial x} \right), \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \tau_{yy} = \mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \right), \tau_{\theta\theta} = -\frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{4}{3} \mu \frac{v}{y}$$

olarak tanımlanmıştır. Denklem (2.2) sayısal olarak ayrıklaştırıldıktan sonra aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{\delta_\xi \hat{F}}{\Delta \xi} + \frac{\delta_\eta \hat{G}}{\Delta \eta} + \frac{\delta_\xi \hat{F}_v}{\Delta \xi} + \frac{\delta_\eta \hat{G}_v}{\Delta \eta} + \hat{H} + \hat{H}_v - \hat{S} = 0 \quad (2.4)$$

Hücre merkezli sonlu hacimler yöntemi (cell centered finite volume method) kullanılarak Denklem (2.4) aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} & (\hat{F}_{i+1/2,j} - \hat{F}_{i-1/2,j}) + (\hat{G}_{i,j+1/2} - \hat{G}_{i,j-1/2}) + (\hat{F}_v_{i+1/2,j} - \hat{F}_v_{i-1/2,j}) + (\hat{G}_v_{i,j+1/2} - \hat{G}_v_{i,j-1/2}) \\ & + \hat{H}_{i,j} + \hat{H}_v_{i,j} - \hat{S}_{i,j} = 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Proje kapsamında geliştirilen yazılımda, akı vektörleri ters akı ayrıştırma (upwind flux splitting) yöntemi ile hesaplanmıştır. Ayrıştırılmış akılar F^+, F, G^+ ve G^- Van Leer yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned}\hat{F}_{i\pm 1/2,j} &= \hat{F}_{i\pm 1/2,j}^+(\hat{Q}_{i\pm 1/2,j}^-) + \hat{F}_{i\pm 1/2,j}^-(\hat{Q}_{i\pm 1/2,j}^+) \\ \hat{G}_{i,j\pm 1/2} &= \hat{G}_{i,j\pm 1/2}^+(\hat{Q}_{i,j\pm 1/2}^-) + \hat{G}_{i,j\pm 1/2}^-(\hat{Q}_{i,j\pm 1/2}^+)\end{aligned}\quad (2.6)$$

Yukarıdaki denklemde altsimgе $i\pm 1/2$ ve $j\pm 1/2$ hücre yüzeylerini, üstsimge - ve + sol ve sağ akış değişkenlerini göstermektedir. van Leer yönteminde, genelleştirilmiş akı vektörü kontravariant Mach sayısının, M işaretine göre aşağıdaki gibi ayrıştırılabilir.

$$\hat{F}^\pm = \pm \frac{1}{J} \rho c \frac{1}{4} (M \pm 1)^2 (\tilde{k}_1 + \tilde{k}_2) \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{\gamma} (-\tilde{U} \pm 2c) \tilde{k}_1 + u \\ \frac{1}{\gamma} (-\tilde{U} \pm 2c) \tilde{k}_2 + v \\ \frac{\tilde{U}}{\gamma+1} (-\tilde{U} \pm 2c) + \frac{2c}{\gamma^2 - 1} + \frac{u^2 + v^2}{2} \\ \frac{\rho_1}{\rho} \\ \vdots \\ \frac{\rho_{K-1}}{\rho} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\text{burada, } \tilde{U} = \frac{u\xi_x + v\xi_y}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}}, \quad \tilde{k}_1 = \frac{\xi_x}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}}, \quad \tilde{k}_2 = \frac{\xi_y}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}} \quad (2.8)$$

Yukarıdaki denklemde, c ses hızı ve γ ise özgül ısı katsayılarının oranları olarak tanımlanmıştır. η yönündeki akı vektörü, \hat{G}^\pm , yukarıdaki denklemdeki ξ_x ve ξ_y terimlerinin η_x ve η_y terimleri ile değiştirilmesi ile elde edilebilir.

Akı vektörü hücre yüzeyinde hesaplanmaktadır, akış değişkenleri hücre merkezinde tanımlandığı için değerlerin hücre yüzeyine interpolasyonu gerekmektedir. Geliştirilen yazılımda, yüksek dereceden doğruluk için MUSCL (Monotonic Upstream-Centered Scheme Conservation Law) (Van LEER, 1979) interpolasyon yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem ile ilgili denklemler aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}\hat{Q}_{i+1/2}^- &= \hat{Q}_i + \left\{ \frac{\phi}{4} [(1-\kappa)\nabla + (1+\kappa)\Delta] \right\}_i \\ \hat{Q}_{i+1/2}^+ &= \hat{Q}_{i+1} - \left\{ \frac{\phi}{4} [(1+\kappa)\nabla + (1-\kappa)\Delta] \right\}_{i+1}\end{aligned}\quad (2.9)$$

burada, Δ , ileriye dönük (forward) ve, ∇ , geriye dönük (backward), türev operatörleri olarak tanımlanmıştır:

$$\Delta_i = \hat{Q}_{i+1} - \hat{Q}_i, \quad \nabla_i = \hat{Q}_i - \hat{Q}_{i-1} \quad (2.10)$$

Akış değişkenlerinin değişiminin (gradient) büyük olduğu bölgelerde oluşabilecek salınımları (oscillation) önleyebilmek için MUSCL yönteminde sınırlama (limiter) fonksiyonlarının kullanılması gerekmektedir. Sınırlama fonksiyonları interpolasyon fonksiyonlarında kullanılan eğimin azalmasını sağlamaktadır. Denklemden kullanılan κ parametresi interpolasyonun doğruluk derecesini belirlemektedir. κ 'nın değişik değerleri için farklı dereceden doğrulukta yüzey akısı hesaplanması mümkündür.

Proje kapsamında geliştirilen yazılımda gerçek olmayan salınımları önleyebilmek için van Albada (van Albada, 1982) tarafından geliştirilen aşağıda verilen sınırlama fonksiyonları kullanılmıştır.

$$\phi(r) = \frac{r + r^2}{1 + r^2} \quad (2.11)$$

Yukarıdaki denklemde verilen r fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$r_i = \frac{\Delta_i + \epsilon}{\nabla_i + \epsilon} \quad (2.12)$$

2.3.2 Termodinamik Model

Tasarım şartlarına ve oluşabilecek kimyasal reaksiyonlara göre değişik termodinamik ve kimyasal modeller kullanılmıştır. Özgül ısıların hesaplanmasında sıcaklığın fonksiyonu olarak dördüncü dereceden polinomlar kullanılmıştır. K 'nci kimyasal türe ait özgül ısı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\frac{C_{pk}}{R} = a_{1,k} \frac{1}{T^4} + a_{2,k} \frac{1}{T^3} + a_{3,k} \frac{1}{T^2} + a_{4,k} \frac{1}{T} + a_{5,k} + a_{6,k} T + a_{7,k} T^2 + a_{8,k} T^3 + a_{9,k} T^4 \quad (2.13)$$

Gaz karışımlarının sabit basınçtaki özgül ısı hesabı için aşağıdaki denklem kullanılmıştır.

$$C_p = \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k}{\rho} C_{pk} \quad (2.14)$$

Gaz karışımlarının entalpi değeri hesabı için benzer bir formül kullanılabilir;

$$h = \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k}{\rho} h_k \quad (2.15)$$

burada,

$$\frac{h_k}{R} = -a_{1,k} \frac{1}{3T^3} - a_{2,k} \frac{1}{2T^2}$$

$$-a_{3,k} \frac{1}{T} + a_{4,k} \ln(T) + a_{5,k} T + a_{6,k} \frac{T^2}{2} + a_{7,k} \frac{T^3}{3} + a_{8,k} \frac{T^4}{4} + a_{9,k} \frac{T^5}{5} + a_{10,k} \quad (2.16)$$

Benzer olarak, gaz karışımının entropisi aşağıdaki gibi hesaplanabilir;

$$s = \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k}{\rho} s_k \quad (2.17)$$

burada,

$$\begin{aligned} \frac{s_k}{R} = & -a_{1,k} \frac{1}{4T^4} - a_{2,k} \frac{1}{3T^3} - a_{3,k} \frac{1}{2T^2} - a_{4,k} \frac{1}{T} \\ & + a_{5,k} \ln(T) + a_{6,k} T + a_{7,k} \frac{T^2}{2} + a_{8,k} \frac{T^3}{3} + a_{9,k} \frac{T^4}{4} + a_{11,k} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Yukarıdaki eşitliklerde kullanılan katsayıların değerleri Tablo 2.1 de verilmiştir.

Tablo 2.1 Özgül ısı, entalpi ve entropi hesaplamalarında kullanılan katsayılar (a_i , [J, mol⁻¹, Kelvin⁻ⁿ])

| Coefficient | N ₂ | O ₂ | NO | N | O |
|-------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|
| $a_{1,k}$ | 1.9689x10 ⁻¹⁵ | -2.1698x10 ⁻¹⁵ | 1.2553x10 ⁻¹⁷ | -8.5906x10 ⁻¹⁸ | -6.9483x10 ⁻¹⁸ |
| $a_{2,k}$ | -3.2283x10 ¹⁰ | 1.2814x10 ⁹ | 3.3030x10 ⁸ | -2.2882x10 ⁸ | -6.6798x10 ⁷ |
| $a_{3,k}$ | 1.0126x10 ⁷ | 3.,1899x10 ⁸ | -2.1754x10 ⁶ | 2.0937x10 ⁶ | 8.9329x10 ⁵ |
| $a_{4,k}$ | -1.0292x10 ⁷ | -1.9872x10 ⁷ | -5.2482x10 ⁸ | 4.3617x10 ⁷ | 1.0945x10 ⁸ |
| $a_{5,k}$ | -1.0666x10 ³ | 2.4757x10 ³ | -9.7548x10 ⁰ | 9.1333x10 ⁰ | 4.2489x10 ⁰ |
| $a_{6,k}$ | 2.6668x10 ⁴ | 3.1660x10 ⁴ | 2.9680x10 ⁴ | 2.0339x10 ⁴ | 2.0798x10 ⁴ |
| $a_{7,k}$ | 7.6358x10 ⁰ | 3.7233x10 ⁰ | 6.7028x10 ⁰ | 7.7513x10 ⁻¹ | 9.5135x10 ⁻² |
| $a_{8,k}$ | -1.7935x10 ⁻³ | -3.2433x10 ⁻⁴ | -1.9872x10 ⁻³ | -4.4850x10 ⁻⁴ | -9.9645x10 ⁻⁵ |
| $a_{9,k}$ | 1.4245x10 ⁻⁷ | 3.0539x10 ⁻⁹ | 2.0888x10 ⁻⁷ | 8.6904x10 ⁻⁸ | 2.7818x10 ⁻⁸ |
| $a_{10,k}$ | -1.9903x10 ³ | -2.5597x10 ³ | 7.9679x10 ⁷ | 4.6717x10 ⁸ | 5.8158x10 ⁴ |
| $a_{11,k}$ | 8.9150x10 ⁰ | 5.1076x10 ⁰ | 3.7544x10 ⁴ | 3.7409x10 ⁴ | 4.3138x10 ⁴ |

Denklem (2.3)'de kullanılan değişkenlerin sayısı denklem sayısından fazla olduğu için ilave denklem gerekmektedir. İlave denklem olarak, basınç değerlerinin hesaplanmasında ideal gaz denklemi kullanılmıştır. Gaz karışımının basıncı aşağıdaki formül ile hesaplanabilir.

$$p = R_u T \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k}{W_k} \quad (2.19)$$

Yukarıdaki denklemde R_u üniversal gaz sabiti W_k ise k 'nci kimyasal türe ait moleküler ağırlık olarak tanımlanmıştır.

2.3.3 Kimyasal Reaksiyon Modeli

Toplam reaksiyon sayısının I ve toplam kimyasal tür sayısının K olması durumunda kimyasal reaksiyon modeli aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\sum_{k=1}^K v'_{k,i} \mathcal{X}_k \Leftrightarrow \sum_{k=1}^K v''_{k,i} \mathcal{X}_k \quad (i=1, \dots, I) \quad (2.20)$$

Yukarıdaki denklemde, $v''_{k,i}$ $v'_{k,i}$ stokiyometrik (stoichiometric) katsayılar, \mathcal{X}_k k 'nci kimyasal türe ait sembol olarak verilmiştir. İleriye dönük reaksiyon hız (forward reaction rate) katsayıları, k_{fi} , için, Arrhenius formülleri kullanılarak hesaplanmıştır.

$$k_{fi} = A_i T^{\beta_i} \exp\left(\frac{-E_i}{R_u T}\right) \quad (2.21)$$

burada, A_i, β_i ve E_i katsayılar olup değerleri kullanılan reaksiyona göre değişmektedir.

Geriye dönük reaksiyon hız katsayısı (reverse reaction rate), k_{ri} , ileriye dönük reaksiyon hız katsayısı ve kimyasal denge katsayısı (chemical equilibrium constant) K_{ci} arasında aşağıdaki bağıntı bulunmaktadır:

$$k_{ri} = \frac{k_{fi}}{K_{ci}} \quad (2.22)$$

burada kimyasal denge katsayısı aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$K_{ci} = \exp\left(\frac{\Delta s_i}{R} - \frac{\Delta h_i}{RT}\right) \left(\frac{P_{atm}}{RT}\right)^{\sum_{k=1}^K \nu_{ki}} \quad (2.23)$$

Yukarıdaki formülde, Δ kimyasal reaksiyon sırasında oluşan değişimleri göstermektedir. Kütle konsantrasyonundaki değişimler I reaksiyonu ve k kimyasal türü için aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\dot{\omega}_k = W_k \sum_{i=1}^I (\nu''_{ki} - \nu'_{ki}) \left(k_{fi} \prod_{k=1}^K [X_k]^{\nu'_{ki}} - k_{ri} \prod_{k=1}^K [X_k]^{\nu''_{ki}} \right) \quad (2.24)$$

burada, $[X_k]$ k kimyasal türüne ait mol konsantrasyonu olarak tanımlanmıştır.

2.3.4 Akış Ve Kimyasal Reaksiyon Denklemlerinin Sayısal Çözüm Yöntemi

Aero-termodinamik ve kimyasal reaksiyon denklemlerine ait ayrıştırılmış (discretized) doğrusal olmayan (non-linear) denklem sistemi kalan (residual) vektörü, \hat{R} , olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\hat{R}(\hat{Q}) = 0 \quad (2.25)$$

Euler denklemlerinin kalan vektörü aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\hat{R}(\hat{Q}) = \frac{\partial \hat{F}(\hat{Q})}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}(\hat{Q})}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{F}_v(\hat{Q})}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}_v(\hat{Q})}{\partial \eta} + \hat{H} + \hat{H}_v - \hat{S} \quad (2.26)$$

Kalan vektörünü n' inci iterasyonda Taylor serisine açarak ve yüksek dereceden terimleri ihmal ederek aşağıdaki denklem elde edilebilir:

$$\hat{R}^{n+1}(\hat{Q}) = \hat{R}^n(\hat{Q}) + \left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{Q}} \right)^n \Delta \hat{Q}^n \quad (2.27)$$

burada $\left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{Q}} \right)^n$ Jacobian matrisi olarak tanımlanmıştır. Yukarıdaki denklemde çözümün $n+1'$

inci iterasyonda sağlandığı kabul edilerek, $\hat{R}^{n+1}(\hat{Q}) = 0$, aşağıdaki Newton yöntemi türetilebilir:

$$\left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{Q}} \right)^n \Delta \hat{Q}^n = -R(\hat{Q}^n) \quad (2.28)$$

Akış değişken vektörünün yeni değerleri, \hat{Q} , $n+1'$ inci iterasyonda aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\hat{Q}^{n+1} = \hat{Q}^n + \Delta \hat{Q}^n \quad (2.29)$$

Newton yöntemi ile yapılan çözümlerde Jacobian matrislerine ihtiyaç duyulmaktadır. Jacobian matrisinin elemanları kalan vektörünün akış değişken vektörüne göre türevleri olarak tanımlanabilir. Verilen bir hücrede, kalan vektörü sadece komşu hücrelerdeki akış değişkenlerine bağlı olduğu için Jacobian matrisinin elemanlarının çoğu sıfırdır. Bu çalışmada, Jacobian matrisinin çözümü için UMFPACK (Unsymmetric-pattern MultiFrontal PACKage) seyrek matris (sparse matrix) çözüm yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde seyrek matrisin sıfırdan farklı elemanları seyrek matris depolama yöntemi ile saklanmakta, daha sonra matris LU çarpanlarına ayrılmaktadır.

2.3.5 Optimizasyon Yöntemi

Genel olarak bir optimizasyon yönteminde amaç ve sınırlama fonksiyonları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\text{Amaç fonksiyonu: } F[\hat{Q}(D_i), X(D_i), D_i], i = 1, I \quad (2.30)$$

$$\text{Sınırlama fonksiyonları: } G_j[\hat{Q}(D_i), X(D_i), D_i] j = 1, J$$

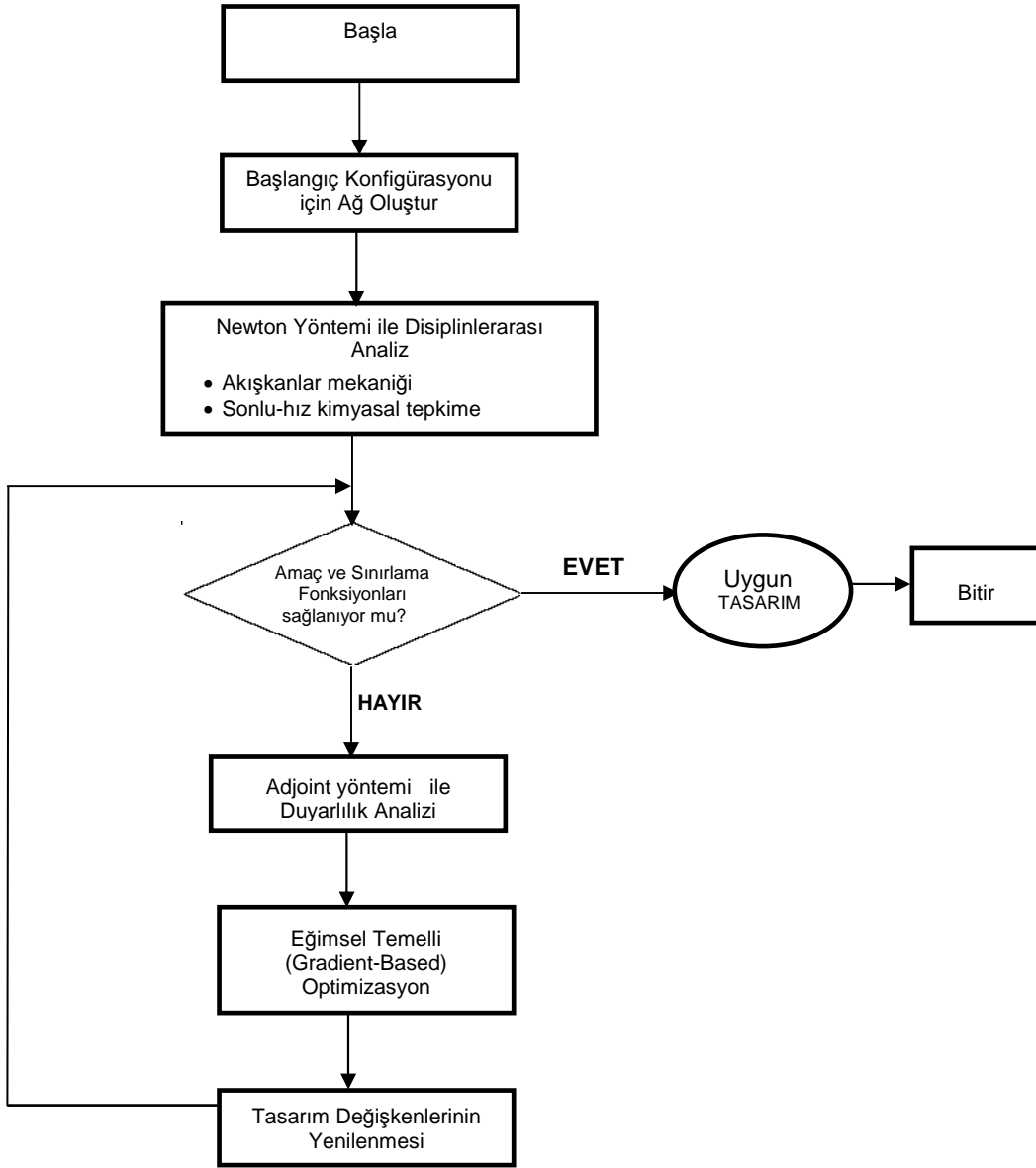
Yukarıdaki ifadelerde, F , G , \hat{Q} , X , D , I , ve J , sırasıyla amaç fonksiyonu, sınırlama fonksiyonu, akış denklemlerinde kullanılan akış değişkenleri (yoğunluk, hız bileşenleri, enerji, kimyasal türler), ağ (mesh) noktalarının koordinatları, tasarım değişkenleri, tasarım değişkenlerinin sayısı ve sınırlama fonksiyonlarının sayısıdır. Şekil 2.1' de geliştirilen tasarım yöntemine ait akış şeması görülmektedir.

Geliştirilen yazılımda kullanılan eğimsel temelli optimizasyon yönteminde duyarlılık değerlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Duyarlılıklar, amaç ve sınırlama fonksiyonlarının tasarım değişkenlerine göre türevleridir, ve matematiksel olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{dF}{dD_i}, \frac{dG_j}{dD_i} \quad (2.31)$$

Duyarlılıkların doğru ve verimli olarak hesaplanması tasarım optimizasyonunun performansını artırır. Duyarlılıkların doğrulukları tasarım optimizasyonun yakınsamasını etkilemektedir. Bir tasarım optimizasyonunda bilgisayar zamanının büyük bir kısmı duyarlılık değerlerinin hesaplanması için harcanmakta ve duyarlılık değerlerinin verimli olarak hesaplanması tasarım için harcanan bilgisayar zamanını önemli ölçüde azaltmaktadır. Duyarlılık değerlerini iki ayrı yöntem olarak, sonlu farklar (finite-difference) veya analitik yöntemler ile hesaplamak mümkündür.

Sonlu farklar yönteminin uygulanması oldukça basittir. Herhangi bir sonlu-farklar yöntemi duyarlılık değerlerinin hesaplanması için kullanılabilir. Fakat bu yöntemin bazı dezavantajları bulunmaktadır. Sonlu farklar yöntemi ile hesaplanan duyarlılık değerlerinde hatalar oluşmakta ve duyarlılık değerlerinin bilgisayarda hesaplanması uzun süre almaktadır. Bu yöntemde, duyarlılık değerlerinin doğruluğu sonlu farklar adım büyüklüğüne bağlıdır. Ayrıca, her bir duyarlılık değeri hesabı için akış denklemlerinin tekrar çözülmesi bilgisayar zamanı artırmaktadır. Duyarlılık değerlerinin hesaplanmasının başka bir yolu analitik yöntemlerin kullanılmasıdır. Bu yöntemde, akış denklemlerinin tasarım değişkenlerine göre analitik olarak türevleri alınarak duyarlılık analizi yazılımı elde edilir. Analitik yöntem ile duyarlılık değerleri daha doğru olarak hesaplamak mümkündür. Analitik yöntemin en önemli dezavantajı duyarlılık değerlerinin hesaplanması için yazılım geliştirilmesidir.



Şekil 2.1 Tasarım Akış Diyagramı

Proje kapsamında geliştirilen tasarım yazılımında duyarlılık değerleri analitik olarak hesaplanmıştır. Analitik yöntemde, amaç ve sınırlama fonksiyonlarının duyarlılık değerleri aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\frac{dF}{dD_i} = \frac{\partial F}{\partial \hat{Q}} \left(\frac{d\hat{Q}}{dD_i} \right) + \frac{\partial F}{\partial X} \left(\frac{dX}{dD_i} \right) + \frac{\partial F}{\partial D_i} \quad (2.32)$$

$$\frac{dG_j}{dD_i} = \frac{\partial G_j}{\partial \hat{Q}} \cdot \left(\frac{d\hat{Q}}{dD_i} \right) + \frac{\partial G_j}{\partial X} \cdot \left(\frac{dX}{dD_i} \right) + \frac{\partial G_j}{\partial D_i} \quad (2.33)$$

Yukarıdaki denklemlerde akış değişkenlerinin tasarım değişkenlerine göre türevleri, $d\hat{W}/dD_i$, duyarlılık analizi yazılımından elde edilir. Ağ koordinatlarının tasarım değişkenlerine göre türevleri, dX/dD_i , herhangi bir yazılım gerektirmeden kolayca hesaplanabilir.

Duyarlılık hesaplamalarını analitik olarak iki farklı yöntem ile yapmak mümkündür. Bunlardan ilki doğrudan türev alma (direct differentiation) yöntemidir. Bu yöntemde, sayısal olarak ayrıştırılmış kalan (residual) vektörünün, \hat{R} , tasarım değişkenlerine göre türevleri alınır. Duyarlılık değerlerinin analitik olarak hesaplaması için sayısal olarak ayrıştırılmış (discretized) akış denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\hat{R}(\hat{Q}(D_i), X(D_i), D_i) = 0 \quad (2.34)$$

Yukarıdaki denklemin tasarım değişkenlerine göre analitik olarak türevleri alınırsa,

$$\left[\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{Q}} \right] \left(\frac{d\hat{Q}}{dD_i} \right) + \left[\frac{\partial \hat{R}}{\partial X} \right] \left(\frac{dX}{dD_i} \right) + \frac{\partial \hat{R}}{\partial D_i} = 0 \quad (2.35)$$

denklemini elde edilir. Burada Jacobian matrisi, $\left[\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{Q}} \right]$ olarak görülmektedir. Akış değişkenlerinin duyarlılık değerlerini, $d\hat{Q}/dD_i$, hesaplayabilmek için Denklem (2.35) aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\left[\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{Q}} \right] \left(\frac{d\hat{Q}}{dD_i} \right) = - \left[\frac{\partial \hat{R}}{\partial X} \right] \left(\frac{dX}{dD_i} \right) - \frac{\partial \hat{R}}{\partial D_i} \quad (2.36)$$

Bu yöntemde, akış denklemlerini çözerken Jacobian matrisinin LU çarpanlarına ayrıştırılmış olması büyük avantaj sağlamaktadır. Ayrıştırılmış matrisinin farklı sağ vektörler için çözülmesi oldukça basit olması duyarlılık hesaplamalarının verimli olarak yapılmasını sağlamaktadır. Doğrudan türev alma yönteminde, yukarıdaki denklemden hesaplanan akış değişkenlerine ait duyarlılık değerleri, $d\hat{Q}/dD_i$, Denklem (2.36) ve (2.32) de kullanılarak amaç ve sınırlama fonksiyonlarına ait duyarlılık değerleri elde edilmektedir.

Analitik olarak duyarlılık hesaplamasının başka bir yöntemi eklenmiş (adjoint) yöntemidir. Bu yöntemde ayrıştırılmış kalan (residual) vektörü, \hat{R} , sağlanması gereken sınırlama fonksiyonu olarak kabul edilir.

$$\frac{dF}{dD_i} = \frac{\partial F}{\partial \hat{Q}} \cdot \left(\frac{d\hat{Q}}{dD_i} \right) + \frac{\partial F}{\partial X} \cdot \left(\frac{dX}{dD_i} \right) + \frac{\partial F}{\partial D_i} + \Lambda^T \left\{ \underbrace{\left[\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{Q}} \right] \cdot \left(\frac{d\hat{Q}}{dD_i} \right) + \left[\frac{\partial \hat{R}}{\partial X} \right] \cdot \left(\frac{dX}{dD_i} \right) + \frac{\partial \hat{R}}{\partial D_i}}_{\text{Denklem (3.1.35)'e göre sıfır olmak zorunda}} \right\} \quad (2.37)$$

Yukarıdaki denklemde, Lagrange çarpanı ile çarpılan parantez içerisindeki terimlerin toplamı (2.35) denklemine göre sıfır olmak zorundadır. Amaç fonksiyonunun tasarım değişkenlerine göre türevlerinin veya duyarlılıklarının hesaplandığı (2.35) denklemi Lagrange çarpanı (Lagrange multiplier), Λ , kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir

$$\frac{dF}{dD_i} = \frac{\partial F}{\partial X} \left(\frac{dX}{dD_i} \right) + \frac{\partial F}{\partial D_i} + \Lambda^T \left\{ \left[\frac{\partial \hat{R}}{\partial X} \left(\frac{dX}{dD_i} \right) + \frac{\partial \hat{R}}{\partial D_i} \right] \right\} + \underbrace{\left\{ \left[\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{Q}} \right]^T \Lambda + \left(\frac{\partial F}{\partial \hat{Q}} \right)^T \right\}}_{\text{sifir olarak seçilirse}} \left(\frac{d\hat{Q}}{dD_i} \right) \quad (2.38)$$

Yukarıdaki denklemde son parantezin içerisindeki terimlerin toplamı sıfıra eşitlenirse, amaç fonksiyonuna ait duyarlılık değerleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{dF}{dD_i} = \frac{\partial F}{\partial X} \left(\frac{dX}{dD_i} \right) + \frac{\partial F}{\partial D_i} + \Lambda^T \left\{ \left[\frac{\partial \hat{R}}{\partial X} \left(\frac{dX}{dD_i} \right) + \frac{\partial \hat{R}}{\partial D_i} \right] \right\} \quad (2.39)$$

Bu yöntemin avantajı duyarlılık değerlerinin hesabında Jacobian matrislerinin her bir tasarım değişkeni için çözülmemesidir. Jacobian matrisleri bütün tasarım değişkenleri için sadece bir kere aşağıdaki sistem için çözülür.

$$\left[\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{Q}} \right]^T \Lambda = - \frac{\partial F}{\partial \hat{Q}} \quad (2.40)$$

Lagrange çarpanlarının hesaplanmasında sonra Denklem (2.39) kullanılarak amaç ve sınırlama fonksiyonlarının tasarım değişkenlerine göre duyarlılık değerleri hesaplanabilir. Bu hesaplamada matris çözümüne gerek yoktur. Duyarlılık değerleri matris vektör çarpımı şeklinde hesaplanabilir.

2.4 Bulgular

Bu çalışmanın amacı belirlenen uçuş şartlarında en az aerodinamik kayba sahip olan geometrinin hesaplanmasıdır. Aerodinamik kayıplar aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$Kayıp = \int P dA_y \quad (2.41)$$

Burada dA_y akış yönüne dik olan yüzey alanıdır. Optimizasyon yönteminde, amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\text{Amaç fonksiyonu: } F = \frac{Kayıp}{Kayıp_0} \quad (2.42)$$

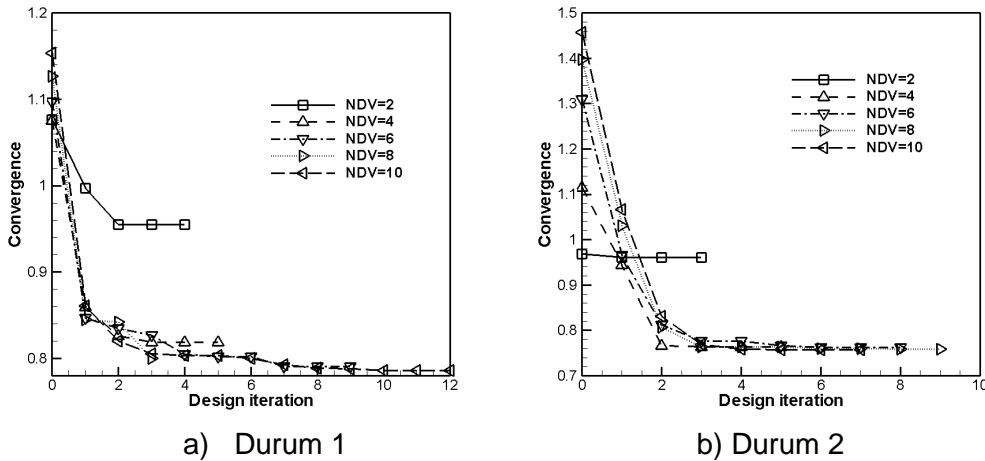
Yukarıdaki denklemde 0 başlangıçtaki konfigürasyonu göstermektedir. Tasarım Tablo 2.2 de verilen iki farklı uçuş şartında gerçekleştirilmiştir. Isı transferi ile ilgili herhangi bir

sınırlama fonksiyonu kullanılmasa bile tasarım değişkeni olarak kullanılan Bezier kontrol noktalarına uygulanan sınırlamalar ile geometrinin küçük yarıçaplı olarak değişmesi engellenmiştir. Denklem (2.1) de verildiği gibi ısı transferi yarıçapın karekökü ile ters orantılı olması nedeni ile yarıçapın küçülmesini engelleyerek ısı transferi için dolaylı olarak bir sınırlama getirilmiştir.

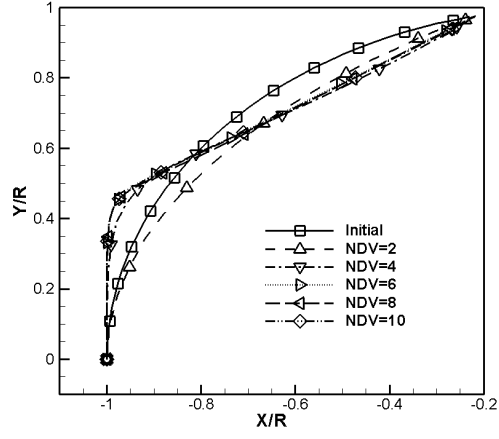
Tablo 2.2 Uçuş şartları

| Parametre | Değer |
|---------------------------------|--------------------------------|
| Sıcaklık (T_∞) | 293 [K] |
| Basınç (P_∞) | 664 [Pa] |
| Mach (M_∞) | 7.1 (Durum1) 15.3 (Durum 2) |
| O ₂ 'nin kütle oranı | 0.237 |
| N ₂ 'nin kütle oranı | 0.763 |

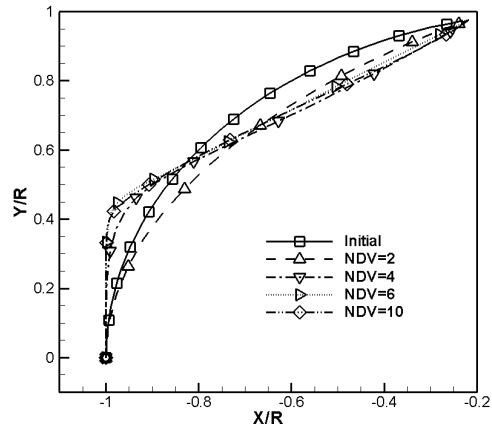
Tasarım çalışması ilk olarak Euler ve sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri kullanılarak yapılmıştır. Tasarım değişken sayısının tasarımın performansına olan etkisi incelenmiştir. Tasarım değişken sayısı 4, 5, 6, 7, ve 8 olarak belirlenmiştir. Şekil 2.2 a) ve b) de Durum 1 ve 2 için farklı sayıdaki tasarım değişkeni ile amaç fonksiyonunun yakınsaması görülmektedir. Şekillerden de görüldüğü gibi, her iki durum için, 4 den fazla tasarım değişkeni kullanmanın tasarımın performansını iyileştirme yönünde çok fazla etkisi olmamaktadır. Şekil 2.3 a) ve b) de Durum 1 ve 2 için elde edilen tasarımların geometrileri farklı sayıdaki tasarım değişkeni için karşılaştırılmıştır. Şekil 2.3 c) de görüldüğü gibi farklı Mach sayılarında yapılan tasarımlardan elde edilen geometriler birbirine oldukça yakındır. Bu durum hipersonik akışlar için kullanılan Oswatitsch prensibi (Oswatitsch 1951 and Kliche et al. 2011) ile açıklanabilir. Bu prensibe göre, yüksek Mach sayılarında aerodinamik performans Mach sayısından bağımsız olmaktadır.



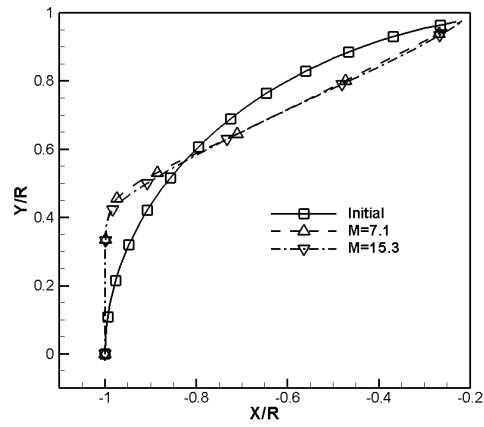
Şekil 2.2 Tasarım Akış Diyagramı



a) Durum 1



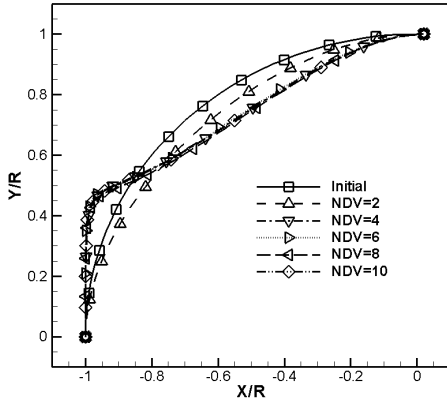
b) Durum 2



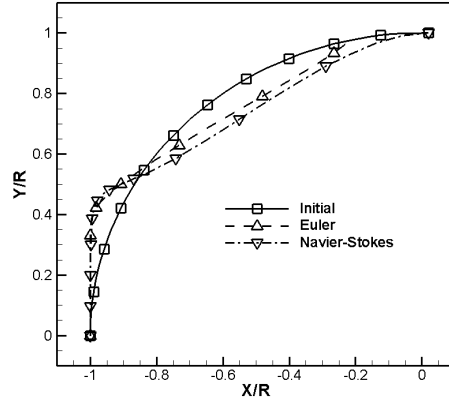
Şekil c) Mach sayısı etkisi

Şekil 2.3 Euler denklemleri ile tasarım

Navier-Stokes ve kimyasal reaksiyon denklemleri kullanılarak elde edilen tasarım sonuçları Şekil 2.3 de görülmektedir. Euler ve kimyasal reaksiyon denklemleri ile elde edilen sonuçlara benzer olarak, 4 den fazla sayıda tasarım değişkeni kullanmak tasarımın performansını önemli ölçüde etkilememektedir. Euler ve Navier-Stokes denklemleri ile elde edilen geometriler birbirine oldukça benzemektedir. Şekil 2.4 den görüldüğü gibi, amaç fonksiyonunun yakınsaması 2. tasarım iterasyonundan sonra yavaşlamaktadır. Şekil 2.5 de orijinal ve tasarım geometrileri için stagnation streamline boyunca Mach sayısı, sıcaklık, yoğunluk ve basınç değişimleri görülmektedir. Kimyasal türlere ait kütle oranlarındaki değişimler Şekil 2.6 da görülmektedir. Şekillerden de görüldüğü gibi, akış şok dalgasını geçerken büyük değişikliklere maruz kalmaktadır.

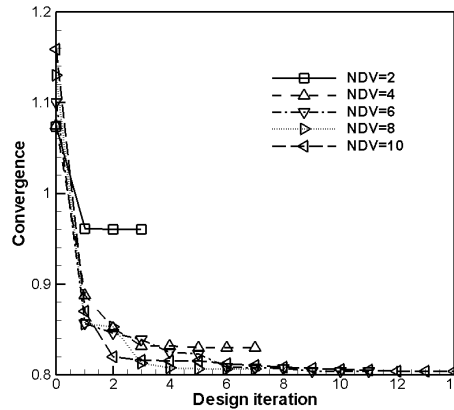


a) Durum 2

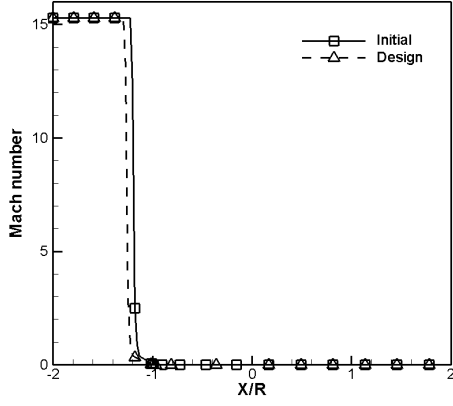


b) Euler ve Navier-Stokes çözümleri

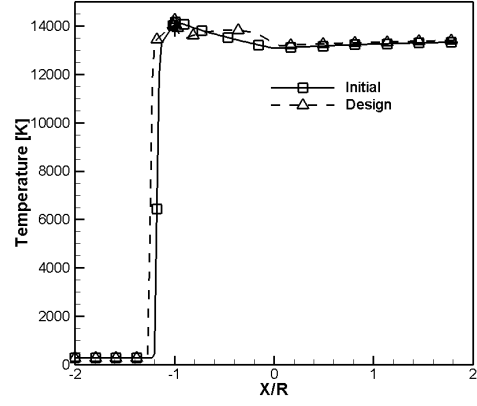
Şekil 2.4 Navier-Stokes denklemleri ile tasarım



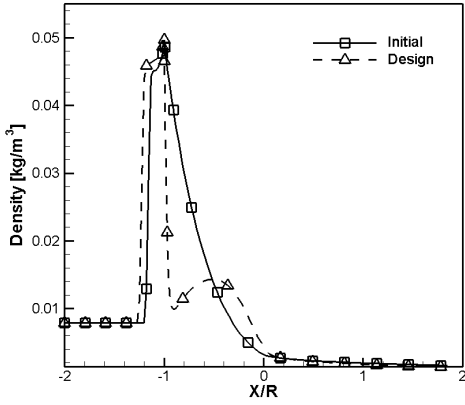
Şekil 2.5 Amaç fonksiyonunun yakınsaması (Navier-Stokes)



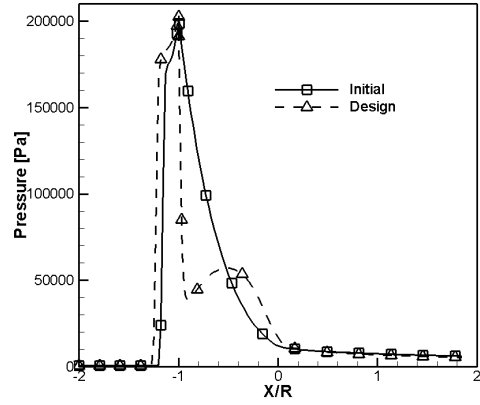
a) Mach sayısını



b) Sıcaklık

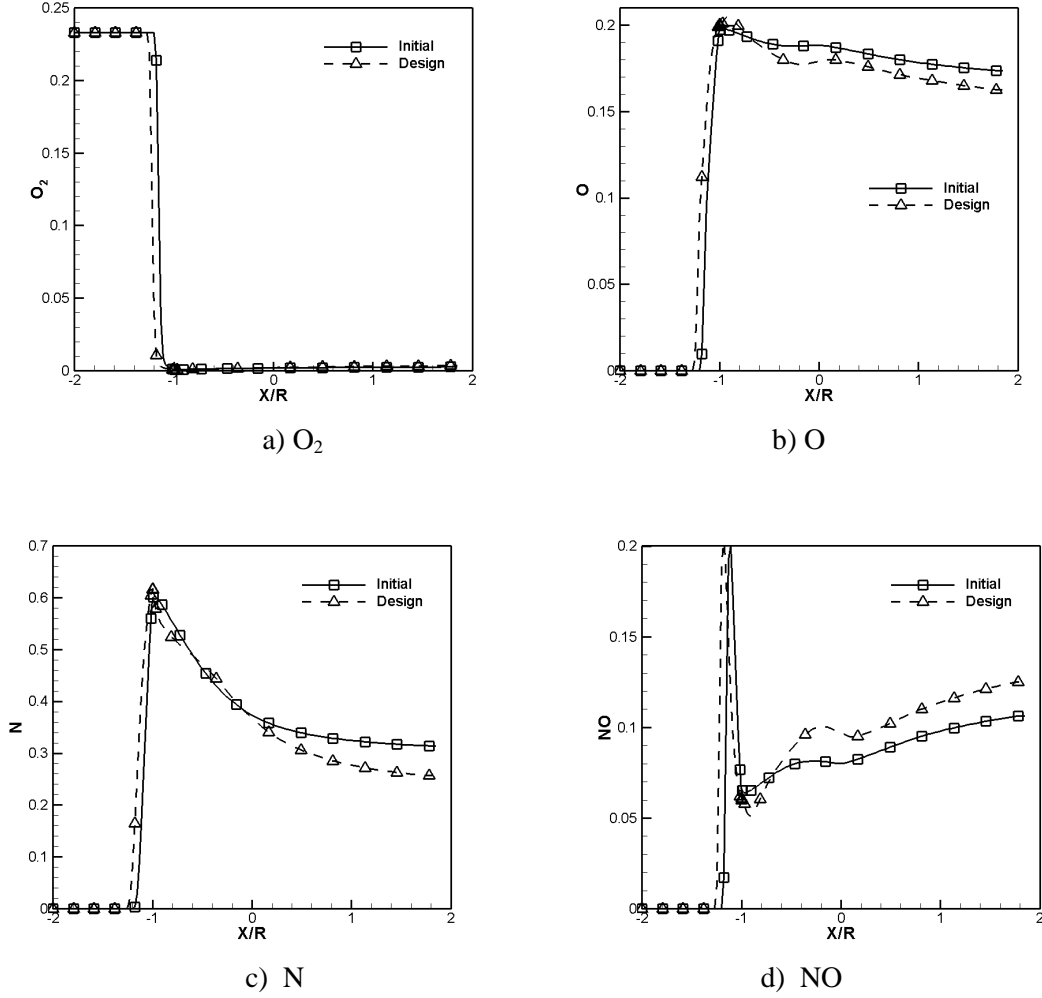


c) Yoğunluk



d) Basınç

Şekil 2.6 Stagnation streamline boyunca akışın değişimi (Navier-Stokes)



Şekil 2.7 Stagnation streamline boyunca akışın değişimi (Navier-Stokes)

2.5 Tartışma/Sonuç

Bu çalışmada, hipersonik akış şartlarında optimum geometrinin hesaplanabilmesi için tasarım optimizasyon yöntemi geliştirilmiştir. Akış analizi için Euler/Navier-Stokes ve sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri eş zamanlı olarak Newton yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Newton yöntemi için gerekli olan Jacobian matrisi analitik olarak hesaplanmıştır. Jacobian matrisinin çözümü için seyrek matris çözüm paketleri kullanılmıştır. Eğimsel temelli optimizasyon yöntemi ile kayıplar en aza indirilmiştir. Geometrinin değiştirilmesi için Bezier eğrilerinden faydalanılmıştır. Bezier eğrilerinin kontrol noktalarının yerleri tasarım değişkenleri olarak tanımlanmıştır. Birim zamanda yüzeye olan ısı transferi yüzey yarıçapının karekökü ile ters orantılı olduğu için yüzey

yarıçapının azaltılmamasına özen gösterilmiştir. Bu nedenle Bezier kontrol noktalarının değişimine sınırlamalar getirilmiştir. Farklı sayıdaki tasarım değişkeninin tasarım yönteminin performansına olan etkisi incelenmiştir. Genel olarak, altı adet tasarım değişkeni kullanmak yeterli olmaktadır. Akış şartlarının tasarım sonuçlarına olan etkisi incelenmiştir. Beklendiği gibi, hipersonik akış şartlarında tasarımdan elde edilen geometrinin yaklaşık olarak uçuş Mach sayısından bağımsız olduğu görülmüştür.

Küt burunlu aksenal simetrik hipersonik araçların tasarım optimizasyonu için geliştirilen yöntemde hücum açısının olması gerekmektedir. Bundan sonra yapacağımız çalışmalarda üç boyutlu Navier-Stokes ve kimyasal reaksiyon denklemlerini çözerek daha gerçekçi şartlarda tasarımlar yapılacaktır. Ayrıca, geometrik olarak daha karmaşık araçların tasarımını yapabilmek için çok bloklu yapısal ağ sistemin kullanılması gerekmektedir. Bu durumları göz önünde bulundurarak, paralel işlemcilerin ve çok bloklu yapısal ağ sisteminin kullanılması ile ilgili çalışmalarımız başlamıştır. Proje bursiyerlerinden Tuğba Pişkin tarafından tamamlanan, ve Muharrem özgün ve Hilmi Berk Gür tarafından halen sürdürülen yüksek lisans tez çalışmalarının bu konu ile ilgili altyapı oluşturacağını tahmin etmekteyiz.

Kaynaklar

- Ahmed, M. ve Qin, N. 2012. "Surrogate-based Multi-objective Aerothermodynamic Design Optimization of Hypersonic Spiked bodies", AIAA Journal, 50, 797-810.
- Kliche, D., Mundt, C. and Hirschel, E. H. 2011. "The Hypersonic Mach Number Independence Principle in the Case of Viscous Flow", Shock Waves, 21, 307–314.
- Lees, L.,1956. Laminar Heat Transfer Over Blunt-Nosed Bodies at Hypersonic Flight Speeds, Journal of Jet Propulsion, 26, 259-269.
- Meyer, B., Nelson, H. F. ve Riggins, D. W. 2001. Hypersonic Drag and Heat-Transfer Reduction Using a Forward-Facing Jet", Journal of Aircraft, 38, 680-686.
- Oswatitsch. K. 1951. "Ähnlichkeitsgesetz für Hyperschallströmung". ZAMP, 2, 249–264.
- Park C. 1985. "On Convergence of Computation of Chemically Reacting Flows". AIAA Paper 85-0247.
- Park, C. 1990. Nonequilibrium Hypersonic Aerothermodynamics. New York: Wiley.
- Riggins, D., Nelson, H. F. ve Johnson, E. 1999. "Blunt-Body Wave Drag Reduction Using Focused Energy Deposition", AIAA Journal, 37, 460-467.
- Rose, P.H. ve Stankevics J.O. 1963. "Stagnation Point Heat Transfer Measurements in Partially Ionized Air", AIAA Journal, 1, 2752-2763.

Seager E. ve Agarwal R. K. 2015, "Hypersonic Blunt-Body Shape Optimization for Reducing Drag and Heat Transfer", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Article in Advance.

Silton, S.I. ve Goldstein D.B. 2005. "Use of an Axial Nose-Tip Cavity for Delaying Ablation Onset in Hypersonic Flow", Journal of Fluid Mechanics, 528, 297-321.

Van Albada, G., Van Leer, B. ve Roberts, W. W. 1982. "a Comparative Study of Computational Methods in Cosmic Gas Dynamics", Astronomy and Astrophysics, 108, 76-84.

Van Leer, B. 1979. "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme", V. A second Order Sequel to Godunov's Method", Journal of Computational Physics, 32, 101–36.

Wright, M., Loomis, M., ve Papadopoulos, P. 2003. "Aerothermal Analysis of the Project FIRE II Afterbody Flow", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 17, 240-249.

Yisheng R. 2013. "Drag Reduction Research in Supersonic Flow with Opposing Jet", Acta Astronautica, 91, 1–7.

Zishka E., Seager C, Huang G. ve Agarwal R. K. 2015. "Shape Optimization of a Blunt Body in Reacting Hypersonic Flow in Chemical Non-Equilibrium for Reducing Both Drag and Heat Transfer", 45th AIAA Thermophysics Conference, AIAA Paper 2015-2967

3. AZ İYONLAŞMIŞ (WEAKLY IONOİZED) HİPERSONİK AKIŞLARIN MODELLENMESİ

Çalışmada Görev Alanlar: Yüksek Lisans Öğrencisi Tuğba Pişkin (Bursiyer)

Doç. Dr. Sinan Eyi (Proje Yöneticisi)

3.1 Giriş

Yerçekimi nedeni ile ivmelenen uzay araçlarının atmosfere giriş (reentry) hızları oldukça yüksek değerlere çıkmaktadır. Sürtünme ile aracın kinetik enerjisi ısıya dönüşmekte ve araç etrafındaki sıcaklık önemli ölçüde artmaktadır. Atmosfere girişte araç etrafında oluşan yüksek hızlı hipersonik akışlarda oluşan fiziksel ve kimyasal olayların doğru modellenmesi gerekmektedir. Projede yer alan bu çalışmanın amacı kimyasal, termodinamiksel ve titreşimsel dengesizliklerin gerçek gaz varsayımıyla çözülmesidir. Sıcaklık varsayımlarına göre birçok farklı model bulunmaktadır. En basit olanı tek sıcaklık yöntemi olup bütün enerji modlarının tek bir sıcaklık değeri ile belirlenmesine dayanır. Ancak yüksek sıcaklarda bu yöntem akışın modellenmesinde yetersiz kalmaktadır. İki sıcaklık yöntemi yaygın olarak kullanılmakta olup, bu yöntemde, translational ve rotational enerji modları bir sıcaklık olarak, titreşimsel ile elektronik enerji modları ise ayrı bir sıcaklık olarak tanımlanır. Yüksek sıcaklıklarda, kimyasal reaksiyonlar ve titreşimsel sıcaklık değerleri birbirlerini etkiler. İki olgu arasındaki etkileşim, çizgisel ve titreşimsel sıcaklıkların ortalama değerleriyle bulunur. Bu çalışmanın amacı yüksek sıcaklıklardaki hipersonik akışlarda farklı kimyasal tür ve sıcaklık modlarının akış analizine olan etkisini incelemektir. Bu çalışma ile ilgili elde edilen sonuçlar aşağıda verilen bir adet yüksek lisans tezi ve konferans bildirilerinde yayınlanmıştır.

Yüksek lisans tezi:

1. Pişkin T., "Analysis Of Weakly Ionized Hypersonic Flow," Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü, Temmuz 2015 (Supervisor: Eyi, S.)

Konferans bildirileri:

1. Piskin T. ve Eyi, S., "Modelling Physical and Chemical Non-Equilibrium Flow at Hypersonic Speed," 8th ICCHMT (International Conference on Computational Heat and Mass Transfer), Paper No 132, 25-28 Mayıs 2015, Istanbul
2. Pişkin T. ve Eyi S., 'Analysis Of Hypersonic Non-Equilibrium Reentries With Newton-GMRES Method,' 12th International Planetary Probe Workshop, IPPW2015-3207, 15-19 Haziran 2015, Cologne, Almanya

3. Pişkin T. ve Eyi, S., 'Modelling Thermochemical Nonequilibrium during Atmospheric Re-Entry', AIAA Paper 2015-3978, 51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, 27-29 Temmuz 2015, Orlando, Florida, ABD
4. Pişkin T. ve Eyi, S., 'Analysis and Adjoint Design Optimization of Hypersonic Blunt Bodies,' AIAA Paper 2014-4022, 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, 28-30 Temmuz 2014, Cleveland, Ohio, ABD
5. Pişkin T., Eyi, S., ve Yumuşak, M., 'Analysis and Design Optimization of Blunt Bodies in Hypersonic Flow,' AIAA Paper 2014-3255, AIAA 32nd AIAA Applied Aerodynamics Conference, 16-20 Haziran 2014, Atlanta, Georgia, ABD

3.2 Literatür Özeti

Hipersonik akışların modellenmesi ile ilgili birçok araştırma yapılmıştır. Bu çalışmada olduğu gibi, süreklilik (continuum) varsayımının geçerli olduğu durumlarda, genel olarak Navier-Stokes denklemleri, ideal veya gerçek (real) gaz varsayımları kullanılarak çözülmüştür. İdeal gaz denklemleri hesaplama açısından daha uygun olsa da özellikle yüksek sıcaklıklarda, bu denklemlerin kullanılması hatalı sonuçlar vermekte (Park, 1993) ve gerçek gaz denklemlerinin kullanılması tercih edilmektedir. Hipersonik akışların modellenmesi ile ilgili yapılan çalışmalarda, başlangıçta, tek sıcaklık yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde translational ve rotational enerji modları tek sıcaklıkla modellenmiştir. İki sıcaklık yönteminde, vibrational enerjinin modellenmesi için ikinci bir sıcaklık tanımlanmıştır (Park, 1989). İki sıcaklık yönteminde, vibrational ve electronic enerji modları arasındaki değişimin oldukça hızlı gerçekleştiği kabul edilmiştir. Bu nedenle, kimyasal türlere (species) ait electronic enerji modları vibrational sıcaklık içinde tanımlanmıştır. Son zamanlarda yapılan çalışmalarda, translational-rotational, vibrational ve electronic modlarının ayrı ayrı hesaplandığı üç sıcaklık yöntemi kullanılmaktadır (Kim vd 2011; Bourdon ve Vervisch, 1997). Sıcaklık modelleri arasındaki enerji değişimlerinin doğru olarak modellenmesi önemli sonuçların doğruluğu açısından önemli olmaktadır. Rotational ve translational enerji modları arasındaki değişim hızlı olmasına rağmen, rotational, translational, vibrational ve electronic enerji modlarının ayrı ayrı modellendiği dört sıcaklık modeli kullanan çalışmalar da bulunmaktadır (Boyd, 1993). Ancak bu modellerle yapılan hesaplamalar daha uzun CPU zamanı gerektirmektedir.

Kimyasal dengede olmayan (non-equilibrium) akışların modellenmesinde sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri yaygın olarak kullanılmaktadır. Sonlu hızlı kimyasal reaksiyonlarda ileriye dönük (forward) reaksiyon hızları deneysel datalara eğri uydurarak elde edilmektedir. Bu eğrilerde kullanılmak üzere havanın reaksiyonu ile ilgili olarak birçok katsayı tanımlanmıştır (Gupta vd 1990; Dunn ve Kang 1973, Park 1990; Gardiner 1984).

Geriye dönük (backward) reaksiyon hızlarını hesaplamak için iki farklı yöntem kullanılmaktadır. Bunlardan ilki Gibbs serbest enerjisinin minimize edilmesine dayanmaktadır. Diğer yöntem Park'ın geliştirdiği polinomlar ile eğri uydurulmasına dayanmaktadır (Park 1990). Vibrational olarak tahrik edilen moleküllerin dissociate olması muhtemeldir. Vibrational sıcaklık ve kimyasal reaksiyonlar arasındaki ilişki ile ilgili olarak birçok yaklaşım bulunmaktadır. Dissociation reaksiyonlarında Park tarafından geliştirilen ortalama sıcaklık bunlar arasında en yaygın olarak kullanılanıdır (Park 1990). Daha sonra, Park tarafından tanımlanan bu sıcaklık Sharma tarafından geliştirilmiştir (Sharma vd. 1988). Vibrational enerji seviyeleri ile dissociation reaksiyonları arasındaki ilişkileri olasılıksal (probabilistic) olarak inceleyen çalışmalar da bulunmaktadır (Marrone ve Treanor 1963). Bu konu ile ilgili daha yeni çalışmalar Knab vd. (1995) ve Macheret vd. (1994) de bulunabilir.

Özellikle kimyasal reaksiyonlu hipersonik akışların çözümünde sayısal sertlik (numerical stiffness) nedeni ile denklemlerin çözümü zorlaşmaktadır (Wang ve Shu 2008). Bu nedenle, genellikle implicit çözüm yöntemleri tercih edilmektedir. Bu çalışmada explicit yöntemlerden biri olan Newton-GMRES yöntemi (Yıldızlar 2014) kullanılmış ve performansı hipersonik akışlarda test edilmiştir.

3.3 Yöntem

Projenin bu bölümü ile ilgili çalışmada akış analizi için üç boyutlu Euler ve sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri eş zamanlı olarak çözülmüştür. Vibrational enerji normal enerji denkleminde ayrı bir denklem ile modellenmiştir. Geçek ve ideal gaz varsayımları kullanılmıştır. Deneysel ve uçuş verilerinin yaygın olarak bulunması nedeni ile akış analizi üç boyutlu Apollo Komuta Modülü etrafında yapılmıştır. Denklemler sayısal olarak ayrıklaştırıldıktan sonra Newton-GMRES yöntemi ile çözülmüştür. Bu çalışmada kullanılan yöntemlerle ilgili detaylı açıklama aşağıda verilmiştir.

3.3.1 Akış Denklemleri

Atmosfere giren uzay araçlarının etrafındaki hipersonik akışların analizinde Euler ve sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri çözülmüştür. Bu denklemler, toplam kütle, kimyasal türlerin, momentumun, enerji ve vibrasyonel enerjinin korunumu olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{\partial F(Q)}{\partial x} + \frac{\partial G(Q)}{\partial y} + \frac{\partial H(Q)}{\partial z} - S_{cv} = 0 \quad (3.1)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \\ \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_{ns-1} \\ \rho E_v \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (E+P)u \\ \rho_1 u \\ \vdots \\ \rho_{ns-1} u \\ \rho u E_v \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ \rho vw \\ (E+P)v \\ \rho_1 v \\ \vdots \\ \rho_{ns-1} v \\ \rho v E_v \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + P \\ (E+P)w \\ \rho_1 w \\ \vdots \\ \rho_{ns-1} w \\ \rho w E_v \end{bmatrix}, S_{cv} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{\omega}_1 \\ \vdots \\ \dot{\omega}_{ns-1} \\ \dot{\omega}_v \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Yukarıdaki denklemlerde ρ yoğunluk, u , v , w hız bileşenleri. E toplam enerji, ρ_1 birinci kimyasal türe ait yoğunluk, E_v vibrasyonel enerji olarak, P basınç, $\dot{\omega}_1$ birinci kimyasal türe ait üreme terimi ve $\dot{\omega}_v$ vibrasyonel enerji ile ilgili kaynak terimi olarak tanımlanmıştır.

Yüksek sıcaklıklarda, atom ve moleküller arasındaki etkileşimin değişmesi nedeni ile ideal gaz varsayımı geçerliliğini kaybetmekte gerçek gaz denklemleri kullanılmaktadır.

$$\frac{C_{p,s}}{R} = a_{1,s} \frac{1}{T^2} + a_{2,s} \frac{1}{T} + a_{3,s} + a_{4,s} T + a_{5,s} T^2 + a_{6,s} T^3 + a_{7,s} T^4 \quad (3.3)$$

$$\frac{h_s}{R} = -a_{1,s} \frac{1}{T} - a_{2,s} \ln(T) + a_{3,s} T + a_{4,s} \frac{T^2}{2} + a_{5,s} \frac{T^3}{3} + a_{6,s} \frac{T^4}{4} + a_{7,s} \frac{T^5}{5} + a_{8,s} \quad (3.4)$$

$$\frac{S_s}{R} = -a_{1,s} \frac{1}{2T^2} - a_{2,s} \frac{1}{T} + a_{3,s} \ln(T) + a_{4,s} T + a_{5,s} \frac{T^2}{2} + a_{6,s} \frac{T^3}{3} + a_{7,s} \frac{T^4}{4} + a_{9,s} \quad (3.5)$$

Yukarıdaki gerçek gaz denklemlerinde kullanılan katsayılar NASA Glenn Research Center tarafından yayınlanan "NASA Glenn Coefficients for Calculating Thermodynamic Properties of Individual Species" (McBride vd, 2002) raporunda verilmiştir. Bu tabloda verilen katsayılar 200 K and 20000K sıcaklıkları arasında geçerlidir. Daha yüksek sıcaklıklar için de tablolar bulunmaktadır (Gupta vd 1990).

Akışın çok hızlı olması nedeni ile kimyasal reaksiyonların tamamlanabilmesi için yeterli zaman olmayabilir. Bu nedenle geliştirilen yazılımlarda, akışın kimyasal dengesizlik durumunda olduğu kabul edilmiştir. Her bir türe ait kütle korunum denklemleri kaynak terimleriyle birlikte kullanılmıştır. Kimyasal dengesizlik durumunda, ileri ve geri reaksiyon oranı katsayılarının ($k_{f,i}$ ve $k_{b,i}$) hesaplanması gerekmektedir. Bütün reaksiyonlar denklem (3.6) da olduğu gibi yazılmıştır. Bu denklemde, X her bir türe ait mol oranını (mole fraction) yani mol sayısının toplam mol sayısına oranını, n_s toplam tür sayısını ve n_r toplam reaksiyon sayısını göstermektedir.

$$\sum_{l=1}^{n_s} \alpha'_{l,i} X_l \xrightleftharpoons[k_{b,i}]{k_{f,i}} \sum_{l=1}^{n_s} \alpha''_{l,i} X_l \quad i = 1, 2, 3, \dots, n_r \quad (3.6)$$

İleri reaksiyon oranı katsayısının hesaplanmasında aşağıdaki Arrhenius denklemleri kullanılmıştır. i 'nci reaksiyona ait İleri Reaksiyon Oranı katsayısı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$k_{f,i}(T_r) = A_i T_r^{\beta_i} e^{-\frac{E_i}{R_u T_r}} \quad (3.7)$$

Yukarıdaki eşitlikte kullanılan A , β ve E_i katsayıları değişik araştırmacılar tarafından farklı değerlerde hesaplanmıştır. Bu değerler Pişkin T. tarafından tamamlanan yüksek lisans tezinde bulunabilir.

Sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemlerinin çözümünde Geri Reaksiyon Oranı (Backward Reaction Rate, k_b) nin hesaplanması gerekmektedir. Geri Reaksiyon Oranı i 'nci reaksiyon için aşağıdaki denklem kullanılarak hesaplanmıştır.

$$k_{b,i} = \frac{k_{f,i}}{k_{eq,i}} \quad (3.8)$$

Yukarıdaki denklemde de görüldüğü gibi Geri Reaksiyon Oranının hesaplanması için Denge Sabitinin (Equilibrium Constant k_{eq}) bilinmesine gerek vardır. Denge sabitini iki farklı şekilde hesaplamak mümkündür. Bunlardan ilki Gibbs Serbest Enerjisinin (Gibbs Free Energy) minimize edilmesi ile aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$k_{eq,i} = k_p(T_b) \left(\frac{R_u T_b}{P_{atm}} \right)^{\alpha} \quad (3.9)$$

Bu denklemde tanımlanan katsayılar aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\alpha = \sum_l^{n_s} (\alpha'_l - \alpha''_l) \quad (3.10)$$

Yukarıdaki denklemde görüldüğü gibi α stoichiometric katsayıların farkı olarak elde edilebilir. 1 atm basınçta hesaplanan k_p değeri aşağıdaki gibi sıcaklığın fonksiyonu olarak hesaplanabilir.

$$k_p(T_b) = e^{-\Delta g / RT_b} \quad (3.11)$$

Burada Δg Gibbs enerji farkı olup, aşağıdaki gibi tanımlanmıştır

$$\Delta g = \sum_l^{n_s} (\alpha''_l - \alpha'_l) g = \sum_l^{n_s} (\alpha''_l - \alpha'_l) (h_l - s_l T_b) \quad (3.12)$$

Denge katsayısını elde etmenin diğer bir yolu Park tarafından önerilen Eğri Uydurma (Curve Fit) yöntemidir. Bu yöntemde, sıcaklığın fonksiyonu olarak dördüncü dereceden bir polinom kullanılmaktadır.

$$k_{eq,i} = e^{(c_1 z^{-1} + c_2 + c_3 \ln z + c_4 z + c_5 z^2)} \quad (3.13)$$

Burada, $z = 10000/T$ olarak tanımlanmıştır. Her bir reaksiyon için katsayılar c_i sıcaklığın fonksiyonu olarak 10000K'ne kadar tablolar halinde verilmiştir. Daha yüksek sıcaklık değerleri için Gupta'nın geliştirdiği eğri uydurma yöntemi kullanılabilir. Bu yöntemde 30000 K'ne kadar olana sıcaklıklar için denge katsayısı aşağıdaki denklem yardımı ile hesaplanabilmektedir.

$$k_{eq,i} = e^{(c_1 z^5 + c_2 z^4 + c_3 z^3 + c_4 z^2 + c_5 z + c_6)} \quad (3.14)$$

Yukarıdaki denklemlerde kullanılan katsayılar Pişkin T. tarafından tamamlanan yüksek lisans tezinde bulunabilir. İleri ve geri reaksiyon oranlarının hesaplanmasından sonra aşağıdaki denklemde verilen kimyasal türlere ait kaynak (source) terimi \dot{w}_s hesaplanabilir.

$$\dot{w}_s = M_s \sum_{i=1}^{n_r} (\alpha_{si}'' - \alpha_{si}') \left(k_{fi} \prod_{s=1}^{n_s} [X_s]^{\alpha_{si}'} - k_{bi} \prod_{s=1}^{n_s} [X_s]^{\alpha_{si}''} \right) \quad (3.15)$$

Daha önce belirtildiği gibi, yukarıdaki denklemde kullanılan $[X_s]$ parametresi mol oranını (mole fraction), n_r reaksiyon sayısını ve n_s kimyasal tür sayısını göstermektedir.

3.3.2 Çözüm Yöntemi

Atmosfere giren uzay araçlarının etrafındaki akışların analizinde Euler ve kimyasal reaksiyon denklemleri eş zamannlı olarak Newton-GMRES yöntemi çözülmüştür. GMRES yöntemi Krylov alt uzay yöntemlerinden biri olup doğrusal (linear) denklem sistemlerinin iterasyon yöntemi ile çözümü için geliştirilmiştir. Newton-GMRES yönetiminin en önemli avantajlarından biri Newton yöntemine benzemesine rağmen Newton yönteminde oluşturulması ve çözülmesi gereken Jacobian matrisini kullanmamasıdır. Newton-GMRES yöntemi ile detaylı açıklama Bölüm 5 de verilmiştir.

3.4 Bulgular

Bu çalışmada, farklı sayıda kimyasal tür ve denklem kullanılmıştır. İlk olarak, toplam 5 adet kimyasal tür ve 17 adet kimyasal reaksiyon kullanılmıştır. Birinci durumda kullanılan kimyasal tür ve reaksiyonlar Tablo 3.1 de verilmiştir. Daha sonra, toplam 11 adet kimyasal tür ve 49 adet reaksiyon kullanılmıştır. Tablo 3.2 de ikinci durumda kullanılan kimyasal tür ve reaksiyonlar verilmiştir. Atmosferin %21'nin oksijen ve %79'nun nitrojenden oluştuğu, ve

oksijen ve nitrojen için dissociation reaksiyonlarının 2000K ve 4000K sıcaklıklarında başladığı kabul edilmiştir.

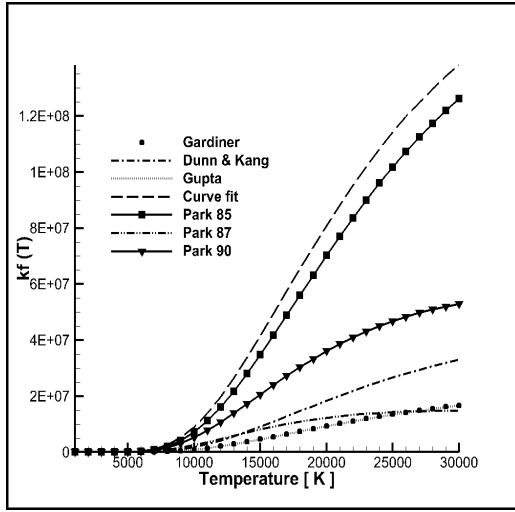
Tamamlanan çalışmalarda, ileri reaksiyon oranı katsayıları değişik yöntemler ile hesaplanmıştır. Değişik reaksiyonlar için farklı yöntemler ile hesaplanan katsayıların sıcaklığa bağlı değişimi Şekil 3.1 de görülmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi, değişik yöntemlerle elde edilen sonuçlar arasında farklılıklar görülmektedir. Ayrıca, Park yöntemi ile değişik reaksiyonlar için hesaplanan ileri reaksiyon oranı katsayısının sıcaklığa göre değişimi incelenmiştir. Şekil 3.2 de katsayıların sıcaklığa göre değişimlerindeki fark görülmektedir.

Tablo 3.1 Kimyasal türler ve reaksiyonlar (5 kimyasal tür)

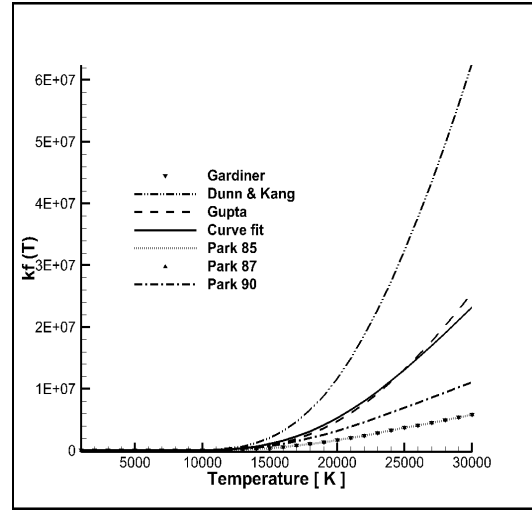
| | |
|---|--|
| Dissociation reaksiyonları ($M : O_2, N_2, NO, N$ and O) | $O_2 + M \Leftrightarrow 2O + M$ $N_2 + M \Leftrightarrow 2N + M$ $NO + M \Leftrightarrow N + O + M$ |
| Exchange (Zel' dovich) reaksiyonları | $N_2 + O \Leftrightarrow NO + N$ $NO + O \Leftrightarrow O_2 + N$ |

Tablo 3.2 Kimyasal türler ve reaksiyonlar (11 kimyasal tür)

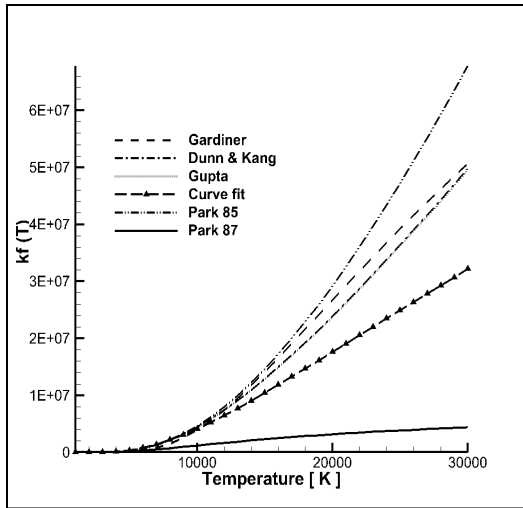
| | |
|---|--|
| Dissociative recombination reaksiyonları: | $N + O \Leftrightarrow NO^+ + e$ $O + O \Leftrightarrow O_2^+ + e$ $N + N \Leftrightarrow N_2^+ + e$ |
| Change exchange reaksiyonları: | $NO^+ + O_2 \Leftrightarrow O_2^+ + NO$ $NO^+ + N \Leftrightarrow N_2^+ + O$ $NO^+ + O \Leftrightarrow O_2^+ + N$ $NO^+ + O \Leftrightarrow O_2^+ + N_2^+$ $NO^+ + N \Leftrightarrow N_2 + O^+$ $O^+ + N_2 \Leftrightarrow N_2^+ + O$ $O^+ + NO \Leftrightarrow N^+ + O_2$ $O_2^+ + N_2 \Leftrightarrow N_2^+ + O_2$ $O_2^+ + N \Leftrightarrow N^+ + O_2$ |
| Electron impact dissociation: | $N_2 + e \Leftrightarrow 2N + e$ |
| Electron impact ionization: | $N + e \Leftrightarrow N^+ + 2e$ $O + e \Leftrightarrow O^+ + 2e$ |



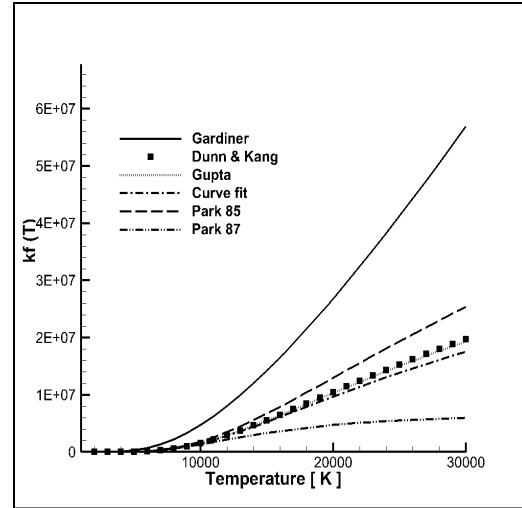
a) $O_2 + N_2 \rightleftharpoons 2O + N_2$



b) $2N_2 \rightleftharpoons 2N + N_2$

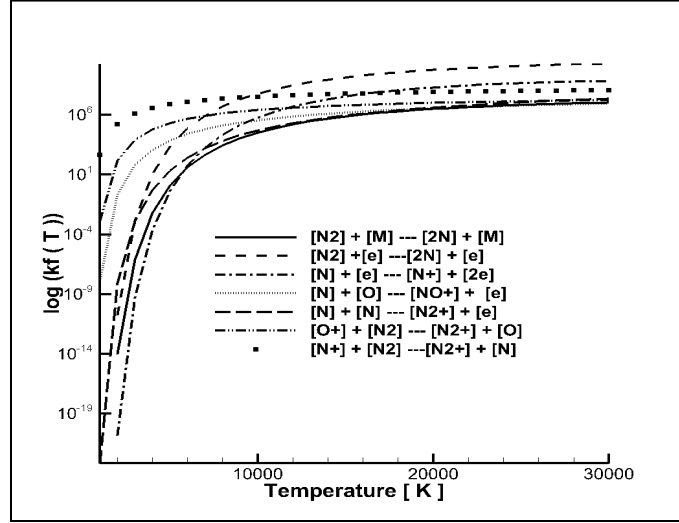


c) $N_2 + O \rightleftharpoons NO + N$



d) $NO + O \rightleftharpoons O_2 + N$

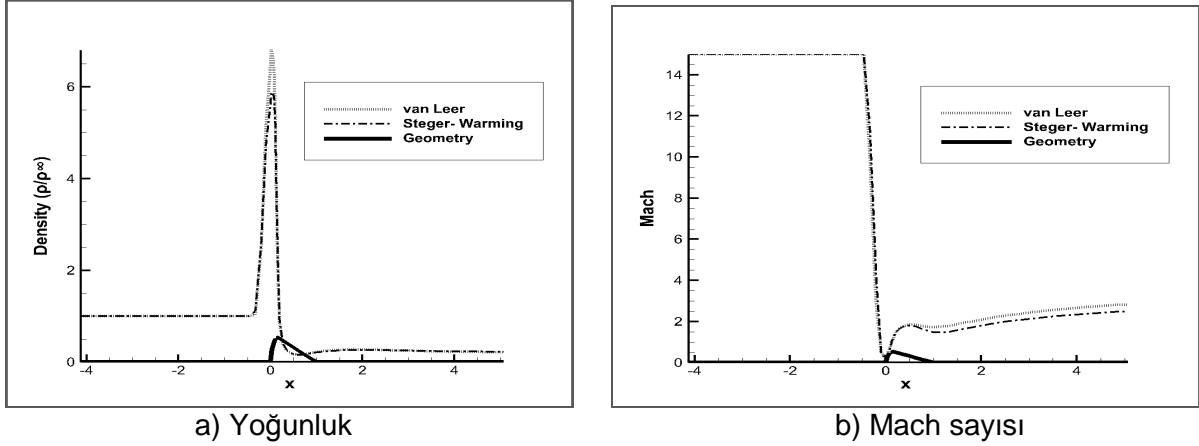
Şekil 3.1 Sıcaklığa bağlı olarak değişik yöntemler ile İleri Reaksiyon Oranı (Forward Reaction Rate, k_f) katsayısının hesaplanması



Şekil 3.2 Sıcaklığa bağlı olarak değişik reaksiyonlar için Park'ın katsayıları ile İleri Reaksiyon Oranı (Forward Reaction Rate, k_f) katsayısının hesaplanması

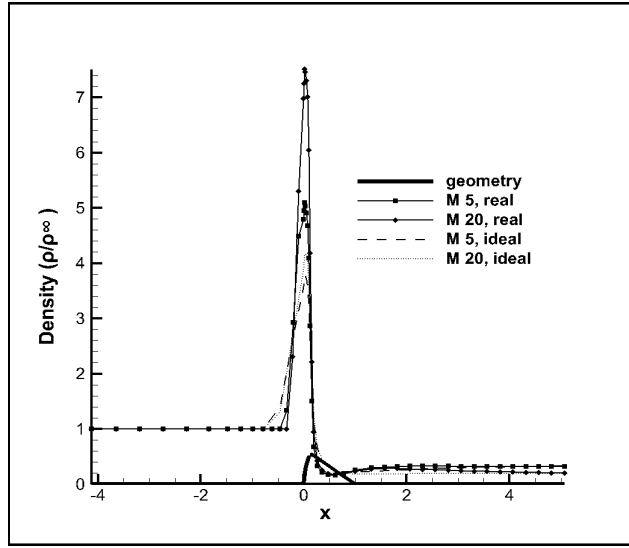
Tamamlanan çalışmalarda, farklı akı hesaplama yöntemlerinin hipersonik akışların çözümüne olan etkisi incelenmiştir. Akı hesaplamasında van Leer ve Steger-Warming yöntemleri kullanılmıştır. Şekil 3.3 de, stagnation doğrusu boyunca yoğunluk ve Mach sayısı dağılımı görülmektedir. Şekilden görüldüğü gibi van Leer ve Steger Warming yöntemleri ile elde edilen yoğunluk dağılımı özellikle stagnation noktasında farklılık göstermektedir. Stagnation noktasının arkasında, Mach sayısı dağılımında farklılık daha belirginleşmektedir.

Ayrıca, hipersonik akışların çözümlerinde, ideal ve gerçek gaz kabullerinin etkisi incelenmiştir. Şekil 3.4 de stagnation doğrusu boyunca yoğunluk, Mach sayısı ve sıcaklık değişimleri ideal ve gerçek gaz kabulleri göz önüne alınarak incelenmiştir. Beklendiği gibi, yüksek hipersonik hızlarda, ideal gaz kabulü ile elde edilen sıcaklıklar özellikle stagnation noktasında önemli ölçüde artmaktadır. Bu durum, yüksek hızlı hipersonik akışların doğru olarak modellenmesi için, gerçek gaz denklemlerinin kullanılmasının gerekliliğini göstermektedir. Şekil 3.5 de ideal ve gerçek gaz denklemleri ile elde edilen sıcaklık dağılımları Apollo kapsülü etrafında görülmektedir. Özellikle Apollo kapsülünün ön yüzünde ideal ve gerçek gaz denklemleri ile elde edilen çözümler arasında farklar görülmektedir. Şekil 3.6 da değişik ileri reaksiyon oran katsayıları ile stagnation akış çizgisi boyunca basınç dağılımı görülmektedir. Kullanılan katsayıların etkisi stagnation noktası basınç dağılımında belirginleşmektedir. Benzer olarak bu katsayıların stagnation akı çizgisi boyunca sıcaklık

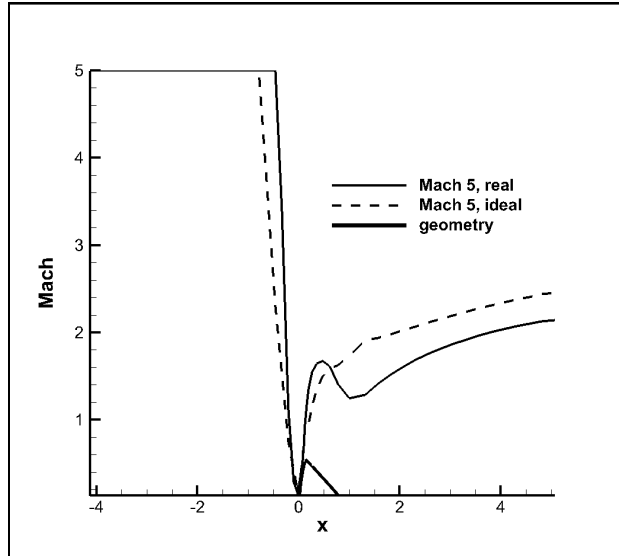


a) Yoğunluk
b) Mach sayısı
Şekil 3.3 Değişik akı hesaplama yöntemleri ile stagantion doğrusu boyunca yoğunluk ve Mach sayısı değişimi

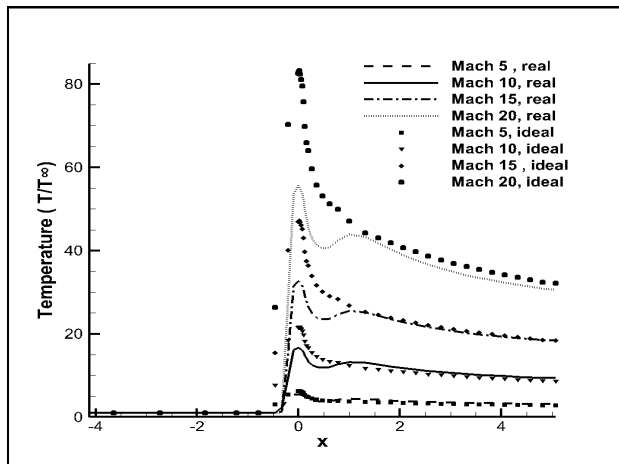
dağılımına olan etkisi Şekil 3.7 de verilmiştir. Farklı katsayıların kullanılması sıcaklık değerlerinde küçük değişmelere neden olmaktadır. İleri reaksiyon oranı katsayılarının kalan (residual) değerlerindeki azalmaya olan etkisi şekil 3.8 de incelenmiştir. Görüldüğü gibi kullanılan katsayılara bağlı olarak yakınsama özelliklerinde önemli bir değişim olmamaktadır. Kullanılan katsayıların kimyasal türlerin stagnation akış çizgisi boyunca değişimine olan etkisi Şekil 3.9 da incelenmiştir. Şekillerden görüldüğü gibi ileri reaksiyon oran katsayısının farklı değerleri kimyasal türlerin dağılımı ile ilgili olarak önemli değişmelere neden olmaktadır. Şekil 3.10'da Gardiner'in ileri reaksiyon oran katsayısı kullanılarak Apollo kapsülü etrafında hesaplanan beş farklı kimyasal türe ait dağılım görülmektedir. Bu çalışmada, geri reaksiyon oran katsayısının hesaplanmasında da farklı yöntemler kullanılmıştır. Şekil 3.11 de farklı geri reaksiyon oran katsayıları ile hesaplanan kimyasal türlerin stagnation akış çizgisi boyunca dağılımı görülmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi dağılımlar arasında büyük farklar oluşmaktadır. Şekil 3.12 de, kimyasal türlerin Apollo kapsülü etrafındaki dağılımı 11 tür için elde edilmiştir. Kapsülün arka kısmında moleküler oksijen ve nitrojen oranları azalırken iyon ve atomların miktarı artmaktadır. Elektronların kapsül etrafındaki dağılımının hesaplanması önemlidir. Çünkü, elektronların oranı artarsa plazma etkilerinin de modellenmesi gerekir. Bu çalışmada plazma etkileri göz önüne alınmamış ve akışın iyonlaşmasının düşük olduğu kabul edilmiştir. Elektron miktarının artması durumunda geometri etrafında bir plazma tabakası oluşur ve bu tabaka iletişim için kullanılan elektromanyetik dalgaların araca erişmesine engel olarak iletişimin kopmasına neden olmaktadır.



a) Yoğunluk

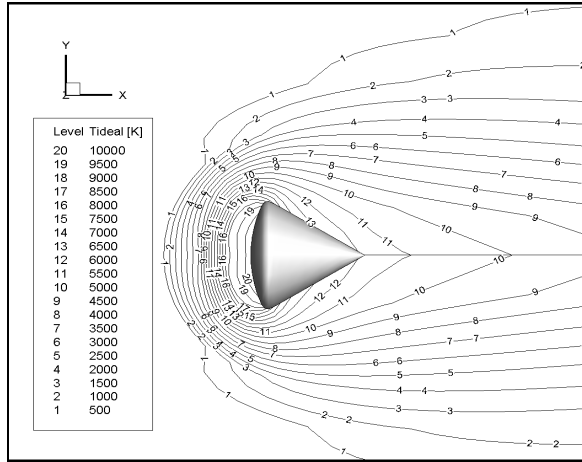


b) Mach sayısı

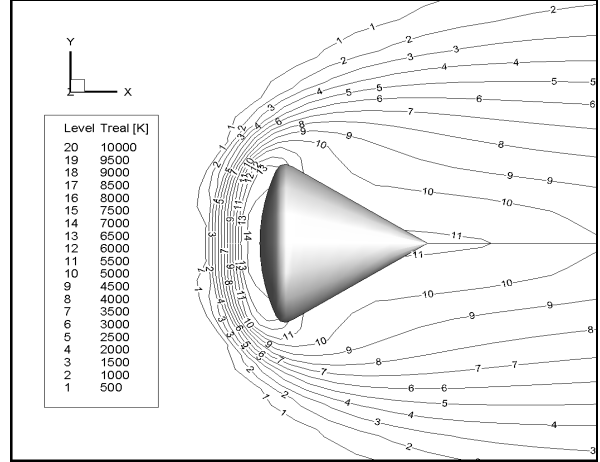


c) Sıcaklık

Şekil 3.4 İdeal ve gerçek gaz varsayımları ile stagantion doğrusu boyunca yoğunluk ve Mach sayısı değişimi

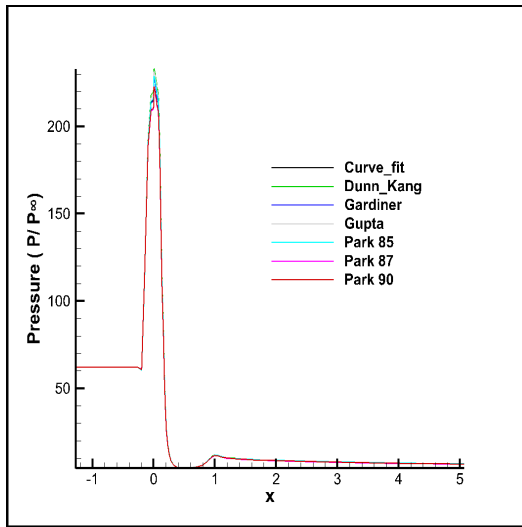


a) İdeal gaz denklemleri ile

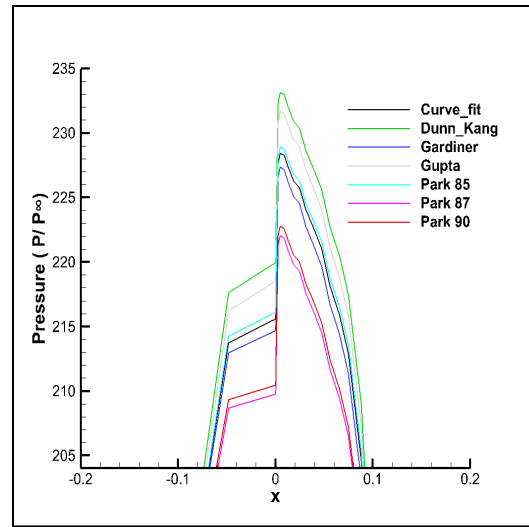


b) Gerçek gaz denklemleri ile

Şekil 3.5 Sıcaklık dağılımı ($M=15$, $\alpha=0$)

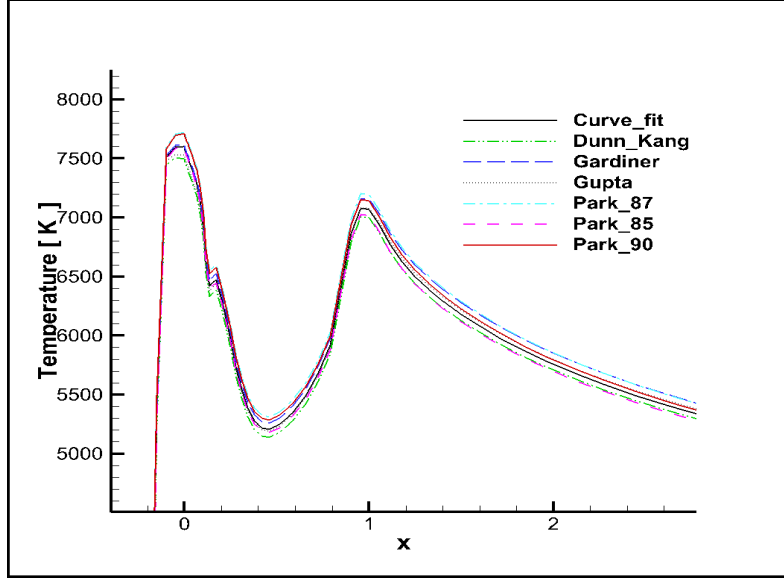


a) Genel görünüm

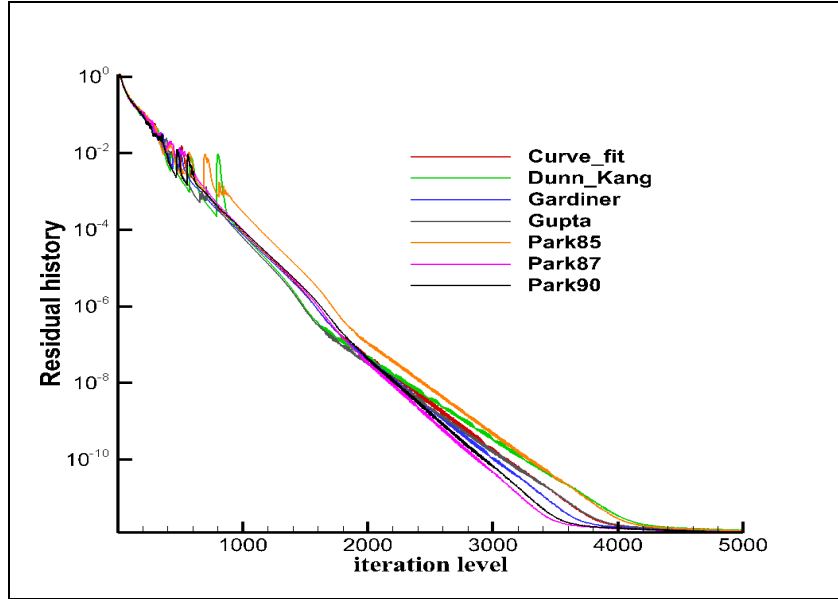


b) Zoom edilmiş

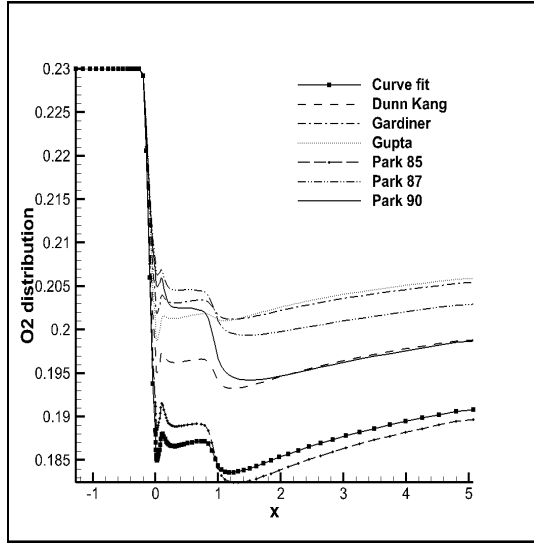
Şekil 3.6 Farklı ileri reaksiyon oran katsayıları ile yüzey üzerinde basınç dağılımı ($M=15$, $\alpha=0$)



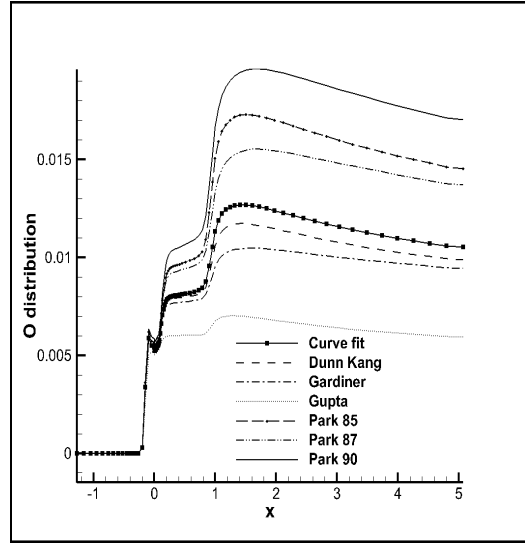
Şekil 3.7 Farklı ileri reaksiyon oran katsayıları ile stagantion doğrusu boyunca sıcaklık dağılımı ($M=15$, $\alpha=0$)



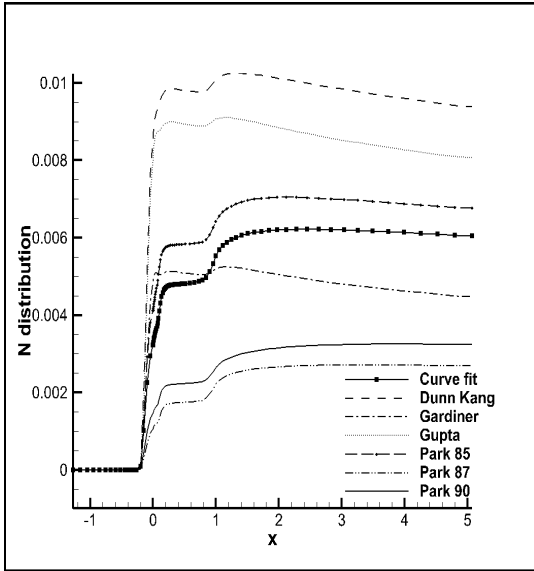
Şekil 3.8 Farklı ileri reaksiyon oran katsayılarının yakınsamaya etkisi ($M=15$, $\alpha=0$)



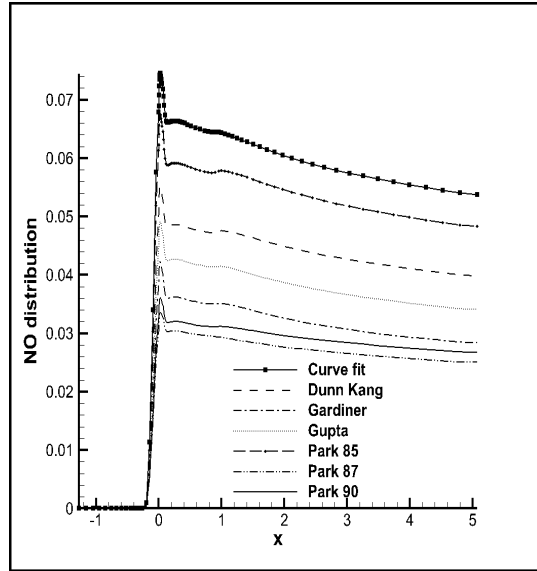
a) O₂



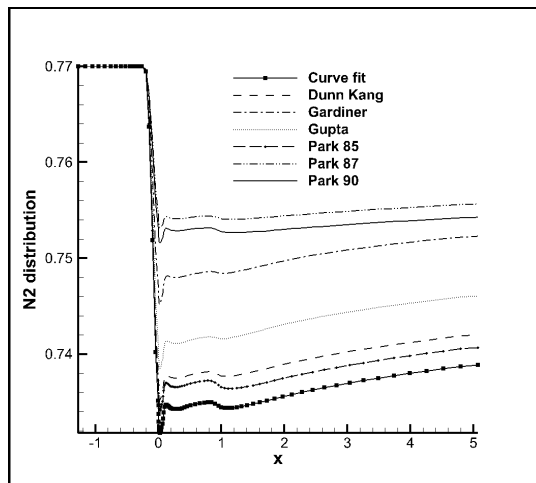
b) O



c) N

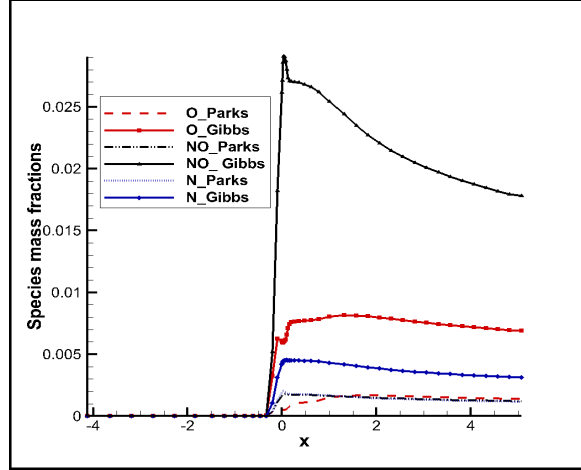


d) NO



e) N₂

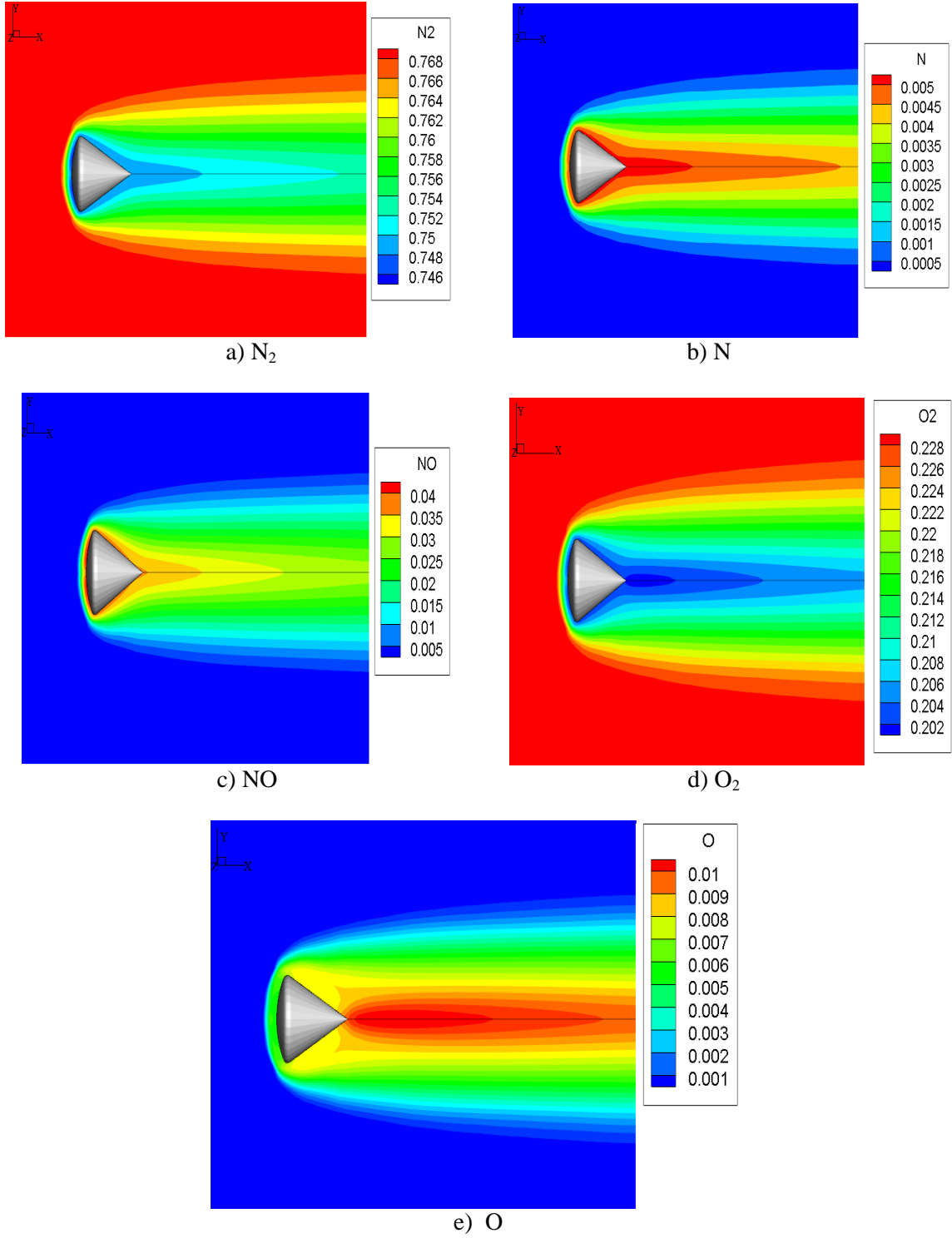
Şekil 3.9 Farklı ileri reaksiyon oran katsayısı ile hesaplanan kimyasal türlere ait kütle oranlarının stagnation akış çizgisi boyunca dağılımı ($M=15$, $\alpha=0$)



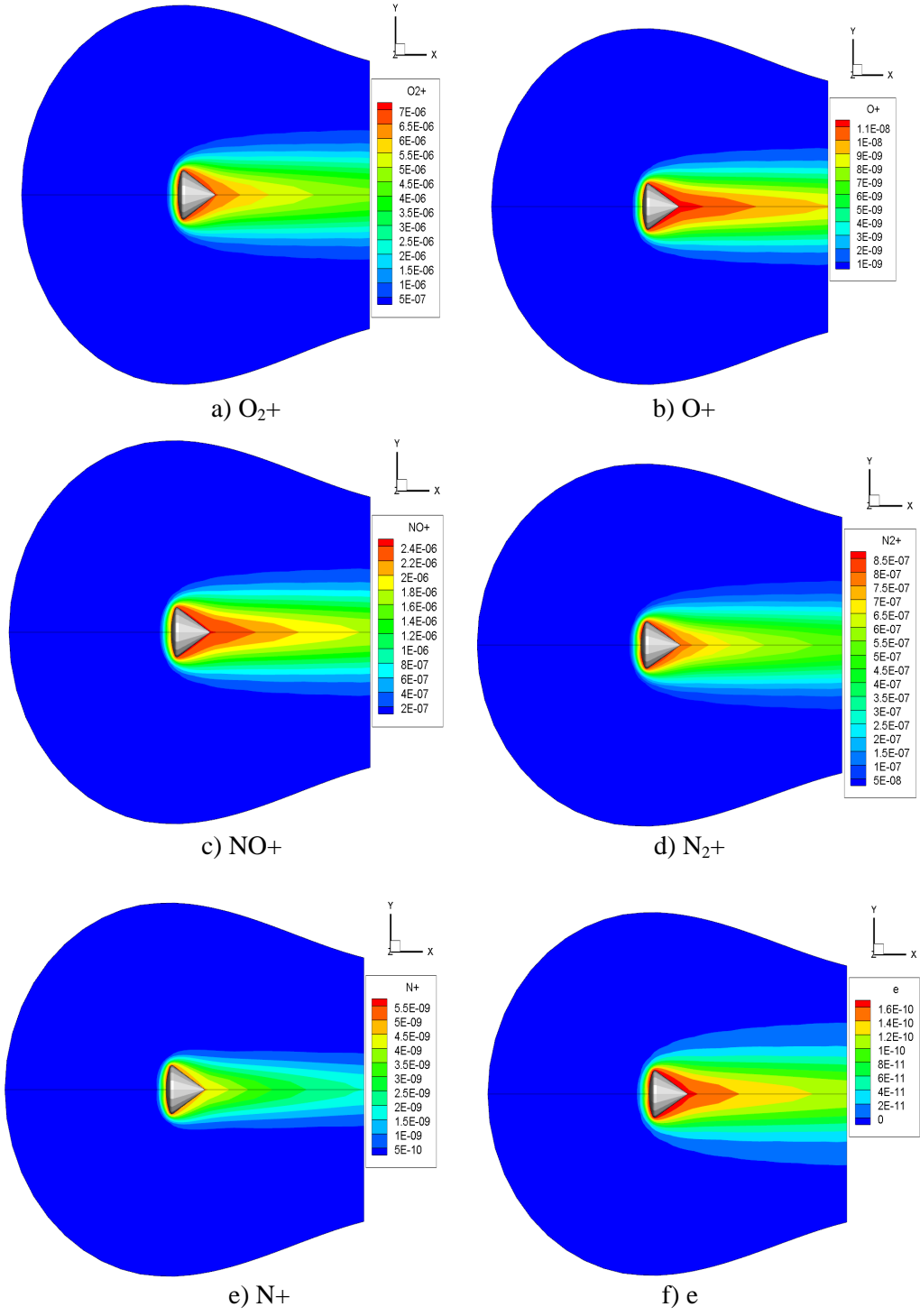
Şekil 3.10 Farklı geri reaksiyon oran katsayıları kullanılarak stagnation akış çizgisi boyunca kimyasal türlerin dağılımı ($M=15$, $\alpha=0$)

Bu çalışmada ayrıca farklı sayıdaki kimyasal reaksiyonun kimyasal türlerin dağılımına olan etkisi incelenmiştir. Şekil 3.13' de 17 ve 50 reaksiyon kullanılması durumunda farklı türlerin stagnation akış eğrisi boyunca dağılımı görülmektedir. Şekillerden görüldüğü gibi stagnation noktasının önünde reaksiyon sayısının çok fazla etkisi görülmemektedir. Stagnation noktasının arkasında ise reaksiyon sayısının etkisi önemli olmaktadır. Şekil 3.14 de translational ve vibrational sıcaklığın stagnation akış çizgisi boyunca değişimi görülmektedir. Özellikle, stagnation noktasının arkasında bu sıcaklık dağılımları arasındaki fark açılmaktadır. Şekil 3.15 de vibrational sıcaklık hesaplamasında kullanılan parametrelerin stagnation akış çizgisi boyunca vibrational sıcaklık dağılımına olan etkisi incelenmiştir. Benzer olarak translational ve vibrational sıcaklık dağılımları Şekiller 3.16-18 de görülebilir. Yoğunluk/hız vektörleri ve sıcaklık dağılımlarının üç boyutlu görünümü Şekil 19 da verilmiştir.

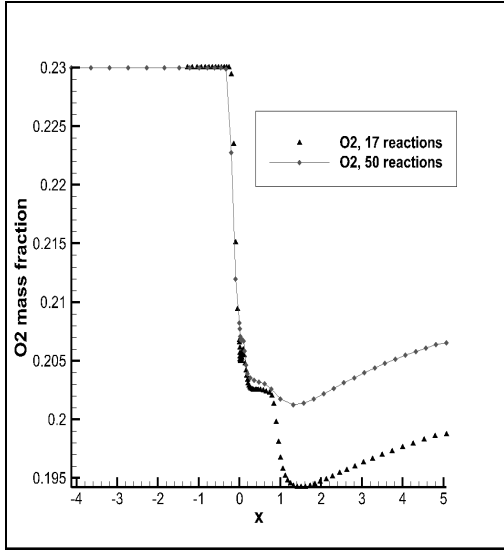
Geliştirilen yazılımın yakınsama analizi ile ilgili çalışmalar da yapılmıştır. Şekil 3.20 de kalan (residual) değerinin yakınsaması farklı durumlar için karşılaştırılmıştır. İlk olarak bir ve iki sıcaklık modelinin yakınsamaya olan etkisi incelenmiştir. Şekilden görüldüğü gibi bir sıcaklık modelinde kalan değeri linear olarak azalmasına rağmen iki sıcaklık modelinde yakınsamada osilasyonlar oluşmaktadır. Daha sonra ağ sisteminin büyüklüğünün yakınsamaya olan etkisi incelenmiştir. Beklendiği gibi ağ sistemindeki nokta sayısının artması ile yakınsama yavaşlamaktadır. Son olarak birinci ve ikinci dereceden akı hesaplama yöntemlerinin yakınsamaya olan etkisi incelenmiştir. Şekilden görüldüğü gibi birinci dereceden akı hesaplanması durumunda kalan değeri linear olarak azalmaktadır. Buna karşılık akının ikinci dereceden yöntemler ile hesaplanması durumunda yakınsama önemli ölçüde yavaşlamaktadır.



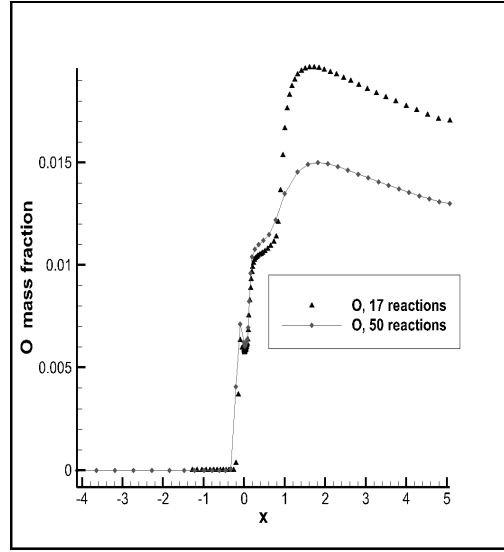
Şekil 3.11 Gardiner'in ileri reaksiyon oran katsayısı kullanılarak kimyasal tür kütle oranlarının geometri etrafında dağılımı (5 kimyasal tür, $M = 15$, $\alpha=0$)



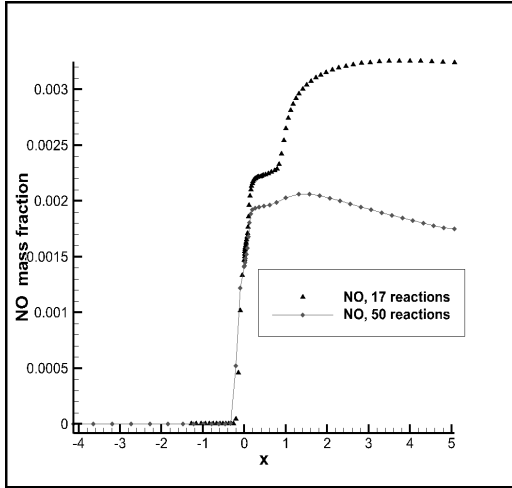
Şekil 3.12 Türlerin geometri etrafındaki dağılımı (11 tür sayısı için)



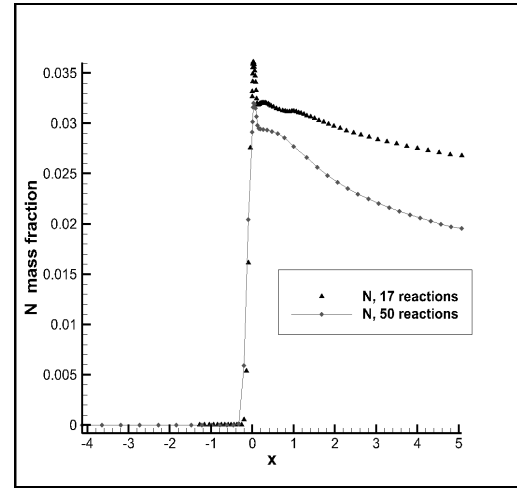
a) O₂



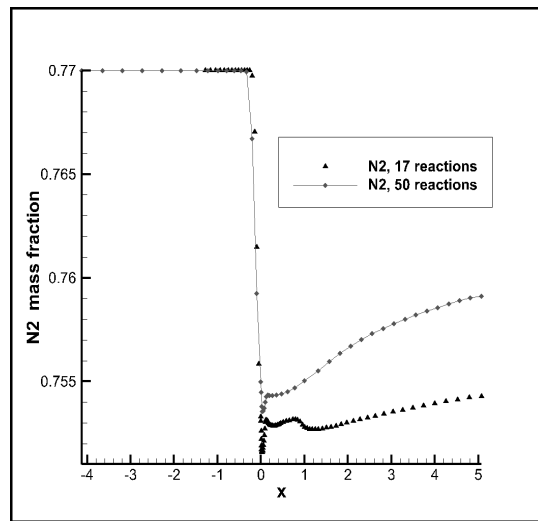
b) O



c) NO

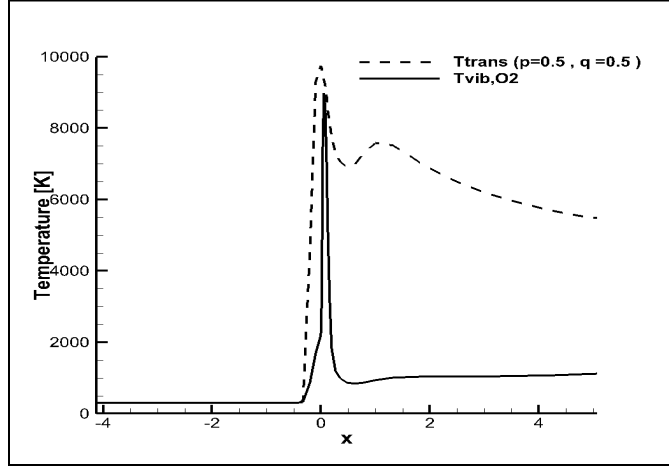


d) N

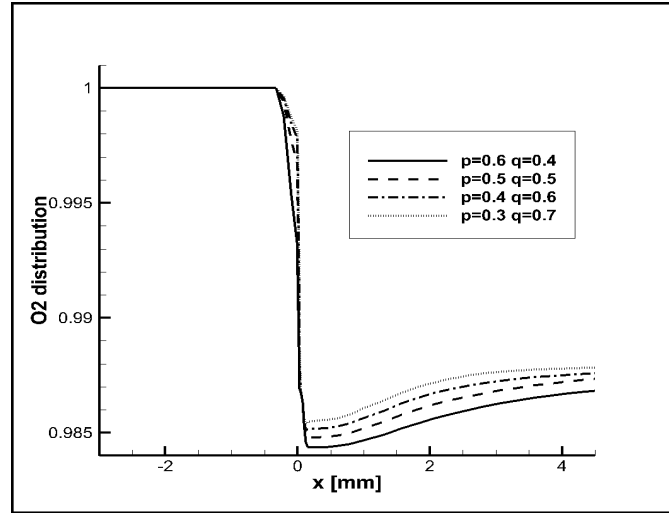


e) N₂

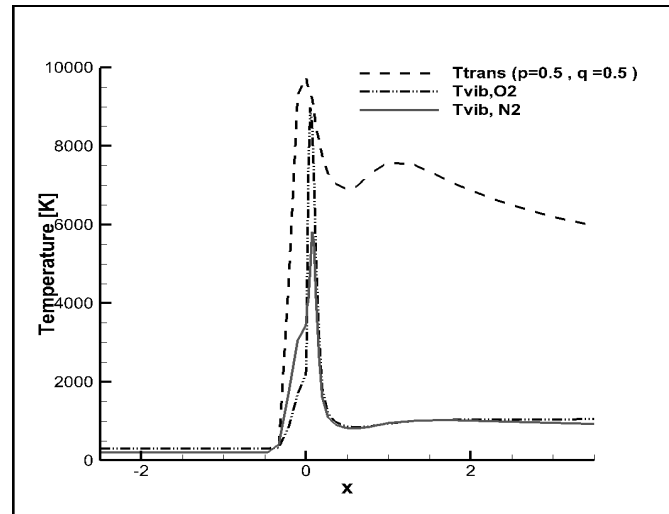
Şekil 3.13 Farklı sayıda reaksiyon kullanılması durumunda kimyasal tür kütle oranlarının stagnation akış çizgisi boyunca dağılımı ($M=15$, $\alpha=0$)



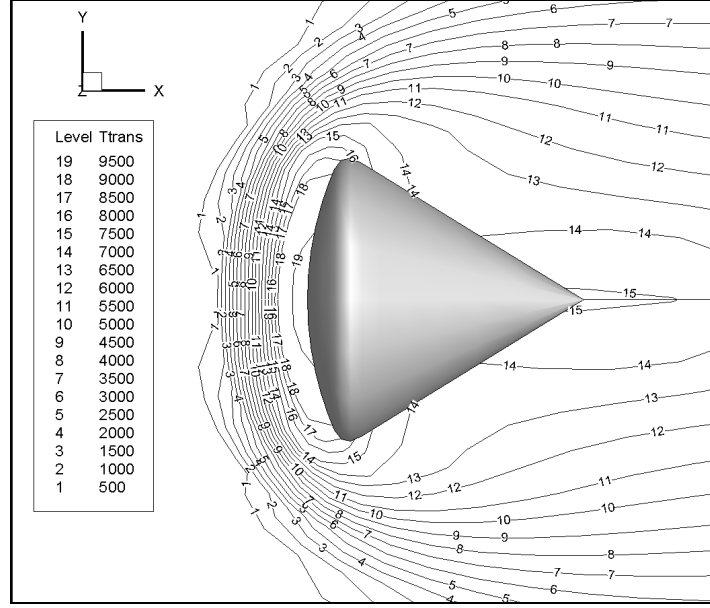
Şekil 3.14 Stagnation akış çizgisi boyunca translational ve vibrational sıcaklıklarının dağılımı ($M=15, \alpha=0$)



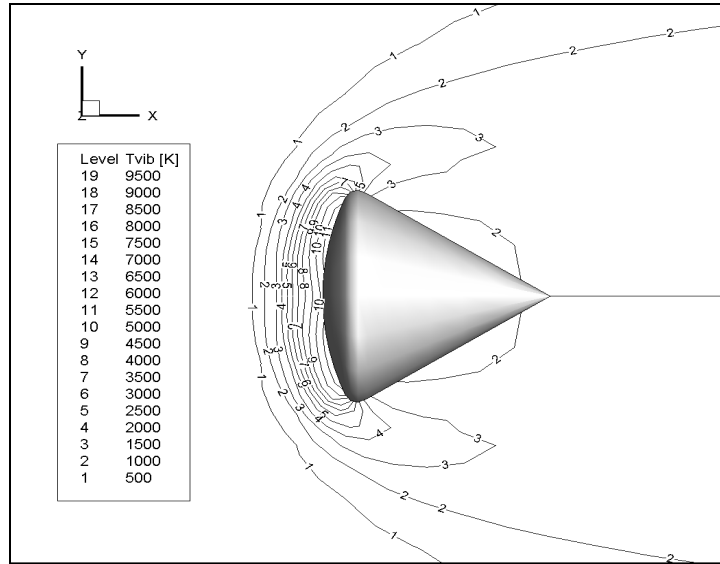
Şekil 3.15 Vibrational sıcaklığının ve dissociation reaksiyonlarının farklı şekillerde birleştirilmesi ($M=15, \alpha=0$)



Şekil 3.16 Diatomic oxygen ve nitrogen için translational and vibrational sıcaklık dağılımı ($M=15, \alpha=0$)



Şekil 3.17 Park'ın iki sıcaklık modeli ile translational sıcaklık dağılımı ($M=15$, $\alpha=0$)



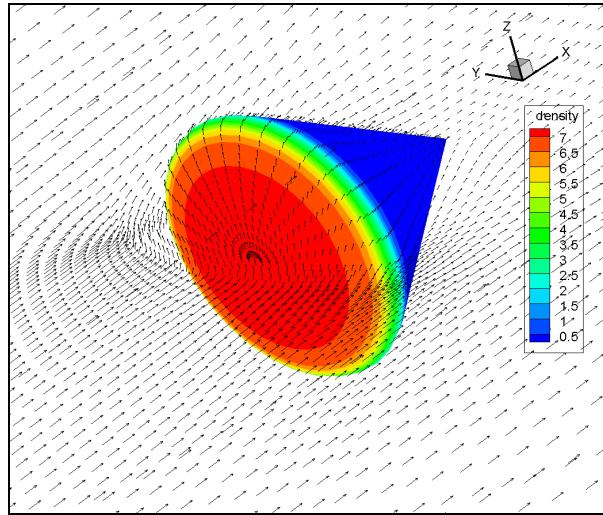
Şekil 3.18 Park'ın iki sıcaklık modeli ile vibrational sıcaklık dağılımı ($M=15$, $\alpha=0$)

Proje kapsamında yapılan çalışmalarda, ideal gaz denklemleri, gerçek gaz denklemleri ile değiştirilmiştir. Akış alanının çözümünde gerçek gaz denklemlerinin kullanılması sayısal sertliği (numerical stiffness) arttırmakta ve yakınsamayı zorlaştırmaktadır. Ayrıca her bir hesap hücresinde sıcaklık ve entalpi gibi akış değişkenlerinin hesaplanması ideal gaz varsayımına göre daha uzun bilgisayar zamanı gerektirmektedir. Genel olarak, gerçek gaz denklemleri ile yapılan akış analizlerinde iterasyon sayısı ve bilgisayar zamanı artmaktadır. Proje kapsamında geliştirilen yazılımların, ideal ve gerçek gaz denklemleri ile aynı yakınsaklık değerine ulaşmak için harcadıkları bilgisayar zamanları Tablo 3.3 de karşılaştırılmıştır.

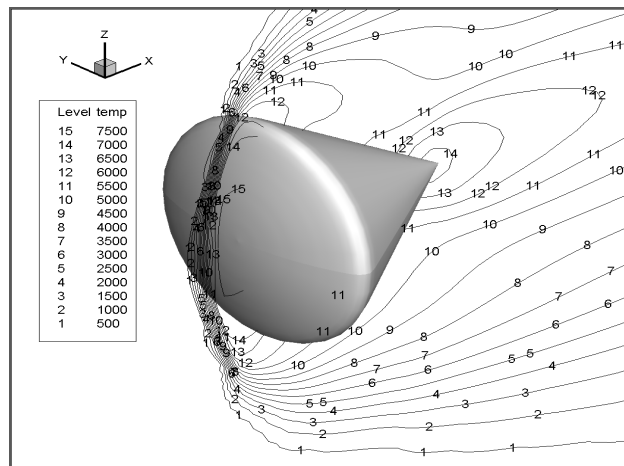
Tablo 3.3 Kimyasal türler ve reaksiyonlar (5 kimyasal tür)

| Hesaplama kullanılan model | Hesaplama süresi |
|----------------------------|----------------------------|
| İdeal gaz (reaksiyonsuz) | 35 dakika 14 saniye |
| Gerçek gaz (reaksiyonsuz) | 1 saat 3 dakika 2 saniye |
| Gerçek gaz (2 tür) | 4 saat 17 dakika 45 saniye |
| Gerçek gaz (5 tür) | 11 saat 48 dakika 7 saniye |
| Gerçek gaz (11 tür) | 1 gün 3 saat 3 dakika |

Yukarıdaki tabloda görüldüğü gibi gerçek gaz denklemleri kullanılarak yapılan akış analizlerinde bilgisayar süresi önemli ölçüde artmaktadır. Gerçek gaz varsayımında farklı sayıda türler denemiştir. İki (O_2 , O), beş (O_2 , N_2 , NO, O, N) ve 11 (O_2 , N_2 , NO, O, N, O_2^+ , N_2^+ , NO⁺, N⁺, O⁺ ve e) farklı tür için sayısal çözüm yapılmıştır.

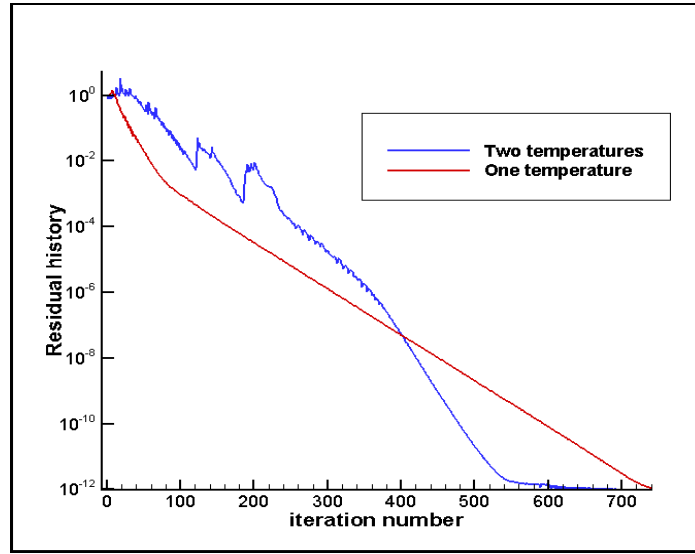


a) Yoğunluk dağılımı

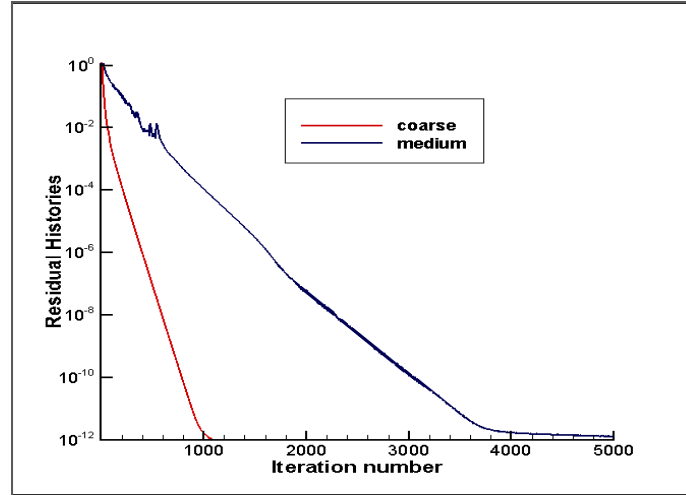


b) Sıcaklık dağılımı

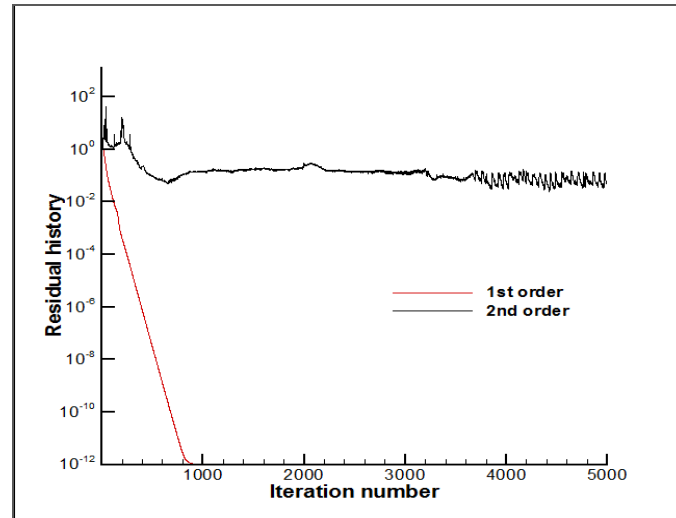
Şekil 3.19 Akış depişkenlerinin üç boyutlu dağılımı ($M=15$, $\alpha=0$)



a) Bir ve iki sıcaklık modellerinin etkisi



b) Ağ sistemi büyüklüğünün etkisi



c) Akı hesaplama derecesinin etkisi

Şekil 3.20 Kalan (residual) değerlerinin yakınsaması ($M=15$, $\alpha=0$)

3.5 Tartışma/Sonuç

Bu çalışmanın amacı üç boyutlu uzay araçları etrafında atmosfere girerken oluşan hipersonik akışların incelenmesi ile ilgili analiz yazılımı geliştirmektir. Bu çalışmada süreklilik varsayımının gerçekleştiği kabul edilerek üç boyutlu Euler ve sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri birlikte çözülmüştür. Gerçek ve ideal gaz varsayımlarının etkisi incelenmiştir. Hipersonik akış şartlarında, ideal gaz varsayımlarının çok gerçekçi sonuçlar vermediği gözlenmiştir. Kimyasal ve vibrational nonequilibrium şartları farklı yöntemler ile modellenmiştir. Kimyasal nonequilibrium şartlarını modellemek için yedi farklı İleri Reaksiyon Oran katsayısı (Forward Reaction Rate coefficient) ve iki farklı Geri Reaksiyon Oran yöntemi test edilmiştir. Bu katsayılar ve yöntemler ile elde edilen çözümler özellikle stagnation bölgesinde farklılıklar göstermektedir. Ayrıca, kimyasal reaksiyonların analizi için kullanılan yöntemlerin ve kimyasal tür sayısının çözümü ve çözücünün yakınsamasını etkilediği gözlenmiştir. Euler ve kimyasal reaksiyon denklemleri çözümünde birinci ve ikinci dereceden Steger- Warming and Van-Leer flux splitting akı hesaplama yöntemleri kullanılmıştır. İkinci dereceden akı hesaplamalarında yakınsama problemleri yaşanmıştır.

Tek bloklü ağ sistemi elde ettiğimiz sonuçları deneysel verilerle karşılaştırdığımızda, özellikle stagnation bölgesinde farklılıklar görülmektedir. Bundan devam edecek olan çalışmalarımızda, Apollo kapsülü etrafındaki akışın çok bloklü ağ sistemi kullanılarak çözülmesi planlanmaktadır. Bu şekilde, tek bloklü ağ sisteminde özellikle stagnation bölgesinde karşılaşılan ve carbuncle problemi nedeni ile oluştuğunu tahmin ettiğimiz gerçekçi olamayan akış şartlarının giderilmesine çalışılacaktır. Bu çalışmaların ardından, çok bloklü ağ sisteminden elde edilen sonuçların deneysel verilere daha fazla yaklaşması beklenmektedir. Ayrıca, gelecekte yapılacak hipersonik akış analizlerinde, sıcaklık modelleme sayılarının artırılması ve plazma etkilerinin göz önüne alınması planlanmaktadır.

Kaynaklar

- Bourdon, A. ve Vervisch, P. 1997. "Electron-vibration Energy Exchange Models in Nitrogen Plasma Flows", Phys. Rev. E, 55, 4634–4641.
- Boyd, I.D. 1993. "Temperature Dependence of Rotational Relaxation in Shock Waves of Nitrogen", Journal of Fluid Mechanics, 246, 343-360.
- Dunn, M.G. ve Kang, S.W. 1973. "Theoretical and Experimental Studies of Reentry Plasma". NASA Technical Report, CR2232.
- Gardiner, W.C. 1984. Combustion Chemistry. Springer-Verlag, New York.

Gupta, R.N., Yos, J.M., Thompson, R.A. ve Lee, K. 1990. "A Review of Reaction Rates and Thermodynamic and Transport Properties for an 11-Species Air Model for Chemical and Thermal Nonequilibrium Calculations to 30000 K", NASA Technical Report, RP 1232.

Kim, M., Gülhan, A., ve Boyd, I.D. 2011. "Modelling of Electron Temperature in Hypersonic Flows", 49th Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, FL, ABD, AIAA Paper 2011-1028.

Knab, O., Freuhauf, H., ve Messerschmid, E. 1995. "Theory and validation of the physically consistent coupled vibration-chemistry-vibration model", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 9, 219-226.

Macheret, S. O., Fridman, A.A., Adamovich, I.W., Rich, J.W., ve Treanor, C.E. 1994, "Mechanisms of nonequilibrium dissociation of diatomic molecules", 6th AIAA/ ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference, Colorado Springs, CO, ABD, AIAA Paper 1994-1984.

Marrone, P. V. ve Treanor, C. E. 1963. "Chemical Relaxation with Preferential Dissociation from Excited Vibrational Levels", Physics of Fluids, 6, 1215-1221.

McBride, B.J., Zehe, M.J. ve Gordon, S. 2002. NASA Glenn Coefficients for Calculating Thermodynamic Properties of Individual Species, NASA Technical Proceedings TP-2002-211556

Park, C. 1988. "Assessment of Two Temperature Kinetics Model for Ionizing for Dissociating and Weakly Ionizing Nitrogen", Journal of Thermophysics Heat Transfer, 2, 8-16.

Park, C. 1990. Nonequilibrium Hypersonic Aerothermodynamics. John Wiley & Sons.

Park, C. 1993. "Review of Chemical-Kinetic Problems of Future NASA Missions, II: Earth Entries", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 7, 385-398.

Sharma, S. P., Huo, W. M. ve Park, C. 1988. "The Rate Parameters for Coupled Vibration-Dissociation in a Generalized SSH Approximation - Schwartz, Slawsky, and Herzfeld", Journal of Thermophysics, 6, 9-20.

Yıldızlar B. 2014. "Performance Comparison of Newton and Newton-GMRES method in 3-D Flow Analysis", Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü, (Supervisor: Eyi, S.)

Wang, W.,& Shu, C. 2008. "On Well-Balanced Schemes for Non-Equilibrium Flow with Stiff Source Terms", Stanford University Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs, 391-402.

4. HİPERSONİK AKIŞLARDA ABLASYON ANALİZİ

Çalışmada Görev Alanlar: Doktora Öğrencisi Oğuz Kaan Onay (Bursiyer)

Doç. Dr. Sinan Eyi (Proje Yöneticisi)

4.1 Giriş

Aşınma (ablation) faz değiştirme, kimyasal reaksiyonlar, erozyon gibi etkilerle malzemenin yüzeyinden kütle eksilmesidir. Özellikle tek kullanımlık zırhların kullanıldığı uzay uygulamalarında, roket lülelerinde, buzulların erimesi üzerine çalışılan doğa bilimleri alanlarında ve tümörlerin küçültülmesi üzerine çalışılan tıp alanlarında oldukça önemli bir konudur.

Isıl aşınma konusu, uzay araçlarında kullanılacak olan ısıl zırhların kalınlıklarının hesaplanmasında ve aşınmayla beraber yüzeyden ayrılan malzemenin akış sınır tabakasına olan etkilerinin belirlenmesinde oldukça önemlidir. Zırhlar araçlar içindeki teçhizatı koruyabilecek kadar kalın olmalı ancak maliyetin ve ağırlığın azaltılması için yeterince ince olmalıdır. Ayrıca, bölgesel aşınma uçuş sırasında şekil değişikliklerine neden olduğu için aracın aerodinamik ve ısıl özelliklerinde değişimler olabilmektedir.

Burada sunulan aşınma modellemesi çalışmalarında ısıl aşınma öncelikle 1 boyutlu olarak ele alınmıştır. Hipersonik şartlar altında yürütülen analiz çalışmalarında ise derinlemesine sıcaklık dağılımları araç yüzeyi boyunca 1 boyutlu olarak ele alınarak araç geometrileri üzerinde duvar sıcaklığı ve aşınma miktarı dağılımları hesaplanmıştır. Proje kasapamında başlatılan hipersonik akışlarda ablasyon analizi ile ilgili doktora tez çalışması halen devam etmektedir

Devam eden doktora tez çalışması:

1. Onay O. K., " Transient Thermochemical Ablation Modelling with Direct Simulation of Reentry Flows," Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü, tahmin edilen bitiş tarihi Temmuz 2017 (Supervisor: Eyi, S.)

Yayınlanan konferans bildirileri:

1. Onay, O. K. ve Eyi, S, " Ablation Behaviour of Drag Optimized Body Under Hypersonic Conditions," 8th European Workshop on Thermal Protection Systems & Hot Structures, 19-22 Nisan 2016 ESA-ESTEC Noordwijk, Hollanda
2. Onay, O. K. ve Eyi, S, Comparison of Landau Transformation and Remeshing Technique for the Transient Solution of One Dimensional Non-Charring Ablation," Paper no 127, 8th ICCHMT (International Conference on Computational Heat and Mass Transfer), 25-28 Mayıs 2015, İstanbul

3. Onay, O. K. ve Eyi, S, "Implicit Solution of One-Dimensional Transient Ablation," Propulsion and Energy Forum, 13th International Energy Conversion Engineering Conference, AIAA Paper 2015-3882, 27-29 Temmuz, Orlando, Florida, ABD

4.2 Literatür Özeti

Isıl aşınma hesaplamalarında 1 boyutlu analiz kodlarının kullanımı yaygın bir uygulamadır. Buna örnek olabilecek uygulamalardan bir tanesi Bianchi vd.'nin sonlu farklar yöntemi kullandığı çalışmalarıdır (Bianchi vd. 2010). Bu çalışmada kömürleşmeyen karbon aşınması denge yüzey kimyası varsayımı ile modellenmiştir. Bianchi'nin çalışmalarında denge kimya reaksiyonu ilişkilerinin kapalı formülasyonla çözülmesinden önce, aşınma hızı hesaplarında NASA'ya ait olan CEA (Gordon ve McBride 1994) kodunun kullanılması tercih edilmiştir (Bianchi 2007). Amar vd.'nin çalışmaları da 1 boyutlu aşınma modellemesi uygulamalarına örnek gösterilebilir (Amar vd. 2008; Amar vd. 2009). Bu çalışmalarda geliştirilen yazılım hem kömürleşen hem de kömürleşmeyen malzemeler için doğrulanmıştır. Bu çözümlerde, tam kapalı formülasyon sonlu farklar yöntemi yerine sonlu hacimler yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Dec ve Braun ise 1-B modelleme çalışmalarında sonlu elemanlar yöntemini tercih etmişlerdir (Dec ve Braun 2009).

Aşınma probleminde üzerinde durulması gereken önemli konulardan bir tanesi de yüzeydeki termofiziksel hesaplamaların nasıl yürütüleceği konusudur. Milos ve Rasky, literatür incelemesi yaptıkları çalışmalarında yüzey termokimyası hesaplamaları için seçilen yaklaşımları 3'e ayırmışlardır (Milos ve Rasky 1994). Bu yaklaşımlardan bir tanesi yüzey geri çekilme hızının yalnızca duvar sıcaklığının fonksiyonu olduğu varsayımında bulunurlar. Bir diğeri ise 'aşınma ısı' yaklaşımıdır ve daha çok daimi geri çekilme varsayımının yapılabileceği mühendislik problemleri için kullanılabilir olduğu belirtilmiştir. Aşınmanın termofiziksel hesaplamaları için kullanılacak bir diğer yaklaşım ise termokimyasal aşınma yaklaşımıdır ve bu literatür özetinde bahsedilen tüm örnek çalışmalarda bu yöntem kullanılmıştır. Termokimyasal aşınma yönteminde var olan denge kimya yazılımlarının kullanılmasıyla önceden hazırlanmış termokimya tabloları hazırlanması yaygın bir uygulamadır (Amar vd. 2008; Bianchi 2007). Bu tablolar belirli basınç ve sıcaklıklarda B' olarak tanımlanan birimsiz bir parametreye bağlıdır. B' , birimsiz aşınma hızı parametresidir ve aşınma hızının kütle transferi katsayısına bölünmesiyle elde edilir. Ancak önceden hazırlanmış B' tablolarının kullanımı bir zorunluluk değildir. Örneğin, MacLean HAD analizi kodlarıyla eşzamanlı olarak kullanılmak üzere Gibbs serbest enerjisinin minimize edilmesi yöntemini kullanan bir kimyasal denge çözümü yazılımı geliştirmiştir (MacLean 2013).

Chen ve Milos aşınma probleminin, Navier-Stokes çözümüyle birleştirilmesi üzerine yaptıkları çalışmalarında üç farklı termokimya yaklaşımı üzerinde durmuşlardır (Milos ve Chen 2005). Bunlardan birincisi kimyasal denge varsayımıdır, diğer ikisi ise sonlu hızlı kimya modelleridir (Park 1983; Zhlukov ve Abe 1999). Bu çalışma kütle kaybetme hızının; Park modelinde, kimyasal denge modellerinden daha yüksek hesaplandığını göstermiştir. Isı akı sonuçlarının ise Park modelinde daha düşük değerlerde hesaplandığını göstermiştir.

4.3 Yöntem

Bu bölümde, proje kapsamında hipersonik akışlarda ablasyon analizi için geliştirdiğimiz yazılımda kullandığımız yöntemler hakkında detaylı açıklama verilmiştir. Kullanılan yöntemler üç bölümde incelenmiştir. Birinci bölüm tek boyutlu zırh içinde sıcaklık dağılımının hesaplanması ile ilgilidir. İkinci kısımda yüzey termokimyasının hesaplanması ile ilgili yöntemler açıklanmıştır. Üçüncü kısımda ise HAD ve yüzey aşınım analizlerinin birleştirilmesi incelenmiştir.

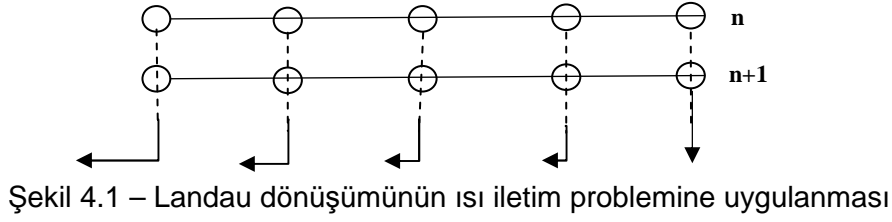
4.3.1 Zırh İçerisinde Sıcaklık Dağılımının Hesaplanması

Isıl aşınma probleminde aşınmayla birlikte çözüm alanı da zamana bağlı olarak kısılmaktadır. Bu kısıalma miktarı hem kömürleşmeyen hem de ısıl aşınım gazı üreterek kömürleşen malzemeler için sınır tabaka basıncının, sınır tabaka sıcaklığının ve ısı iletim katsayısının fonksiyonudur.

Çözüm alanının değişiminin sayısal olarak uygulanmasında farklı yöntemler kullanmak mümkündür. Bunlardan bir tanesi çözümün her anında, çözüm alanının anlık uzunluğunun kullanılarak koordinatların normalize edilmesidir. Bu yöntem literatürde Landau dönüşümü olarak tanımlanmaktadır (Landau 1950; Blackwell ve Hogan 1994). Çözüm alanının normalize edilmesi Denklem (4.1)'de görüleceği üzere ısı iletim problemine taşınımsal bir terimin eklenmesini gerektirmektedir. Aşağıdaki ifadede L_n anlık çözüm bölgesi uzunluğunu temsil etmektedir.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{L_n^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) + \frac{1 - \eta_j}{L_n} \dot{s} \frac{\partial T}{\partial \eta} \quad (4.1)$$

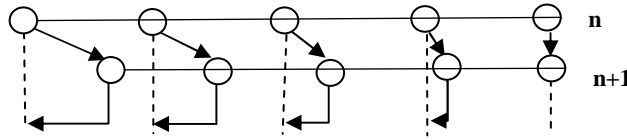
Şekil 4.1'de Landau dönüşümünün sayısal olarak nasıl uygulanacağı gösterilmiştir. Görüleceği üzere her çözüm noktası farklı bir taşınımsal terim gerektirmektedir. Bu terim, aşınan yüzeyde aşınma hızı ile orantılıdır ve aşınan yüzeyden uzaklaştıkça küçülür.



Çözüm bölgesinin normalize edilmesi dışında başka bir yaklaşım da uzunluğun her zaman adımında hesaplanan geri çekilme miktarı kadar kısaltılması ve bölge için yeniden bir ağın oluşturulmasıdır. Eğer çözüm bölgesi her zaman adımında yeniden oluşturulursa, bir interpolasyon yöntemi kullanılmalı ya da Landau dönüşümünde olduğu gibi çözüm noktalarında bölgesel bir taşınımsal terim kullanılmalıdır. Yeniden ağ örülmesi yayınımsal terimde bir dönüşüm kullanılması gerekliliğini ortadan kaldırır ve ısı iletimi aşağıda Denklem (4.2)'de gösterildiği halini alır.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \left(1 - \frac{x_j^{n+1}}{L - \int_t^{t+\Delta t} \dot{s} dt} \right) \dot{s} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4.2)$$

Yöntemin sayısal olarak uygulanışı aşağıda Şekil 4.2'de gösterildiği gibidir.

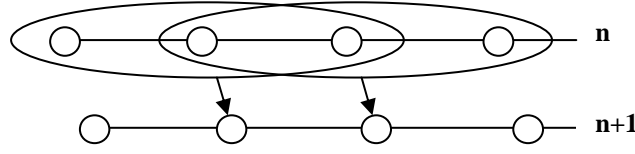


Şekil 4.2 Landau teriminin yeniden ağ örülerek kullanılışı

Taşınımsal bir terimin kullanılması dışında, yeniden ağ oluşturma yaklaşımı uygun bir interpolasyon yöntemiyle beraber de kullanılabilir. Tek boyut için ikinci derece parçalı polinom interpolasyonunun yeterli doğruluğu sağladığı görülmüştür. Bu durumda taşınımsal terim tamamen ortadan kaldırılır ve ısı iletim denklemi en bilinen haliyle aşağıda Denklem (4.3)'te verildiği şekliyle kullanılabilir.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (4.3)$$

İnterpolasyonun her zaman adımında uygulanışı ve interpolasyon noktalarının seçimi aşağıda Şekil (4.3)'te gösterilmiştir.



Şekil 4.3 İnterpolasyonun yeniden ağ örülerek kullanılışı

Kömürleşmeyen zırh içerisindeki ısı dağılımının değişimi zamanın fonksiyonu olduğundan ilgili enerji denklemi aşağıda gösterildiği şekilde çizgileştirilmiş (Linearaized) Δ -form kullanılarak çözülebilir.

$$\left[I - \Delta t \frac{\partial R}{\partial W} \right] \Delta W = \Delta t R \quad (4.4)$$

4.3.2 Yüzey Termokimyası Hesaplamaları

Yüzey aşınmasında kimyasal denge varsayımının yapıldığı durumlar için tanımlanan aşınma hızı parametresi (B') Denklem (4.5) de verilmiştir (Milos ve Rasky 1994). Bu parametre, aşınma oranının kütle transferi katsayısı yardımıyla birimsizleştirilmesiyle elde edilir. Hem kömürleşen hem de kömürleşmeyen aşınma problemleri için sınır tabakada basıncının ve yüzey sıcaklığının bir fonksiyonudur. Isıl aşınmanın modellenmesiyle ilgili çalışmalarda (Milos ve Rasky 1994; Amar vd. 2008; Bianchi 2007) genel yaklaşım, belli sıcaklık ve basınç değerlerinde parametrenin bir kez hesaplanması ve bu hesaplamalar doğrultusunda tablolar oluşturulması üzerine kuruludur. Aşınma hesaplarında B' değeri gerektiği yerlerde, değer bu tablolardan interpolate edilerek elde edilir.

Proje kapsamında yapılan çalışmalarda ise önceden oluşturulmuş B' tablolarının kullanımından kaçınılmıştır. Buradaki amaç, bu önemli değerlerin elde edilmesi aşamasında interpolasyon hatalarından kurtulmaktır. Önceden elde edilmiş tabloların kullanımı yerine, bu parametrenin sayısal çözümü, derinlemesine ısı iletimi çözümü ile tam kapalı formülasyon kullanılarak birleştirilmiştir.

$$B' = \frac{\dot{m}}{\rho_e u_e C_m} \quad (4.5)$$

Aşınma hızı parametresinin yukarıda verilen tanımına dayanarak yüzey ve sınır tabaka arasında kurulması gereken kütle dengesi aşağıda verildiği gibi yazılabilir. Kütle dengesi element kütle oranları için yazılmıştır ve bu elementler karbon/karbon malzemenin aşınması için yalnızca karbon, nitrojen ve oksijen atomlarıdır. Eşitliğin sol tarafı duvar üzerindeki kütle oranını, sağ tarafındaki ilk terim aşınan malzeme içerisindeki kütle oranını ikinci terim ise sınır tabaka ucundaki kütle oranını temsil etmektedir.

$$(1 + B')y_{wk} = B'y_{sk} + y_{ek} \quad (4.6)$$

Karbon/karbon malzemenin aşınmasının hesaplanması için Scala ve Gilbert tarafındaki önerilmiş olan kimyasal denge reaksiyonlarının kullanılması mümkündür (Scala ve Gilbert 1965). Bu reaksiyonlar aşağıda gösterildiği gibidir ve ayrışma, birleşme, nitridasyon, oksidasyon ve süblimleşme olaylarını içermektedir. Bu modelde süblimleşme için yalnızca C_3 ve C gazları ele alınmaktadır.



Termokimyasal hesaplamalarda süblimleşmenin daha detaylı modellenmesi isteniyorsa, Scala ve Gilbert tarafından verilmiş olan süblimleşme reaksiyonları aşağıda gösterilmiş olan ve Palmer ve Shalef tarafından önerilen daha detaylı bir süblimleşme modeli ile değiştirilebilir (Palmer ve Shalef 1968).



Kimyasal denge katsayısı aşağıda verildiği şekilde, moleküllerin kısmi basınçlarının ve reaksiyonlardaki stokiometrik oranların fonksiyonu olarak yazılabilmektedir.

$$K_p = p_j^{v_j} p_i^{-v_i} \quad (4.9)$$

Kimyasal denge katsayısı aynı zamanda duvar sıcaklığının da fonksiyonudur. Bu katsayı, sıcaklığın fonksiyonu ile yer değiştirilecek olursa yukarıdaki denklem termokimyasal hesaplamalarda kullanılabilir hale getirilebilir.

$$10^a 10^{-b/T} - p_j^{v_j} p_i^{-v_i} = 0 \quad (4.10)$$

Termokimyasal hesaplamalarda bilinmeyen sayısı ile denklem sayısının eşitlenebilmesi için kullanılmış olan diğer ilişkiler aşağıda verilmiştir. Bunlardan ilki, element kütle oranlarının tanımıdır. Bir diğeri ise moleküllerin kısmi basınçlarının toplamını sınır tabaka basıncına eşitleyen ilişkidir.

$$y_{wk} = \frac{M_k}{pM_w} \sum_i^N p_i \quad (4.11)$$

$$p - \sum_i^N p_i = 0 \quad (4.12)$$

Denklem sistemi aşağıda gösterildiği şekilde Newton yöntemi yardımıyla çözülmüştür.

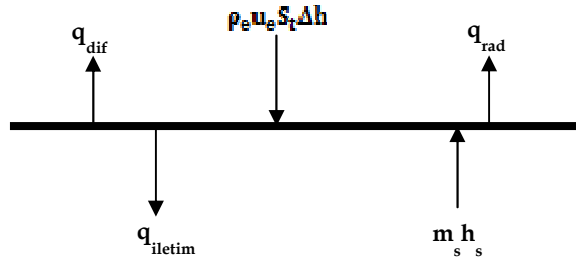
$$\left[\frac{\partial R}{\partial W} \right] \Delta W = -R \quad (4.13)$$

4.3.3 HAD Sonuçları Yardımıyla Aşınmanın Hesaplanması

Aşınmanın yüzey termokimyası ile birlikte hesaplanabilmesi için aşınma yüzeyinde, akışın sınır tabaka ucuyla (boundary layer edge) bir enerji dengesinin yazılması gerekmektedir. Akışın sınır tabaka ucundaki moleküllerin kütle oranları, sıcaklığı ve basıncı bilindiği takdirde araç yüzeyi üzerinde aşınmanın hesaplanabilmesi mümkündür.

Yüzey ile sınır tabaka arasında, moleküllerin konsantrasyon farkları nedeniyle difüzyon gerçekleşmektedir. Ayrıca, aşınma duvar sıcaklığını sınırlandırmakta ve sınır tabaka ile yüzey arasında büyük entalpi farklarının oluşmasına sebep olmaktadır. Bu durum taşınım sal ısınmanın etkisini güçlendirmektedir. Aynı zamanda duvar yüzeyinden zırhın içine doğru olan ısı iletiminin ve duvardan atmosfere olan ışımsal yayılımın da ele alınması gerekmektedir. Aşınmayla beraber yüzeyin içindeki entalpinin yüzeye dahil olması da sözkonusudur. Karbon/karbon malzeme için yüzey enerji dengesi Şekil 4.4 ve Denklem (4.14). de verilmiştir Enerji dengesi denklemi yazılırken ısı ve kütle difüzyon katsatılarının birbirine eşit olduğu varsayımında bulunulmuştur (Lewis number, Le=1). Bu denklemde S_t Stanton sayısının göstermektedir.

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = \rho_e u_e S_t (h_r - (1 + B') h_w) + \dot{m}_s h_s - \sigma \epsilon T^4 \quad (4.14)$$

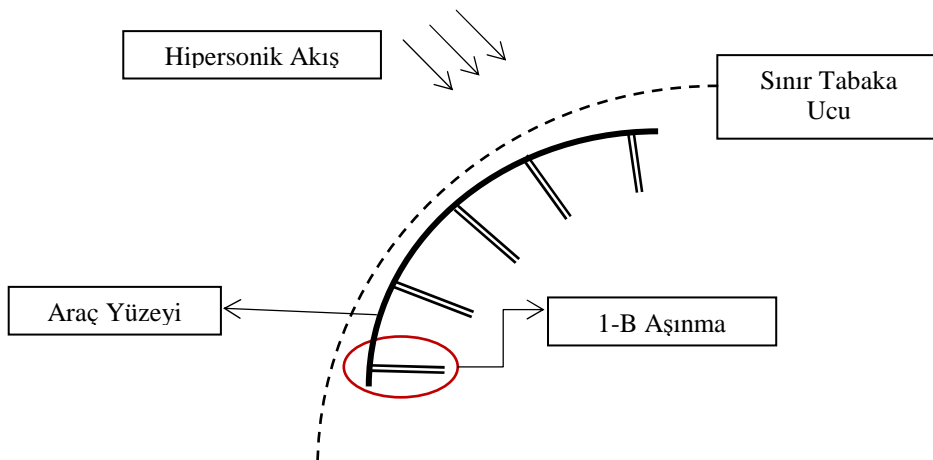


Şekil 4.4 Aşınan yüzeyde enerji dengesi

Sınır tabaka ucundaki molekül konsantrasyonlarının aşınma ürünlerinden etkilenmeyeceği varsayımında bulunulursa kütle dengesi denklemleri aşağıdaki forma indirgenebilir. Buradaki varsayım sınır tabaka ucuna ulaşan karbon ürünlerinin buradaki konsantrasyonu etkilemediğidir. Ayrıca kullanılan malzeme yalnızca karbon elementini içermektedir. Bu yüzden diğer elementlerin konsantrasyonları zırhın iç bölgesinde 0'a eşittir.

$$\begin{aligned}
 y_{sC} = 1 \quad y_{eC} = 0 \quad y_{sO} = 0 \quad y_{sN} = 0 & \quad (4.15) \\
 (1 + B')y_{wO} = y_{eO} \\
 (1 + B')y_{wC} = B' \\
 (1 + B')y_{wN} = y_{eN}
 \end{aligned}$$

HAD'dan elde edilen sonuçlar yardımıyla yüzey üzerinde ısıl aşınmanın nasıl hesaplanabileceği aşağıda Şekil 4.5'te gösterilmiştir. HAD sonuçlarının elde edilmesiyle beraber akışın sınır tabaka ucundaki bilgisi aşınma probleminin sınır koşulu haline gelmektedir. Böylece bu kısımda anlatılan yaklaşım sayesinde ısıl aşınım gazı üretmeyen malzemeler için termokimyasal aşınma hipersonik şartlar altında hesaplanabilmektedir.



Şekil 4.5 HAD sonuçları yardımıyla termokimyasal aşınmanın hesaplanması

Bu noktaya kadar anlatılan kısımdaki tek eksik bilgi, ısı transfer katsayısının hesaplanmasıdır. Aşınmanın olduğu durumdaki ısı transferi katsayısı; aşınma çözümü esnasında, aşınma çözümüyle eş zamanlı olarak elde edilmelidir, çünkü bu katsayının hesaplanması duvar sıcaklığının da bilgisini gerektirmektedir. Aşağıda verilen ilişki Zoby vd. tarafından ısı transfer hızının hesaplanması için kullanılmıştır (Zoby vd. 1980). Adiabatik duvardaki entalpi bilgisi HAD sonuçlarından alınmış, adiabatik olmayan duvardaki entalpi bilgisi ise aşınma çözümüyle eş zamanlı olarak elde edilmiştir.

$$\dot{q}_w = (Re_\theta)^{-1} \left(\frac{\rho^*}{\rho} \right) \left(\frac{\mu^*}{\mu} \right) \rho_e u_e (h_{aw} - h_w) (Pr_w)^{-0.6} \quad (4.16)$$

Yukarıda verilen ilişkideki referans yoğunluk ve viskozite değerlerinin Eckert tarafından tanımlanmış olan referans sıcaklık değerinde hesaplanması gerekmektedir (Eckert 1961). Reynolds sayısı ise aşınmanın hesaplandığı her bir nokta için sınır tabakanın momentum kalınlığının karakteristik uzunluk olarak kullanılmasını gerektirmektedir.

$$T^* = 0.5T_w + 0.22T_{aw} + 0.28T_e \quad (4.17)$$

Isı transferi katsayısı ise aşağıda verildiği şekilde hesaplanabilir.

$$\rho_e u_e St_0 = \frac{\dot{q}_w}{(h_r - h_w)} \quad (4.18)$$

Ancak yukarıdaki ilişkiler aşınmanın olmadığı bir duvar için tanımlanmıştır. Bu yüzden ısı transferi katsayısının aşağıda gösterildiği şekilde aşınan bir duvar için düzeltilmesi gerekmektedir. Aşağıdaki ilişki laminar akışlar için verilmiştir.

$$\frac{St}{St_0} = \frac{\ln[1 + B']}{B'} \quad (4.19)$$

4.4 Bulgular

4.4.1 Doğrulama Çalışması Sonuçları

Doğrulama çalışmalarından bazıları gerekli sınır koşullarının 1-B (1-boyutlu) çözüm bölgesinde tam kapalı formulasyonla uygulanabilmesiyle ilgilidir. Elde edilen sayısal sonuçlar seçilen yöntemlerin başarılı bir şekilde uygulandığını göstermiştir. Bu başlık altında verilmiş olan sayısal sonuçlar sınır koşullarıyla ilgili yürütülmüş olan çalışmalardan yalnızca bir tanesidir ve örnek olarak sunulmuştur. Örnek, radyasyon sınır koşulu ile doğrusal olmayan taşınım sınır koşulunu bir arada içermektedir.

Aşağıda ısı aşınma içermeyen ısı iletim problemini gösteren birimsizleştirilmiş ifadeler verilmiştir. Problem ısınan yüzeyde çizgisel olmayan taşınım ve ışınım sınır koşullarını içermektedir. Bu iki sınır koşulu da aşınma probleminin içerisinde bulunmaktadır.

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \quad (4.20)$$

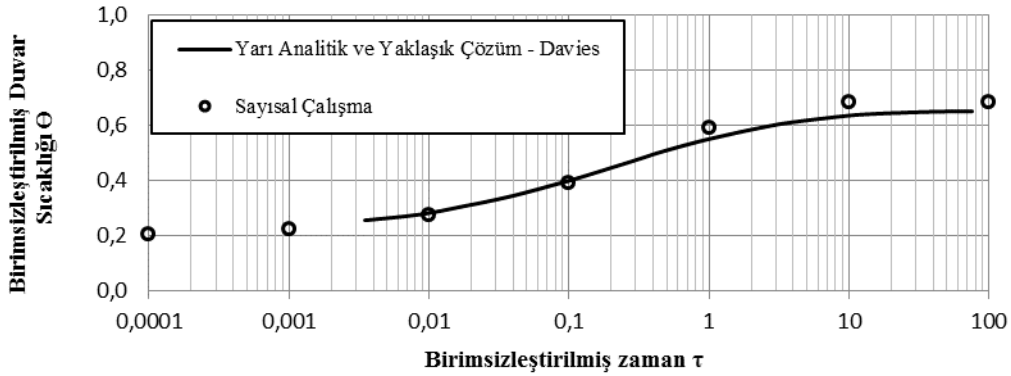
$$-\lambda = Bi(1 - \theta_i)^{4/3} - N_R(\theta_i^4 - \theta_a^4) \quad X = 0 \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad X = 1 \quad (4.22)$$

Zaman ayırıklastırması aşağıda gösterildiği şekilde uygulanmıştır.

$$\left[1 - \Delta t \frac{\partial R}{\partial W} \right] \Delta W = \Delta t R \quad (4.23)$$

Problemin sayısal çözümünün yarı analitik bir sonuçla (Davies 1985) karşılaştırılması aşağıda Şekil 4.6'da gösterilmiştir.



Şekil 4.6 Işınım ve çizgisel olmayan taşınım probleminin sayısal çözümünün doğrulanması

Çalışmanın bu kısmındaki doğrulama çalışmalarından ilkinde, yarı sonsuz uzunlukta karbon-karbon malzemenin önceden bilinen geri çekilme hızında aşınması çözülmüştür. Problemi tanımlayan denklemler ve sınır koşulları aşağıda verildiği gibidir.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + v \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4.24)$$

$$v = (1 - X_j) \frac{\partial s}{\partial t} \quad (4.25)$$

$$T = T_{ab} \quad x = 0 \quad (4.26)$$

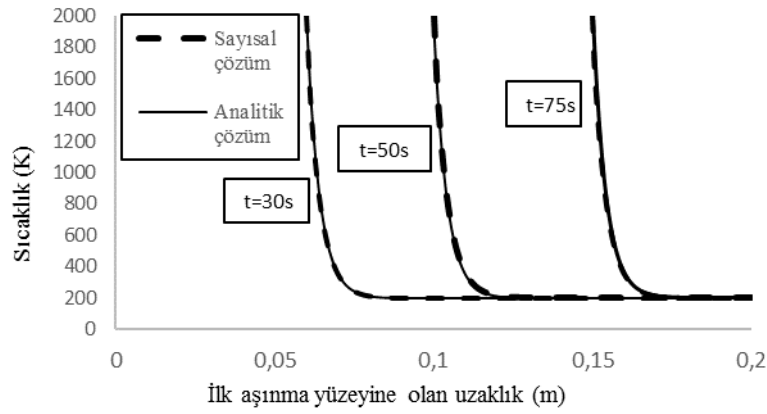
Isı iletim denkleminde görülen taşınımsal terim, 1-B çözüm bölgesindeki kısalmadan kaynaklanmaktadır ve her bir çözüm noktasının birimsizleştirilmiş koordinatına ve önceden bilinen geri çekilme hızına bağlıdır. Elbette, sayısal çözüm için yarı sonsuz bir çözüm bölgesi

oluşturmak mümkün değildir. Bunun yerine yeterli sonlu uzunlukta bir sayısal çözüm bölgesi oluşturulmuştur. Bu durumda zırhın arka yüzeyi için aşağıda verilen sınır koşulu uygulanmalıdır.

$$\frac{\partial T}{\partial X} = 0 \quad X = L \quad (4.27)$$

Bu problemin zamana bağlı olmayan analitik çözümü bilinmektedir (Amar vd. 2008; Bianchi 2007). Eğer aşınan yüzeyin koordinatı geri çekilmenin her anında $x=0$ olarak kabul edilirse problemin çözümü zamana bağlı olmaktan çıkar ve analitik çözüm aşağıda verilen halini alır. Sayısal çalışmanın analitik çözümle karşılaştırılması Şekil 4.7'de gösterildiği gibidir.

$$\frac{T(x) - T_i}{T_{abl} - T_i} = e^{-\frac{dsx}{\alpha t}} \quad (4.28)$$



Şekil 4.7 Önceden bilinen aşınma hızı ve sabit duvar sıcaklığı için sayısal ve analitik çözümlerin farklı anlar için karşılaştırılması

Üzerinde çalışılmış doğrulama problemlerinden bir diğeri de Teflon malzemenin yalnızca süblimleşme yoluyla aşındığı varsayılarak çözülmüş olan Stefan problemidir. Problemin çözümü iki aşamadan oluşmaktadır. Yalnızca ısı iletimini içeren ve duvarda aşınma sıcaklığına ulaşıldığında tamamlandığı varsayılan problemin ilk aşamasını tanımlayan denklemler aşağıda verildiği gibidir.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (4.29)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = Q(t) \quad x = 0 \quad (4.30)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad x = L \quad (4.31)$$

Duvar aşınma sıcaklığına ulaştıktan sonra geri çekilme başlamaktadır. İlk aşamanın tamamlanmasıyla elde edilen sıcaklık dağılımı ikinci aşamanın başlangıç koşulu olarak kabul edilmektedir. Aşınma aşamasını tanımlayan denklemler ve sınır koşulları aşağıda verilmiştir.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + v \frac{\partial T}{\partial X} \quad (4.32)$$

$$v = (1 - X_j) \frac{\partial s}{\partial t} \quad (4.33)$$

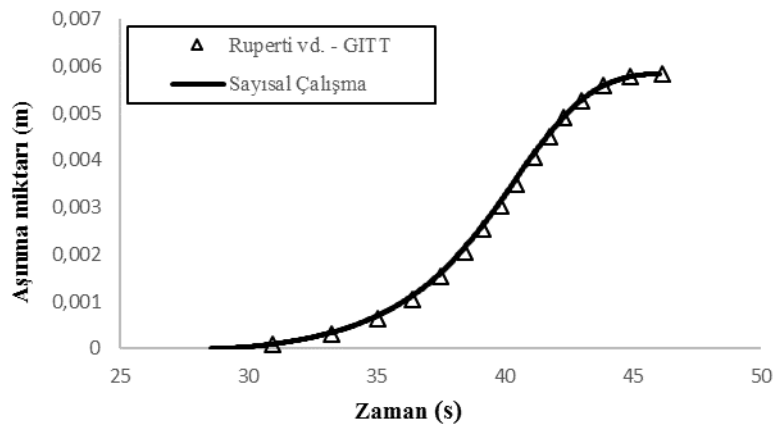
$$\rho H \frac{\partial s}{\partial t} = Q(t) + k \frac{\partial T}{\partial x} \quad x = s \quad (4.34)$$

$$T = T_i \quad t = t_{ab} \quad (4.35)$$

$$T = T_{ab} \quad x = s \quad (4.36)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad x = L \quad (4.37)$$

Sayısal çalışmayla elde edilen zamana bağlı aşınma miktarı aşağıda Şekil 4.8'de Ruperti vd.'nin yarı analitik çözümüyle karşılaştırılmıştır (Ruperti vd. 2004). Problemin zamana bağlı ısı akı yoğunluğu da referans çalışmada verildiği şekliyle kullanılmıştır. Görüleceği üzere iki çözüm birbiriyle oldukça uyumludur.

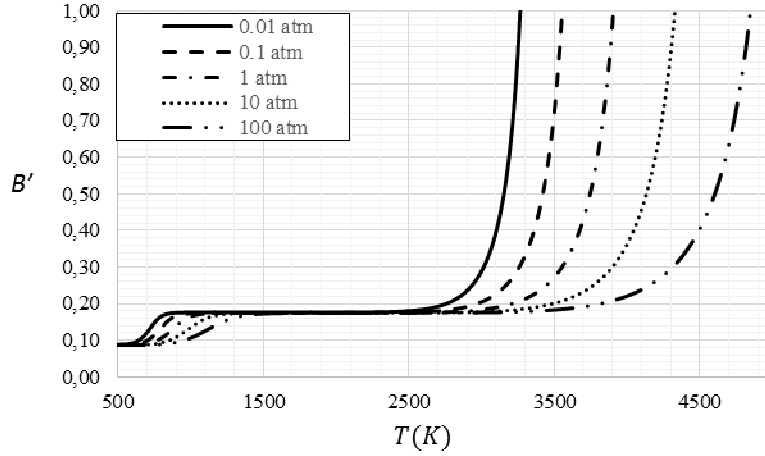


Şekil 4.8 Teflon aşınması için yürütülmüş doğrulama çalışmasında elde edilen sayısal çözümün yarı analitik (Ruperti vd. 2004) çözümle karşılaştırılması

4.4.2. Termokimyasal Isıl Aşınma Sonuçları

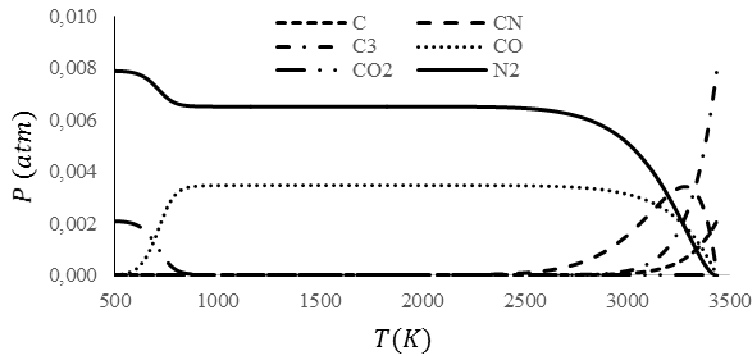
Daha önceki doğrulama çalışmalarında, aşınan yüzeyin geri çekilme hızının sabit olduğu ya da geri çekilmenin yalnızca duvar sıcaklığının bir fonksiyonu olduğu varsayılmıştır. Ancak, daha gerçekçi bir modelin elde edilebilmesi için aşınan yüzeyde gerçekleşen kimyasal reaksiyonların ele alınması, duvarda kimyasal reaksiyon ürünlerinin molar oranlarının hesaplanması ve akış sınır tabakası ile kütle ve enerji dengesinin kurulması gerekmektedir.

Farklı basınç ve duvar sıcaklık değerleri için hesaplanmış olan birimsiz aşınma hızı parametresi sonuçları aşağıda gösterildiği gibidir. Düşük sınır tabaka basınçları süblimleşmenin daha erken başlamasına sebep olmaktadır. Aşınmada süblimleşmenin etkisinin yüksek sıcaklıklarda oldukça baskın olduğu görülmektedir.



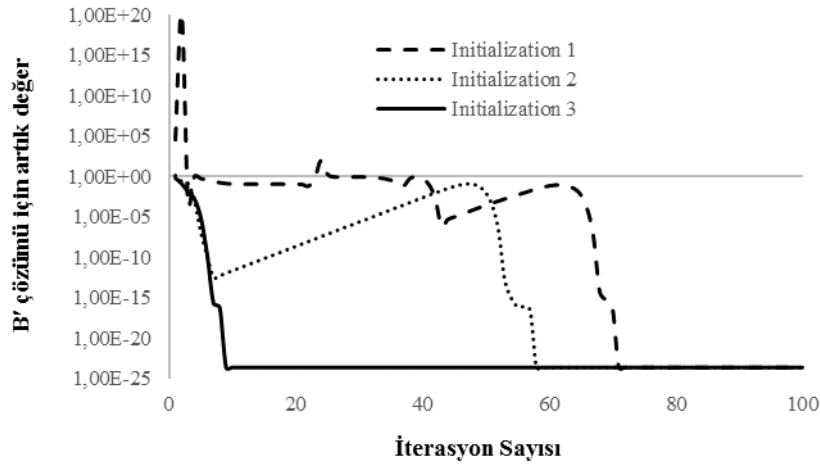
Şekil 4.9 Farklı basınç ve duvar sıcaklığı değerleri için hesaplanmış aşınma hızı parametresi sonuçları

Aşağıda ise 0.01 atm basınç için hesaplanmış kısmi basınç değerlerinin duvar sıcaklığına göre değişimi gösterilmiştir. C3 basıncının artışının başladığı noktadan itibaren aşınma hızının (sıcaklığın da artışı ile) hızla arttığı görülmektedir.



Şekil 4.10 0.01 atm sınır tabaka basıncında moleküllerin duvar üzerinde kısmi basınçları

Yürütülen çalışmada aşınma hızı parametresinin çözümünün, iterasyonların başlangıç koşuluna oldukça hassas olduğu görülmüştür. Aşağıda 4000 K'deki B' in elde edilmesi için kullanılmış olan farklı başlangıç koşullarının etkisi incelenmiştir. Öncelikle sistem fiziksel olmayan değerler ile başlatılmıştır ve çözümün yakınsamasının yaklaşık 60 iterasyon sürdüğü görülmüştür. Ardından 4000 K'deki değerlerin elde edilmesi için başlangıç koşulu olarak 3900 K ve 3950 K için elde edilmiş çözüm sonuçları kullanılmıştır. Aşağıda görüleceği üzere iterasyon sayısı başka sıcaklıklarda elde edilmiş çözüm değerleri kullanıldığında 10'a kadar düşürülebilmektedir. Üzerinde durulması gereken başka bir nokta ise denklem sisteminin doğrudan ve yalın olarak Newton iterasyon yönteminin kullanılmasıyla çözülemeyeceğidir. Çözümler boyunca iterasyonların ıraksak bir yöne doğru ilerlemesinin engellenmesi ve sınırlandırılması gerekmektedir.



Şekil 4.11 Farklı Başlangıç koşulları için B' değerinin artık değerinin değişimi

Tablo 4.1 B' çözümü için denenmiş olan başlangıç koşulları

| Başlangıç Koşulu 1 | Başlangıç Koşulu 2 (Başlangıç Koşulu- 3900K'e ait çözüm) | Başlangıç Koşulu 3 (Başlangıç Koşulu- 3950K'e ait çözüm) | 4000 K için Çözüm |
|--------------------|--|--|-----------------------------------|
| $y_{w,O} = 0.1000$ | $y_{w,O} = 0.1191$ | $y_{w,O} = 0.1020$ | $y_{w,O} = 8.2105 \times 10^{-2}$ |
| $y_{w,C} = 0.1000$ | $y_{w,C} = 0.4925$ | $y_{w,C} = 0.5653$ | $y_{w,C} = 0.6502$ |
| $y_{w,N} = 0.1000$ | $y_{w,N} = 0.3883$ | $y_{w,N} = 0.3326$ | $y_{w,N} = 0.2676$ |
| $B' = 0.1000$ | $B' = 0.9705$ | $B' = 1.3007$ | $B' = 1.8593$ |
| $M_w = 30.000$ | $M_w = 28.1992$ | $M_w = 28.5235$ | $M_w = 28.9963$ |

4.4.3 Termokimyasal Hesaplamalar ile Isı İletimi Çözümünün Birleştirilmesi

Burada sunulan analiz sonuçlarında varsayımsal bir sınır tabaka koşulu için karbon/karbon malzemenin ısı aşınması çözülmüş ve sonuçlar yöntem kısmında anlatılan Landau dönüşümü ve interpolasyon yöntemleri için karşılaştırılmıştır. Sınır tabaka koşulları aşağıda Tablo 4.2'de gösterildiği gibidir. Aynı zamanda sınır tabaka ucundaki molekül

konsantrasyonları kimyasal denge varsayımı ile hesaplanmıştır ve hesaplanan molekül konsantrasyon sonuçları Tablo 4.3'te verilmiştir. Bu konsantrasyon değerleri aynı zamanda sınır tabaka ucundaki entalpi değerinin elde edilmesi için de kullanılmıştır.

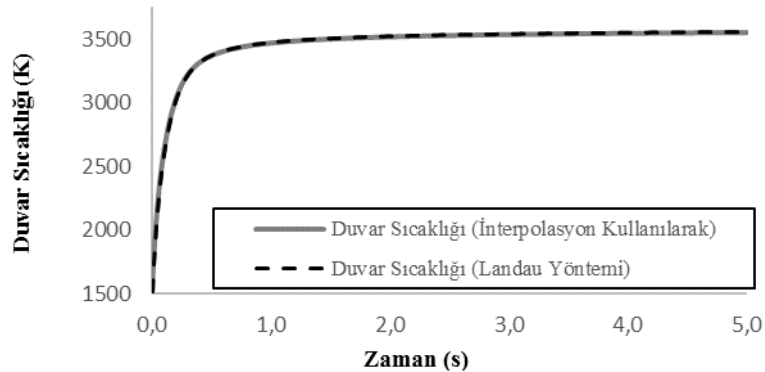
Tablo 4.2 5500 K ve 0.5 atm için sınır tabakada molekül kütle oranları

| | |
|------------------------------------|-------------------------|
| T_e | 5500 K |
| Isı Transfer Katsayısı | 3 kg/(m ² s) |
| p_e | 0.5 atm |
| Sınır tabaka ucunda entalpi | 12392 kJ/kg |
| Sınır tabaka ucunda toplam entalpi | 15000 kJ/kg |

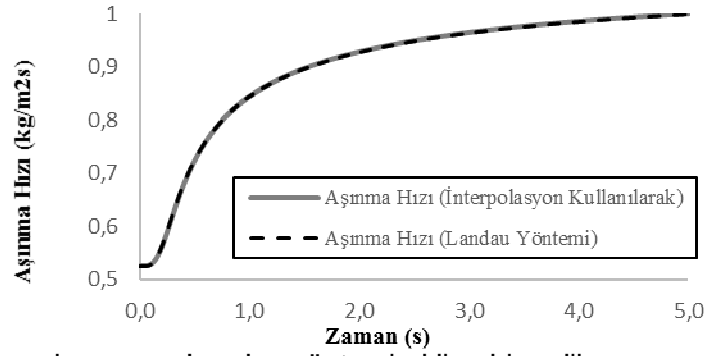
Tablo 4.3 5500 K ve 0.5 atm için sınır tabakada molekül kütle oranları

| | |
|----------------|---------|
| O ₂ | 0.00033 |
| O | 0.34801 |
| N ₂ | 0.54136 |
| N | 0.10099 |
| NO | 0.00931 |

Aşağıda Şekil 4.12'de iki farklı yöntem için elde edilmiş zamana bağlı duvar sıcaklıklarının karşılaştırılması verilmiştir. Şekil 4.13'de ise iki farklı yöntemle elde edilmiş aşınma hızı değerleri karşılaştırılmıştır. Görüleceği üzere sonuçlar birbirleriyle son derece uyumludur. Şekil 4.12'de ısı zırhın duvar sıcaklığını sınırlandırmadaki etkisi açıkça görülmektedir. Sınır tabaka ucu sıcaklığı 5500 K olmasına karşın duvar sıcaklığının 3500 K'i geçemediği, aşınma hızının ise sınır tabaka basınç ve sıcaklığına bağlı olan bir değere doğru yakınsadığı görülmektedir. Buradaki çalışma, ısı iletim denkleminin zamana bağlı olarak yazılması durumunda, daimi aşınma problemi için de kullanılabileceğini göstermektedir.



Şekil 4.12 İnterpolasyon ve Landau yöntemleri ile elde edilen duvar sıcaklıkları



Şekil 4.13 İnterpolasyon ve Landau yöntemleri ile elde edilen aşınma hızı değerleri

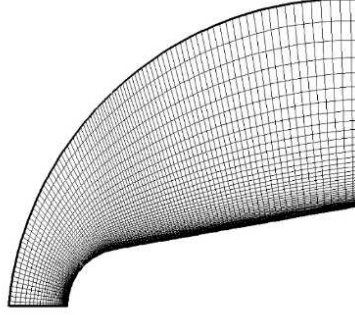
4.4.4 IRV2 Geometrisi için Isıl Aşınma Analizi Sonuçları

Çalışmanın bu aşamasında, literatürde daha önce deneyleri yürütülmüş ve bu deney şartları için aşınma analizleri (Bianchi vd. 2010; Milos ve Chen 2005) yapılmış olan IRV2 aracının geometrisi seçilmiştir. Böylece şu ana kadar yürütülmüş olan yazılım geliştirme çalışmasının başarısı test edilmiştir. IRV2 geometrisinin aşınma deneylerinin literatürde yürütülmüş olduğu serbest akım koşulları ve moleküllerin kütleli oranları aşağıda Tablo 4.4'de verilmiştir. HAD sonuçlarının adiabatik duvar sınır koşuluyla elde edilmesi daha önceki kısımlarda anlatılmış olan ısı transferi katsayısı hesaplaması yönteminin kullanılabilirliği açısından avantaj sağlamaktadır. Çünkü yöntem adiabatik duvar sıcaklığı bilgisini gerektirmektedir. Aşınan duvar koşullarındaki sıcaklık ise aşınma probleminin sayısal çözümüyle eş zamanlı olarak elde edilmiştir.

Tablo 4.4 IRV2 geometrisi karbon/karbon aşınma problemi için serbest akım koşulları (Bianchi vd. 2010; Milos ve Chen 2005)

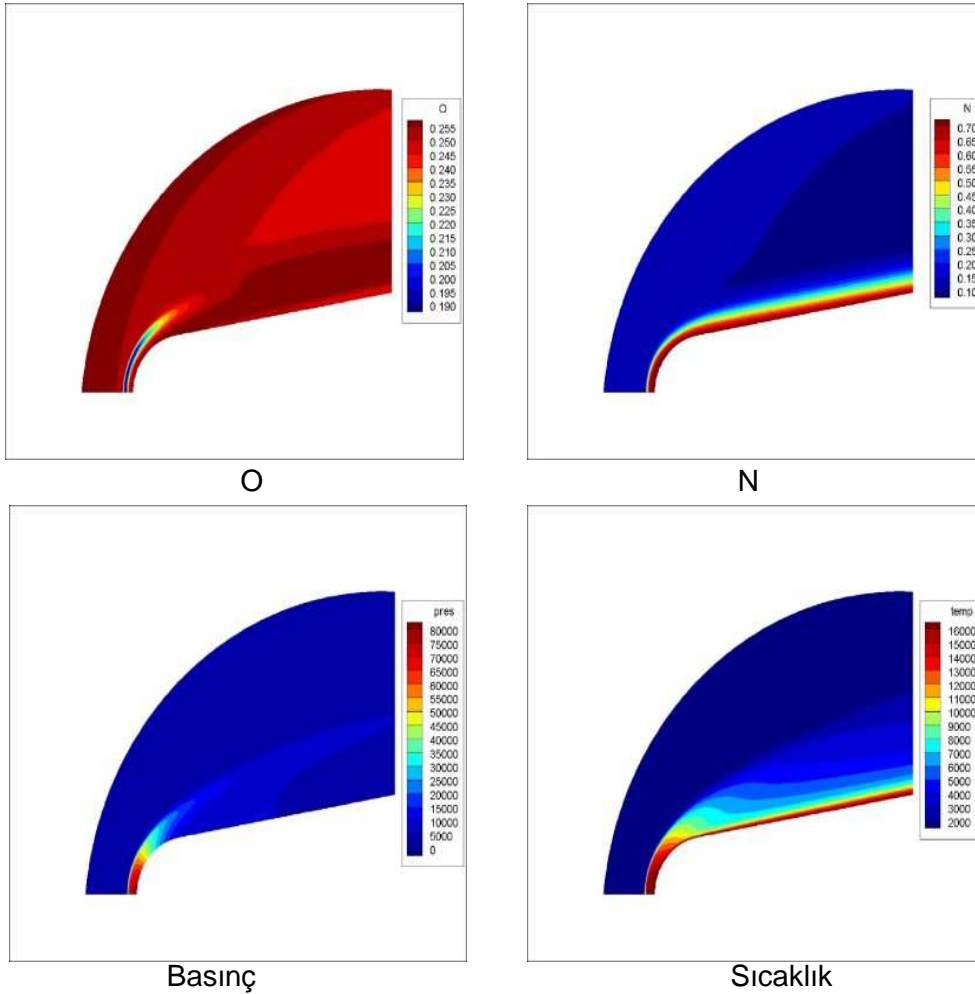
| | |
|-----------------------------|-------------------------|
| Hız (V) | 5354 m/s |
| Yoğunluk (ρ) | 0.003 kg/m ³ |
| Sıcaklık (T) | 1428 K |
| Kütleli oran O | 0.2573 |
| Kütleli oran N | 0.1212 |
| Kütleli oran NO | 0.0046 |
| Kütleli oran N ₂ | 0.6169 |
| Kütleli oran O ₂ | 0.0000 |

Aşınma hesaplarının yapılması için öncelikle HAD analizi yürütülmesi ve akışın sınır tabaka ucundaki özelliklerinin belirlenmesi gerekmektedir. HAD analizi için üretilmiş olan yapısal (structured) ağ aşağıda görüldüğü gibidir.



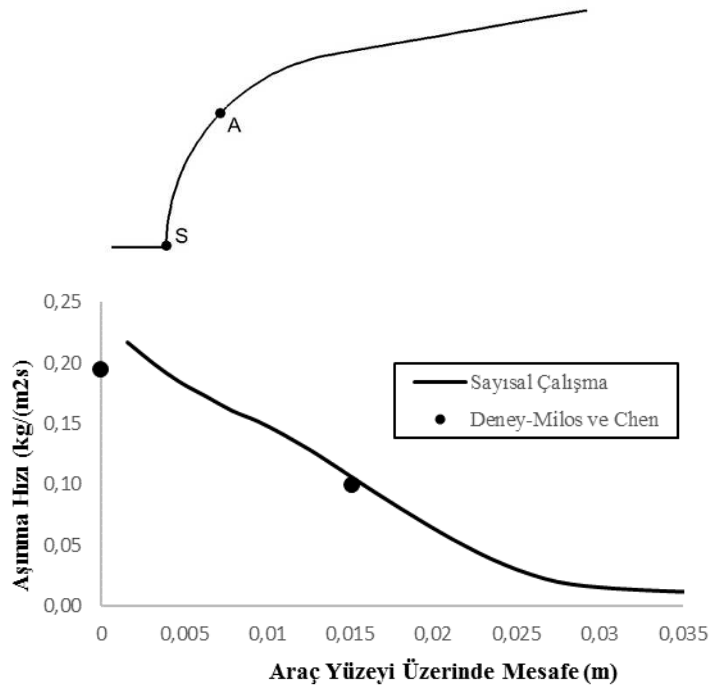
Şekil 4.14 HAD analizi için üretilmiş olan yapısal (structured) ağ

Şekil 4.15 de HAD analizi ile elde edilmiş atomik oksijen ve atomik nitrojen'e ait kütle oranlarının ve basınç, sıcaklık dağılımları verilmiştir. Durma basıncı yaklaşık olarak 0.80 atm olarak hesaplanmış, şokun arkasındaki sıcaklık değerlerinin ise 15000 K'e kadar çıktığı görülmüştür.

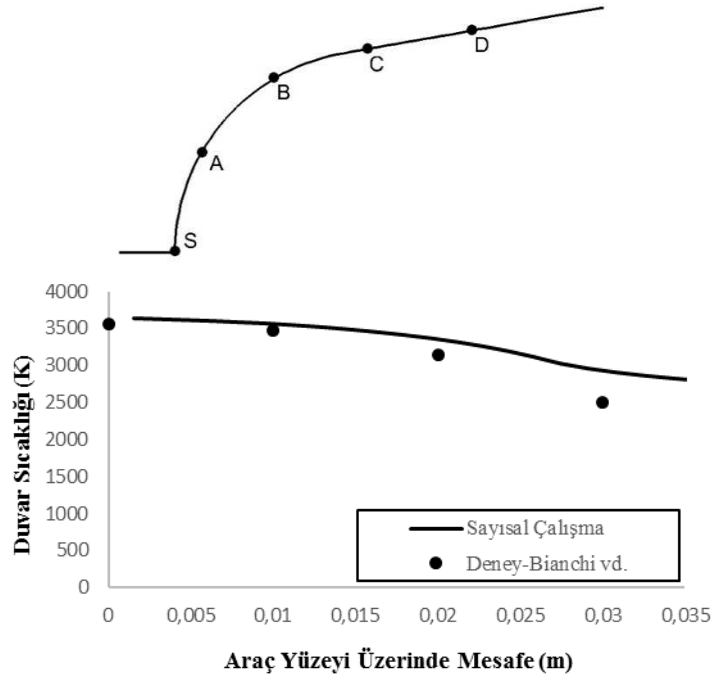


Şekil 4.15 HAD analizi ile elde edilmiş basınç, sıcaklık, atomik oksijen ve atomik nitrojen dağılımları

Şekil 4.16 ve 4.17’de sırasıyla bu çalışmada hesaplanmış olan aşınma hızı değerleri ile duvar sıcaklığı değerlerinin literatürden (Bianchi vd. 2010; Milos ve Chen 2005) alınmış deney sonuçlarıyla karşılaştırılması verilmiştir. Sonuçlar deneysel verilerle oldukça uyumludur. Durma noktasına yakın bölgede hesaplanan aşınma oranı ise yaklaşık %10’luk bir hata ile hesaplanmıştır. Bu farkın ısı transfer katsayısı yaklaşımının durma noktasına yaklaşıldıkça daha fazla hataya sebep olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. HAD analizi ile aşınma problemlerinin ayrı ayrı ele alındığı ve termokimyasal problemin karmaşıklığı düşünüldüğünde elde edilen analiz sonuçlarının başarılı olduğunu söylemek mümkündür.



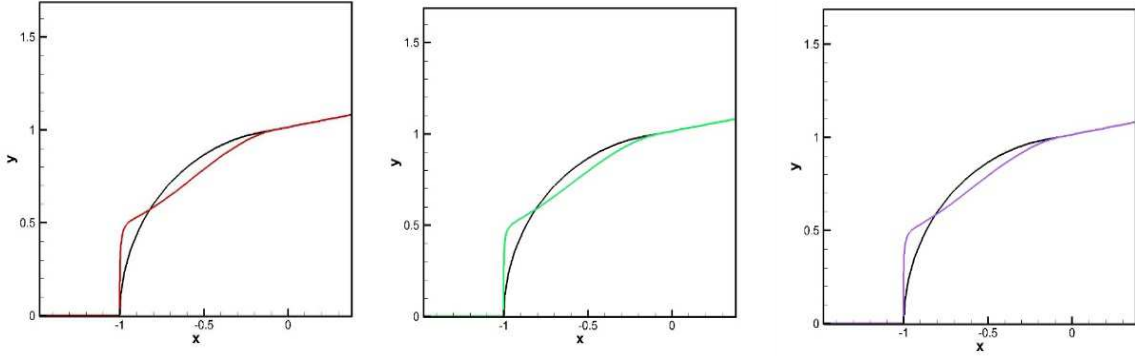
Şekil 4.16 Bu çalışmada araç yüzeyi üzerinde hesaplanmış aşınma hızı değerlerinin deneysel sonuçlarla (Milos ve Chen 2005) karşılaştırılması



Şekil 4.17 Bu çalışmada araç yüzeyi üzerinde hesaplanmış duvar sıcaklığı değerlerinin deneysel sonuçlarla (Bianchi vd. 2010) karşılaştırılması

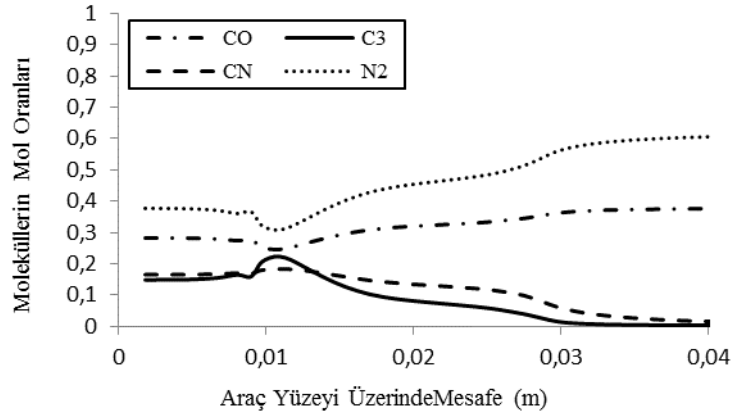
4.4.5 Sürtünme Katsayısı Optimize Edilmiş Geometri için Isıl Aşınma Analizi Sonuçları

Çalışmanın bu aşamasında kayıp katsayısı (drag coefficient) optimize (Yumuşak ve Eyi 2013) edilmiş bir geometrinin, yüzey aşınma karakterinin nasıl değiştiği incelenmiştir. Tasarım optimizasyonu için adjoint yöntemi ile Bezier-Bernstein polinomları kullanılmıştır. Tasarım 4-6 ve 8 tasarım değişkeni kullanılarak yürütülmüş ve aracın burun geometrisinin tasarım değişken sayısı artırıldıkça benzer bir geometriye doğru evrildiği görülmüştür. Optimizasyonda amaç fonksiyonu kayıp katsayısının azaltılmasıyken kısıtlama fonksiyonu aracın durma noktasındaki durma sıcaklığının düşürülmesidir. Başlangıç geometrisi olarak IRV2 geometrisi kullanılmış ve serbest akım değerleri IRV2 için yürütülmüş olan çalışmadakiyle aynı tutulmuştur. Aşağıda sırasıyla 4, 6 ve 8 tasarım değişkeni kullanılarak elde edilmiş yeni geometrilerin orjinal IRV2 geometrisiyle karşılaştırılması gösterilmektedir. 4 tasarım değişkeni kullanıldığında kayıp katsayısında %15.4'lük, 6 tasarım değişkeni kullanıldığında %15.8'lik, 8 tasarım değişkeni kullanıldığında ise %15.9luk bir iyileşme elde edilmiştir.

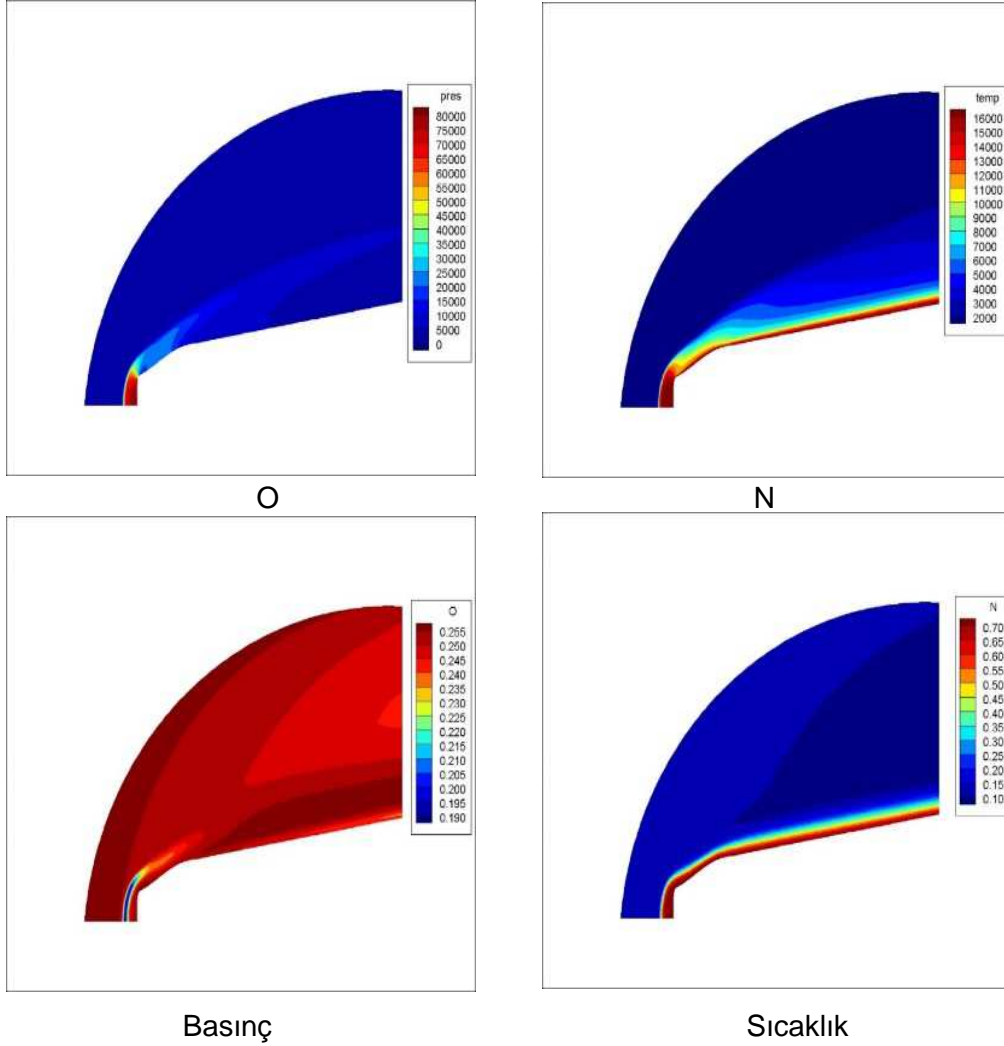


Şekil 4.18 Sırasıyla 4,6 ve 8 tasarım değişkeni kullanıldığında elde edilmiş olan geometrilerin orjinal geometriyle karşılaştırılması

Şekil 4.19 da karbon/karbon malzeme için aşınma analizi sonucunda elde edilmiş olan molekül konsantrasyonu oranları baskın moleküller için gösterilmiştir. Görüleceği üzere elde edilmiş olan geometrinin omuz bölgesinde aşınma karakterinde ani değişiklikler görülmektedir. Bu değişikliklerin omuz bölgesinin başlangıcından itibaren görülen ani basınç düşüşünden kaynaklandığı düşünülmektedir. Ani basınç düşüşü bu bölgede süblimleşmeyi arttırmaktadır. Şekil 4.20 de 8 tasarım değişkeni ile elde edilmiş geometri için HAD analizi sonuçları basınç dağılımı sıcaklık dağılımı, iyonlaşmış atomik oksijen ve iyonlaşmış atomik nitrojen için gösterilmiştir.

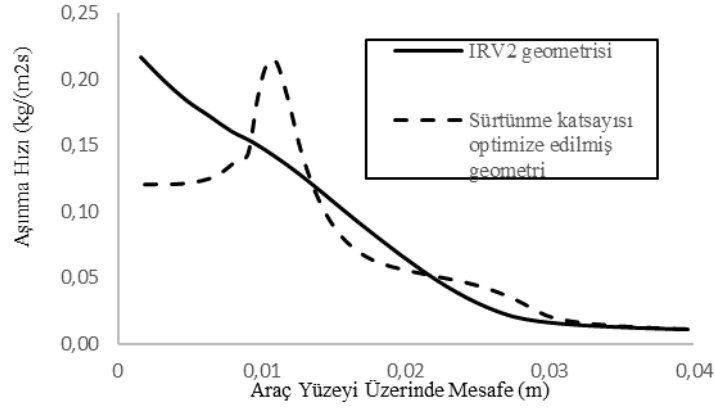


Şekil 4.19 Sürtünme katsayısı optimize edilmiş geometri için yüzey üzerinde molekül konsantrasyonu dağılımları (Yalnızca baskın moleküller gösterilmiştir)

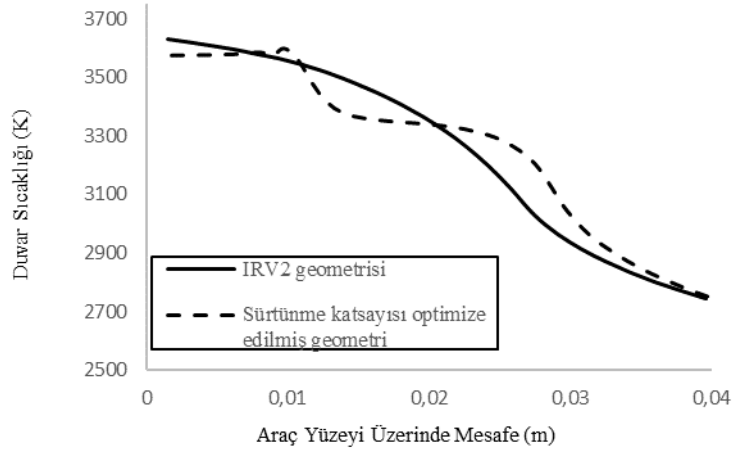


Şekil 4.20 Kayıp katsayısı optimize edilmiş geometri için HAD analizi ile elde edilmiş basınç, sıcaklık, atomik oksijen ve atomik nitrojen dağılımları

Aşağıda ise aşınma analizi sonucunda elde edilmiş aşınma hızı ve duvar sıcaklığı dağılımlarının IRV2 geometrisi ve optimize edilmiş geometri için karşılaştırılması verilmiştir. Duvar sıcaklığı sonuçlarına bakıldığında optimize edilmiş geometrinin durma noktası sıcaklığının düşürülmüş olduğu görülmektedir. Omuz bölgesindeki ani basınç düşüşü ve duvar sıcaklığının omuz bölgesine kadar neredeyse sabit olması, omuz bölgesinde sıcaklığın aşınma yardımıyla kompanse edildiğini göstermektedir. Başka bir ilginç sonuç ise yeni geometrinin aşınma hızı dağılımının düz burunlu geometrilerin ısı akısı dağılımına benziyor olmasıdır. Ancak, omuz bölgesinde aşınma hızı değişimi dikkat çekici şekilde keskindir. Bunun sebebi aşınma hızının hem ısı iletimi katsayısıyla hem de birimsizleştirilmiş aşınma hızı parametresiyle doğru orantılı olmasıdır.



Şekil 4.21 IRV2 geometrisi için ve optimize edilmiş geometri için elde edilmiş aşınma hızı değerlerinin karşılaştırılması



Şekil 4.22 IRV2 geometrisi için ve optimize edilmiş geometri için elde edilmiş duvar sıcaklığı değerlerinin karşılaştırılması

4.5 Sonuç/Tartışma

Bu çalışmada, hipersonik akış şartlarında ısıl aşınmanın incelenmesi için termokimyasal ilişkileri, malzeme yüzeyi ile sınır tabaka ucu arasındaki enerji ve kütle dengesini ve malzeme içerisindeki sıcaklık dağılımını modelleyen bir çözücü geliştirilmiştir. Aşınma problemi 1-boyutlu olarak ele alınmış ve küt cisimler için doğrulama ve analiz çalışmaları yürütülmüştür. Kayıp katsayısı optimize edildikten sonra aracın aşınma karakterleri karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda, optimize edilen aracın omuz bölgesinde aşınmanın yüksek olabileceği görülmüştür. Bu artışın sebebi omuzdan itibaren basıncın düşmesiyle beraber süblimleşmenin artışıdır. Ancak, optimize edilmiş geometrinin durma noktası daha yüksek bir bölgesel yarıçapa sahip olduğundan bu noktada ısı transferi

hızının daha düşük olduğunu, dolayısıyla da bu noktada hem sıcaklığın hem de aşınma hızının küresel geometriden daha düşük olduğunu söylemek mümkündür.

Çalışmanın ileriki aşamalarında malzemenin içerisindeki sıcaklık dağılımının çok boyutlu olarak ele alınması düşünülmektedir. Bu sayede araç yüzeyine paralel sıcaklık gradyanlarının da etkisi hesaplamalara dahil edilmiş olacaktır. Ayrıca, denge kimya reaksiyonları, sonlu hızlı reaksiyon modelleriyle değiştirilecek ve hesaplamaların ne yönde değişeceği incelenecektir. Optimize edilmiş geometri üzerinde yürütülen aşınma analizi çalışması, aşınma yazılımının optimizasyon ve HAD analizi hesaplamalarıyla tam kapalı formulasyon kullanılarak birleştirilmesi gerektiğini göstermiştir. Bu sayede aşınma ve/veya duvara olan ısı akısını da içeren bir hedef fonksiyonu optimizasyona dahil edilebilecektir. Böyle bir çalışma, kayıp katsayısı ve durma noktası sıcaklığıyla beraber aşınma karakterinin de iyileştirilebilmesini sağlayacaktır.

Kaynaklar

Amar, A. J., Blackwell, B. F., Edwards, J. R., Beerman A. F. 2008. "One-Dimensional Ablation Using a Full Newton's Method and Finite Control Volume Procedure", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 22, 71-82.

Amar, A. J., Blackwell, B. F., Edwards J. R. 2009. "Development and Verification of a One-Dimensional Ablation Code Including Pyrolysis Gas Flow", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 23, 59-71.

Bianchi D. 2007. "Modeling of ablation phenomena in space applications", Ph.D. Thesis, Universita degli Studi di Roma "La Sapienza", İtalya.

Bianchi, D., Nasuti, F., Martelli, E. 2010. "Navier–Stokes Simulations of Hypersonic Flows with Coupled Graphite Ablation", Journal of Spacecraft and Rockets, 47, 554-562.

Blackwell, B. F., Hogan R. E., 1994, "One-Dimensional Ablation Using Landau Transformation and Finite Control Volume Procedure", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 8, No. 2. pp. 282-287.

Davies T. W. 1985. "Transient Conduction in a Plate with Counteracting Convection and Thermal Radiation at the Boundaries", Appl. Math. Modeling, 9, 337-340.

Dec, J. A., Braun, R. D. 2009. "Ablative Thermal Response Analysis Using the Finite Element Method", 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, Florida ABD.

Eckert, E.R.G. 1961. "Survey on Heat Transfer at High Speeds", U.S. Air Force, ARL 189.

Gordon, S., McBride, B. J. 1994. "Computer program for calculation of complex chemical equilibrium compositions and applications" NASA Technical Report 1311.

Hogan, R. E., Blackwell, B. F., Cochran, R. J. 1996. "Application of Moving Grid Control Volume Finite Element Method to Ablation Problems", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 10, 312-319.



Landau, H. G. 1950. "Heat Conduction in a Melting Solid," Quarterly of Applied Mathematics, 8, 81-94.

Maclean, M. 2013. "An Equilibrium Ablation Boundary Condition for the Data- Parallel Line-Relaxation Code", 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace , Grapevine, Texas, ABD.

Milos, F. S., Chen, Y. K. 2005. "Navier–Stokes Solutions with Finite Rate Ablation for Planetary Mission Earth Reentries", Journal of Spacecraft and Rockets, 42, 961-970.

Milos, F. S., Chen, Y. K. 2009. "Two-Dimensional Ablation, Thermal Response, and Sizing Program for Pyrolyzing Ablators", Journal of Spacecraft and Rockets, 46, 1089-1099.

Milos, F. S., Rasky, D. J. 1994. "Review of Numerical Procedures for Computational Surface Thermochemistry", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 8, 24-32.

Palmer, H.B. and Shelef, M. 1968. "Vaporization of Carbon " Chemistry and Physics of Carbon, 4, edited by P.L. Walker, Jr., Marcel Dekker, Inc., New York.

Park, C. 1983. "Stagnation-Point Ablation of Carbonaceous Flat Disks, Part 1: Theory," AIAA Journal, 21, 1588–1594.

Ruperti N. J., Cotta R. M., Falkenberg C. V., SU J. 2004. "Engineering Analysis of Ablative Thermal Protection for Atmospheric Reentry: Improved Lumped Formulations and Symbolic – Numerical Computation", Heat Transfer Engineering, 25, 101-111.

Scala, S. M., Gilbert, L. M. 1965 . "Sublimation of Graphite at Hypersonic Speeds", AIAA Journal, 3, 1635-1644.

Wiebenga, J. E., Boyd, I. D. 2012. "Computation of Multi-Dimensional Material Response Coupled to Hypersonic Flow", 43rd AIAA Thermophysics Conference, New Orleans, Louisiana, ABD.

Yumusak, M., Eyi, S. 2013. "Aerothermodynamic Shape Optimization of Hypersonic Blunt Bodies," 21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, AIAA Paper 2013-2693.

Zhluktov, S. V., and Abe, T. 1999. "Viscous Shock-Layer Simulation of Airflow past Ablating Blunt Body with Carbon Surface," Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 13, 50–59.

Zoby, E. V., Moss, J.,N., Suttont K. 1980. "Approximate Convective-Heating Equations for Hypersonic Flows", Journal of Spacecraft, 18, 64-70.

5. HİPERSONİK AKIŞ ÇÖZÜMLERİNDE ÖNKOŞULLANMIŞ (PRECONDITIONED) NEWTON-GMRES YÖNTEMİ

Çalışmada Görev Alanlar: Yüksek Lisans Öğrencisi Buket Yıldızlar (Bursiyer)

Yüksek Lisans Öğrencisi Yunus Emre Muslubas (Bursiyer)

Doç. Dr. Sinan Eyi (Proje Yöneticisi)

5.1 Giriş

Genel olarak, hipersonik akışlar fizikokimyasal ve sayısal modellemelerin zorlukla yapıldığı alanlardan biridir. Sayısal çözümlerinde yakınsama (convergence) problemlerinin yaşandığı bu tip akışlarda, Newton yöntemi avantajları nedeni ile tercih edilmektedir. Doğrusal olmayan (non-linear) denklemlerin çözümünde sıklıkla kullanılan bu yöntem, ikinci dereceden (quadratic) sağladığı yakınsamaya karşın her bir iterasyonda büyük Jacobian matrislerinin çözülmesini gerektirmesi CPU zamanının artmasına neden olmaktadır. Son yıllarda, Newton yönteminin avantajlarını korurken dezavantajlarının azaltılması amacı ile yeni yöntemler geliştirilmektedir. Bu amaç kapsamında geliştirilen Newton-GMRES yönteminde, Jacobian matrislerinin oluşturulmasına ve çözülmesine gerek olmamaktadır. Proje kapsamında hipersonik akışların çözümü için Newton-GMRES yöntemi geliştirilmiş ve yakınsama performansı Newton yöntemi ile karşılaştırılmıştır. Bu konu ile ilgili olarak iki adet yüksek lisans tezi tamamlanmıştır. Tez çalışmalarının ilkinde, süpersonik lülelerdeki üç boyutlu akış analizi için Newton-GMRES yöntemi geliştirilmiş ve yakınsama performansı Newton yöntemi ile karşılaştırılmıştır. Diğer tez çalışmasında, Newton-GMRES yönteminin yakınsama performansının iyileştirilmesine yönelik olarak önkoşullandırma (preconditioning) yöntemleri kullanılmıştır. Ayrıca, hipersonik akışların analizinde, Newton-GMRES yönteminin performansı incelenmiş ve bu konu ile ilgili konferans bildirileri yayınlanmıştır. Bu konu ile ilgili tamamlanan yüksek lisans tezleri ve konferans bildirileri aşağıda verilmiştir:

Yüksek lisans tezleri:

1. Yıldızlar B., 'Performance Comparison of Newton and Newton-GMRES method in 3-D Flow Analysis,' Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü, Şubat 2014. (Supervisor: Eyi, S.)
2. Muslubas Y. E., 'Choice and Development of a Preconditioner for Newton-GMRES Algorithm,' Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü, Eylül 2015. (Supervisor: Eyi, S.)

Konferans bildirileri:

1. Yıldızlar B. ve Eyi, S, 'Adjoint Shape Optimization of Three Dimensional Nozzles,' AIAA Paper 2014-3688, 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference 2014, Cleveland, OH, ABD 28-30 Temmuz 2014
2. Yıldızlar B. ve Eyi, S., 'Comparison of Newton and Newton-GMRES Methods for Three Dimensional Hypersonic Nozzle Design,' AIAA Paper 2014-3177, 32nd AIAA Applied Aerodynamics Conference, AIAA Aviation and Aeronautics Forum and Exposition 2014, Atlanta, GA, ABD 16-20 Haziran 2014
3. Yıldızlar, B. ve Eyi, S., '3 Boyutlu Süpersonik Lüle Tasarımında Newton-GMRES Yöntemi ile Newton Yönteminin Karşılaştırılması,' HITEK 2014, III. Ulusal Havacılıkta İleri Teknolojiler Konferansı, İstanbul, 18-20 Haziran 2014
4. Muslubaş, Y. E. ve Eyi, S., " Performances of Newton and Preconditioned Newton-GMRES Methods in Hypersonic Flow Solutions," AIAA Paper 2015-2458, AIAA AVIATION 2015, 22-26 Haziran 2015, Dallas, Texas, ABD
5. Muslubaş, Y. E. ve Eyi, S., 'Analysis of Hypersonic Nozzles with Newton and Preconditioned Newton-GMRES,' AIAA Paper 2015-3746, 51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, 27-29 Temmuz, Orlando, Florida, ABD
6. Pişkin T. ve Eyi S., 'Analysis Of Hypersonic Non-Equilibrium Reentries With Newton-GMRES Method,' 12th International Planetary Probe Workshop, IPPW2015-3207, 15-19 Haziran 2015, Cologne, Almanya

5.2 Literatür Özeti

Genel olarak, implicit yöntemler daha dengeli (stable) olması nedeni ile tercih edilmektedir. Bu yöntemler arasında, Newton yöntemi nonlinear denklem sistemlerinin çözümünde sıklıkça kullanılmaktadır. Newton yönteminin HAD hesaplamaları için ilk uygulamaları 80 li yılların sonlarında başlamıştır. Wigton (1987) tarafından yapılan çalışmada, çok elemanlı airfoil etrafında akış analizi için Newton yöntem kullanılmıştır. Bu çalışmada Jacobian matrisinin oluşturulmasında MACSYMA programı kullanılmış ve Jacobian matrisinin çözümünde sparse matris çözümleri kullanılmıştır.

Newton yöntemin en önemli dezavantajlarından biri yakınsamanın başlangıç şartlarına (initial condition) bağlı olmasıdır. Bender and Khosia (1988) başlangıç şartlarının Newton yönteminin yakınsamasına olan etkisini incelemiş ve geliştirdiği yöntemler ile bu bağımlılığın azaltılmasına çalışmıştır. Benzer olarak, Venkatakrishan (1989) transonik akışların Newton yöntemi ile çözümünde, Jacobian matrisine diagonal terimler ekleyerek yakınsamanın başlangıç şartlarından etkilenmemesi için yeni yöntemler geliştirmiştir.

Daha sonraki yıllarda, Newton yönteminin performansını artırmak için çalışmalar devam etmiştir. Orkwis (1993) transonik akış şartlarında Navier-Stokes denklemlerinin çözümü için quasi-Newton ve Newton yöntemlerinin performanslarını karşılaştırmış ve quasi-Newton yönteminin daha verimli olduğunu göstermiştir. Quasi-Newton yönteminde Jacobian matrisi yaklaşık olarak oluşturulmaktadır.

Akış denklemlerinin Newton yöntemi ile çözülmesinde büyük Jacobian matrisleri oluşmaktadır. Conjugate gradient yöntemi simetrik matrislerin çözümü için kullanılan en verimli yöntemlerden biridir. Ancak akış denklemlerine ait Jacobian matrisleri genel olarak simetrik olmadığı için bu yöntemin kullanılması zorlaşmaktadır. Simetrik olmayan matrislerin conjugate gradient yöntemi kullanılarak çözülmesi ile ilgili çalışmalar yapılmıştır (Elman, 1982; Wong ve Hafez 1981). Simetrik olmayan matrislerin çözümü ile ilgili olarak Saad ve Schultz (1986) tarafından GMRES yöntemi geliştirilmiştir. GMRES Krylov subspace yöntemlerinden biri olup çözülecek matrisin açık (explicit) olarak bilinmesine gerek yoktur.

GMRES yönteminin Newton yöntemi ile birleştirilmesi gerek yoktur. GMRES yöntemi tek başına matris çözümü için de kullanılabilir (Wigton, 1984). GMRES yönteminde bilgisayar bellek gereksimini azaltmak için yeni yöntemler geliştirilmiştir. Gear ve Saad (1983), Brown ve Hindmarsh (1993), ve Chan ve Jackson (1983) bu konu ile ilgili ilk çalışmaları başlatmışlardır. Jacobian matrisinin oluşturulmasına ve çözülmesine gerek kalmadan çözüm yapabilmek için Brown ve Saad (1990) tarafından Jacobian Free Newton-GMRES yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemde, yakınsamanın hızlandırılması amacı ile önkoşullandırıcı (preconditioner) kullanımı ile ilgili çalışmalar yapılmıştır (Gatsis 2013; Chen, Shen 2006; Choquet, 1995).

5.3 Yöntem

Bu çalışmanın amacı hipersonik akışlarda karşılaşılan yakınsama problemine çözüm olarak Newton-GMRES yönteminin kullanılmasıdır. Ayırıklaştırılmış üç boyutlu Euler/Navier-Stokes denklemleri ile sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri eş zamanlı olarak Newton-GMRES yöntemi ile çözülmüştür. Önkoşullandırıcı (preconditioner) olarak ILU (Incomplete LU factorization) yöntemi kullanılmıştır. Aşağıda kullanılan yöntemler hakkında detaylı açıklama verilmiştir.

5.3.1 Akış Denklemleri

Tamamlanan çalışmalarda akış analizi için Euler veya Navier-Stokes denklemleri sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri ile birlikte eş zamanlı olarak çözülmüştür. Newton yönteminde kullanılan Jacobian matrisinin büyüklüğü her bir hücrede (cell) çözülen denklem sayısına ve ağın (grid) büyüklüğüne bağlı olarak değişmektedir. Navier Stokes denklemlerinin çözümünde kullanılacak ağ sistemi Euler denklemlerinde kullanılanlara göre

daha ince (fine) olması nedeni ile Navier stokes denklemlerinin çözümünde oluşacak Jacobian matrisi daha büyüktür.

Zamana bağlı üç boyutlu akışlarda, Navier-Stokes ve kimyasal tür süreklilik denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial x} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial y} + \frac{\partial(H - H_v)}{\partial z} = S_{cv} \quad (5.1)$$

Denklem (5.1)'de Q akış değişkenlerini, F , G , H viskoz olmayan akıları, F_v , H_v , G_v ise viskoz akıları sembolize etmektedir. Kimyasal tür kaynak (source) terimi olarak S_{cv} kullanılmaktadır. Denklem (5.1) de Q , F , G , H ve S_{cv} vektörleri;

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \\ \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_{ns-1} \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P_x \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (E + P_x)u \\ \rho_1 u \\ \vdots \\ \rho_{ns-1} u \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P_y \\ \rho vw \\ (E + P_y)v \\ \rho_1 v \\ \vdots \\ \rho_{ns-1} v \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + P_z \\ (E + P_z)w \\ \rho_1 w \\ \vdots \\ \rho_{ns-1} w \end{bmatrix}, S_{cv} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_{ns-1} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

F_v , G_v ve H_v viskoz akı vektörleri;

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \tau_{xz}w - q_x + \sum J_{x,s} h_s \\ -J_{x,1} \\ \vdots \\ -J_{x,ns} \end{bmatrix}, G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \tau_{yz}w - q_y + \sum J_{y,s} h_s \\ -J_{y,1} \\ \vdots \\ -J_{y,ns} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$H_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ \tau_{zx}u + \tau_{zy}v + \tau_{zz}w - q_z + \sum J_{z,s} h_s \\ -J_{z,1} \\ \vdots \\ -J_{z,ns} \end{bmatrix}$$

olarak tanımlanmıştır.

Bu çalışmada, yukarıda tanımlanan akış denklemleri sayısal olarak ayrıştırıldıktan (discretized) sonra Newton veya Newton-GMRES yöntemleriyle çözülmüştür. Viskoz olamayan akıların ayrıklaştırılmasında, van Leer (1982) yöntemi birinci ve ikinci dereceden doğrulukla hesaplanmıştır. İkinci dereceden akı hesabı için MUSCL (van leer 1979) yöntemi ve van Albada (1982) limiter'leri uygulanmıştır.

5.3.2 Newton Yöntemi

Sayısal ayrıklaştırma (discretization) yapıldıktan sonra akış denklemleri genelleştirilmiş (generalized) koordinat sisteminde aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\hat{R}(\hat{Q}) = 0 \quad (5.4)$$

Burada \hat{R} kalan (residual) vektörü olup, genelleştirilmiş koordinatlarda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\hat{R}(\hat{Q}) = \frac{\partial [\hat{F}(\hat{Q}) - \hat{F}_v(\hat{Q})]}{\partial \xi} + \frac{\partial [\hat{G}(\hat{Q}) - \hat{G}_v(\hat{Q})]}{\partial \eta} + \frac{\partial [\hat{H}(\hat{Q}) - \hat{H}_v(\hat{Q})]}{\partial \zeta} - S_{cv} \quad (5.5)$$

Doğrusal olmayan $\hat{R}(\hat{Q})$ denklemi k 'ninci iterasyon etrafında Taylor açılımı kullanılarak doğrusallaştırılabilir:

$$\hat{R}(\hat{Q}_{k+1}) = \hat{R}(\hat{Q}_k) + \left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{Q}} \right)_k \Delta \hat{Q}_k \quad (5.6)$$

Kalanın $(k+1)$ 'inci iterasyonda sıfır olacağını düşünülerek yukarıdaki denklem tekrar yazılabilir:

$$\left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{Q}} \right)_k \Delta \hat{Q}_k = -\hat{R}(\hat{Q}_k) \quad (5.7)$$

Elde edilen denklemde $\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{Q}}$ terimi Jacobian matrisini temsil etmektedir. Akış değişken vektörü, \hat{Q} , $(k+1)$ 'inci iterasyonda aşağıdaki biçimde güncellenir:

$$\hat{Q}_{k+1} = \hat{Q}_k + \Delta \hat{Q}_k \quad (5.8)$$

Yukarıda da görüldüğü üzere Newton yöntemin uygulanmasında Jacobian matrisinin hesaplanması şarttır. Bu işlem analitik veya sayısal olarak yapılabilir. Çalışmamızda, Jacobian matrisinin oluşturulmasındaki hataların ve CPU zamanının azaltılabilmesi amacı ile, analitik yöntem kullanılmıştır. Analitik yöntemin en önemli dezavantajı, yazılım oluşturulması

nedeni ile, sayısal yönteme göre daha fazla çaba ve zaman gerektirmesidir (Onur ve Eyi 2005).

5.3.3 Newton-GMRES Yöntemi

Newton yönteminin avantajlarını korurken dezavantajlarının azaltılabilmesi için Newton-GMRES yöntemi geliştirilmiştir. Newton yöntemindeki Jacobian matrisinin hesaplamasının kolay olmaması nedeni ile Jacobian matrisinin hesaplanmasına ihtiyaç duymayan Newton-GMRES yöntemi oluşturulmuştur. Denklem (5.1) de verilen doğrusal olmayan denklem sistemini çözmek için kesin olmayan Newton yöntemleri incelenmiştir. Bu yöntemler belli bir tolerans dahilinde k 'nıncı iterasyonda $\Delta\hat{Q}_k$ bulma esasına dayanır.

$$\|\hat{R}(\hat{Q}_k) + \hat{R}'(\hat{Q}_k)\Delta Q_k\| \leq \eta_k \|\hat{R}(\hat{Q}_k)\| \quad (5.9)$$

Bu denklemde tanımlanan η_k parametresi yardımı ile Newton yöntemi belirli bir tolerans dahilinde sağlanmaktadır. Bu parametrenin hesaplanması ile ilgili olarak Eisenstat ve Walker (1996) çeşitli çalışmalar yapmıştır.

$$\eta_k = \gamma \left(\frac{\|\hat{R}(\hat{Q}_k)\|}{\|\hat{R}(\hat{Q}_{k-1})\|} \right)^\alpha \quad \gamma \in [0,1] \text{ ve } \alpha \in (1,2] \quad (5.10)$$

Pueyo ve Zinng (1997) ise η_k yi sabit olarak kullanmışlardır. Ayrıca, bu parametrenin değişken olarak kullanılması ile ilgili çalışmalar yapılmakla birlikte, η_k parametresi için kontrollü olarak sabit değer kullanmanın daha elverişli olduğu gözlemlenmiştir. Daha önce de belirtildiği gibi Newton-GMRES yöntemi Jacobian matrisinin oluşturulmasını ve çözülmesini gerektirmez. Bunun yerine Jacobian matrisinin bir v vektörü üzerindeki etkisinin sonlu farklar yöntemi ile hesaplanması yeterli olmaktadır. Bu nedenle Newton-GMRES yöntemi matrissiz (matrix free) olarak tanımlanmaktadır (Kelley, 1999).

$$\hat{R}'(\hat{Q})v \approx \frac{\hat{R}(\hat{Q} + \varepsilon v) - \hat{R}(\hat{Q})}{\varepsilon} \quad (5.11)$$

Yukarıdaki denklemde, ε akış değişkenlerine eklenen küçük bir sayıdır ve aşağıdaki gibi hesaplanabilir (Nielsen 1995).

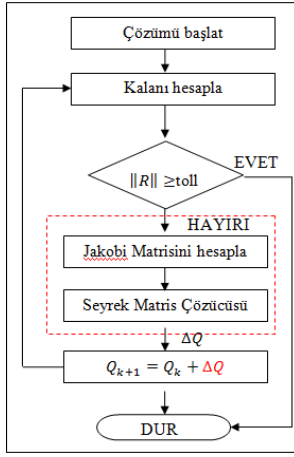
$$\varepsilon \|v\|_2 \approx \sqrt{\varepsilon_m} \quad (5.12)$$

ε_m bilgisayar sıfırını temsil etmektedir. Çalışmada kullanılan bilgisayarın sıfır olarak kabul ettiği değer 10^{-16} dir ve v vektörünün boyu 1 den küçüktür. Dolayısıyla ε değerinin 10^{-8} olarak tanımlanmasının işlemleri basitleştireceği düşünülmüştür.

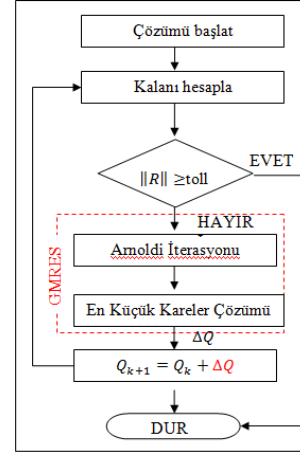
Krylov altkümesi yöntemleri $Ax=b$ doğrusal sistemini çözmek için kullanılmaktadır. Bu yöntemde, x_0 başlangıç değeriyle işleme başlanır ve Krylov altkümesinde yapılan düzeltme yardımıyla yeni bir x değeri hesaplanır. Bu yöntemde, A matrisinin kendisini kullanarak hesaplama yapmaya gerek kalmaz.

$$K_k \equiv \text{span}\{r_0, Ar_0, \dots, A^{k-1}r_0\} \quad (5.13)$$

Burada, r_0 başlangıç kalan vektörüdür ve $r_0 = b - Ax_0$ olarak tanımlanmıştır. Akış denklemlerinin çözümü için kullanılan Newton ve Newton-GMRES yöntemlerine ait akış şemaları Şekil 5.1 ve 5.2 de karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.1 Newton Yöntemi



Şekil 5.2 Newton-GMRES Yöntemi

5.3.4 GMRES Algoritması

Çalışmamızda kullanılan GMRES algoritması Şekil 5.3 de basitleştirilerek verilmeye çalışılmıştır (Bellevia ve Morini 2001). Bu algoritmanın ikinci adımında tanımlanan Arnoldi prosesi GMRES yönteminin en önemli kısımlarından biridir. Bu prosesin amacı Krylov altkümesinde ortonormal bir uzay yaratmaktır. Bu, verilen bir A matrisi ve 0 olmayan bir x vektörü ve boyut, m , tanımlaması yardımı ile gerçekleştirilir. Sonuç olarak aşağıdaki gibi bir V matrisi oluşturulur.

$$\text{col span}(V) = \text{span}(x, Ax, A^2x, \dots, A^{m-1}x) \quad (5.14)$$

1. $\Delta\hat{Q}_k^0$ seçin ve m değerini 0 olarak seçin

$$r_k^0 = -\hat{R}'(\hat{Q}_k)\Delta\hat{Q}_k^0 - \hat{R}(\hat{Q}_k)$$

$$\beta_k = \|r_k^0\|, \quad v_1 = r_k^0 / \beta_k$$

2. Arnoldi prosesi yardımıyla Hessenberg matrisini oluşturun (Arnoldi 1951).

$$\|r_k^m\| \geq \eta_k \|\hat{R}(\hat{Q}_k)\| \text{ iken}$$

$m = m + 1$ denkleğini oluşturun

$\hat{R}'(\hat{Q}_k)v_n$ hesaplayın, ardından

$$h_{i,m} = (\hat{R}'(\hat{Q}_k)v_m)^T v_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$v_{m+1} = \hat{R}'(\hat{Q}_k)v_m - \sum_{i=1}^m h_{i,m}v_i$$

$$h_{m+1,m} = \|v_{m+1}\|$$

$$v_{m+1} = v_{m+1} / h_{m+1,m}$$

3. Öyle bir y_m vektörü bulun ki:

$$\min \|\beta_k e_1 - H_m y_m\|_2, \quad e_1 = (1, 0, 0, 0, \dots)^T \text{ olsun}$$

(Q-R faktörizasyonunu elde edebilmek için H_m , Hessenberg matrisine Givens rotasyonu uygulamak, en küçük kareler sistemini çözmeyi kolaylaştıracaktır.)

4. $\|r_k^m\|$ i aşağıdaki gibi eşitleyin

$$\|r_k^m\| = \|\beta_k e_1 - H_m y_m\|$$

5. Aşağıdaki V_m matrisini oluşturun

$$V_m \equiv [v_1, v_2, v_3, \dots, v_m]$$

$$\Delta\hat{Q}_k^m = \Delta\hat{Q}_k^0 + V_m y_m$$

6. Kalan vektörü durma kriterini sağlayana kadar aynı işlemleri tekrarlayın. Burada, durma kriteri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\|r_k^m\| \leq \eta_k \|\hat{R}(\hat{Q}_k)\| \text{ or } \Delta\hat{Q}_k = \Delta\hat{Q}_k^m$$

$\Delta\hat{Q}_k$ 'nın değeri ilk iterasyonda 0 olarak alınır.

Şekil 5.3 GMRES algoritması

$$V^T V = I \quad (5.15)$$

Arnoldi (1951) iterasyonu sayesinde büyük bir matrisi analiz etmek yerine, büyük özdeğerleri (eigenvalues) içinde bulunduran yaklaşık bir matrisi incelemek mümkün olabilmektedir. Bu matrisi Q-R faktörizasyonu ile çözmek gayet kolaydır. Bu matrisin oluşturulmasında, v_{m+1} hesaplanamadığında Arnoldi iterasyonu son bulur. Diğer bir deyişle

$\hat{R}(\hat{Q}_k)v_m - \sum_{i=1}^m h_{i,m}v_i = 0$ eşitliği sağlandığında prosesin son bulması beklenir. Sonuç olarak da yoğun bir matristen üst üçgensel Hessenberg matrisi elde edilir. Hessenberg matrisinde, H_{ij} , $j \leq i-2$ koşulunu sağlayan girdiler sıfırdır. Hessenberg matrisinin oluşturulmasından sonra doğrusal sistemin çözümlenmesi sürecine geçilir. Hessenberg matrisine çevrilmiş olan yoğun matrisin üst veya alt üçgensel matrise dönüştürülmesi işlemi kolaylaşmış olur. Bu amaçla Givens rotasyonunu uygulamak tercih edilebilir. Givens rotasyonu matrisi ile sistemin çarpılması esasına dayalı bu işlemde öncelikle Denklem 5.16 da tanımlanan matris oluşturulur.

$$G(i,k,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & & & & & & \\ \dots & & \dots & & & & & \\ \dots & & & & & & & 0 \\ 0 & & & c & & s & & \dots \\ \dots & & & -s & & c & & \dots \\ \dots & & & & & & & 0 \\ 0 & & & & & & & \dots \\ \dots & & & & & & & \dots \\ \dots & & & & & & & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Denklem (5.16) da, $s = \sin \theta$, $c = \cos \theta$ olarak tanımlanmıştır. Öncesinde Arnoldi prosesine sonra Givens rotasyonuna tabi tutulan esas matris bu işlemlerin sonucunda üst üçgensel bir matrise dönüştürülmüş olur. Sonrasında, sistem en küçük kareler yöntemiyle çözümlenebilir. $A_{m \times n}$, $m \geq n$ iken $Ax = b$ sisteminde x en küçük kareler sisteminin çözümüdür. Hesaplanan x , $r = b - Ax$ eşitliğinde r 'yi sıfırlayan değerdir.

$$\min \|r\|_2^2 = \min \|b - Ax\|_2^2 \quad (5.17)$$

Minimumu bulmak için çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Q-R faktörizasyonu bunlardan bir tanesidir.

$$H_m y_m = \beta_k e_1 \quad (5.18)$$

Denklemden Hessenberg matrisini $H_m = QR$ şeklinde yazılabilmektedir. Burada, R matrisi üçgensel matristir. Ortonormal matris olması nedeni ile Q matrisi aşağıdaki eşitliği sağlamaktadır.

$$Q^T Q = I \quad (5.19)$$

Bu bilgiler ışığı altında, Denklem (5.18) tekrar yazıldığında:

$$\begin{aligned} QRy_m &= \beta_k e_1 \\ Q^T QRy_m &= Q^T \beta_k e_1 \\ Ry_m &= Q^T \beta_k e \end{aligned} \quad (5.20)$$

eşitlikleri elde edilir.

5.3.5 GMRES Yönteminin Önkoşullandırılması (Preconditioning)

Projenin bu kısmında, akış denklemlerinin çözümü için Newton-GMRES yönteminin kullanımı ve bu yöntemin önkoşullandırılması (preconditioning) ile ilgili çalışmalar yapılmıştır. Bu şekilde hipersonik şartlarda akış denklemlerinin çözümünde karşılaşılan yakınsama problemlerinin azaltılması amaçlanmaktadır. Önkoşullandırılmış Newton-GMRES yönteminin yakınsamasının Newton yöntemine mümkün olduğunca yaklaştırılması amaçlanmaktadır. Projenin ilk dönemlerinde çeşitli önkoşullandırma yöntemlerinin uygulanabilirliği ele alınmıştır. Geliştirilen yazılımda, önkoşullandırıcı olarak Tamamlanmamış Alt-Üst (ILU, Incomplete Lower Upper) Faktörizasyon yöntemi kullanılmıştır. Özellikle akış çözümlerinin hesaplanmasında kullanılmakta olan seyrek matrislerle işlem yapmanın kolaylığı ve var olan önkoşullandırıcılar arasında yaygınlığı sebebiyle bu yöntem seçilmiştir.

GMRES yönteminde önkoşullandırıcı kullanarak hızlandırma yapmak mümkündür. Aşağıda kullanılan önkoşullandırma yöntemi ile ilgili detaylı açıklama yapılmıştır. Çözülmesi istenen doğrusal (linear) sistem aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$Ax = b \quad (5.21)$$

Yukarıdaki sistem, M önkoşullandırma matrisi kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$(AM^{-1})(Mx) = b \quad (5.22)$$

Bu işlem $Ax=b$ sisteminin özdeğerlerinin (eigenvalue) birbirine daha yaklaştırılmasını ve bu şekilde Krylov altuzayında aranan sonuca daha hızlı ulaşılmasını sağlamaktadır. İkinci sistemin çözümü takip eden sistemin çözümü olarak düşünülebilir:

$$(AM^{-1})y = b \quad (5.23)$$

$$x = M^{-1}y \quad (5.24)$$

Bu şekilde, yukarıda bahsedildiği üzere $r = b - Ax$ değeri erişilebilirliğini koruyacaktır. Denklem (5.21) da tanımlanan doğrusal denklemin çözümü için Sağ-Önkoşullandırılmış GMRES algoritması Şekil 5.4 de verilmiştir.

1. Başlangıç:

x için ilk atanan değer, x_0 seçilir ve ilk hesaplanan artan değeri, $r_0 = b - Ax_0$ ve $v_1 = r_0 / \beta$ hesaplanır ($\beta = \|r_0\|_2$)

2. Krylov polinomu yaratılır ve katsayıları hesaplanır:

Son m değerine kadar;

Önkoşullandırma:

Normalde bir sonraki adım için kullanılacak olan v_m vektörü M^{-1} ile önkoşullandırılıp z_m olarak adlandırılır,

$$z_m = M^{-1}v_m$$

w_m olarak adlandırılan Krylov altuzay vektörü oluşturulur: $w_m = Az_m$

$h_{i,m}$ olarak adlandırılan Hessenberg matrisi düzenlenir: $h_{i,m} = (w_m, v_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$

Ortogonalizasyon yapılır:

$$\beta = \|r_0\|_2 \quad \hat{v}_{m+1} = w_m - \sum_{i=1}^m h_{i,m} v_i$$

$$h_{m+1,m} = \|\hat{v}_{m+1}\|_2$$

$$v_{m+1} = \hat{v}_{m+1} / h_{m+1,m}$$

İterasyon işleminin durdurulmasını belirleyecek olan ρ_m değerini bulmak için en küçük kareler problemi çözülür:

$$\rho_m = \min_{y_m} \|r_m\|_2 = \min_{y_m} \|\beta e_1 - H_m y_m\|_2$$

Eğer ρ_m belirlenmiş toleransın altında ise işlem durdurulur.

3. Güncelleme:

$$u_m = v_m y_m \text{ hesaplanır, çözüm güncellenir: } x_m = x_0 + u_m$$

Şekil 5.4 Sağ-Önkoşullandırılmış (Preconditioned) GMRES algoritması

GMRES algoritması önkoşullandırılmadığında takip eden Krylov altuzayında çözüm arar:

$$K_m(A;b) = \{b, Ab, A^2b, \dots, A^{m-1}b\} \quad (5.25)$$

Sağ önkoşullandırma ardından arama yapılan uzay aşağıdaki şekilde değişir:

$$K_m(AM^{-1};b) = \{b, (AM^{-1})b, (AM^{-1})^2b, \dots, (AM^{-1})^{m-1}b\} \quad (5.26)$$

GMRES içerisinde altuzay vektörleri yaratılıp ortogonalize edilir. Ortogonalizasyon öncesinde Krylov altuzay vektörü v_{i+1} önceki Krylov altuzay vektörü v_i 'nin AM^{-1} ile çarpılması ile elde edilir. Bu süreçte her basamakta bir vektörün M^{-1} ile çarpılması yapılır. Bu basamak önkoşullandırma basamağıdır. M^{-1} , yani önkoşullandırıcı çeşitli şekillerde elde edilebilir. Her problem çeşidi için farklı önkoşullandırıcı elde etme yöntemleri kullanılabilir. Konu ile ilgili araştırmaların gösterdiği gibi, bu yöntemlerde kullanılacak Jacobian matrisi oluşturmak ya da yaklaşık olarak hesaplamaktan kaçınmak çoğu durumda mümkün olmamaktadır.

Önkoşullandırma ile ilgili yapılan çalışmalarda önkoşullandırma matrisi olarak birinci dereceden Jacobian matrisinin blok diyagonal kısmı kullanılmıştır. Bu matris, aşağıdaki denklemde görüldüğü gibi Alt-Üst Faktörizasyonu (LU decompositon) yöntemi ile ayrıştırılmış ve daha sonra tersi alınmıştır.

$$M^{-1} = (LU)^{-1} \quad (5.27)$$

Kullanılmakta olan ILU(0) faktörizasyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir: Orijinal A matrisi ile L ve U matrislerinin çarpımının farkı $(A-LU)$ olarak ortaya çıkan bir R matrisi tanımlanır. R matrisindeki terimlerin yerleri ile bunların A matrisindeki karşılıkları kontrol edilir. A matrisindeki karşılıkların sıfır olmadığı yerlerde (bu yerlerin oluşturduğu bütüne $NZ(A)$ adı verilir) R matrisindeki değerler 0 ise L ve U matris çifti A 'nın ILU(0) faktörizasyonudur. Bu tanım sınırsız sayıda L ve U çiftine olasılık vermektedir; fakat standart ILU(0) A 'nın sıfır modeline ($NZ(A)$) uygun olacak şekilde algoritma kurgulayarak uygulanmaktadır:

```
For i = 2,...,n do
  For k = 1,...,i-1 ve (i,k) NZ(A) do
    ai,k = ai,k / ak,k hesaplanır
  For j = k+1,...,n ve (i,j) NZ(A) do
    ai,j = ai,j - ai,kak,j
  enddo
enddo
enddo
```

Şekil 5.5 Algoritma ILU(0) (A matrisinin elemanları $a_{i,j}$ için)

ILU(p) (örn. ILU(1)) ise bahsi geçen R'deki sıfır modelinin değiştirilmesi ile elde edilir, p değeri büyüdükçe hesaplama zorlaşırken hassasiyet artar. ILU(0)'ın görünen basitliğinin avantajı hafıza kazancı ve entegrasyon kolaylığıyken dezavantajı faktörizasyon sonuçlarının herhangi başka bir p değeri için yapılan ILU(p)'ye göre daha az hassas olmasıdır. Projede p=2 için ILU(p) kullanımı, belli bir t sınırlama (threshold) değeri için ILU(p,t) kullanımı ILU(0) kullanımıyla paralel olarak ilerlemektedir. GMRES prosedürünün ILU Önkoşullandırmasında matris-kolon vektör çarpımı ve Gauss eliminasyonu sırasında hesaplama sürecini en iyileştirme amaçlı olarak en uygun yaklaşım Sıkıştırılmış Sıra Saklama (Compressed Row Storage/CRS) yaklaşımı olup projede kullanılmaktadır.

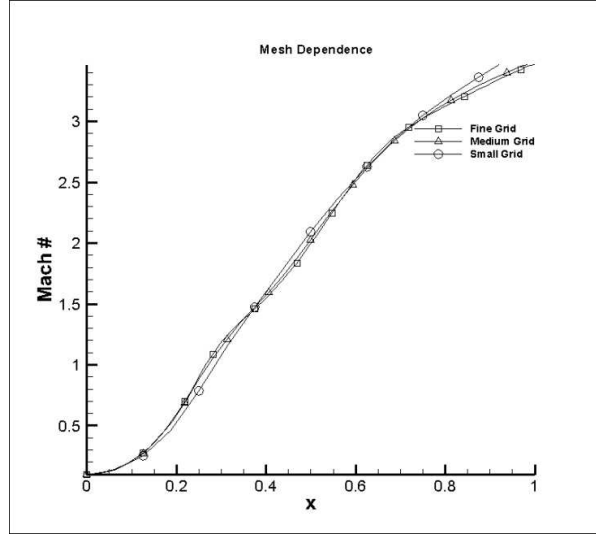
5.4 Bulgular

5.4.1 Süpersonik Lüle Akış Analizi

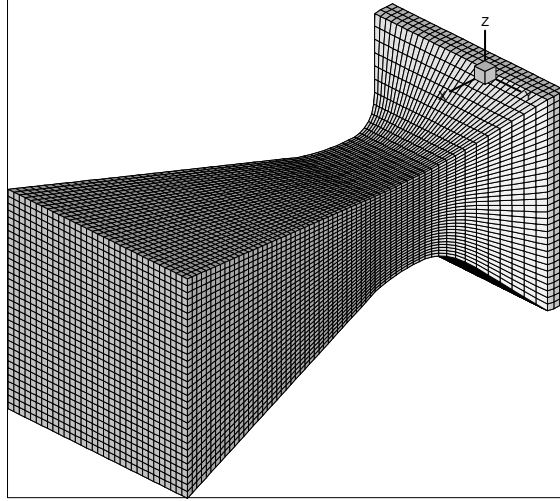
Bu konu ile ilgili olarak proje kapsamında tamamladığımız çalışmalar üç bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde, üç boyutlu Euler denklemleri süpersonik lüle geometrisi içinde Newton yöntemi ile çözülmüş ve yakınsama performansı incelenmiştir. İkinci bölümde aynı problem Newton-GMRES yöntemi ile çözülmüş ve performansı Newton yöntemi ile karşılaştırılmıştır. Üçüncü bölümde ise Newton-GMRES yöntemi için önşartlandırıcı (preconditioner) seçimi ve önşartlandırıcıların Newton-GMRES yönteminin yakınsamasına olan etkisi incelenmiştir. projedeki çalışmalar başarı ile devam etmekte olup, projenin ikinci ve üçüncü bölümlerinde yapılan çalışmalar ile ilgili iki adet yüksek lisans tezi tamamlanmıştır. Ayrıca proje kapsamında geliştirilen yöntemler bir adet yüksek lisans tezinde kullanılmış ve konu ile ilgili olarak bir çok konferans bildirisi yayınlanmıştır. Tamamlanan çalışmalarda Newton-GMRES yöntemi ile elde edilen çözümlerin ağ sisteminin büyüklüğünden etkilenmesi (grid independent study) incelenmiştir. Şekil 13 den görüldüğü gibi ağ sistemi büyütülünce elde edilen çözümler birbirine yaklaşmaktadır.

Tablo 5.1 Test Durumları

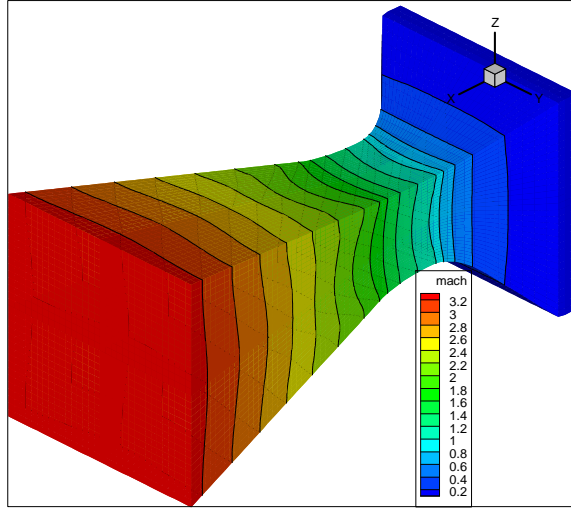
| Test Durumu | Grid Büyüklüğü | Ayrıştırmanın seviyesi |
|-------------|----------------|------------------------|
| K1 | 17x5x5 | 1 |
| K2 | 17x5x5 | 2 |
| O1 | 33x9x9 | 1 |
| O2 | 33x9x9 | 2 |
| B1 | 65x17x17 | 1 |
| B2 | 65x17x17 | 2 |



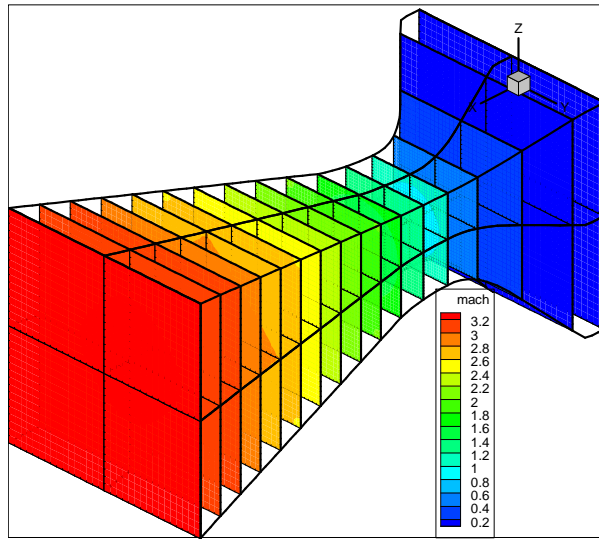
Şekil 5.6 Simetri eksenini Mach sayısı dağılımının grid büyüklüğü ile değişimi (süpersonik lüle)



a) Grid (65x35x35)

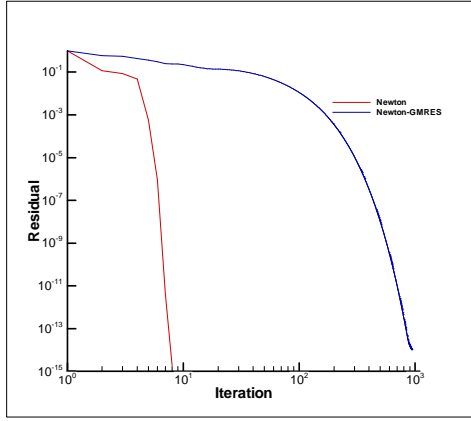


b) Yüzey Mach sayısı dağılımı (B1)

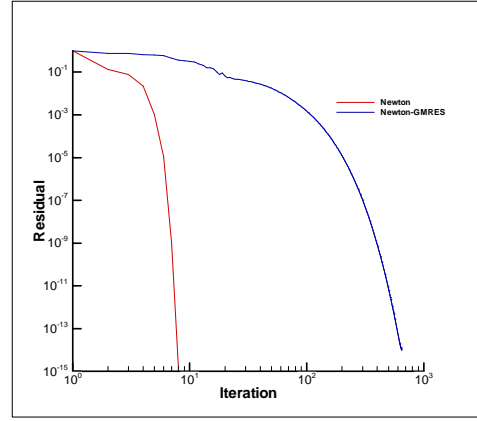


c) Eksenel Mach sayısı dağılımı (B1)

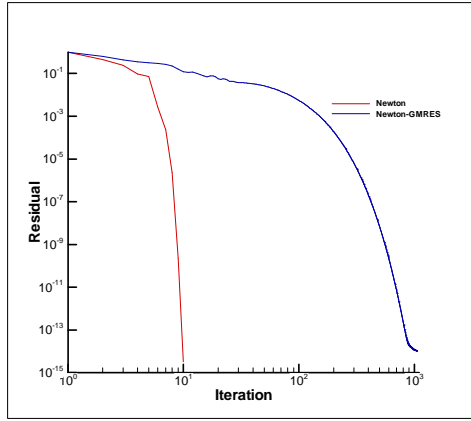
Şekil 5.7 Süpersonik lüle (tüm lüle)



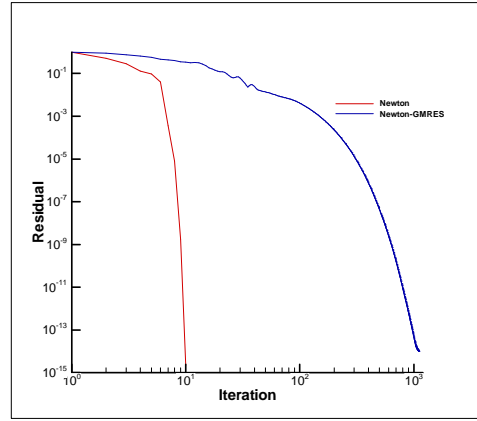
a) K1



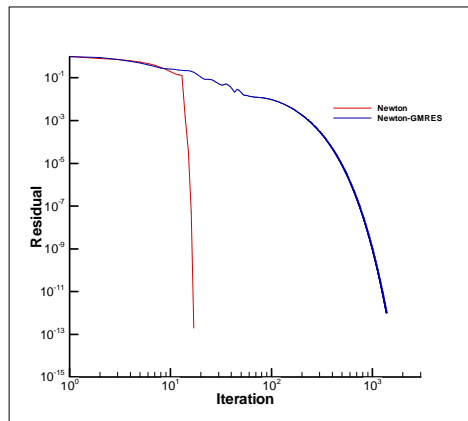
b) K2



c) O1



d) O2



d) B1

Şekil 5.8 Yakınsama

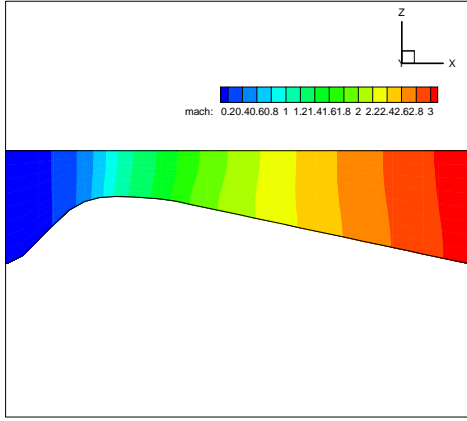
Şekil 5.7 de görüldüğü gibi Newton ve Newton-GMRES yöntemleriyle aynı kalan (residual) değerlerine ulaşılabilir. Normalize edilmiş kalan (residual) değerlerini 10^{-14} mertebesine düşürmek için Newton-GMRES yönteminde yaklaşık 1000 iterasyona gerek varken, bu değer Newton yönteminde 10 iterasyona kadar düşmektedir. Newton yönteminde iterasyon sayısının az olmasının nedeni Newton yöntemin ikinci dereceden (quadratic) yakınsama özelliğine sahip olmasıdır. Bu durum Newton yöntemi için CPU zamanının az olması anlamına gelmemektedir. Newton ve Newton-GMRES yöntemlerinde, normalize edilmiş kalan değerini 10^{-14} 'e indirmek için geçen süreler Tablo 5.2'de verilmiştir. Tabloda görüldüğü gibi, Newton yöntemi için CPU zamanı Newton-GMRES yöntemine göre daha uzun sürmektedir. Grid sayısının artması ile CPU zamanları arasındaki fark daha da belirginleşmektedir. Tamamlanan çalışmalardan, Newton-GMRES yöntemi CPU zamanı açısından daha avantajlı görülmektedir. Şekil 5.8 ve 5.9 da Newton ve Newton-GMRES yöntemi ile elde edilen akış analiz çözümleri karşılaştırılmıştır. Şekillerden de görüldüğü gibi her iki yöntem ile elde edilen çözümler birbiriyle örtüşmektedir.

Tablo 5.2 CPU Zamanı Karşılaştırılması

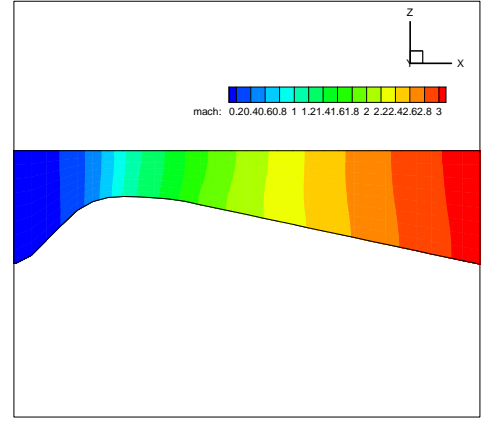
| Test Durumları | | Geçen CPU zamanı (sn) |
|----------------|---------------------|-----------------------|
| O1 | <i>Newton-GMRES</i> | 15.480 |
| | <i>Newton</i> | 80.195 |
| K1 | <i>Newton-GMRES</i> | 1.548 |
| | <i>Newton</i> | 2.299 |
| O2 | <i>Newton-GMRES</i> | 20.78 |
| | <i>Newton</i> | 242.757 |
| K2 | <i>Newton-GMRES</i> | 1.985 |
| | <i>Newton</i> | 3.192 |
| B1 | <i>Newton-GMRES</i> | 255.770 |
| | <i>Newton</i> | 3584.438 |
| B2 | <i>Newton-GMRES</i> | 731.201 |

Tablo 5.3 CPU Zamanı Karşılaştırılması

| Test Durumları | | Geçen CPU zamanı (sn) |
|----------------|---------------------|-----------------------|
| O1 | <i>Newton-GMRES</i> | 15.480 |
| | <i>Newton</i> | 80.195 |
| K1 | <i>Newton-GMRES</i> | 1.548 |
| | <i>Newton</i> | 2.299 |
| O2 | <i>Newton-GMRES</i> | 20.78 |
| | <i>Newton</i> | 242.757 |
| K2 | <i>Newton-GMRES</i> | 1.985 |
| | <i>Newton</i> | 3.192 |
| B1 | <i>Newton-GMRES</i> | 255.770 |
| | <i>Newton</i> | 3584.438 |
| B2 | <i>Newton-GMRES</i> | 731.201 |

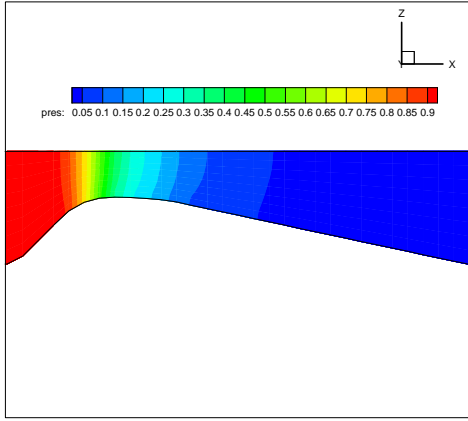


a) Newton-GMRES

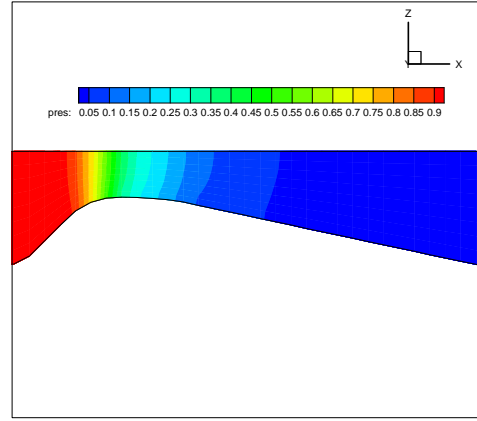


b) Newton

Şekil 5.9 Mach sayısı dağılımı



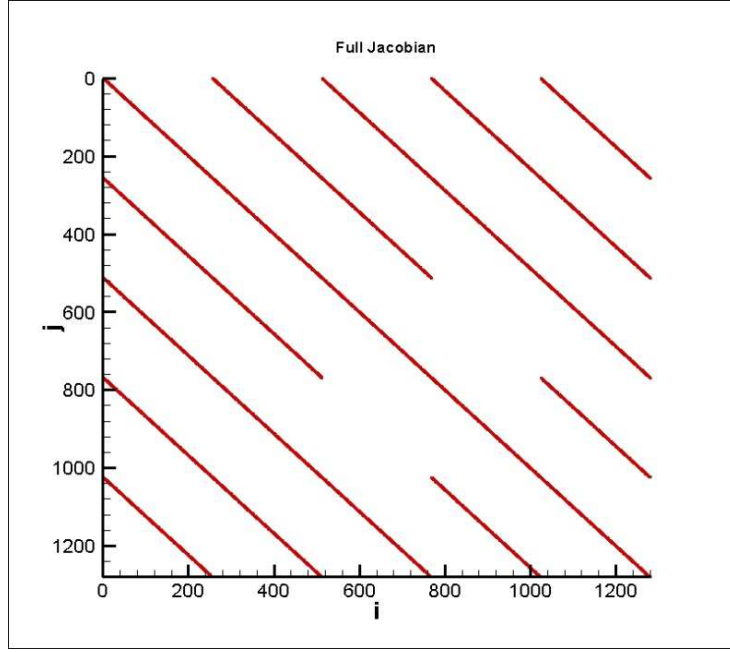
a) Newton-GMRES



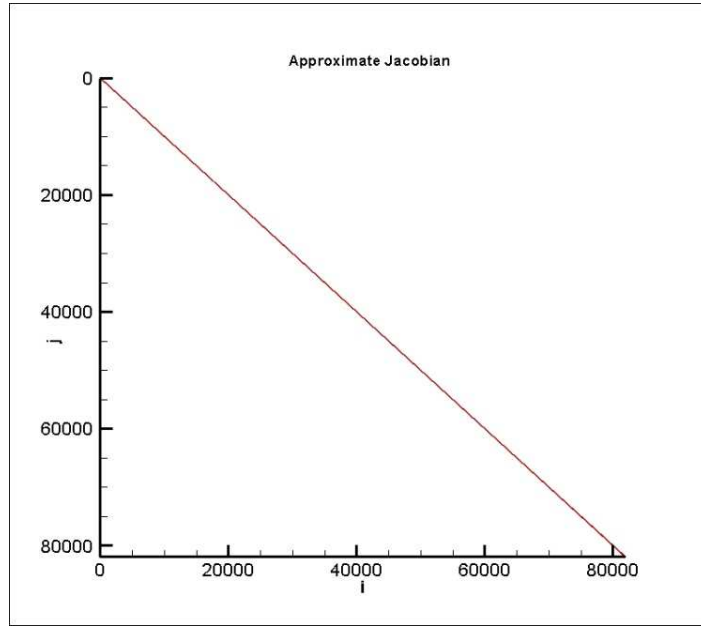
b) Newton

Şekil 5.10 Basınç dağılımı

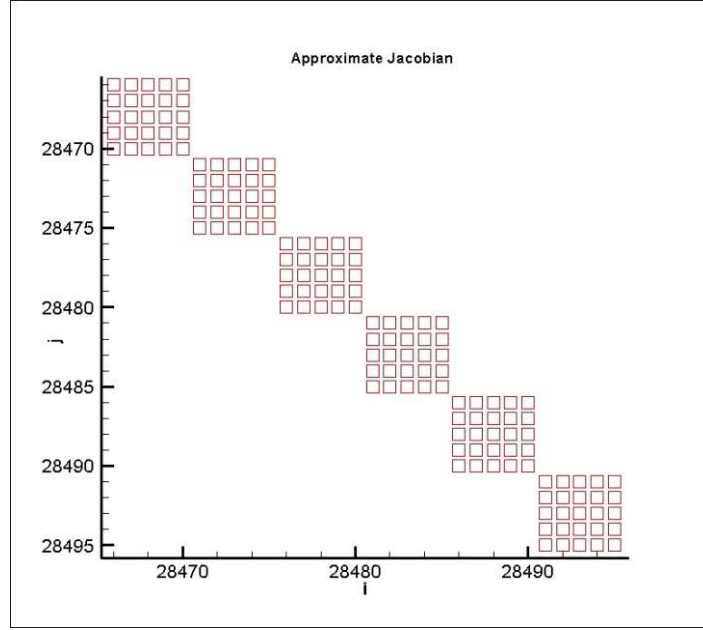
Newton-GMRES yönteminin değişik önkoşullandırma yöntemleri ile hızlandırılmasına yönelik olarak performans analizi yapılmıştır. Bu analiz için ILU(0), ILU(1), MILU(0) ve ILUT(ρ, τ) ön koşullandırma yöntemleri denenmiştir. Önkoşullandırma için birinci dereceden akı hesabına ait Jacobian matrisinin sadece blok diyagonal kısmı kullanılmıştır. Şekil 5.10 da birinci dereceden Jacobian matrisinin tamamına ait görünüm verilmiştir. Kullanılan blok diyagonal matrisinin yapısı Şekil 5.11 ve 5.12 de görülmektedir. Blok Jacobian matrisinin önkoşullandırma uygulamadan önce ve önkoşullandırma uygulandıktan sonra özdeğerlerinin (eigenvalue) dağılımı farklı önkoşullandırma yöntemleri ile incelenmiştir. Şekil 5.13 ve 5.14 de ILU(0) ve ILUT yöntemleri ile özdeğer dağılımları görülmektedir.



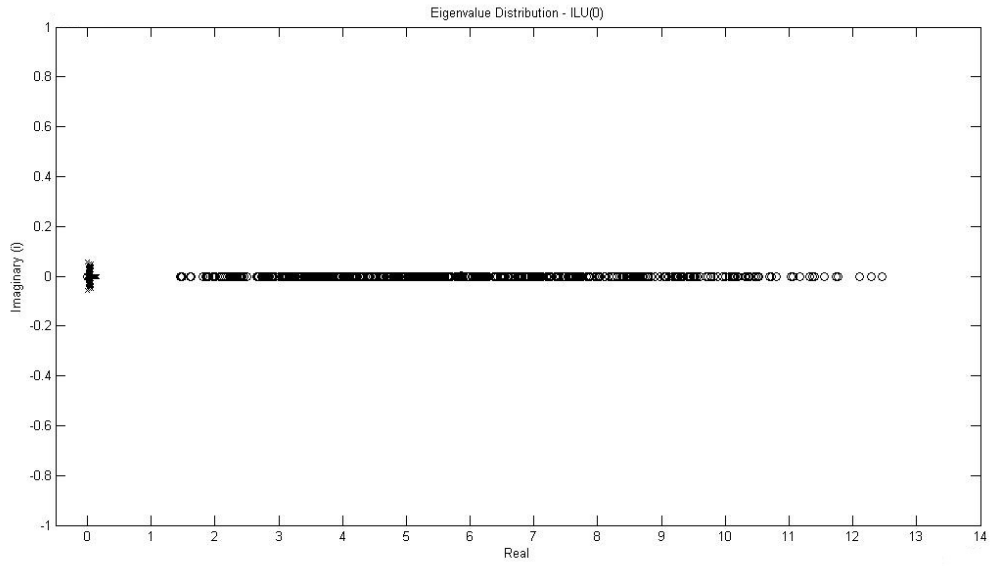
Şekil 5.11 Jacobian matrisinin bütünü



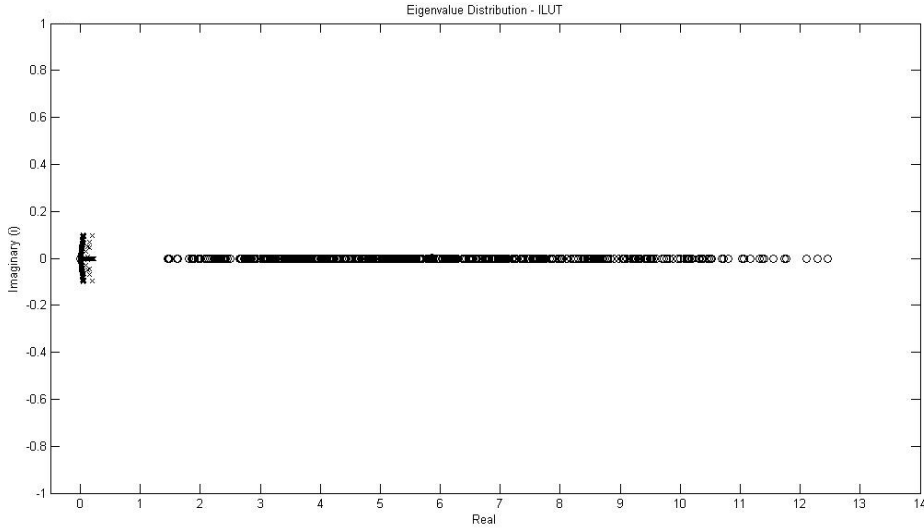
Şekil 5.12 Blok diyagonal Jacobian matrisin bütünü



Şekil 5.13 Blok diyagonal Jacobian matrisinin detaylı görünümü

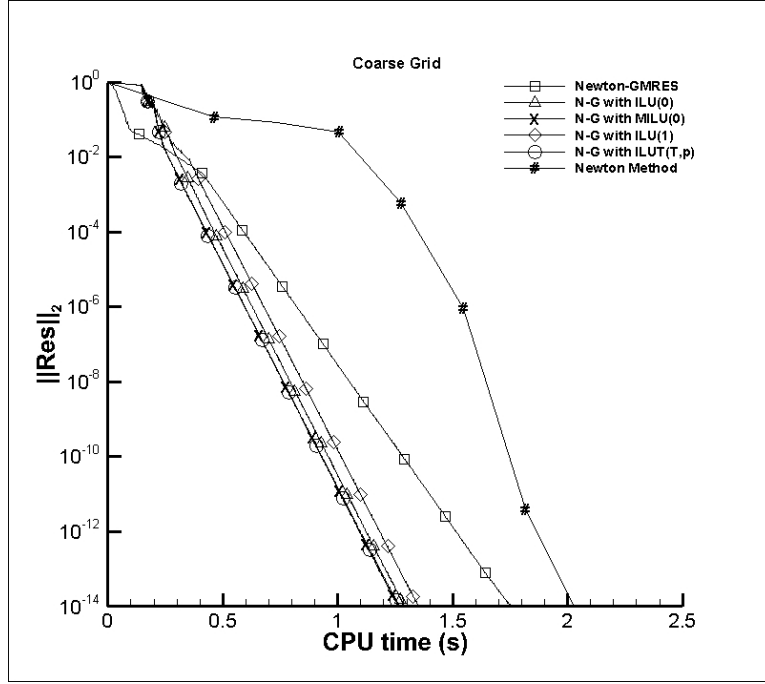


Şekil 5.14 Özdeğerlerin dağılımı (Eigenvalue Distribution) ILU(0) yöntemi ile

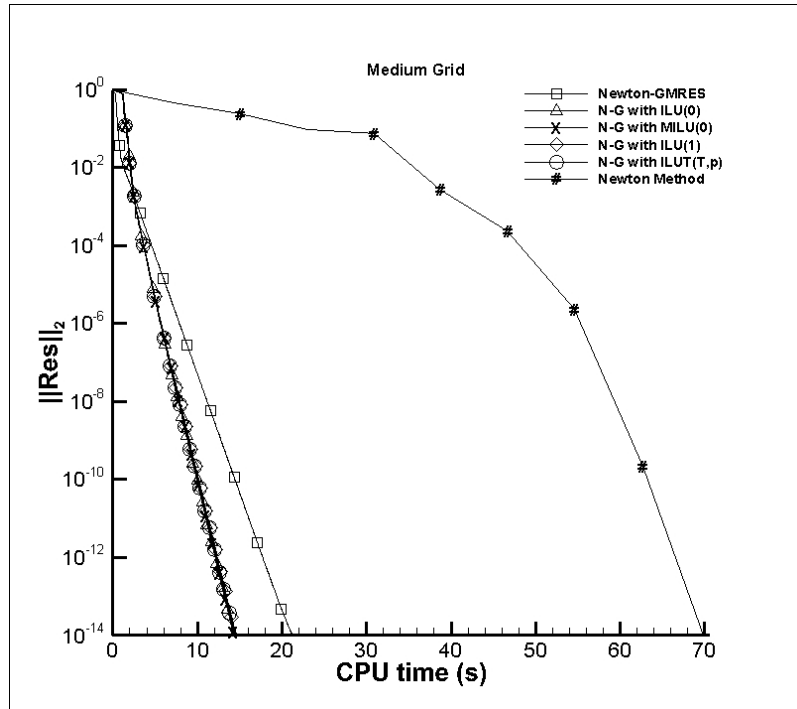


Şekil 5.15 Özdeğerlerin dağılımı (Eigenvalue Distribution) ILUT yöntemi ile

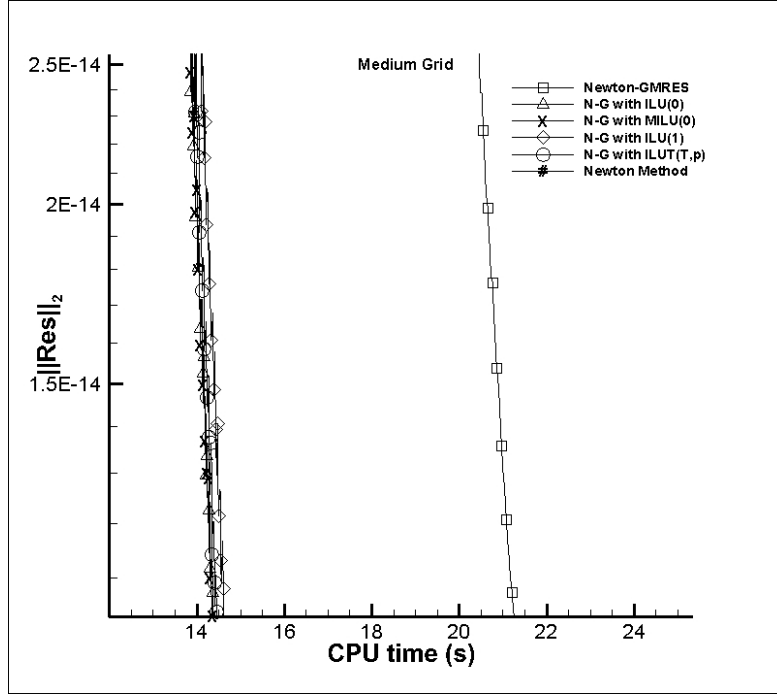
Şekil 19-24 de Newton ve Newton GMRES yöntemlerinin önkoşullandırılmalı ve önkoşullandırmaz yakınsama performansları CPU zamanı göz önüne alınarak incelenmiştir. Şekillerden de görüldüğü CPU zamanı en uzun olan yöntem Newton yöntemi olarak görülmektedir. Newton-GMRES yöntemi için gereken CPU zamanı Newton yöntemine göre daha azdır. Şekillerden de görüldüğü gibi, önkoşullandırma yöntemleri kullanılarak Newton-GMRES yönteminin CPU zamanını azaltmak mümkündür. Şekil 5.21-23 de iterasyon sayısına bağlı olarak, değişik yöntemlerin yakınsama performansı incelenmiştir. Şekilden görüldüğü gibi Newton yöntemimde iterasyon sayısı en düşüktür. Seyrek ağ sisteminin kullanılması durumunda önkoşullandırma yapılmasının iterasyon sayısı açısından çok etkisi olmamaktadır. Ağ sistemi, büyüdükçe kullanılan önkoşullandırma yönteminin iterasyon sayısına olan etkisi artmaktadır. Şekillerden görüldüğü gibi, ILU(0) önkoşullandırma yönteminin yakınsaması diğer yöntemlere göre daha yavaş olmaktadır.



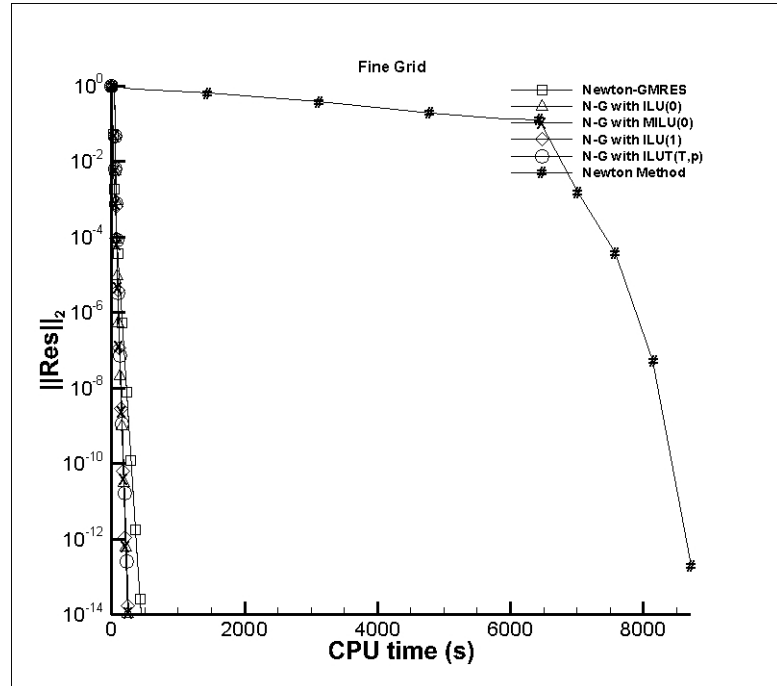
Şekil 5.16 Seyrek ağ sistemi ile yakınsama analizi (Süpersonik lüle, $\eta_k = 0.4$)



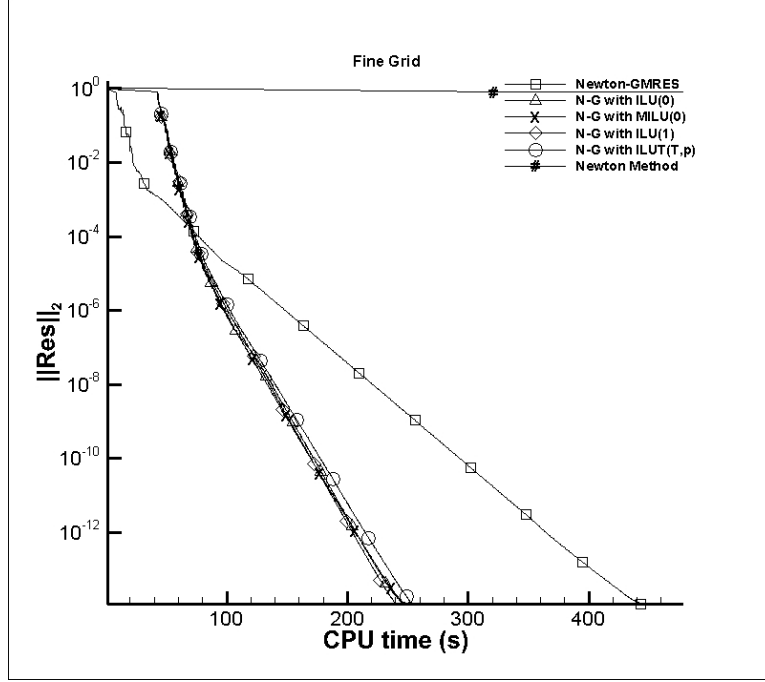
Şekil 5.17 Orta ağ sistemi ile CPU açısından yakınsama analizi (Süpersonik lüle, $\eta_k = 0.4$)



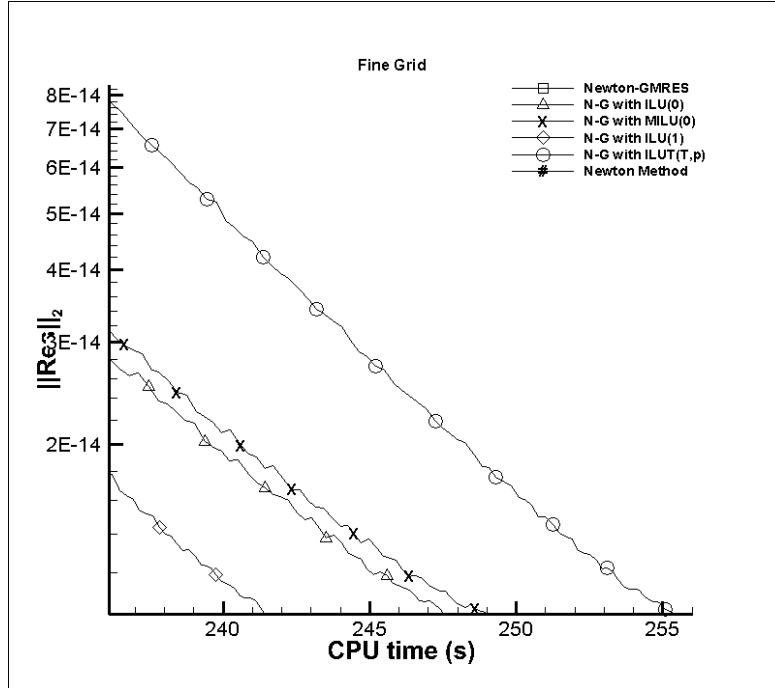
Şekil 5.18 Orta ağ sistemi ile CPU açısından yakınsama analizi için detaylı görünüm (Süpersonik lüle, $\eta_k = 0.4$)



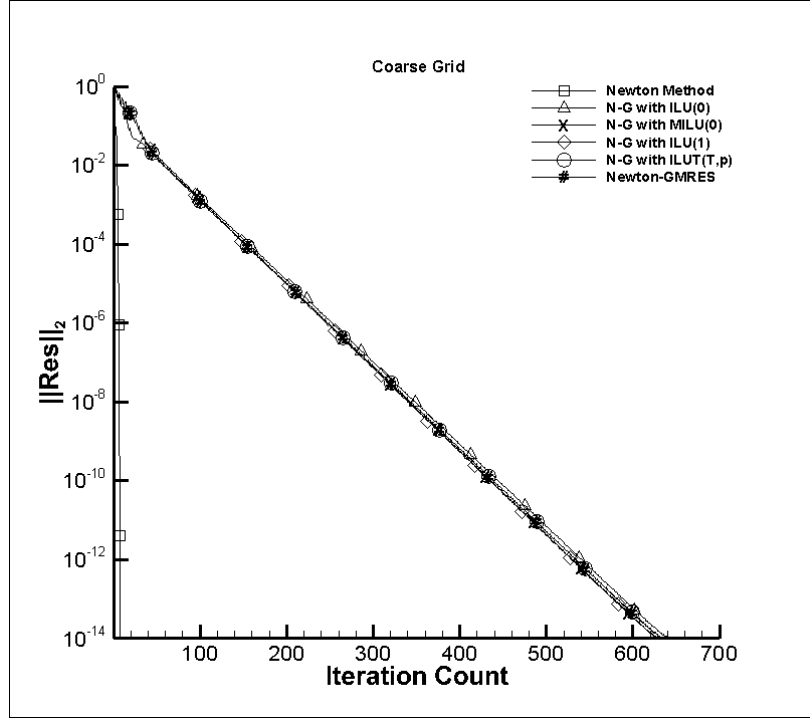
Şekil 5.19 Yoğun ağ sistemi ile CPU açısından yakınsama analizi (Süpersonik lüle, $\eta_k = 0.4$)



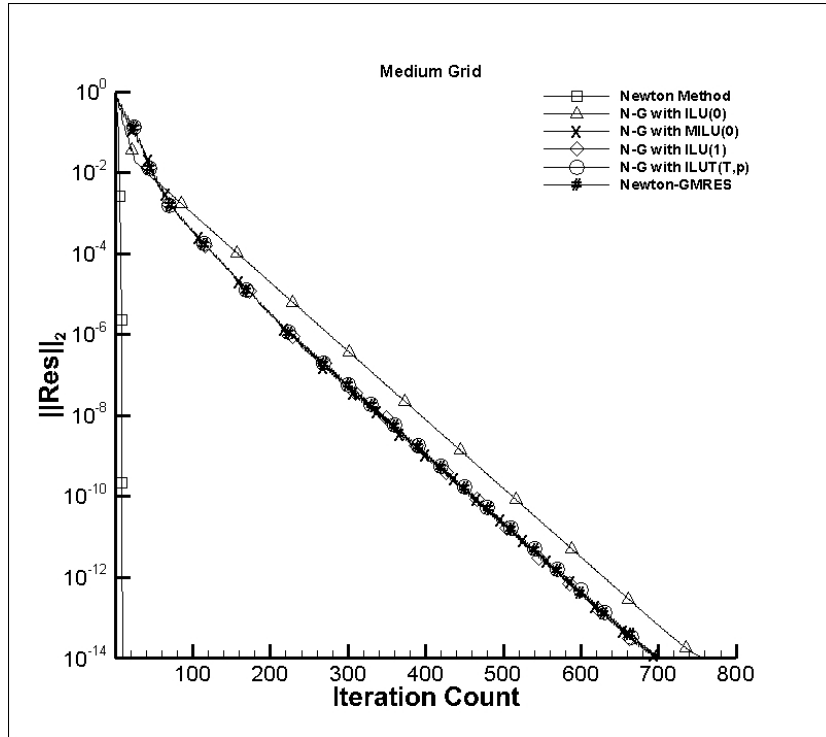
Şekil 5.20 Yoğun ağ sistemi ile CPU açısından yakınsama analizi için detaylı görünüm (Süpersonik lüle, $\eta_k = 0.4$)



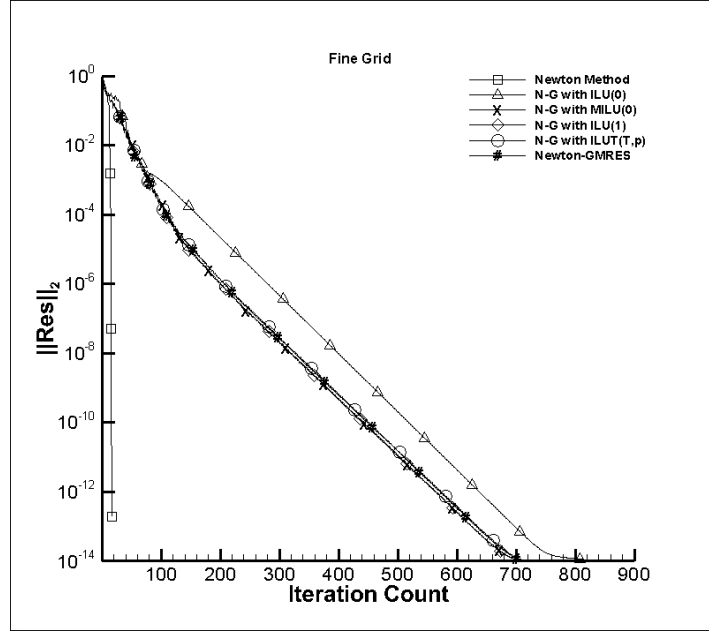
Şekil 5.21 Önkoşullandırma çeşitlerinin CPU açısından yakınsamaya etkisi (Süpersonik lüle, $\eta_k = 0.4$)



Şekil 5.22 Seyrek ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi (Süpersonik lüle, $\eta_k = 0.4$)



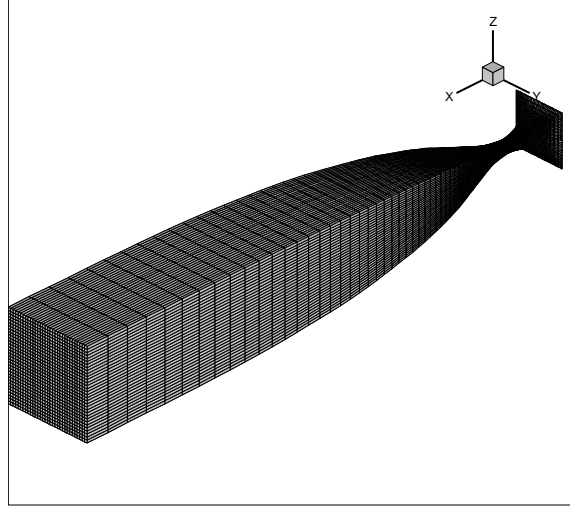
Şekil 5.23 Orta ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi (Süpersonik lüle, $\eta_k = 0.4$)



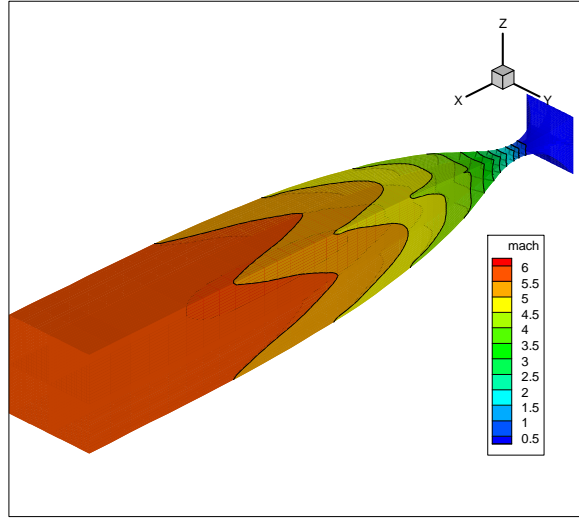
Şekil 5.24 Yoğun ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi (Süpersonik lüle, $\eta_k = 0.4$)

5.4.2 NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli Akış Analizi

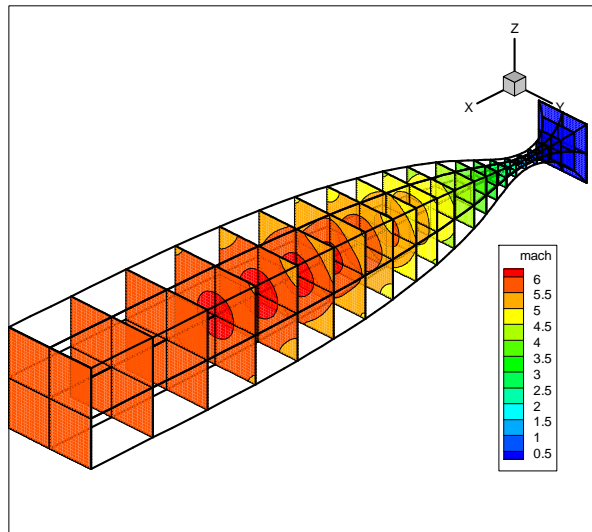
Ayrıca proje kapsamında, Newton, Newton-GMRES ve önkoşullandırma yöntemlerinin hipersonik akışlardaki performansı ile ilgili çalışmalar yapılmıştır. Bu kapsamda NASA Mach 6 hipersonik rüzgar tünelindeki akışların analizi yapılmıştır. Şekil 5.24 de kullanılan ağ sistemi, yüzey Mach sayısı dağılımı ve tünelin eksen boyu boyunca farklı kesitlerdeki Mach sayılarının dağılımı görülmektedir. Hipersonik rüzgar tünelinin tasarımında dikkat edilecek en önemli unsurlardan biri deneyin yapılacağı kesit alanında mümkün olduğu kadar düzgün (uniform) bir Mach sayısı dağılımı elde etmektir. Şekilden görüldüğü gibi lülenin çıkış kesitinde düzgün olarak Mach 6 akış şartlarına ulaşılmaktadır. Şekil 5.25 de farklı önkoşullandırma yöntemleri ile Newton-GMRES yönteminin hipersonik akış şartlarında yakınsama analizi birinci dereceden akı hesaplamaları ve seyrek ağ sistemi kullanılarak incelenmiştir. Bu durumda, ILU(0) yöntemi ile yakınsama sağlanamamıştır. Aynı durum için ikinci dereceden akı hesaplamaları ile yapılan yakınsama analizleri Şekil 5.26 da görülmektedir. Şekillerden, hipersonik akışlarda, önkoşullandırma yöntemleri ile CPU zamanlarının önemli ölçüde azaltılabildiği, ancak akı hesaplama yönteminin derecesi arttıkça önkoşullandırma için kullanılacak yöntemlerin daha doğru seçilmesi gerektiği görülmektedir. Daha sonra, benzer çalışmalar orta ağ sistemi kullanılarak birinci ve ikinci dereceden akı hesaplama yöntemleri için tekrarlanmış ve sonuçlar Şekil 5.27 ve 5.28 de görülmektedir. Orta ağ sisteminde, önkoşullandırıcı olarak sadece ILUT yöntemi çalışmıştır. Yoğun ağ sisteminde ise sadece birinci dereceden akı hesaplama yöntemi ile yakınsama sağlanmıştır, ikinci dereceden akı hesaplama yöntemi ile yakınsama sağlanamamıştır.



a) Grid (65x35x35)

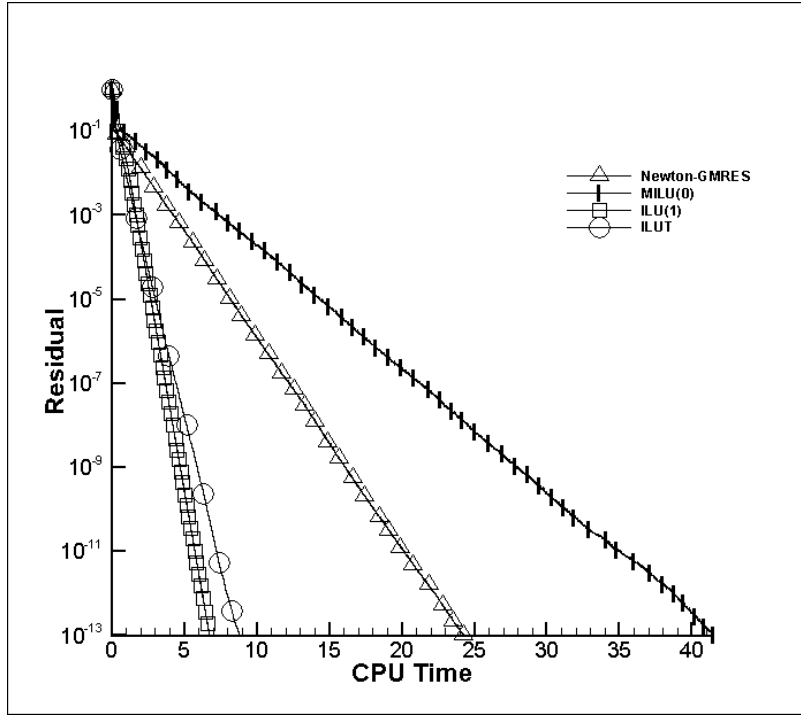


b) Yüzey Mach sayısı dağılımı (B1)

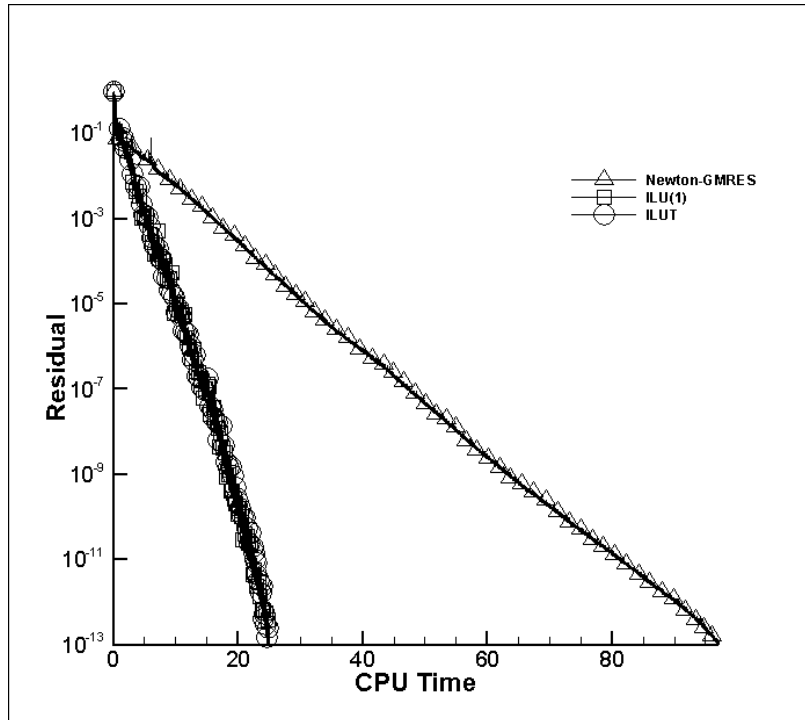


c) Eksenel Mach sayısı dağılımı (B1)

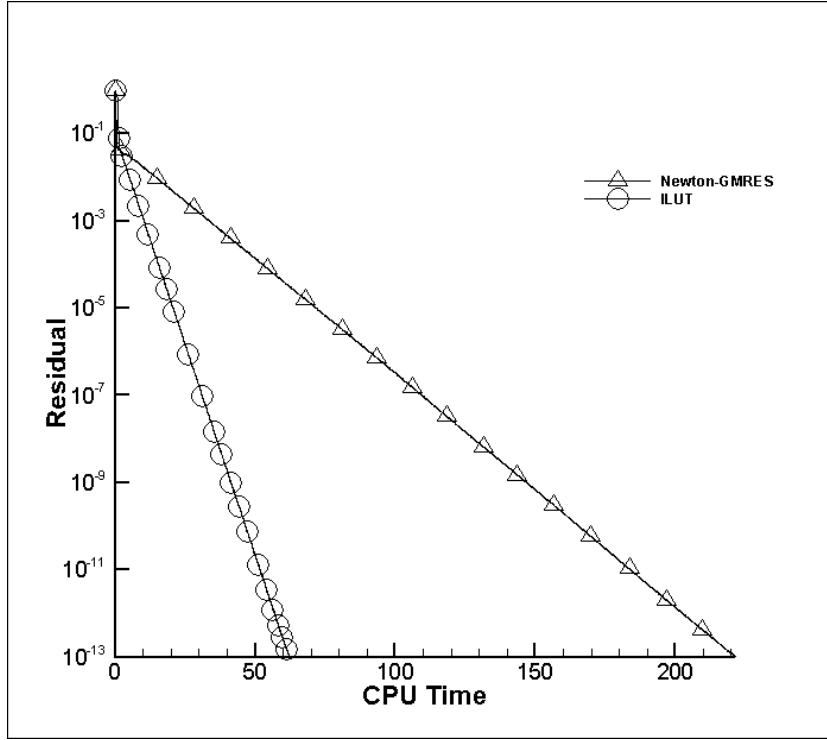
Şekil 5.25 NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli (tüm lüle)



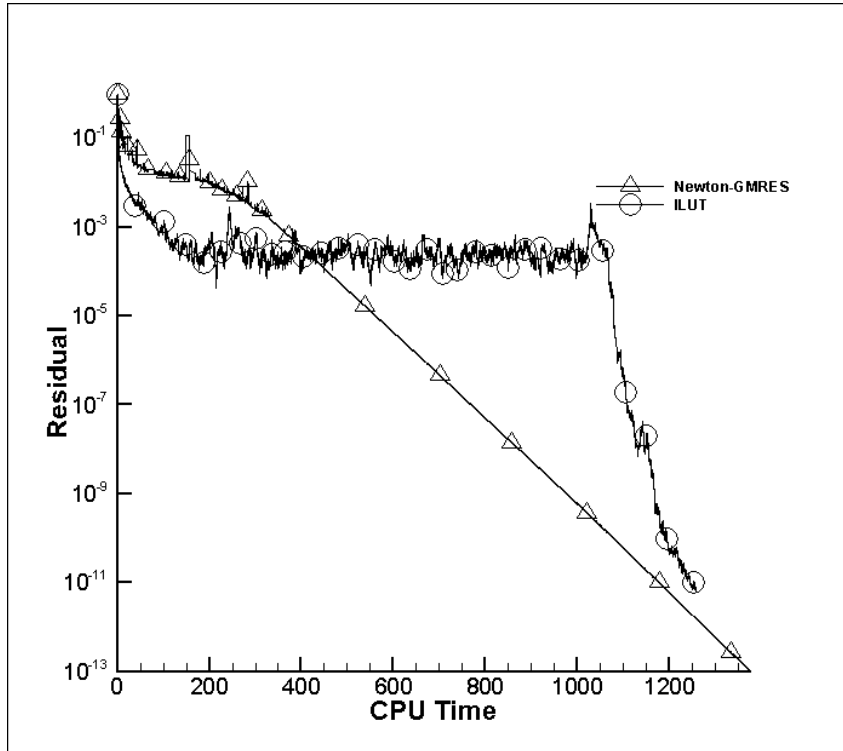
Şekil 5.26 Seyrek ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi (NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli, birinci dereceden akı hesabı, $\eta_k = 0.4$)



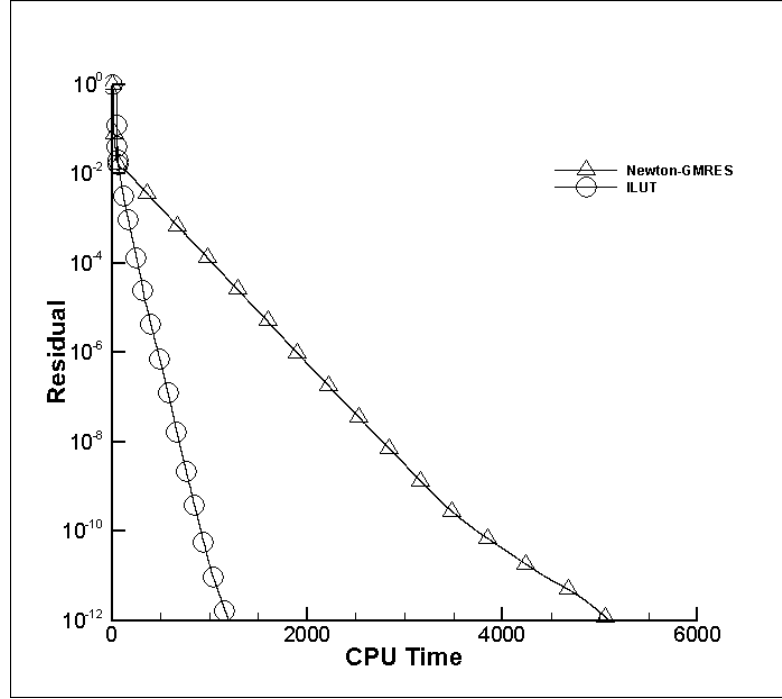
Şekil 5.27 Seyrek ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi (NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli, ikinci dereceden akı hesabı, $\eta_k = 0.4$)



Şekil 5.28 Orta ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi (NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli, birinci dereceden akı hesabı, $\eta_k = 0.4$)



Şekil 5.29 Orta ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi (NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli, ikinci dereceden akı hesabı, $\eta_k = 0.4$)



Şekil 5.30 Yoğun ağ sistemi için değişik yöntemlerin iterasyon açısından yakınsamaya etkisi (NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli, birinci dereceden akı hesabı, $\eta_k = 0.4$)

Şekil 5.29 da yoğun ağ sisteminde, birinci dereceden akı hesaplamalarında önkoşullandırmanın yakınsamaya olan etkisi incelenmiştir. Sonuçlardan, hipersonik akışlarda kullanılan önkoşullandırma yöntemlerinin yakınsamaya etkisinin daha fazla olduğu görülmektedir. Tablo 5.4 ve 5.5 de önkoşullandırma yöntemlerinin hipersonik rüzgar tüneli analizlerinde birinci ve ikinci dereceden akı hesaplamaları için performansları incelenmiştir.

Tablo 5.4 CPU zamanları, NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli, 1st Order (saniye)

| Yöntem | Seyrek Ağ | Orta Ağ | Yoğun ağ |
|--------------------|-----------|---------|----------|
| Preconditioner yok | 19.36 | 596.28 | 6111.02 |
| ILU (0) | - | - | - |
| MILU(0) | 33.14 | - | - |
| ILU(1) | 6.75 | - | - |
| ILUT | 7.04 | 75.79 | 1376.86 |

Tablo 5.5 CPU zamanları, NASA Mach 6 Hipersonik Rüzgar Tüneli, 2nd Order (saniye)

| Yöntem | Seyrek Ağ | Orta Ağ | Yoğun ağ |
|--------------------|-----------|---------|----------|
| Preconditioner yok | 94.92 | 1376.86 | - |
| ILU (0) | - | - | - |
| MILU(0) | - | - | - |
| ILU(1) | 34.39 | - | - |
| ILUT | 37.45 | 1257.31 | - |

5.5 Sonuç/Tartışma

Bu çalışmanın amacı, hipersonik akış şartlarında, Newton, Newton-GMRES ve önkoşullandırma yöntemlerinin yakınsama performansları incelenmesidir. Proje kapsamında Newton-GMRES yöntemi yüksek Lisans tez çakışması olarak süpersonik lülerdeki akışların incelenmesi için geliştirilmiştir. Bu yöntem, daha sonra, diğer bir yüksek lisans tez çalışmasında, Apollo Kapsülünün atmosfere girişinde oluşan hipersonik akışların incelenmesinde kullanılmıştır. Buna ilave olarak, aynı yöntem hava solumalı hipersonik araçlarda kullanılan scramjet motorlarındaki yanma odalarının akış analizi ile ilgili proje kapsamında tamamlanan başka bir yüksek lisans tezinde kullanılmıştır. Proje kapsamında tamamlanan başka bir yüksek lisans tezinde, ön koşullandırma yöntemlerinin Newton-GMRES yönteminin performansına olan etkisi süpersonik lüleler ve hipersonik rüzgar tünellerindeki akışların analizi için incelenmiştir. Tamamlanan çalışmalardan Newton-GMRES yöntemin süpersonik ve hipersonik akış şartlarında kullanılabilecek verimli bir yöntem olduğu anlaşılmıştır. Newton yönteminin ise Jacobian matrisinin oluşturulması ve çözülmesi ile ilgili olarak, özellikle büyük ağ sistemlerinde CPU zamanını çok fazla artırdığı ve verimli olmadığı görülmüştür.

Yapılan çalışmalardan önkoşullandırma yöntemlerinin hipersonik akışlarda seçiminin önemli olduğu görülmüştür. Özellikle, hipersonik rüzgar tünelineki akışların analizi ile ilgili tamamlanan çalışmalardan, bütün önkoşullandırma yöntemlerinin aynı performansı göstermediği görülmüştür. Halen, hipersonik akışlar için en uygun önkoşullandırma yöntemlerinin belirlenmesine yönelik çalışmalar devam etmektedir. Bu şekilde, kimyasal reaksiyonlu akış denklemlerinin çözümünde karşılaşılan yakınsama problemlerinin azaltılması hedeflenmektedir. Önkoşullandırılmış Newton-GMRES yönteminin yakınsamasının fazla CPU zamanı gerektirmeden Newton yöntemine mümkün olduğunca yaklaştırılması amaçlanmaktadır.

Kaynaklar

Auzinger W. 2014 “Iterative Solution of Large Linear Systems”, from <http://www.asc.tuwien.ac.at/~winfried/teaching/106.079/SS2011/downloads/script-p-106-122.pdf>.

Bellevia, S., and Morini B., “A Globally Convergent Newton-GMRES Subspace Method for Systems of Nonlinear Equations,” SIAM J. Sci. Comput., Vol. 23, No.3, pp.940-960, 2001.

Bender, E. E ve Kosla, P. K., 1988. “Application of Sparse Matrix Solvers and Newton’s Method to Fluid Flow Problems”, AIAA Paper 88-3700.

Brown P.N. ve Hindmarsh A.C. 1986. “Matrix-free methods for stiff systems of ODEs”, SIAM Journal on Numerical Analysis, 23, 610–638.

Brown P.N. ve Saad Y. 1990. "Hybrid Krylov Methods for Nonlinear Systems of Equations", SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 3, 450-481.

Chan T.F. ve Jackson K.R. 1984. "Nonlinearly preconditioned Krylov subspace methods for discrete Newton algorithms", SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 5, 533–542.

Eisenstat, S.C., ve Walker, H.F. 1996. "Choosing the Forcing Terms in an Inexact Newton Method", SIAM Journal on Scientific Computation.,17, 16-32.

Elman, H.C. 1982. "Iterative Methods for Large, Sparse, Nonsymmetric Systems of Linear Equations", Yale University Department of Computer Science Research Report 229, April.

Gear C.W. ve Saad Y. 1983. "Iterative solution of linear equations in ODE codes", SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 4, 583–601.

Kelly C. T. "Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations," Frontiers Appl. Math. 18, SIAM, Philadelphia, 1999.

Nielsen, E.,J., Anderson, W.K., Walters, R.W. ve Keyes, D.E. 1995. "Application of Newton-Krylov Methodology to a Three Dimensional Unstructured Euler Code", AIAA Paper 95-1733-CP.

Onur, O. ve Eyi, S. 2005. "Effects of the Jacobian Evaluation on Newton's Solution of the Euler Equations", International Journal for Numerical Methods in Fluids, 49, 211-231.

Onur, Ö., 2005. "Effect of Jacobian Evaluation on Direct Solution of the Euler Equations," Master thesis, Middle East Technical University.

Orkwis, P. D. 1993. "Comparison of Newton's and Quasi-Newton's Method Solvers for the Navier-Stokes Equations", AIAA Journal, 31, 832-836.

Persson, P.O., and Peraire, J. 2008. "Newton-GMRES Preconditioning for Discontinuous Galerkin Discretizations of the Navier-Stokes Equations." SIAM Journal on Scientific Computing, 23, 2709-2733.

Pueyo, A. ve Zingg, D.W. 1997. "An Efficient Newton-GMRES Solver for Aerodynamic Computations", 13th AIAA Paper, A97-32464,.

Saad, Y. ve Schultz, M.H. 1986. "GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm For Solving Non-Symmetric Linear Systems", SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 7, 856-869.

Saad, Y., 2001. "Iterative Methods for Sparse Linear Systems (Ed.2)", SIAM.

Van Albada, G., Van Leer, B. ve Roberts, W. W. 1982. "a Comparative Study of Computational Methods in Cosmic Gas Dynamics", Astronomy and Astrophysics, 108, 76-84.

Van Leer, B. 1979. "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme, V. A Second Order Sequel to Godunov's Method", Journal of Computational Physics, 32, 101–136.

Van Leer, B. 1982. "Flux Vector Splitting for the Euler Equations", ICASE Report 82-30.



Venkatakrishnan, V., 1989 "Newton Solution of Inviscid and Viscous Problems", AIAA Journal, 27, 885-891.

W. E. Arnoldi, 1951. "The Principal of Minimized Iteration in the Solution of the Matrix Eigenvalue Problem," Quart. Appl. Math., 17-29.

Wigton, L. B. 1987. "Application of MACSYMA and Sparse Matrix Technology to Multi-element Airfoil Calculations", AIAA Paper 87-1142.

Wigton, L.B., 1984. "GMRES Acceleration of Computational Fluid Dynamics Codes", AIAA Paper A85-40933.

Wong, Y.S. ve Hafez M., 1981. "Application of Conjugate Gradient Methods to Transonic Finite Difference and Finite Element Calculations", AIAA Paper 81-1032

Gaffney, R. L. ve Korte, J. J. 2004. "Analysis and Design of Rectangular-Cross-Section Nozzles for Scramjet Engine Testing", 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA Paper 2004-1137, Reno, Nevada, ABD.

Witte D. W., Irby R. G., Auslender A. H. ve Rock K. E. 2004 "1998 Calibration of the Mach 4.7 and Mach 6 Arc-Heated Scramjet Test Facility Nozzles", NASA/TM-2004-213250.

Gatsis, J. 2013. "Preconditioning Techniques for a Newton-Krylov Algorithm for the Compressible Navier-Stokes Equations", Doktora Tezi, University of Toronto, Kanada

Chen, Y. ve Shen, C. 2006. "A Jacobian-Free Newton-GMRES(m) Method with Adaptive Preconditioner and Its Application for Power Flow Calculations", IEEE Transactions on power systems, 21, 1096-1103.

Choquet, R. 1995. "A matrix-free preconditioner applied to CFD", Rappport de recherch e, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA), Research Report RR-2605.

6. SCRAMJET MOTORLARINDA KİMYASAL REAKSİYONLU AKIŞLARIN MODELLENMESİ

Çalışmada Görev Alanlar: Yüksek Lisans Öğrencisi Ramin Rouzbar (Bursiyer)

Doç. Dr. Sinan Eyi (Proje Yöneticisi)

6.1 Giriş

Hava solunmalı hipersonik araçların itki sistemlerinde scramjet motorları kullanılmaktadır. Scramjetler nispeten yeni bir teknoloji olup, işleyişi ile ilgili özellikle yanma sürecinde çözülmemiş problemlere sahiptir. Yüksek hızlarda yanma eylemini gerçekleştirmek bazı sorunlara neden olabilmektedir. Yüksek hızlardaki akışların düşük kalma zamanı (residence time) sebebi ile alev kararlı olamamakta ve yakıt-havanın karışma verimi düşük olmaktadır. Bu problemleri çözmek için önerilen yöntemlerden biri yanma odası duvarına kavite yerleştirilerek ikincil akış oluşturmaktır. Projenin bu kısmında, kavite tipindeki scramjet yanma odalarının HAD analizleri yapılmıştır

Bu çalışmada, scramjet yanma odasından geçen kimyasal tepkimeli akışların analizi için HAD yazılımları geliştirilmiştir. Geliştirilmiş yazılımlarda, 3 boyutlu bağlaşıklık Navier-Stokes ve sonlu hız kimyasal denklemlerini çözülmüştür. Etilen-hava kimyasal reaksiyon modeli yakıt-hava kombinasyonu olarak kullanılmıştır. Boyutsuzlaştırılmış korunum denklemleri sonlu hacim yöntemi (FVM) ile ayrıklaştırılmıştır ve bağlaşıklık denklem sistemleri, Newton-GMRES yöntemi ile çözülmüştür. Birinci ve ikinci dereceli akı hesaplama yöntemleri ile birlikte farklı akı vektörü ayırma (flux vector splitting) yöntemleri kullanılmıştır. Ayrıca, akı kısıtlayıcıları (limiters) ikinci dereceli şemaların yakınsama özelliğini geliştirmek için uygulanmıştır.

Sonuçların ağ boyutlarına bağımlı olmaksızın elde edilmesi için farklı boyutlarda ağlar oluşturulmuş ve sonuçlar deneysel ve hesaplamalı veriler ile karşılaştırılmıştır. Ek olarak, farklı yakıt enjeksiyon açılarının ve yerlerinin yanma odası performansının üzerindeki etkisi incelenmiştir. En yüksek karışma verimi 90 derece enjeksiyon açısında elde edilmiştir. Ayrıca, kaviteden sonra enjektör eklemenin yanma verimine pek katkısı olmadığı gözlenmiştir.

Projenin bu bölümü ile ilgili çalışma proje yöneticisi ve araştırmacısı tarafından sürdürülmüş ve sonuçlar bir adet yüksek lisans tezi ve konferans bildirilerinde yayınlanmıştır.

Yüksek lisans tezi:

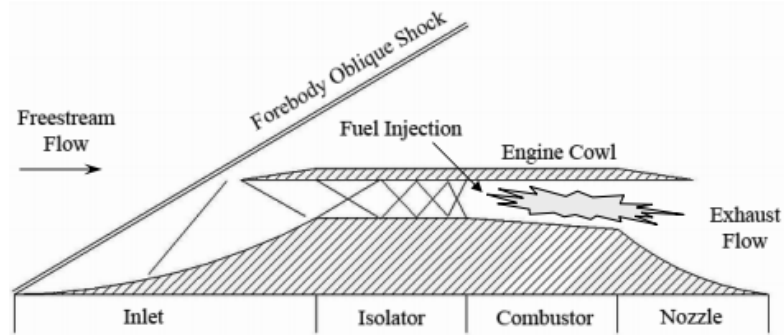
1. Rouzbar R., "Flow Analysis and Design Optimization for Scramjet Engines," Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü, Şubat 2016 (Supervisor: Eyi, S.)

Konferans bildirileri:

1. Rouzbar, R. ve Eyi, S., " Flow Analysis of Hydrogen-Air Combustion in a Scramjet Combustion Chamber," Paper No 110, 8th ICCHMT (International Conference on Computational Heat and Mass Transfer), 25-28 Mayıs 2015, İstanbul
2. Rouzbar, R. ve Eyi, S., "Cavity–Stabilized Scramjet Analysis Using Reduced Chemical Kinetic Mechanisms," 12th International Planetary Probe Workshop, IPPW2015-3214, 13-19 Haziran 2015, Cologne, Almanya
3. Rouzbar, R. ve Eyi, S., "Three Dimensional Flow Analysis of a Cavity-Based Scramjet Combustor," AIAA Paper 2015-3750, 22nd AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, 22-26 Haziran 2015, Dallas, Texas, ABD
4. Rouzbar, R. ve Eyi, S., "Simulations of Hydrogen Combustion in a Cavity-Based Scramjet Combustor," AIAA Paper 2015-3750, 51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, 27-29 Temmuz, Orlando, Florida, ABD

6.2 Literatür Özeti

Scramjet motorları hava solunmalı hipersonik araçlar için geliştirilmiş itki sistemleridir. Şekil 6.1 de görüldüğü gibi scramjet motorları hava alığı (inlet), ayırıcı (isolator), yanma odası (combustor) ve lüleden oluşmuştur. Hava alığında, motora giren hava kayıpları en az olacak şekilde yavaşlatılır. Ayırıcı kullanmanın amacı yanma odasında oluşan yüksek basınçlı gazların lüle içindeki akışı etkilemesini önlemektir. Yanma odasında süpersonik hızlardaki hava yakıtla karıştırılarak yanma gerçekleşir ve daha sonra lüle yardımı ile hızlandırılır. Proje kapsamında yapılan çalışmalarda sadece yanma odasındaki kimyasal reaksiyonlu akışlar incelenmiştir.



Şekil 6.1 Scramjet şeması (Bananos 2005)

Scramjet yanma odasında, akışın ses altı (subsonic) hızlara düşmesi kayıpları önemli ölçüde artırmaktadır. Bu nedenle yanmanın ses üstü (supersonic) hızlarda oluşması tercih edilmektedir. Ses üstü hızlarda yanma ile ilgili aşağıda belirtilen önemli problemler bulunmaktadır:

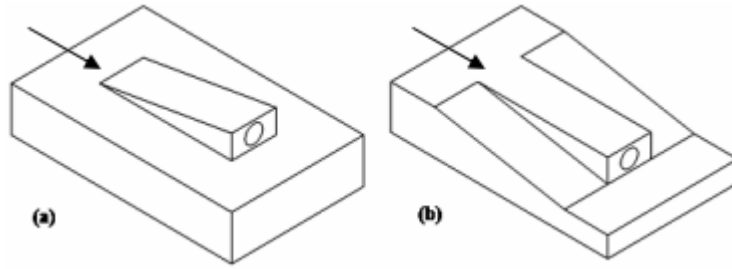
- Hava ve yakıtın iyi karışmaması (poor fuel-air mixing rate).
- Yanma sırasında oluşan kimyasal reaksiyonların tamamlanması için yeterli zamanın olmaması (reduced residence time).
- Alev tutulmasının zorlaşması (difficult flame holding).

Yukarıda bahsedilen problemleri çözebilmek için scramjetlerin yanma odaları için farklı tasarımlar yapılmıştır. Bu tasarımların ortak özelliği akışa karşı engel oluşturarak hava yakıt karışımını iyileştirilmesi ve kimyasal reaksiyonların tamamlanması için zamanın artırılmasıdır. Bu tip tasarımlar, yukarıda bahsedilen problemleri azaltırken yeni problemlerin oluşmasına da neden olabilirler (Baurle ve Eklund 2002). Örnek olarak yanma odasındaki yüksek entalpili akışlarda basınç kayıpları oluşturabilirler. Scramjet yanma odaları ile ilgili aşağıdaki tasarımlar ile ilgili çalışmalar devam etmektedir.

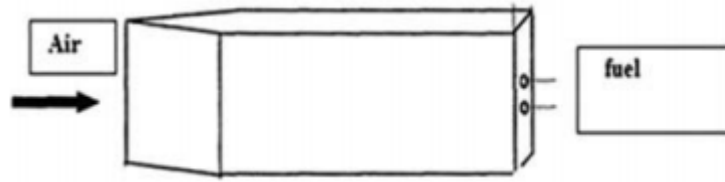
Rampa şeklindeki enjektörlerde, yakıt akışa paralel olarak verilmektedir (Dimotakis 1991). Şekil 6.2 de görülen bu tip enjektörlerde rampanın arkasında ters yönde dönen vorteksler (vortices) oluşmaktadır. Rampanın üzerinden gelen ses üstü hızdaki akışlar ile rampanın arkasındaki vorteksler arasındaki etkileşim sonucunda genişleme (expansion) veya şok dalgaları oluşmaktadır. Genel olarak, sıkıştırma tipindeki rampa enjektörler daha kuvvetli vorteksler oluşturmaktadır. Vortekslerin daha küçük ölçekli olması nedeni ile, genişleme tipindeki rampa enjektörler ile elde edilen yanma verimlilikleri daha yüksek olmaktadır (Pandey ve Sivasakthive 2010). Rampa tipindeki enjektörlerin en büyük dezavantajı yakıt karışımının duvara yakın yerlerde olmasıdır (Segal 2009). Buna ilave olarak rampanın akışa engel oluşturması kayıplara neden olabilmektedir (Bananos 2005).

Scramjet motorlarında kullanılan diğer bir tasarım Kama-Şeklinde Payanda (Wedge-Shaped Strut) enjektörlerin kullanılmasıdır. Payandanın yanma odasının bir duvarından diğerine ve duvara dik olarak yerleştirilmesi nedeni ile bu tip enjektörler ile daha iyi bir karışım sağlamak mümkündür. Ancak payanda tipindeki enjektörlerde basınç kaybı daha yüksek olmaktadır (Dessornes ve Jourden 1998). Basınç kayıplarını azaltmak için farklı şekillerdeki payandalar kullanılmıştır (Hsu vd. 2010). Basınç kaybında payandaların kalınlıklarının etkili olduğu ve baklava (diamond) şeklindeki payandaların daha verimli olduğu anlaşılmıştır (Swain vd. 2014).

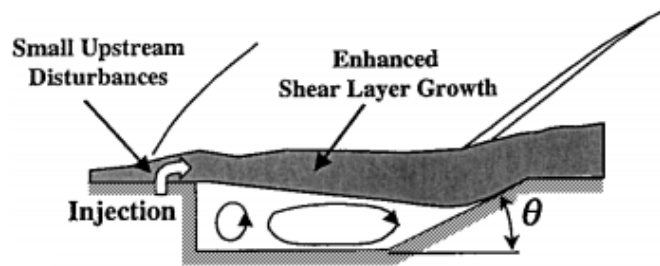
90 lı yılların sonuna doğru kavite şeklinde yanma odalarının tasarlanması başlamıştır. Kavite içinde yakıt ve havanın düşük hızlarda karışması ve daha uzun süre yanma odasında kalması sağlanır. Kavite şeklindeki yanma odalarında hidrokarbon yakıtların yanma verimliliklerinin önemli ölçüde artırdığı görülmüştür (Ortwerth vd. 1996). Kavite şeklindeki yanma odalarının verimlilikleri kavitenin şekli ile yakından ilişkilidir (Zhang ve Edwards 1990; Ben-Yakar ve Hanson 2001)



a) Sıkıştırma Tipinde (Compression Type) b) Genişleme Tipinde (Expansion Type)
Şekil 6.2 Rampa (Ramp) enjektör (Banos 2005)



Şekil 6.3 Kama-Şeklinde Payanda (Wedge-Shaped Strut) enjektör
(Pandey ve Sivasakthive 2010)



Şekil 6.4 Kavite (Cavity) tipinde enjektör (Ben-Yakar ve Hanson 2001)

6.3 Yöntem

Scramjet yanma odasındaki akışın modellenmesi için üç boyutlu Navier-Stokes ve sonlu hız kimyasal denklemleri eş zamanlı olarak çözülmüştür. Etilen-hava kimyasal reaksiyon modeli yakıt-hava kombinasyonu olarak kullanılmıştır. Boyutsuzlaştırılmış korunum denklemleri sonlu hacim yöntemi (FVM) ile ayrıklaştırılmıştır ve bağlaşıklık denklem sistemleri, Newton GMRES yöntemi ile çözülmüştür. Birinci ve ikinci dereceli akı vektörü ayırma ve akı kısıtlayıcı (limiter) yöntemleri kullanılmıştır.

6.3.1 Termodinamik Model

Özgül ısıların hesaplanmasında sıcaklığın fonksiyonu olarak dördüncü dereceden polinomlar kullanılmıştır. k 'ninci kimyasal türe ait özgül ısı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\frac{C_{p,k}(T)}{R} = a_{1,k} \frac{1}{T^2} + a_{2,k} \frac{1}{T} + a_{3,k} + a_{4,k} T + a_{5,k} T^2 + a_{6,k} T^3 + a_{7,k} T^4 \quad (6.1)$$

Gaz karışımlarının sabit basınçtaki özgül ısı hesabı için aşağıdaki denklem kullanılmıştır.

$$C_p = \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k}{\rho} C_{p,k} \quad (6.2)$$

Entalpi değerleri $C_{p,k}^0$ değerlerinin sıcaklığa göre integralinin alınması ile elde edilmiştir

$$\int_{T_0}^T dh_k = \int_{T_0}^T C_{p,k} dT \quad (6.3)$$

Yukarıdaki integralin değeri aşağıdaki gibi hesaplanabilir

$$\frac{h_k(T)}{RT} = -a_{1,k} \frac{1}{T^2} + a_{2,k} \frac{\ln(T)}{T} + a_{3,k} + a_{4,k} \frac{T}{2} + a_{5,k} \frac{T^2}{3} + a_{6,k} \frac{T^3}{4} + a_{7,k} \frac{T^4}{5} + \frac{b_{1,k}}{T} \quad (6.4)$$

Gaz karışımlarının entalpi değeri için özgül ısı hesabına benzer bir formül kullanılabilir;

$$h = \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k}{\rho} h_k \quad (6.5)$$

Entropi hesabı için $C_{p,k} / T$ değerlerinin sıcaklığa göre integrali alınmıştır

$$\int_{T_0}^T ds_k = \int_{T_0}^T \frac{C_{p,k}}{T} dT \quad (6.6)$$

Yukarıdaki integral alındıktan sonra entropi değerleri aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\frac{s_k(T)}{R} = -a_{1,k} \frac{1}{2T^2} - a_{1,k} \frac{1}{T} + a_{3,k} \ln(T) + a_{4,k} T + a_{5,k} \frac{T^2}{2} + a_{6,k} \frac{T^3}{3} + a_{7,k} \frac{T^4}{4} + b_{2,k} \quad (6.7)$$

Benzer olarak karışımın entropisi için aşağıdaki denklem kullanılabilir:

$$s = \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k}{\rho} s_k \quad (6.8)$$

İçsel (internal) enerji değerleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$e = h - RT \quad (6.9)$$

Karışımın içsel enerjisi benzer şekilde hesaplanmıştır.

$$e = \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k}{\rho} e_k \quad (6.10)$$

Karışımın basıncını hesaplamak için aşağıdaki ilişki kullanılmıştır.

$$p = R_u T \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k}{W_k} \quad (6.11)$$

Burada R_u universal gaz sabitini göstermektedir.

6.3.2 Kimyasal Reaksiyon Modeli

Toplam reaksiyon sayısının I ve toplam kimyasal tür sayısının K olması durumunda kimyasal reaksiyon modeli aşağıdaki gibi tanımlanabilir

$$\sum_{k=1}^K v'_{k,i} \chi_k \Leftrightarrow \sum_{k=1}^K v''_{k,i} \chi_k \quad (i=1, \dots, I) \quad (6.12)$$

Yukarıdaki denklemde, $v''_{k,i}$ $v'_{k,i}$ stokiyometrik (stoichiometric) katsayılar, χ_k k'nıncı kimyasal türe ait sembol olarak verilmiştir. İleriye dönük reaksiyon hız (forward reaction rate) katsayıları, $k_{f,i}$ için, Arrhenius formülleri kullanılarak hesaplanmıştır.

$$k_{f,i} = A_i T^{\beta_i} \exp\left(\frac{-E_i}{R_u T}\right) \quad (6.13)$$

burada, A_i , β_i ve E_i katsayılar olup değerleri kullanılan reaksiyona göre değişmektedir.

Geriye dönük reaksiyon hız katsayısı (reverse reaction rate), $K_{r,i}$, ileriye dönük reaksiyon hız katsayısı ve kimyasal denge katsayısı (chemical equilibrium constant) $K_{e,i}$ arasında aşağıdaki bağıntı bulunmaktadır:

$$k_{r,i} = \frac{k_{f,i}}{K_{e,i}} \quad (6.14)$$

Burada, kimyasal denge katsayısı aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$K_{e,i} = \exp\left(\frac{\Delta s_i}{R} - \frac{\Delta h_i}{RT}\right) \left(\frac{P_{atm}}{RT}\right)^{\sum_{k=1}^K \nu_{k,i}} \quad (6.15)$$

Yukarıdaki formülde, Δ kimyasal reaksiyon sırasında oluşan değişimleri göstermektedir. Kütle konsantrasyonundaki değişimler I reaksiyonu ve k kimyasal türü için aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\dot{\omega}_k = W_k \sum_{i=1}^I (\nu_{ki}'' - \nu_{ki}') \left(k_{fi} \prod_{k=1}^K [X_k]^{\nu_{ki}'} - k_{ri} \prod_{k=1}^K [X_k]^{\nu_{ki}''} \right) \quad (6.16)$$

burada, $[X_k]$ k kimyasal türüne ait mol konsantrasyonu olarak tanımlanmıştır.

Araştırmalarda, scramjet motorlarında kullanılmak üzere farklı tipte yakıtlar denenmiştir. Bu yakıtlar arasında en fazla tercih edilenler hidrojen ve etilen olmuştur. Özgül darbe (specific impulse) değerlerindeki farklar nedeni ile düşük hipersonik hızlarda etilen, yüksek hipersonik hızlarda ise hidrojen kullanılmaktadır. Proje kapsamında analizi yapılmak istenen scramjet motoru düşük hipersonik hızlarda çalışmaktadır (uçuş Mach sayısı 8'in altındadır). Bu nedenle yakıt olarak etilen kullanılmaktadır. Tablo 6.1 de etilen ile ilgili yanma reaksiyonları ve kullanılan katsayılar verilmiştir.

Tablo 6.1 İleriye Dönük Reaksiyon Hız (Forward Reaction Rate) Katsayıları (Tishkoff 1997)

| Reaksiyon | A_f | B_f | $\frac{A_f}{R}$ |
|---|-----------------------|-------|-----------------|
| $C_2H_4 + O_2 \Leftrightarrow 2CO + 2H_2$ | 2.10×10^{14} | 0.0 | 18015.3 |
| $2CO + O_2 \Leftrightarrow 2CO_2$ | 3.48×10^{11} | 2.0 | 10134.9 |
| $2H_2 + O_2 \Leftrightarrow 2H_2O$ | 3.00×10^{20} | -1.0 | 0.0 |

6.3.3 Akış Analiz Modeli

Scramjet motorlarının yanma odalarının analizi için geliştirilmiş yazılımda, üç boyutlu Navier-Stokes ve sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri genelleştirilmiş (generalized) koordinat sisteminde eş zamanlı olarak çözülmüştür.

$$\frac{\partial [\hat{F}(\hat{Q}) - \hat{F}_v(\hat{Q})]}{\partial \xi} + \frac{\partial [\hat{G}(\hat{Q}) - \hat{G}_v(\hat{Q})]}{\partial \eta} + \frac{\partial [\hat{H}(\hat{Q}) - \hat{H}_v(\hat{Q})]}{\partial \zeta} - \hat{S} = 0 \quad (6.17)$$

Yukarıdaki denklemde, \hat{Q} ve S_{cv} korunan (conservative) akış değişken ve kaynak (source) vektörleridir.

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \\ \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_{ns-1} \end{bmatrix}, \quad S_{cv} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_{ns-1} \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

Farklı yönlerdeki viskoz olmayan akı vektörleri aşağıda verilmiştir.

$$\hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ \rho w U + \xi_z p \\ (\rho E + p) U \\ \rho_1 U \\ \vdots \\ \rho_{K-1} U \end{bmatrix}, \quad \hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ (\rho E + p) V \\ \rho_1 V \\ \vdots \\ \rho_{K-1} V \end{bmatrix}, \quad \hat{H} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ (\rho E + p) W \\ \rho_1 W \\ \vdots \\ \rho_{K-1} W \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

Koordinat transformasyonu için kullanılan Jacobian matrisi aşağıda tanımlanmıştır

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, y, z)} \quad (6.20)$$

Farklı yönlerdeki viskoz akı vektörleri Denklem (6.21) de verilmiştir.

$$\hat{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} + \xi_z \tau_{xz} \\ \xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy} + \xi_z \tau_{yz} \\ \xi_x \tau_{xz} + \xi_y \tau_{yz} + \xi_z \tau_{zz} \\ \xi_x b_x + \xi_y b_y + \xi_z b_x \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{G}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} + \eta_z \tau_{xz} \\ \eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy} + \eta_z \tau_{yz} \\ \eta_x \tau_{xz} + \eta_y \tau_{yz} + \eta_z \tau_{zz} \\ \eta_x b_x + \eta_y b_y + \eta_z b_x \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{H}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \zeta_x \tau_{xx} + \zeta_y \tau_{xy} + \zeta_z \tau_{xz} \\ \zeta_x \tau_{xy} + \zeta_y \tau_{yy} + \zeta_z \tau_{yz} \\ \zeta_x \tau_{xz} + \zeta_y \tau_{yz} + \zeta_z \tau_{zz} \\ \zeta_x b_x + \zeta_y b_y + \zeta_z b_x \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

Yukarıdaki denklemde tanımlanan kayma gerilimi viskozite ve hızların değişimine göre aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\tau_{x_i x_j} = \frac{\sqrt{\gamma} M_\infty}{\text{Re}_\infty} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (6.22)$$

Denklem (6.21) de verilen diğer parametreler aşağıda tanımlanmıştır.

$$b_x = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz}, \quad b_y = u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz}, \quad b_z = u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} \quad (6.23)$$

$$\frac{\partial_\xi(\hat{F} - \hat{F}_v)}{\Delta\xi} + \frac{\partial_\eta(\hat{G} - \hat{G}_v)}{\Delta\eta} + \frac{\partial_\zeta(\hat{H} - \hat{H}_v)}{\Delta\zeta} - \hat{S} = 0 \quad (6.24)$$

$$\begin{aligned} & (\hat{F} - \hat{F}_v)_{i+1/2,j,k} - (\hat{F} - \hat{F}_v)_{i-1/2,j,k} + (\hat{G} - \hat{G}_v)_{i,j+1/2,k} - (\hat{G} - \hat{G}_v)_{i,j-1/2,k} \\ & + (\hat{H} - \hat{H}_v)_{i,j,k+1/2} - (\hat{H} - \hat{H}_v)_{i,j,k-1/2} - \hat{S}_{i,j,k} = 0 \end{aligned} \quad (6.25)$$

$$\begin{aligned} \hat{F}_{i\pm 1/2,j,k} &= \hat{F}_{i\pm 1/2,j,k}^+ (\hat{Q}_{i\pm 1/2,j,k}^-) + \hat{F}_{i\pm 1/2,j,k}^- (\hat{Q}_{i\pm 1/2,j,k}^+) \\ \hat{G}_{i,j\pm 1/2,k} &= \hat{G}_{i,j\pm 1/2,k}^+ (\hat{Q}_{i,j\pm 1/2,k}^-) + \hat{G}_{i,j\pm 1/2,k}^- (\hat{Q}_{i,j\pm 1/2,k}^+) \\ \hat{H}_{i,j,k\pm 1/2} &= \hat{H}_{i,j,k\pm 1/2}^+ (\hat{Q}_{i,j,k\pm 1/2}^-) + \hat{H}_{i,j,k\pm 1/2}^- (\hat{Q}_{i,j,k\pm 1/2}^+) \end{aligned} \quad (6.26)$$

Viskoz olmayan akıların hesaplanmasında Steger-Warming, van Leer ve AUSM yöntemleri kullanılmıştır. van Leer yönteminde viscos olmayan akı vektörleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır. Diğer akı vektörü hesaplama yöntemleri için kullanılan denklemler proje bursiyerlerinden Ramin Rouzbar'a ait yüksek lisans tezinde bulunabilir.

$$\hat{F}^\pm = \pm \frac{1}{J} \rho c \frac{1}{4} (M \pm 1)^2 (\tilde{k}_1 + \tilde{k}_2 + \tilde{k}_3) \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{\gamma} (-\tilde{U} \pm 2c) \tilde{k}_1 + u \\ \frac{1}{\gamma} (-\tilde{U} \pm 2c) \tilde{k}_2 + v \\ \frac{1}{\gamma} (-\tilde{U} \pm 2c) \tilde{k}_3 + w \\ \frac{\tilde{U}}{\gamma+1} (-\tilde{U} \pm 2c) + \frac{2c}{\gamma^2-1} + \frac{u^2+v^2+w^2}{2} \\ \frac{\rho_1}{\rho} \\ \vdots \\ \frac{\rho_{K-1}}{\rho} \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

burada,

$$\tilde{U} = \frac{u\xi_x + v\xi_y + w\xi_z}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}}, \quad \tilde{k}_1 = \frac{\xi_x}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}}, \quad \tilde{k}_2 = \frac{\xi_y}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}}, \quad \tilde{k}_3 = \frac{\xi_z}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}} \quad (6.28)$$

Yukarıdaki denklemde, c ses hızı ve γ ise özgül ısı katsayılarının oranları olarak tanımlanmıştır. η yönündeki akı vektörü, \hat{G}^\pm , yukarıdaki denklemdeki ξ_x , ξ_y ve ξ_z terimlerinin η_x , η_y ve η_z terimleri ile değiştirilmesi ile elde edilebilir. Akı vektörü, \hat{H}^\pm , ξ_x , ξ_y ve ξ_z terimlerinin ζ_x , ζ_y ve ζ_z terimleri ile değiştirilmesi ile elde edilebilir.

Akı vektörü hücre yüzeyinde hesaplanmaktadır, akış değişkenleri hücre merkezinde tanımlandığı için değerlerin hücre yüzeyine interpolasyonu gerekmektedir. Geliştirilen yazılımda, yüksek dereceden doğruluk için MUSCL (Monotonic Upstream-Centered Scheme Conservation Law) (Van Leer, 1979) interpolasyon yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem ile ilgili denklemler aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \hat{Q}_{i+1/2}^- &= \hat{Q}_i + \left\{ \frac{\phi}{4} [(1-\kappa)\nabla + (1+\kappa)\Delta] \right\}_i \\ \hat{Q}_{i+1/2}^+ &= \hat{Q}_{i+1} - \left\{ \frac{\phi}{4} [(1+\kappa)\nabla + (1-\kappa)\Delta] \right\}_{i+1} \\ \Delta_i &= \hat{Q}_{i+1} - \hat{Q}_i, \quad \nabla_i = \hat{Q}_i - \hat{Q}_{i-1} \end{aligned} \quad (6.29)$$

Akış değişkenlerinin değişiminin (gradient) büyük olduğu bölgelerde oluşabilecek salınımları (oscillation) önleyebilmek için MUSCL yönteminde sınırlama (limiter) fonksiyonlarının kullanılması gerekmektedir. Sınırlama fonksiyonları interpolasyon fonksiyonlarında kullanılan eğimin azalmasını sağlamaktadır. Denklemde kullanılan κ parametresi interpolasyonun doğruluk derecesini belirlemektedir. κ 'nın değişik değerleri için farklı dereceden doğrulukta yüzey akısı hesaplanması mümkündür.

Proje kapsamında geliştirilen yazılımda gerçek olmayan salınımları önleyebilmek için van Albada (van Albada, 1982) tarafından geliştirilen aşağıda verilen sınırlama fonksiyonları kullanılmıştır.

$$\phi(r) = \frac{r + r^2}{1 + r^2} \quad (6.30)$$

Yukarıdaki denklemde verilen r fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

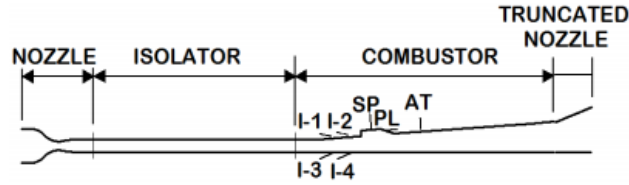
$$r_i = \frac{\Delta_i + \epsilon}{\nabla_i + \epsilon}$$

6.3.4 Çözüm Yöntemi

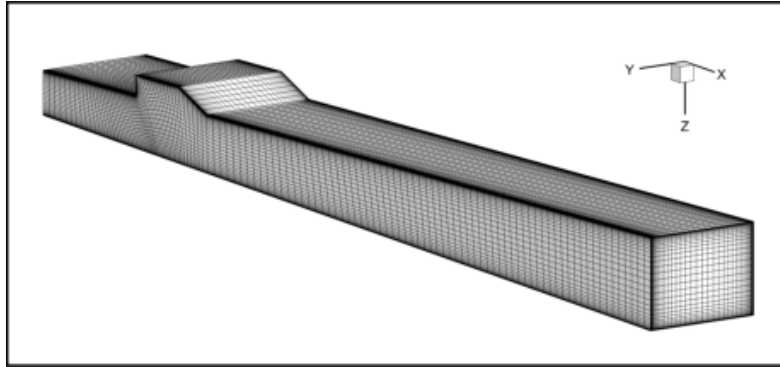
Scramjet motorunun yanma odası analizinde kullanılan Navier-Stokes ve kimyasal reaksiyon denklemlerinin çözümünde Newton-GMRES yöntemi kullanılmıştır. GMRES yöntemi Krylov alt uzay yöntemlerinden biri olup doğrusal (linear) denklem sistemlerinin iterasyon yöntemi ile çözümü için geliştirilmiştir. Newton-GMRES yönteminin en önemli avantajlarından biri Newton yöntemine benzemesine rağmen Newton yönteminde oluşturulması ve çözülmesi gereken Jacobian matrisini kullanmamasıdır. Newton-GMRES yöntemi ile detaylı açıklama Bölüm 5 de verilmiştir.

6.4 Bulgular

Bundan önceki bölümde açıklanan akış denklemleri ve çözüm yöntemleri Wright-Patterson Air Force Base tarafından testleri sürdürülen scramjet motorunun yanma odası için uygulanmıştır (Lin vd. 2009). Bu scramjet motoruna ait deneysel ve hesaplamalı sonuçlar bulunmaktadır. Bu yanma odasında 2.6 dereceli bir açı ile genişlemektedir. Kavite uzunluğunun kavite derinliğine oranı (L/D) yaklaşık 5 tir. Kavite içindeki eğimli duvarın açısı 22.5 derecedir. Bu çalışmada kullanılan scramjet motoruna ait şematik çizim Şekil 6.5 de görülmektedir. Scramjet motoru yanma odası geometrisi için oluşturulan yapısal ağ sistemi Şekil 6.6 da verilmiştir.



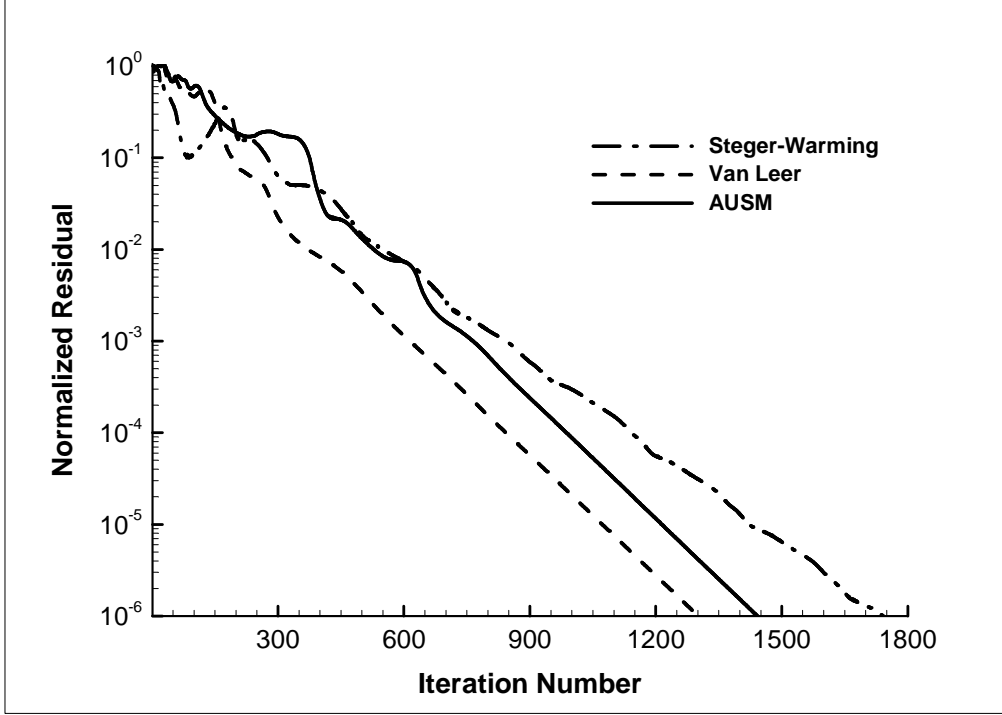
Şekil 6.5. Şematik scramjet (Lin vd. 2009)



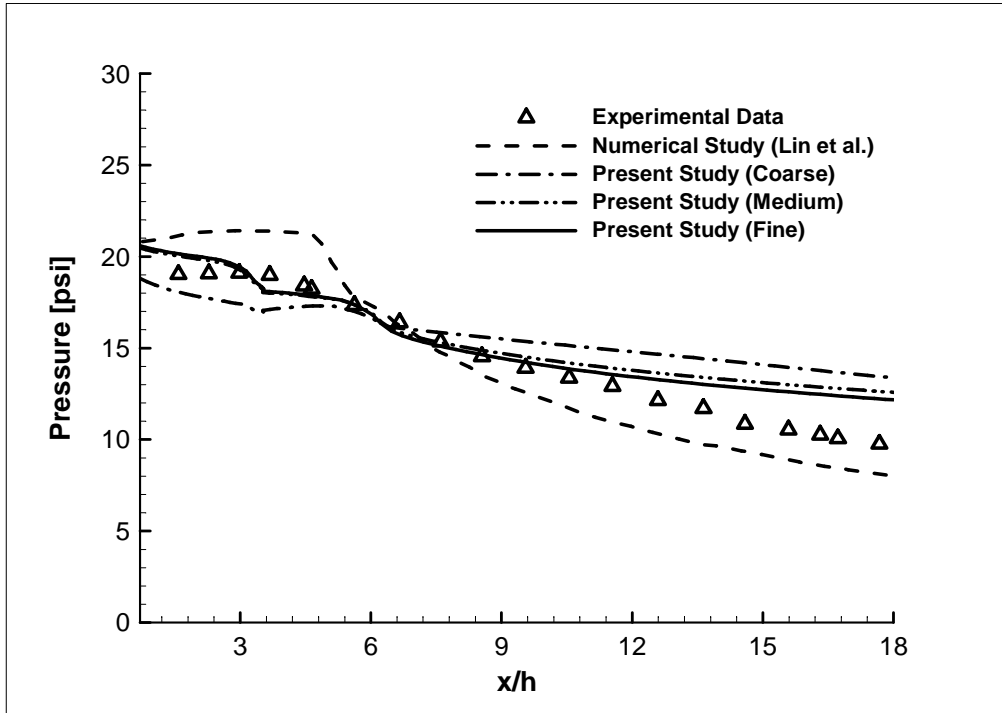
Şekil 6.6 Kaviteli scramjet yanma odası

Viskoz olmayan akıların hesaplanmasında Steger-Warming, van Leer ve AUSM yöntemleri kullanılmıştır. Bu yöntemlerin yakınsamaya olan etkisi Şekil 6.7 de görülmektedir. Sonuçların ağ boyutlarından bağımsız elde edilmesi için farklı boyutlarda ağlar oluşturulmuş ve Şekil 6.8 de sonuçlar deneysel ve hesaplamalı veriler ile karşılaştırılmıştır. Şekilden görüldüğü gibi ağ sistemindeki nokta sayısının artması ile sonuçlar deneysel veriler ile daha uyumlu hale gelmektedir. İkinci dereceden van Leer yöntemi ile daha doğru sonuçlar elde edildiği gözlenmiştir. Şekil 6.9 da kavitenin yanma odasındaki yeri görülmektedir. Şekil 6.10 da birinci ve ikinci dereceden hesaplanan akış değişkenlerinin duvara dik yöndeki değişimi farklı aksel mesafelerde gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi birinci ve ikinci dereceden doğrulukla hesaplanan değişimler arasında belirgin farklar bulunmaktadır. Benzer olarak, birinci ve ikinci dereceden doğrulukla hesaplanan akış değişkenlerine ait kontur plotları Şekil 6.11 ve 6.12 de karşılaştırılmıştır.

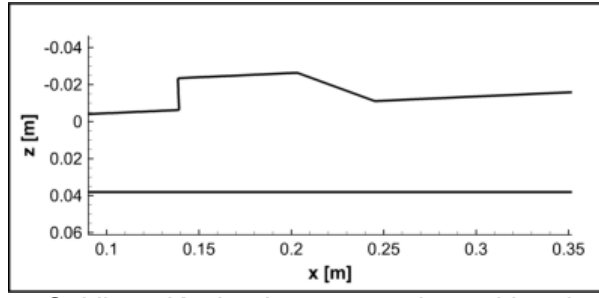
Şekil 6.13 de kütle akı ağırlıklı sıcaklık ve karışım verimliliğinin aksel yönde değişimi görülmektedir. Şekilden görüldüğü gibi kavite bölgesinde bu değerlerde ani artışlar görülmektedir. Ancak kavitenin arkasında, aksel yönde, sıcaklık ve karışım verimliliği değerlerindeki değişim sınırlı kalmaktadır. Aksel yöndeki kütle akı ağırlıklı kimyasal türlerin değişimi Şekil 6.14 de görülmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi H₂O haricindeki bütün kimyasal türlerde en büyük değişimler kavite bölgesinde oluşmaktadır. Şekil 6.15 de farklı yakıt enjeksiyon açılarının karışım verimliliğine etkisi incelenmiştir. En yüksek karışma veriminin 90 derece enjeksiyon açısında elde edildiği gözlenmiştir. Ayrıca, Şekil 6.16 dan görüldüğü gibi kaviteden sonra enjektör eklemenin yanma verimliliğine fazla katkısı olmadığı anlaşılmıştır. Şekil 6.17 ve 6.18 de kavite içinde hız vektörlerinin ve hız çizgilerinin dağılımlarından kavite içinde oluşan döngüler açıkça görülmektedir. Şekil 6.19 ve 6.20 de yanma odası boyunca ikinci dereceden doğrulukta akı vektörleri ile hesaplanan çözümler verilmiştir. Bilgisayar zamanını azaltmak için hesaplamalar yanma odasını dört te bir bölgesi için yapılmıştır.



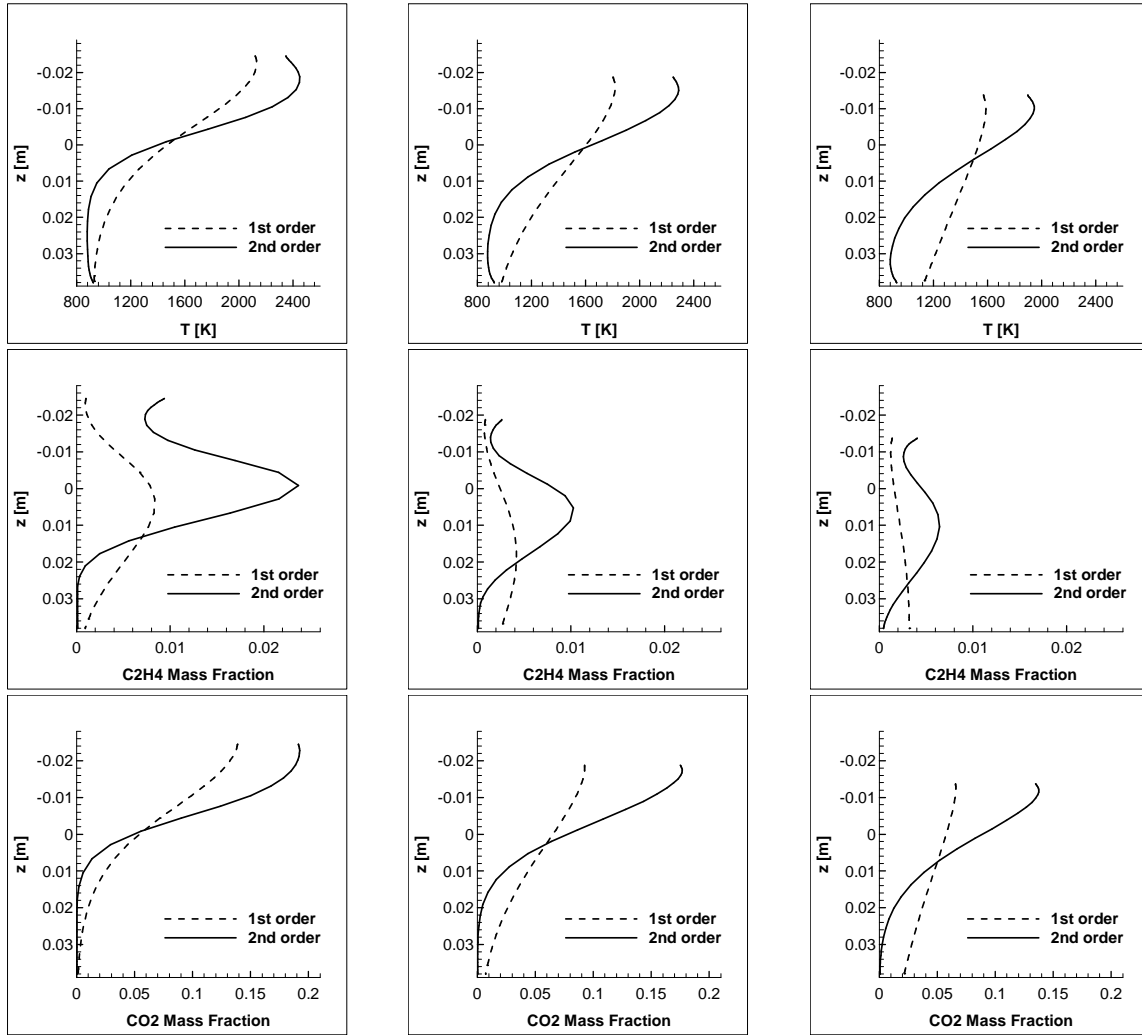
Şekil 6.7 Farklı akı vektörleri ayrıştırma yöntemleri



Şekil 6.8 Sonuçların deneysel ve sayısal veriler ile karşılaştırılması



Şekil 6.9 Kavitenin yanma odasındaki yeri

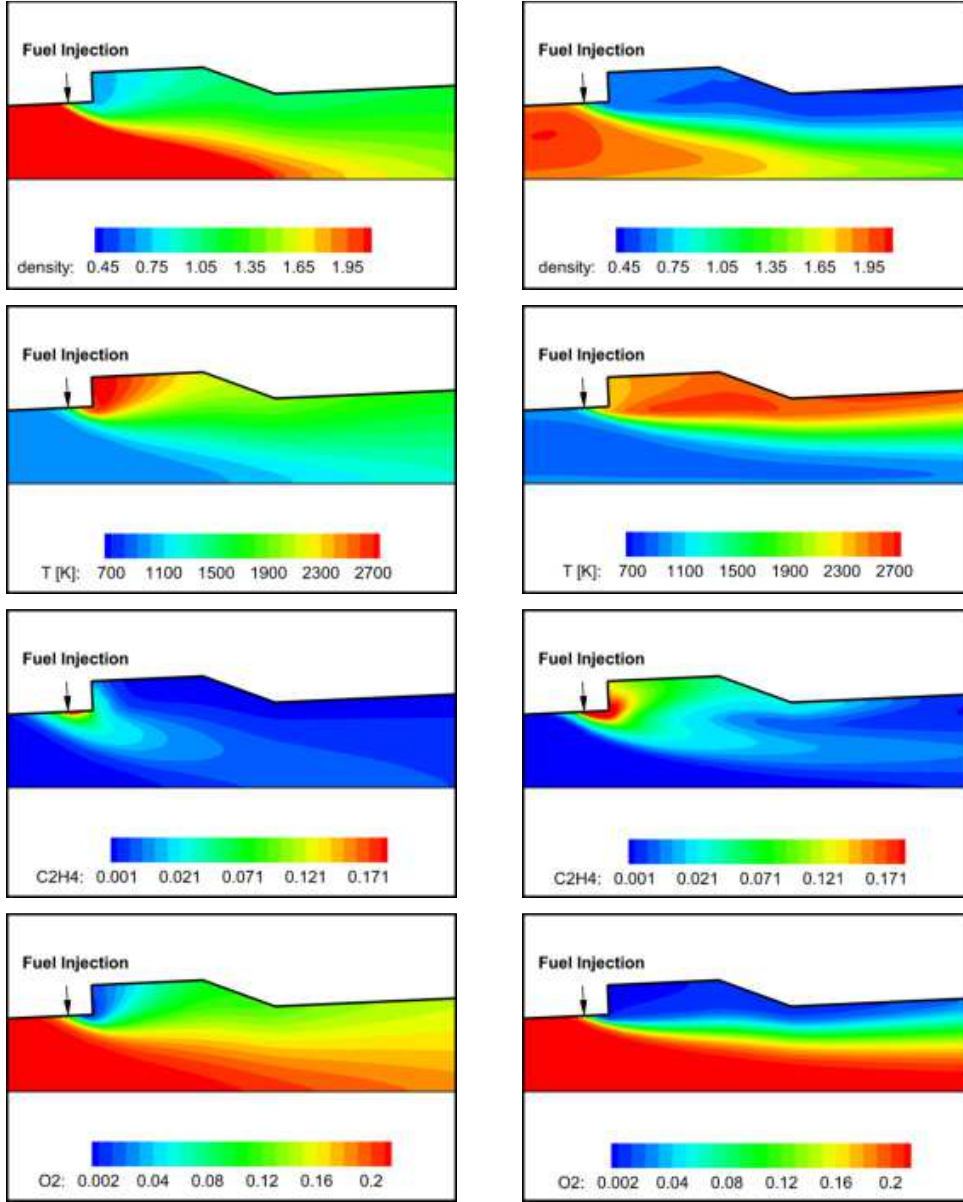


$x = 0.17 \text{ m}$

$x = 0.23 \text{ m}$

$x = 0.31 \text{ m}$

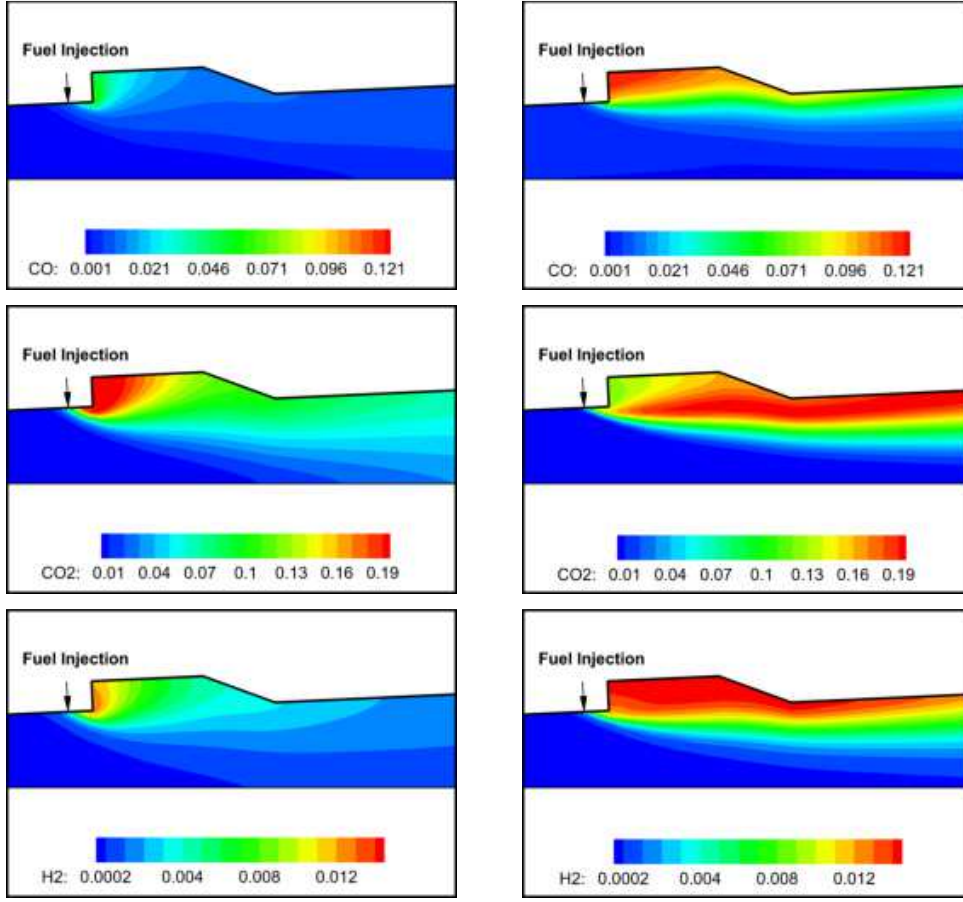
Şekil 6.10 Akış değişkenlerinin farklı aksenal uzaklıklarda duvara dik yönde değişimi



a) Birinci dereceden akı hesabı

b) İkinci dereceden akı hesabı

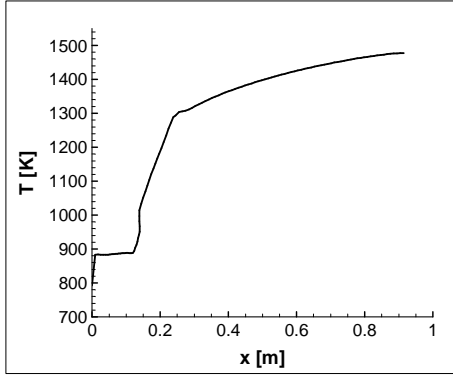
Şekil 6.11 Akış değişkenlerinin dağılımı



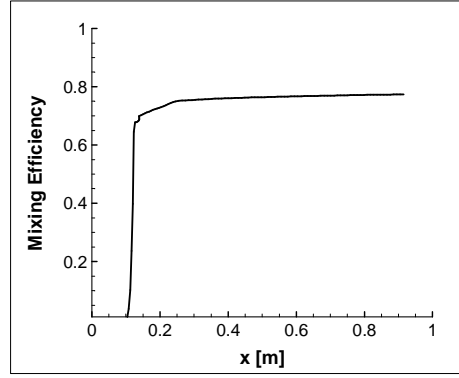
a) Birinci dereceden akı hesabı

b) İkinci dereceden akı hesabı

Şekil 6.12 Akış değişkenlerinin dağılımı

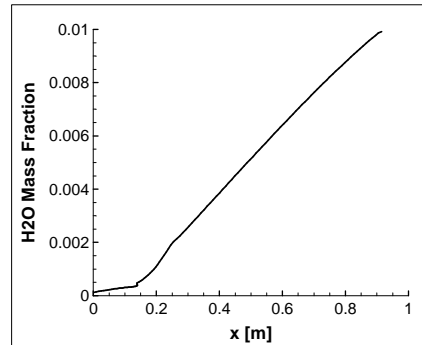
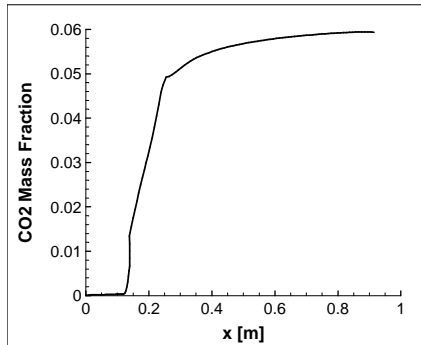
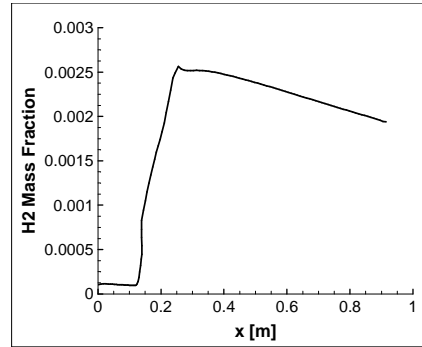
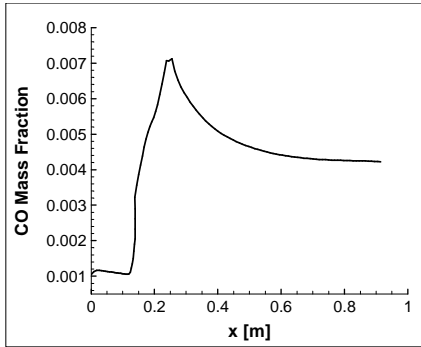
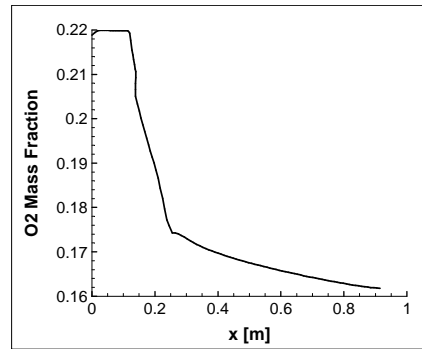
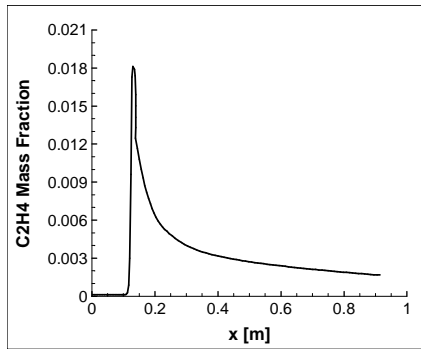


a) Kütle akı ağırlıklı sıcaklık

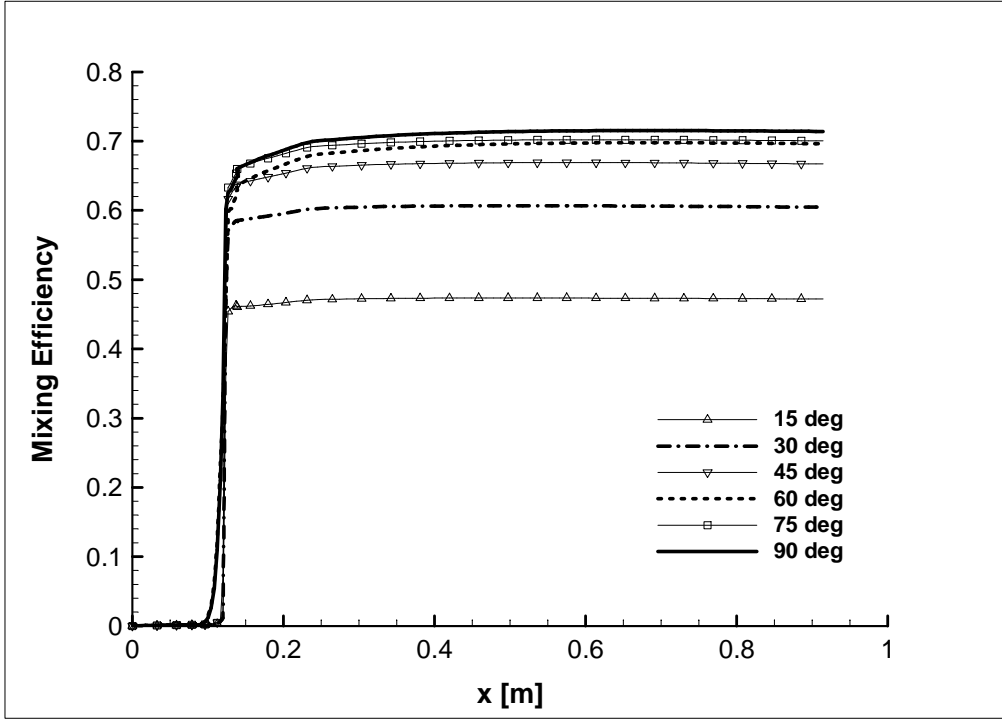


b) Kütle akı ağırlıklı karışım verimliliği

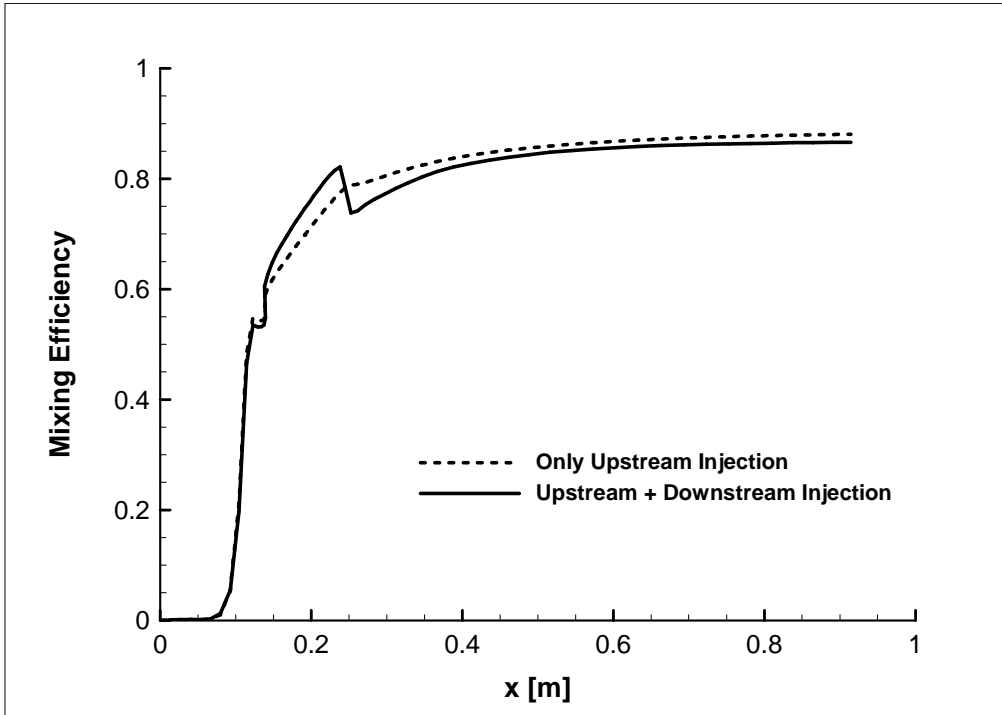
Figure 6.13 Eksenel yönde kütle akı ağırlıklı sıcaklık ve karışım verimliliği değişimi



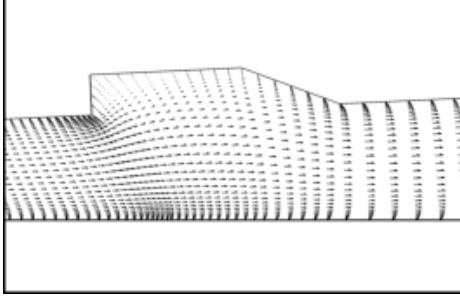
Şekil 6.14 Eksenel yönde kütle akı ağırlıklı kimyasal türlerin değişimi



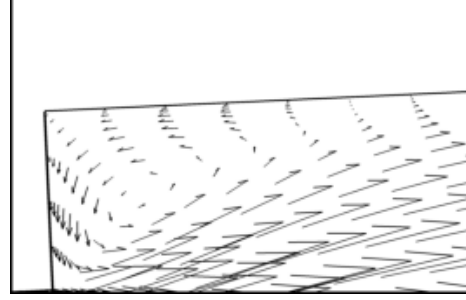
Şekil 6.15 Farklı yakıt enjeksiyon açılarının karışım verimliliği üzerindeki etkisi



Şekil 6.16 Yanma odasından sonra enjektör eklemenin etkisi

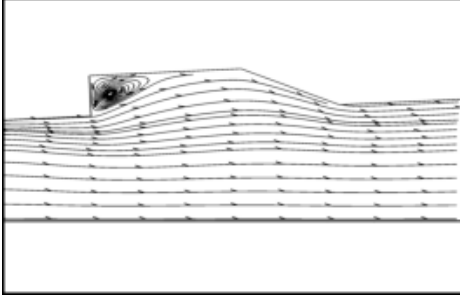


a) Genel dağılım

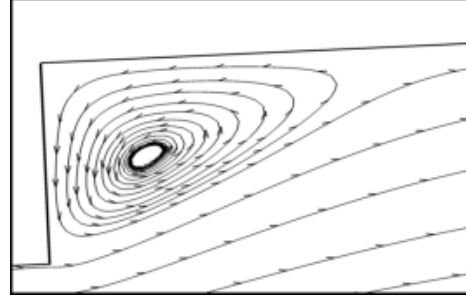


b) Duvara yakın dağılım

Şekil 6.17 Hız vektörlerinin kavite içinde dağılımı

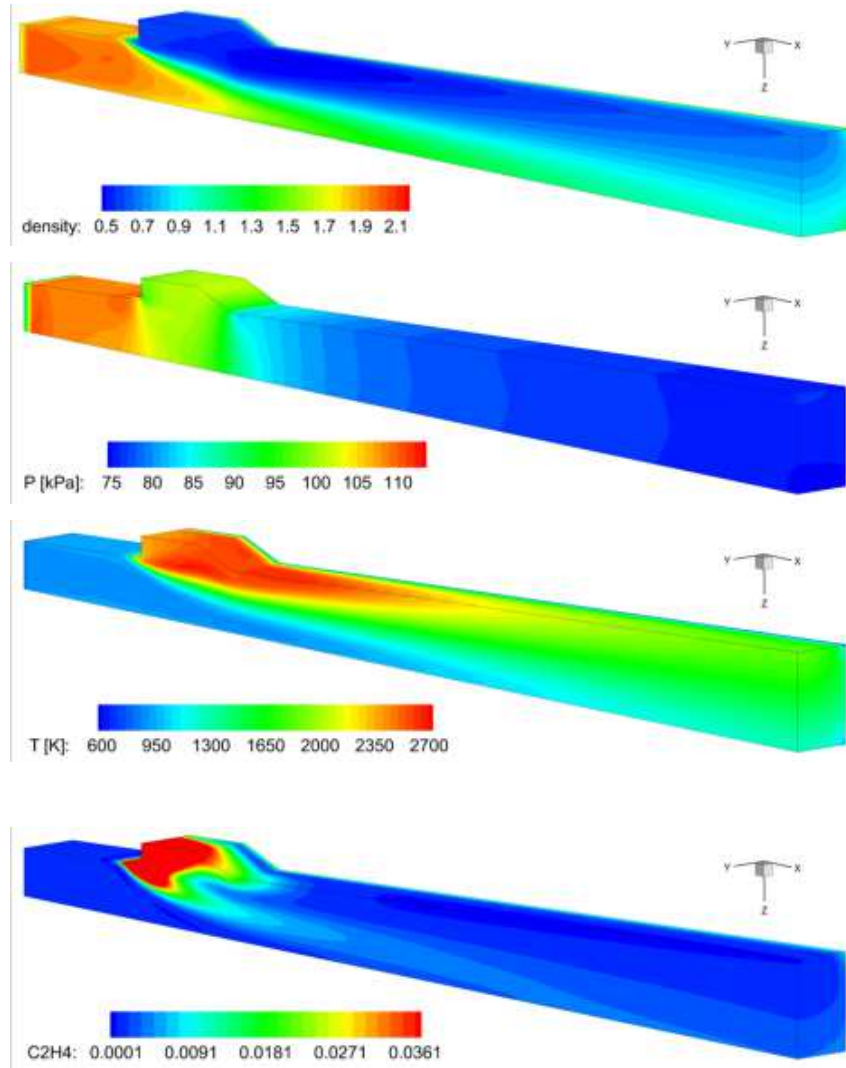


a) Genel dağılım

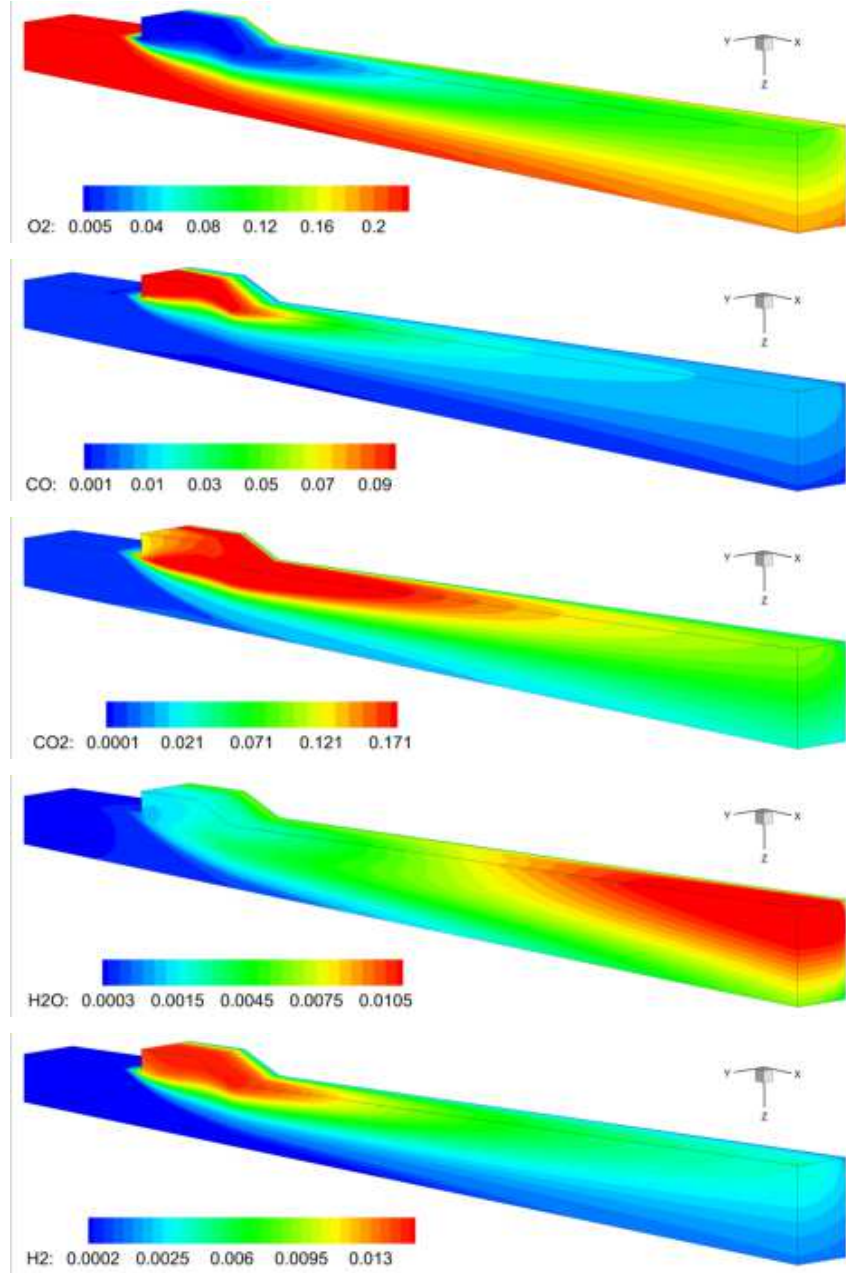


b) Duvara yakın dağılım

Şekil 6.18 Akış çizgilerinin kavite içinde dağılımı



Şekil 6.19 Akış değişkenlerinin scramjet yanma odası boyunca değişimi (ikinci dereceden akı hesaplamaları ile)



Şekil 6.20 Akış değişkenlerinin scramjet yanma odası boyunca değişimi (ikinci dereceden akı hesaplamaları ile)

6.5 Sonuç/Tartışma

Projenin bu kısmında yapılan çalışmalarda, üç boyutlu Navier-Stokes ve kimyasal reaksiyon denklemleri eş zamanlı olarak Newton-GMRES yöntemi ile scramjet motorlarının yanma odası için çözülmüştür. Yanma odası kavite tipinde olup yakıt olarak etilen kullanılmıştır. Geliştirilen yazılımdan elde edilen sonuçlar deneysel ve diğer hesaplamalı veriler ile karşılaştırılmıştır. Viskoz olmayan akı hesaplamalarında farklı yöntemler

kullanılmıştır. van Leer ve ikinci dereceden doğrulukla hesaplanan sonuçların verilerle daha uyumlu olduğu gözlenmiştir. Yakıt enjeksiyon yerlerinin ve eğimlerinin yanma verimliliğine olan etkisi incelenmiştir. En iyi yanma verimliliği yakıt kaviteden önce ve duvara 90 derecelik açı ile verilmesi durumunda elde edilmiştir.

Tamamlanan çalışmalarda, yanma odasındaki çözümlere türbülans modellerinin etkisi henüz incelenmemiştir. Devam eden çalışmalarda farklı türbülans modelleri kullanılarak etkileri incelenecektir. Almaç, (diffuser) ayrıştırıcı (isolater) lüle (nozzle) gibi diğer scramjet bileşenlerinin de analizleri yapılarak scramjet motorlarının bütün olarak incelenmesi planlanmaktadır. Ayrıca geliştirilen analiz yazılımının optimizasyon yöntemi ile birleştirilerek tasarım yazılımına dönüştürülmesi hedeflenmektedir.

Kaynaklar

Baurle R. A. ve Eklund D. R. 2002. "Analysis of Dual-Mode Hydrocarbon Scramjet Operation at Mach 4-6.5", Journal of Propulsion and Power, 18, 990-1002.

Ben-Yakar A. ve Hanson R. K. 2001. "Cavity Flame-Holders for Ignition and Flame Stabilization in Scramjets: An Overview," J. Propuls. Power, 17, 869–877.

Bonanos A. M, 2005. "Scramjet Operability Range Studies of an Integrated Hydrogen and Hydrocarbon Fuels," Doktora Tezi, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia

Dessornes O. ve Jourden C. 1998. "Mixing enhancement techniques in a scramjet," in 8th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, American Institute of Aeronautics and Astronautics Norfolk, VA, ABD

Dimotakis, P. E. 1991. "Turbulent Free Shear Layer Mixing and Combustion," High Speed Flight Propulsion Systems, 265–340.

Hsu K. Y., Carter C. D., Gruber M. R., Barhorst T., ve Smith S. 2010. "Experimental Study of Cavity-Strut Combustion in Supersonic Flow," Journal of Propulsion and Power, 26, no. 6, 1237–1246.

Lin K-C., Tam C-J, Jackson K., Kennedy P., Williams Skip, Olmstead D. ve Collat M. 2009. "Fueling Study on Scramjet Operability Enhancement," AIAA Paper 2009-5116, 45th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Denver CO, ABD.

Ortwerth P., Mathur A., Vinogradov V., Grin V., Goldfeld M., ve Starov A. 1996. "Experimental and numerical investigation of hydrogen and ethylene combustion in a Mach



3-5 channel with a single injector,” in 32nd Joint Propulsion Conference and Exhibit, AIAA Paper 1996-3245.

Pandey K. M. ve Sivasakthive T. I. 2010. “Recent Advances in Scramjet Fuel Injection - A Review,” *Int. J. Chem. Eng. Appl* 1, 294–301.

Segal C. 2009. *The scramjet engine: processes and characteristics*, Cambridge.

Swain T. K., Kishan P. A. ve Kumar S. 2014. “Comparative Study of the Two Different Strut Based Fuel Injection for 2D Supersonic Combustor Using CFD,” 16th Annual CFD Symposium, Bangalorei Hindistan 1–6.

Tishkoff, J., Drummond, J., Edwards, T., Nejad, A. 1997. “Future directions of supersonic combustion research - Air Force/NASA workshop on supersonic combustion,” 35th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA Paper 1997-1017, Reno,NV, ABD.

Van Albada, G., Van Leer, B. ve Roberts, W. W. 1982. "a Comparative Study of Computational Methods in Cosmic Gas Dynamics", *Astronomy and Astrophysics*, 108, 76-84.

Van Leer, B. 1979. "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme", V. A second Order Sequel to Godunov's Method", *Journal of Computational Physics*, 32, 101–36.

Zhang X. ve Edwards J. A. 1990. “An investigation of supersonic oscillatory cavity flows driven by thick shear layer,” *Aeronatical Journal*, 92, 355–364.



7. ÜÇ BOYUTLU NAVIER-STOKES DENKLEMLERİ İLE HİPERSONİK AKIŞLARIN ÇÖZÜMÜNDE TÜRBÜLANS MODELLERİNİN ETKİSİ

Çalışmada Görev Alanlar: Yüksek Lisans Öğrencisi Muharrem Özgün (Bursiyer)
Doç. Dr. Sinan Eyi (Proje Yöneticisi)

7.1 Giriş

Bu çalışmada, hipersonik akışlarında kullanılabilecek doğru ve verimli bir hesaplamalı akışkanlar dinamiği yazılımı geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Akış analizi için üç boyutlu Navier-Stokes denklemleri ve türbülans modelleri kullanılmaktadır. Apollo uzay aracı, AS-202, geometrisi üzerinde akış parametreleri ve taşınım ile ısı transferi analizleri yapılmıştır. Şu anda, yazılımda Baldwin Lomax türbülans modeli kullanılmaktadır. Hipersonik akış şartlarında daha iyi sonuçlar veren Spalart-Allmaras türbülans modelinin kullanılmasına yönelik olarak yüksek lisans tez çalışması sürdürülmektedir.

Devam eden yüksek lisans tez çalışması:

1. Özgün M., "Hypersonic Flow Analysis Using Three Dimensional Navier-Stokes Equations," Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü, Tahmin edilen bitiş tarihi Eylül 2016 (Supervisor: Eyi, S.)

Yayınlanan konferans bildirileri:

1. Özgün M. ve Eyi, S. "Analysis of Hypersonic Flow Using Three Dimensional Navier-Stokes Equations," AIAA Paper 2014-3401, 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, 28-30 Temmuz 2014, Cleveland Ohio, ABD.
2. Özgün M. ve Eyi, S., "Hypersonic Flow Analysis Using Three Dimensional Navier-Stokes Equations," Paper No 131, 8th ICCHMT (International Conference on Computational Heat and Mass Transfer), 25-28 Mayıs 2015, İstanbul
3. Özgün M. ve Eyi, S., "Three Dimensional Analysis of Hypersonic Flow Around Re-entry Vehicles Using Navier-Stokes Equations," 7th International Conference on Recent Advances in Space Technologies, RAST 2015, 16-19 Haziran 2015, İstanbul
4. Özgün M. ve Eyi, S., "Analysis Of Hypersonic Flow Around a Re-Entry Vehicle Using Three Dimensional Navier-Stokes Equations," 12th International Planetary Probe Workshop IPPW2015-3206, 13-19 Haziran 2015, Cologne, Almanya
5. Özgün M. ve Eyi, S., "Hypersonic Flow Analysis of Re-entry Vehicles Using Three Dimensional Navier-Stokes Equations," AIAA Paper 2015-3881, 51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, 27-29 Temmuz, Orlando, Florida, ABD

7.2 Literatür Özeti

Türbülans, hipersonik araçlarda aerodinamik kuvvetleri ve ısınmayı belirlemek için önem arz etmektedir. Bununla birlikte türbülans modelini doğrulamak için deneysel veri elde etmek oldukça zordur. Literatürde, hipersonik şartlardaki uçuş testlerinin sayısı sınırlıdır. Bunun yanında, hipersonik rüzgar tüneli testlerinden alınan deneysel veriler mevcuttur. Bu testler daha çok veri elde etmemizi sağlamaktadır. Ancak, hipersonik rüzgar tüneli testleri genelde uçuş şartlarındakiyle aynı toplam entalpi ve düşük serbest akım türbülansı değerlerini verememektedir. Bundan dolayı kullanılan türbülans modellerinin rüzgar tüneli verileriyle doğrulaması yapılırken, uçuş şartlarındaki entalpi değerleri göz önüne alınarak extrapolasyon yapılmaktadır. Veri elde etmedeki tüm bu zorluklardan ötürü tasarımcılar HAD ve türbülans, kimya, ablasyon gibi önemli konular için bazı modeller kullanmaktadır (Blottner ve Roy 2006)

Bazı upwind şemalarının ve türbülans modellerinin hipersonik akış analizindeki performansını gösteren Ballmann vd. (2004) blok yapılı ve açık bir sonlu hacim akış çözücüsü kullanılarak 'Wilcox's $k-\omega$ ', 'Spalart-Allmaras', 'Menter's Supersonic Transport (SST)' ve açık, cebirsel bir Reynolds gerilme modeli (EARSM) olmak üzere dört farklı türbülans modeli incelenmiştir. Yüzey basıncı genelde tüm modeller tarafından doğru tahmin edilmiştir. Yine, yüzey sürtünmesi ve ısı transferi açısından basit problemler için tatmin edici sonuçlar elde edilmiştir. Ancak ana problemler daha kompleks akışlar için ortaya çıkmaktadır. Akışın hipersonik sıkıştırma rampası boyunca çok yüksek sıkıştırmaya maruz kalması buna örnek gösterilebilir. Bu durumda akış ayrılmasını ve yüzey basıncındaki yükselmeyi doğru tahmin eden tek model Spalart-Allmaras modelidir. Ayrıca iterasyon başına düşen hesaplama maliyeti dikkate alındığında Spalart-Allmaras modeli diğer modellere göre daha az CPU zamanı gerektirmektedir.

Bir başka çalışmada, düz levha ve sivri koni üzerinde hipersonik geçiş akışı incelenmiş ve dört farklı türbülans modeli kullanılmıştır. Bunlar; 'Spalart-Allmaras çevrinti viskozitesi taşınım modeli', 'küçük Reynolds sayılı bir $k-\epsilon$ modeli', 'Menter $k-\omega$ modeli' ve 'Wilcox $k-\omega$ modeli' dir. Spalart-Allmaras modeli hassaslık ve isabet bakımından en iyi performansı göstermektedir. Menter $k-\omega$ modeli de sıfır basınç gradyenli sınır tabaka akışları için iyi sonuçlar vermektedir (Blottner ve Roy 2003).

Blottner ve Roy (2001) hipersonik modeller için laminar, geçiş ve türbülanslı akış bölgelerinde tek ve iki denklemlilik türbülans modelleri incelenmiştir. Bu modeller; 'Spalart-Allmaras', 'küçük Reynolds sayılı $k-\epsilon$ ', 'Menter $k-\omega$ ', 'Wilcox $k-\omega$ ' dir. Türbülans modelleri, ses hızının 20 katında atmosferik geçiş yapan 'F aracı' için uygulanmıştır. Sonuçta 'Spalart-Allmaras' ve ' $k-\omega$ ' modelleri ısı akışı için ' $k-\epsilon$ ' modelinin aksine mevcut uçuş verileriyle uyuşma göstermiştir.

Blottner ve Roy (2006), türbülans modellerinin hipersonik akışlar için değerlendirmesinin yapıldığı başka bir çalışmada 7 farklı problem için toplam 18 tane tek ve iki denklemlilik türbülans modeli kullanılmıştır. Bazı türbülans modelleri yüzey basıncı için iyi tahminler sağlasa da, yüzey ısı akısı tahminleri genelde zayıftır. ‘Spalart-Allmaras’ türbülans modeli dört problem için kullanılmış ve genelde yüzey ısınması, yüzey basıncı, akış ayrılması tahminlerinde başarılı olmakla birlikte küçük sayısal hatalar vermiştir.

İncelenen çalışmalar sonucunda ‘Spalart-Allmaras’ türbülans modelinin (Spalart ve Allmaras 1992) hipersonik uygulamalarında genelde isabetli tahminler verdiği görülmüş ve kullanılmasına karar verilmiştir.

7.3 Yöntem

Üç boyutlu, sıkıştırılabilir ve zamanla değişmeyen Navier-Stokes denklemleri genelleştirilmiş (generalized) koordinat sisteminde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\hat{R}(\hat{Q}) = \frac{\partial [\hat{F}(\hat{Q}) - \hat{F}_v(\hat{Q})]}{\partial \xi} + \frac{\partial [\hat{G}(\hat{Q}) - \hat{G}_v(\hat{Q})]}{\partial \eta} + \frac{\partial [\hat{H}(\hat{Q}) - \hat{H}_v(\hat{Q})]}{\partial \zeta} = 0 \quad (7.1)$$

\hat{R} , artık vektördür. Akış değişken vektörü,

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

viskoz olmayan akı vektörleri,

$$\hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ \rho w U + \xi_z p \\ (\rho E + p)U \end{bmatrix}, \quad \hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ (\rho E + p)V \end{bmatrix}, \quad \hat{H} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ (\rho E + p)W \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

koordinat dönüşümü için kullanılacak Jacobian matrisi,

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, y, z)} \quad (7.4)$$

yukarıdaki gibi tanımlanmışlardır. Burada, ρ yoğunluğu; u , v ve w hız bileşenlerini; p basıncı; E birim hacimdeki toplam enerjisi; U , V ve W kontravaryant hız bileşenlerini belirtmektedir. Kontravaryant hız bileşenleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned} U &= \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w, \\ V &= \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w, \\ W &= \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w \end{aligned} \quad (7.5)$$

Viskoz akı vektörleri için geçerli denklemler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\hat{F}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} + \xi_z \tau_{xz} \\ \xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy} + \xi_z \tau_{yz} \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{yz} + \xi_z \tau_{zz} \\ \xi_x b_x + \xi_y b_y + \xi_z b_z \end{bmatrix}, \quad \hat{G}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} + \eta_z \tau_{xz} \\ \eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy} + \eta_z \tau_{yz} \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{yz} + \eta_z \tau_{zz} \\ \eta_x b_x + \eta_y b_y + \eta_z b_z \end{bmatrix}, \quad \hat{H}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \zeta_x \tau_{xx} + \zeta_y \tau_{xy} + \zeta_z \tau_{xz} \\ \zeta_x \tau_{xy} + \zeta_y \tau_{yy} + \zeta_z \tau_{yz} \\ \zeta_x \tau_{xx} + \zeta_y \tau_{yz} + \zeta_z \tau_{zz} \\ \zeta_x b_x + \zeta_y b_y + \zeta_z b_z \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

Burada, kayma gerilmesi,

$$\tau_{x_j x_i} = \frac{M}{Re} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (7.7)$$

$$b_{x_i} = u_j \tau_{x_j x_i} - \dot{q}_{x_i} \quad (7.8)$$

ısı akısı,

$$\dot{q}_{x_i} = - \left[\frac{M \mu}{RePr(\gamma-1)} \right] \frac{\partial a^2}{\partial x_i} \quad (7.9)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Yukarıdaki denklemlerde M , Re ve Pr parametreleri sırasıyla Mach, Reynolds ve Prandtl sayılarını göstermektedir. Basınç değeri ideal gaz denklemleri kullanılarak elde edilir.

$$p = (\gamma-1) \left[E - \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \right] \quad (7.10)$$

Şu anda kullandığımız model Baldwin Lomax modeli olup tek denklemlili Spalart-Allmaras türbülans modeline geçmek için çalışmalar devam etmektedir. Bu model, özellikle bitişik akışlar için, iyi bir isabet ve direnç kombinasyonuna sahiptir. Bu türbülans modeli dış akışlar için ses altı, ses üstü ve geçiş hızlarında Menter'in SST modeliyle birlikte en sık kullanılan modeldir. Ayrıca bu model, çevrinti viskozitesi için temel bir taşınım denklemdir.

İlk olarak, akışın ortalama hareketi için gerekli denklemleri türetmek amacıyla Reynolds gerilme dağılımı belirlenmelidir. Reynolds gerilme denklemindeki terimler konveksiyon, difüzyon, üretim ve yıkım olarak tanımlanabilir. Çevrinti viskozitesi bağımlı bir değişkendir ve Reynolds gerilmesiyle aşağıdaki gibi ilişkilidir.

$$\nu_t = \frac{\overline{u'v'}}{du/dy} \quad (7.11)$$

Çevrinti viskozitenin taşınımı aşağıdaki temel Spalart-Allmaras denklemine göre yapılır:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + (u \cdot \nabla)F = \text{Diffusion} + \text{Production} - \text{Destruction} \quad (7.12)$$

Bu terimleri belirledikten sonra, Spalart-Allmaras modelinin esas denklemini aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = c_{b1}\tilde{S}\tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma}[\nabla \cdot ((\nu + \tilde{\nu})\nabla \tilde{\nu}) + c_{b2}(\nabla \tilde{\nu})^2] - c_{w1}f_w \left[\frac{\tilde{\nu}}{d} \right]^2 \quad (7.13)$$

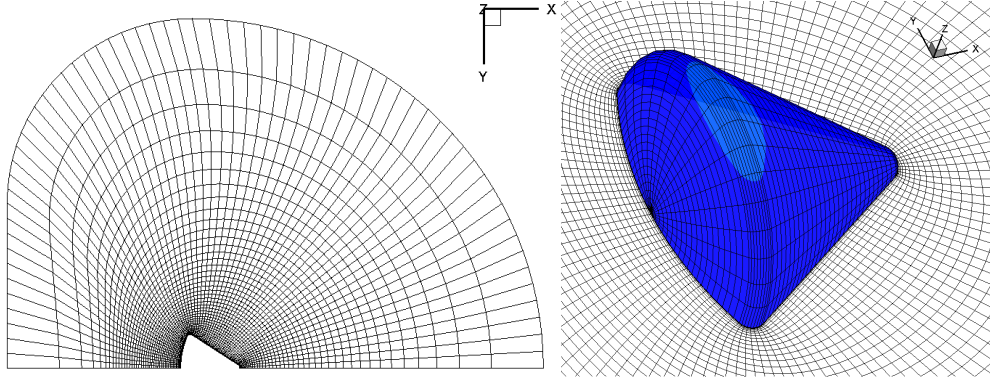
Burada, c_{b1} , c_{b2} , c_{w1} sabit değerler olmak üzere, \tilde{S} çevrinti şiddetini, σ türbülans prandtl sayısını, ν moleküler viskoziteyi, f_w boyutsuz bir fonksiyonu, $\tilde{\nu}$ çevrinti viskozitesini ve d duvara olan uzaklığı belirtmektedir. Spalart-Allmaras modelinin nümerik olarak kararlı olduğu ve çeşitli akış türleri için genelde iyi sonuçlar verdiği görülmüştür (Blottner ve Roy 2003)

7.4 Bulgular

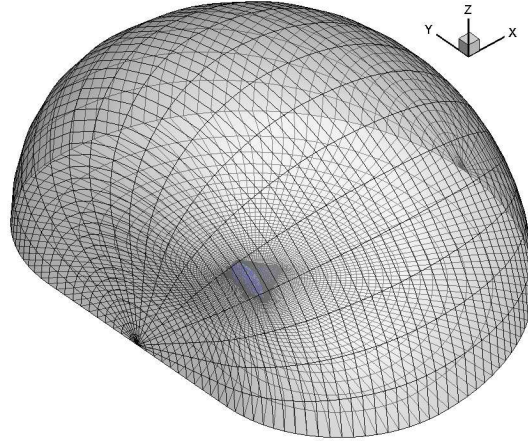
Süpersonik lüle akışlarında kullanılan üç boyutlu Euler çözücüsüne viskoz terimler eklenerek Navier-Stokes çözücüsü oluşturulmuş ve bu çözücünün hipersonik akışlar için uygun hale getirilmesi hedeflenmiştir. Euler çözücüsü içerisindeki üç boyutlu nozula ait sınır şartları değiştirilmiş ve hipersonik akış analizi için kullanılacak Apollo AS-202 geometrisi için oluşturulan grid dikkate alınarak uyarlanmıştır

Elimizdeki lüle akışlarında kullanılan üç boyutlu Euler çözücüsüne viskoz terimler eklenerek Navier-Stokes çözücüsü oluşturulmuştur. Bu çözücünün hipersonik akışlara uygun hale getirilmiştir. Euler çözücüsü içerisindeki üç boyutlu lüleye ait sınır şartları değiştirilmiş ve

hipersonik akış analizi için kullanılacak Apollo AS-202 geometrisi için oluşturulan grid dikkate alınarak uyarlanmıştır. Oluşturulan grid Şekil 7.1 ve Şekil 7.2 de gösterilmiştir.



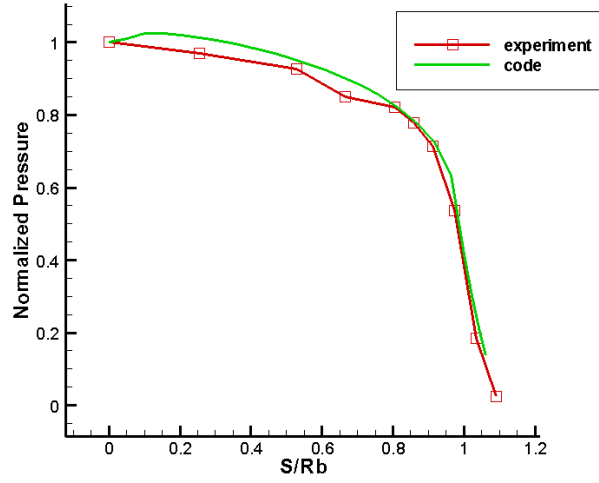
Şekil 7.1 Apollo AS-202 kapsülü için oluşturulan grid ve kapsül üzerindeki grid dağılımı.



Şekil 7.2 Apollo AS-202 kapsülü için oluşturulan üç boyutlu grid (64x48x18)

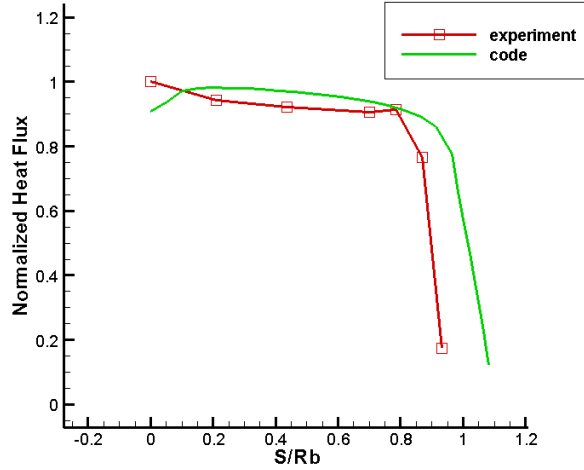
Navier-Stokes çözücüsü kullanılarak normalize edilmiş basınç ve ısı akısı değerleri kapsülün burnu boyunca Mach sayısı 10.18 iken hesaplanmış ve deneysel verilerle karşılaştırılmıştır (Bertin 1966).

Şekil 7.3 te atak açısı 0° iken sayısal ve deneysel olarak normalize edilmiş basınç değerleri gösterilmiştir. Burada S burun yüzeyini, R_b ise gövde yarıçapını belirtmektedir. Grafikten anlaşılacağı üzere sayısal ve deneysel veriler uyuşma göstermektedir.



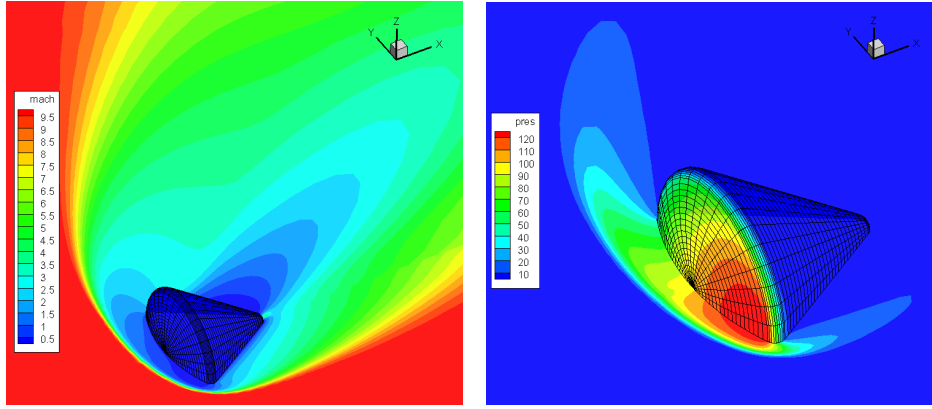
Şekil 7.3 Apollo kapsülü üzerindeki burun boyunca normalize edilmiş hesaplamalı ve deneysel basınç değerleri (Mach number=10.18, atak açısı=0°)

Şekil 7.4 te yine aynı şartlar için sayısal ve deneysel olarak normalize edilmiş ısı akısı değerleri gösterilmiştir. Burada sayısal ve deneysel veriler aynı trendi izlemesine rağmen veriler arasında çok iyi bir uyuşma görülmemektedir. HAD yazılımının doğrulanmasıyla ilgili çalışmalar halen devam etmektedir.

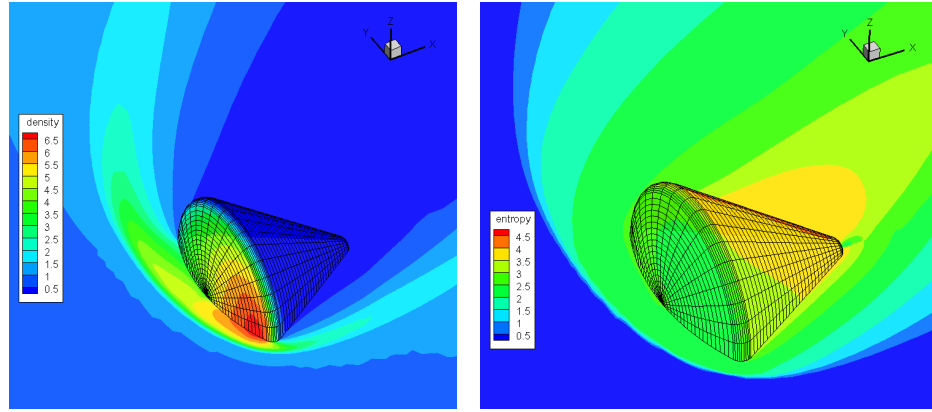


Şekil 7.4 Apollo kapsülü üzerindeki burun boyunca normalize edilmiş hesaplamalı ve deneysel ısı akısı değerleri (Mach number=10.18, atak açısı=0°)

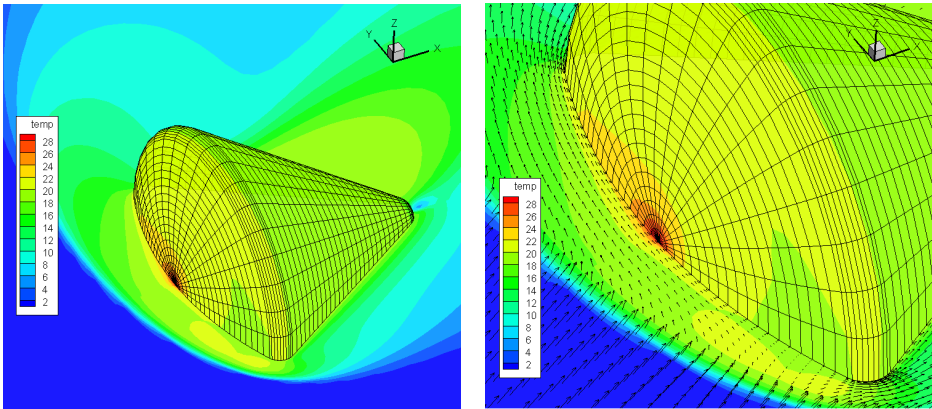
Türbülans analizi için Baldwin-Lomax türbülans modeli akış çözücüsüne dahil edilmiştir. Apollo kapsülü etrafındaki hipersonik akış, Mach sayısı 10 ve atak açısı -30° iken Baldwin-Lomax türbülans modeli kullanılarak incelenmiştir. Kullanılan grid, Baldwin-Lomax türbülans modeline özel bazı kriterler dikkate alınarak oluşturulmuştur. Şekil 7.5, 7.6 ve 7.7 de Mach sayısı 10 ve atak açısı -30° iken elde edilen sonuçlar görülmektedir. Şekillerin üzerindeki değerler normalize edilmiş değerlerdir.



Şekil 7.5 Re-entry aracı etrafında Mach sayısı ve basınç dağılımı
(Mach sayısı=10, atak açısı= -30°)

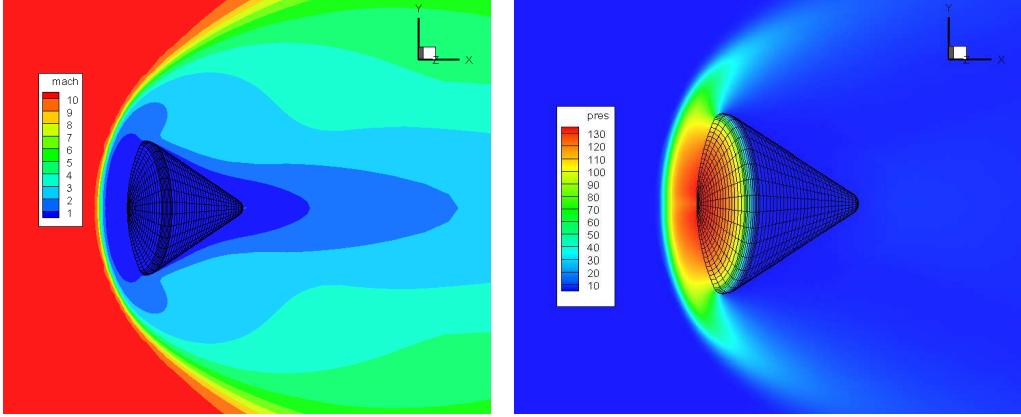


Şekil 7.6 Re-entry aracı etrafında yoğunluk ve entropi dağılımı
(Mach sayısı=10, atak açısı= -30°)

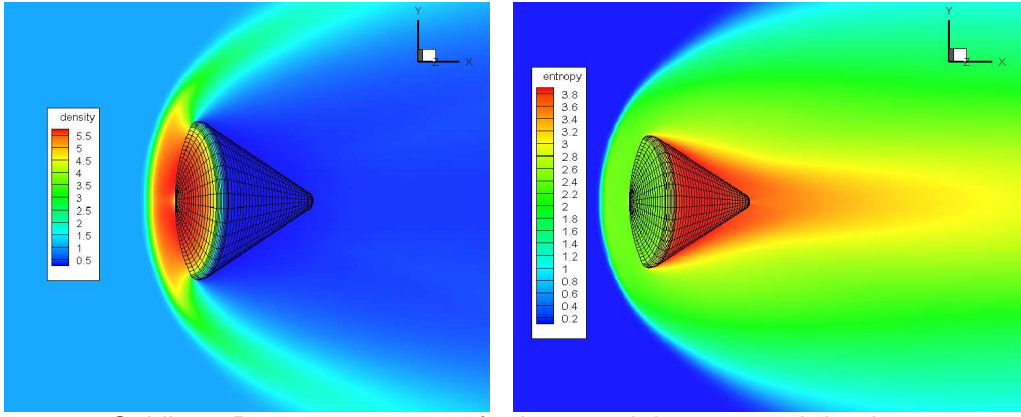


Şekil 7.7 Re-entry aracı etrafında sıcaklık dağılımı ve hız vektörleri
(Mach sayısı=10, atak açısı= -30°)

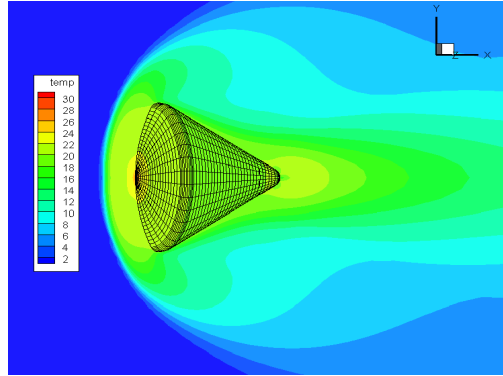
Şekil 7.8, 7.9 ve 7.10 da ise Mach sayısı 10.18 ve atak açısı 0° iken elde edilen sonuçlar görülmektedir.



Şekil 7.8 Re-entry aracı etrafında Mach sayısı ve basınç dağılımı
(Mach sayısı=10.18, atak açısı= 0°)



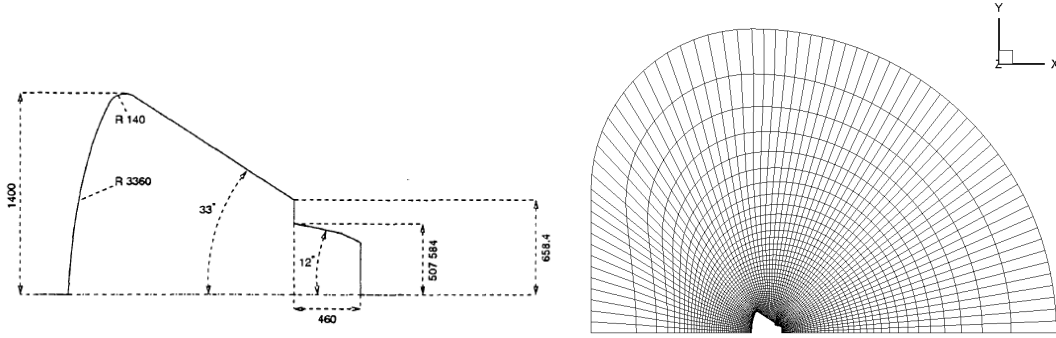
Şekil 7.9 Re-entry aracı etrafında yoğunluk ve entropi dağılımı
(Mach sayısı=10.18, atak açısı= 0°)



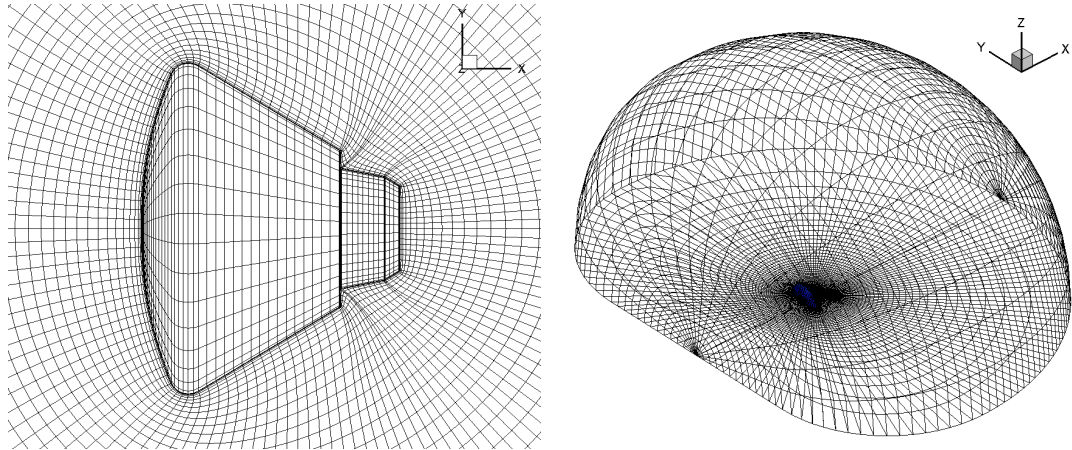
Şekil 7.10 Re-entry aracı etrafında sıcaklık dağılımı
(Mach sayısı=10.18, atak açısı= 0°)

Şu andaki yazılım ideal gaz denklemlerini kullanıldığından ve sonuçlar kimyasal reaksiyon etkileri içermediğinden değerler olması gerekenden farklıdır. Örneğin, Şekil 7.7 deki sıcaklık değerini ele aldığımızda burun bölgesindeki sıcaklık 7500-8000 K e karşılık gelmektedir ve olması gereken sıcaklık değerinden oldukça yüksektir. Ayrıca, hız vektörlerinin sınır tabaka fiziğine uygun bir şekilde dağıldığı görülmektedir.

Üç boyutlu hipersonik problemleriyle ilgili ulaşılabilir veri miktarı bir hayli kısıtlı olduğundan kodun doğrulaması için oluşturulan çözücü bir başka geometri üzerinde daha denenmiştir. Bu geometri Avrupa Uzay Ajansı (ESA) 'nın ilk atmosferik geçiş görevi icra eden aracına aittir ve 'Atmospheric Reentry Demonstrator (ARD)' olarak geçmektedir. ARD geometrisi (Walpot 2001) ve ARD için oluşturulan üç boyutlu grid aşağıda görülmektedir.

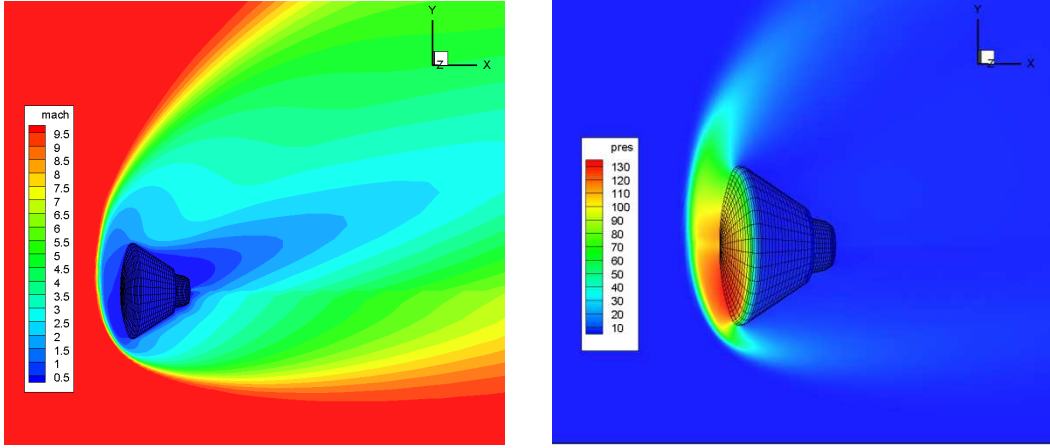


Şekil 7.11 ARD geometrisi ve oluşturulan gridin iki boyutlu görüntüsü

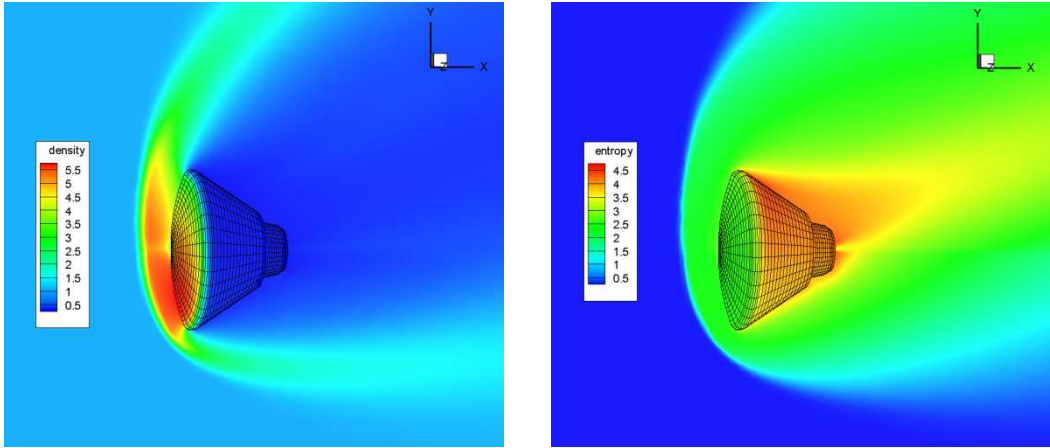


Şekil 7.12 ARD üzerindeki grid dağılımı ve üç boyutlu grid görüntüsü (72x48x18)

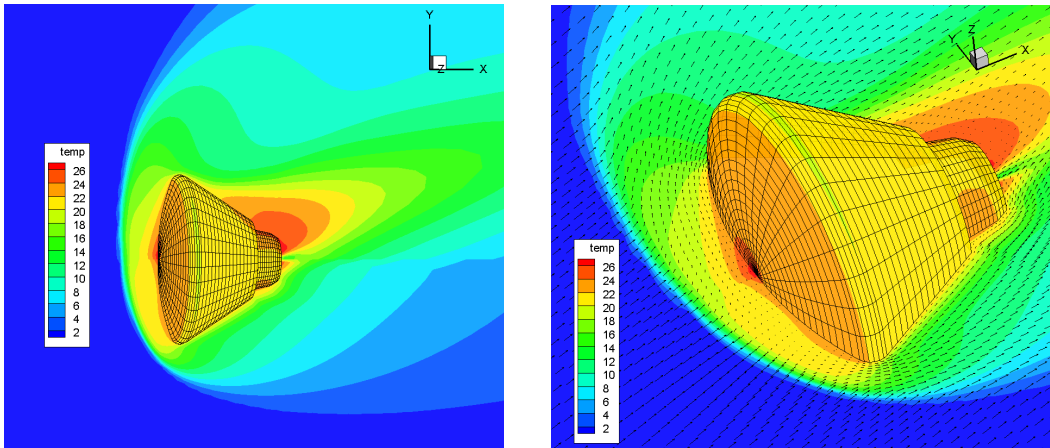
ARD etrafındaki hipersonik akış, Mach sayısı 10 ve atak açısı -20° iken Baldwin-Lomax türbülans modeli kullanılarak incelenmiştir. Şekil 7.13, 7.14 ve 7.15 te Mach sayısı 10 ve atak açısı -20° iken elde edilen bazı sonuçlar görülmektedir. Şekillerin üzerindeki değerler normalize edilmiş değerlerdir.



Şekil 7.13 ARD aracı etrafında Mach sayısı ve basınç dağılımı
(Mach sayısı=10, atak açısı= -20°)

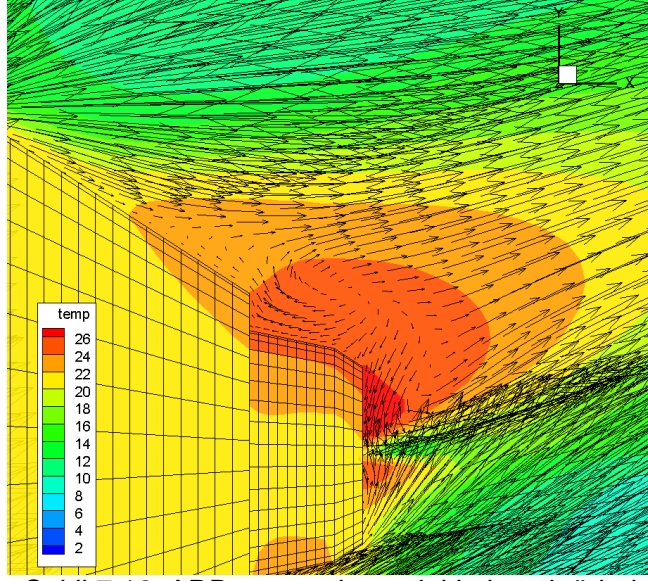


Şekil 7.14 ARD aracı etrafında yoğunluk ve entropi dağılımı
(Mach sayısı=10, atak açısı= -20°)

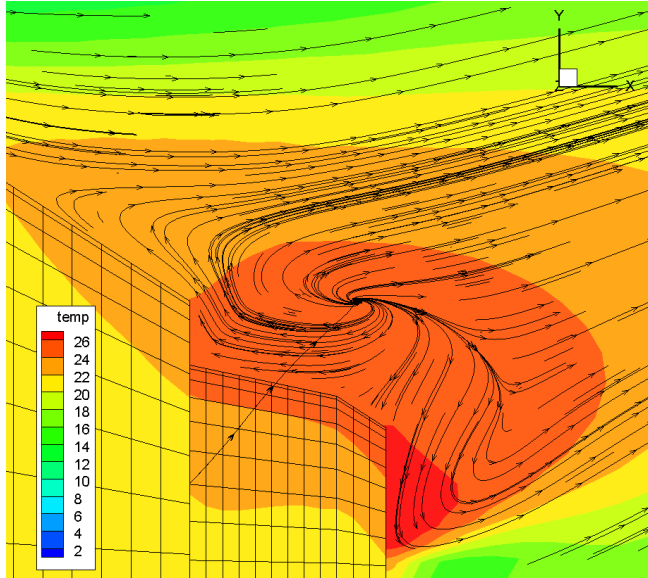


Şekil 7.15 ARD aracı etrafında sıcaklık dağılımı ve hız vektörleri
(Mach sayısı=10, atak açısı= -20°)

Aşağıda atak açısı -20° iken ARD aracının arka kısmındaki akı vektörleri ve akım çizgileri görülmektedir. Üst bölgede akımın geometriden ayrılmaya başlamasından itibaren çivrinti oluşmaktadır.

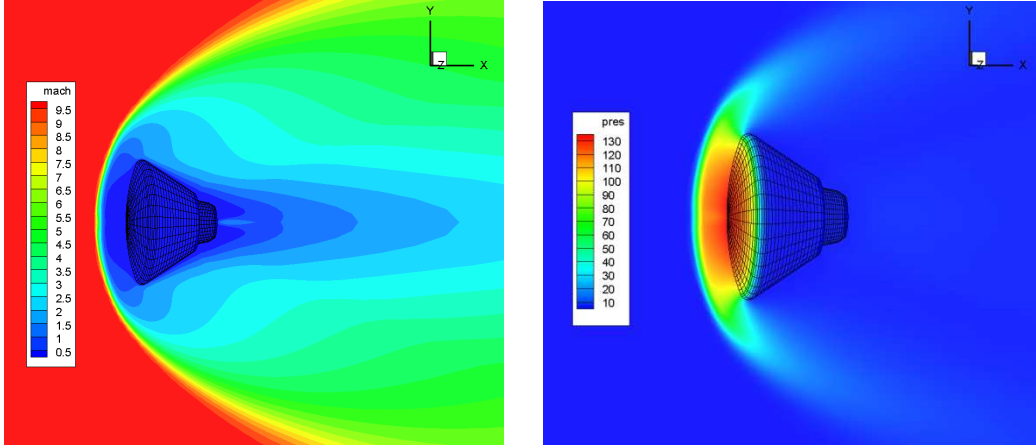


Şekil 7.16 ARD aracı arkasındaki akı vektörleri
(Mach sayısı=10, atak açısı= -20°)

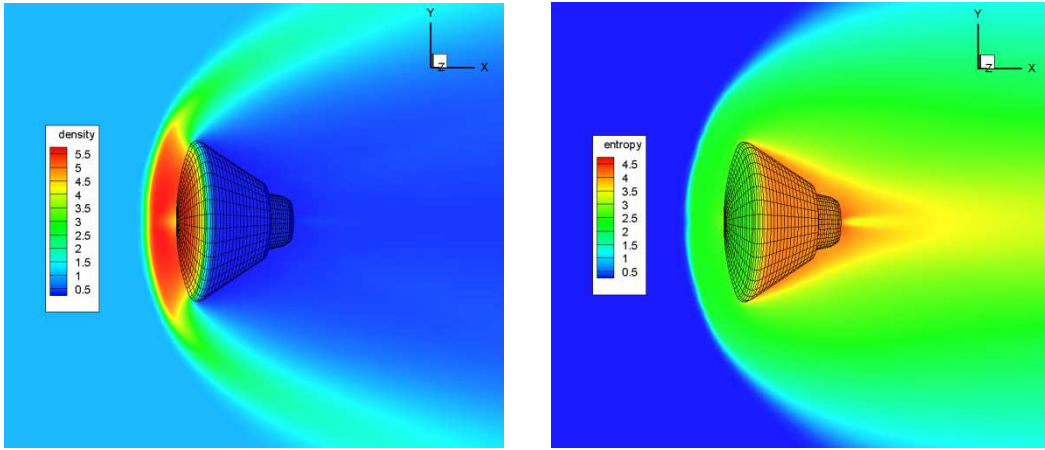


Şekil 7.17 ARD aracı arkasındaki akım çizgileri
(Mach sayısı=10, atak açısı= -20°)

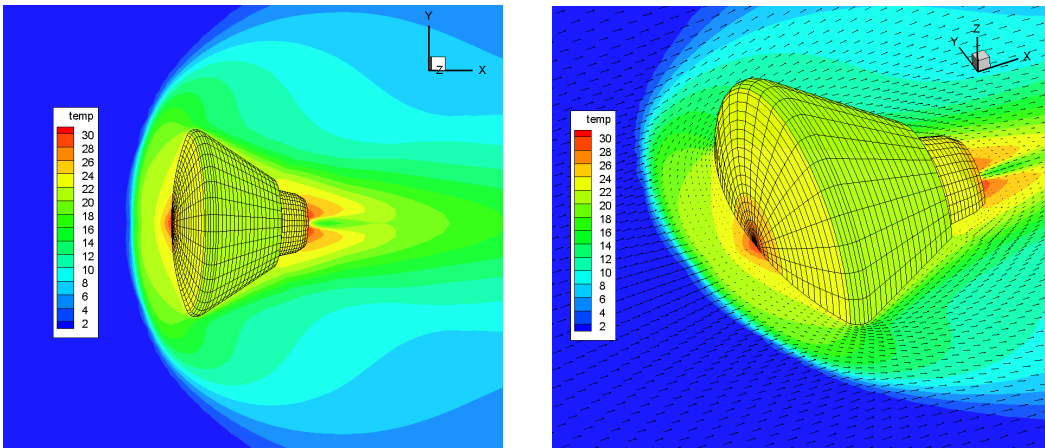
ARD kapsülü etrafındaki hipersonik akış, Mach sayısı 10 ve atak açısı 0° iken Baldwin-Lomax türbülans modeli kullanılarak incelenmiştir. Şekil 7.18, 7.19 ve 7.20 de Mach sayısı 10 ve atak açısı 0° iken elde edilen sonuçlar görülmektedir. Şekillerin üzerindeki değerler normalize edilmiş değerlerdir.



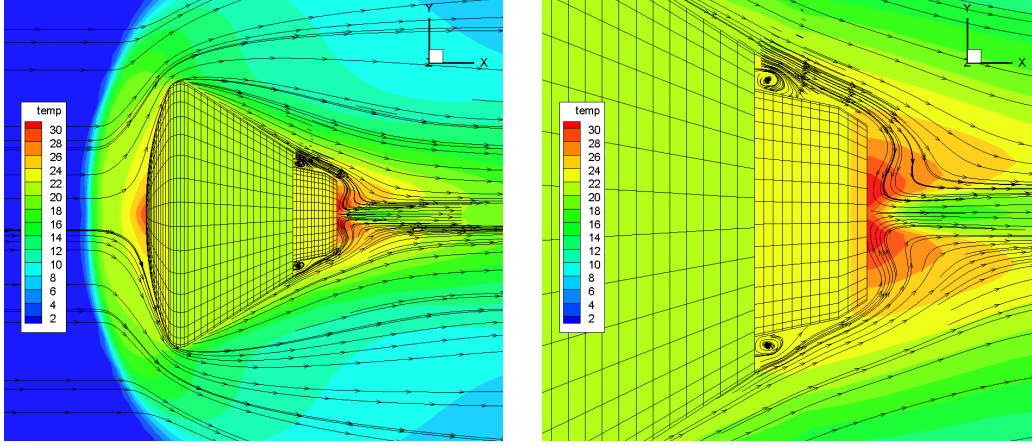
Şekil 7.18 ARD aracı etrafında Mach sayısı ve basınç dağılımı
(Mach sayısı=10, atak açısı= 0°)



Şekil 7.19 ARD aracı etrafında yoğunluk ve entropi dağılımı
(Mach sayısı=10, atak açısı= 0°)



Şekil 7.20 ARD aracı etrafında sıcaklık dağılımı ve hız vektörleri
(Mach sayısı=10, atak açısı= 0°)



Şekil 7.21 ARD aracı etrafındaki akım çizgileri ve çevrinti bölgesi
(Mach sayısı=10, atak açısı= 0°)

Şekil 7.21 de atak açısı 0° iken akım çizgileri ve aracın arkasındaki çevrinti bölgesi görülmektedir. Sonuçlar incelendiğinde ARD kapsülü etrafındaki değişken dağılımlarının genelde tahmin edildiği gibi çıktığı görülmektedir. Sonuçların daha iyi yakınsaması için çalışılmalar sürdürülmektedir. Yine koda hali hazırda dahil edilen Baldwin-Lomax türbülans modeli kullanılarak çeşitli atak açıları ve Mach sayılarında Apollo ve ARD kapsülleri için akış analizleri yapılacak ve deneysel olarak karşılaştırmalı bazı sonuçlar elde edilecektir.

Türbülans analizi için bir diğer türbülans modeli olan Spalart-Allmaras modeli üzerine çalışmalar devam etmektedir. Bu modelin hipersonik akış uygulamalarında genellikle başarılı olduğu görülmüştür. [4,5] Yine Spalart-Allmaras modeli kullanılarak hipersonik akış çözücüsünden elde edilen basınç, ısı akısı, yüzey sürtünme katsayısı gibi sonuçlar deneysel verilerle karşılaştırılarak doğruluğun sağlanması ve kod üzerindeki türbülans analizi uygulamasının başarıyla bitirilmesi hedeflenmektedir.

7.5 Sonuç/Tartışma

Sonuçlar incelendiğinde ARD kapsülü etrafındaki akış değişken dağılımlarının genelde beklendiği gibi çıktığı görülmektedir. Sonuçların daha iyi yakınsaması için çalışmalar devam etmektedir. Yine koda hali hazırda dahil edilen Baldwin-Lomax türbülans modeli kullanılarak çeşitli atak açıları ve Mach sayılarında Apollo ve ARD kapsülleri için akış analizleri yapılacak ve deneysel olarak karşılaştırmalı bazı sonuçlar elde edilecektir.

Türbülans analizi için bir diğer türbülans modeli olan Spalart-Allmaras modeli üzerine çalışmalar devam etmektedir. Bu modelin hipersonik akış uygulamalarında genellikle başarılı olduğu görülmüştür (Blottner ve Roy 2003,2006). Yine Spalart-Allmaras modeli kullanılarak hipersonik akış çözücüsünden elde edilen basınç, ısı akısı, yüzey sürtünme katsayısı gibi

sonuçlar deneysel verilerle karşılaştırılarak doğruluğun sağlanması ve kod üzerindeki türbülans analizi uygulamasının başarıyla bitirilmesi hedeflenmektedir.

Kaynaklar

Ballmann, J., Coratekin, T., Keuk, J. 2004 "Performance of Upwind Schemes and Turbulence Models in Hypersonic Flows", AIAA Journal, Vol.42, No.5

Blottner, F.G. ve Roy, C.J., 2001. "Assessment of One- and Two-Equation Turbulence Models for Hypersonic Transitional Flows", Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.38, No.5

Blottner, F.G., Roy, C.J. 2006. " Review and assessment of turbulence models for hypersonic flows", Progress in Aerospace Sciences, 42 (2006) 469-530

Blottner, F.G., Roy, C.J., 2003. "Methodology for Turbulence Model Validation: Application to Hypersonic Flows", Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.40, No.3

Christopher J. Roy, Frederick G. Blottner, 2006" Review and assessment of turbulence models for hypersonic flows", Progress in Aerospace Sciences, 42 469-530.

Coratekin T., Keuk J. ve Ballmann J., 2004. "Performance of Upwind Schemes and Turbulence Models in Hypersonic Flows", AIAA Journal, 42, 945-957.

Gorshkov, A.B. 2011. "Heat Transfer - Mathematical Modeling, Numerical Methods and Information Technology", ISBN 978-953-307-550-1

Bertin, J. J. 1966 "The Effect of Protuberances, Cavities, and Angle of Attack on the Wind Tunnel Pressure and Heat Transfer Distribution for the Apollo Command Module," NASA Technical Memorandum, NASA TMX-1243

Nichols R.H., "Turbulence Models and Their Application to Complex Flows", University of Alabama at Birmingham

Paciorri R., Dieudonne W., Degrez G., Charbonnier J.M. ve Deconinck H. 1998. "Exploring the Validity of the Spalart–Allmaras Turbulence Model for Hypersonic Flows", Journal of Spacecraft and Rockets, 35, 121-126.

Reddy D.S.K., Sinha K. 2011. "Effect of Chemical Reaction Rates on Aeroheating Predictions of Reentry Flows", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol.25, 21-26.

Shang J.S., Surzhikov S.T., 2010. "Simulating Nonequilibrium Flow for Ablative Earth Reentry", Journal of Spacecraft and Rockets, 47, 806-815

Spalart P.R., Allmaras S.R., 1992. "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows", AIAA Paper 92-0439



Teramoto S., Hiraki K., Fujii K. 2001. "Numerical Analysis of Dynamic Stability of a Reentry Capsule at Transonic Speeds", AIAA Journal, 39, 646-653

Walpot, L. 2001. "Numerical Analysis of the ARD Capsule in S4 Wind Tunnel", 4th Europe Symposium of Aerothermodynamics for Space Applications, ESA SP-487, Capua, Italy

8. HİPERSONİK AKIŞLARDA DİFÜZYON ETKİSİ

Çalışmada Görev Alanlar: Yüksek Lisans Öğrencisi Hilmi Berk Gür (Bursiyer)

Doç. Dr. Sinan Eyi (Proje Yöneticisi)

8.1 Giriş

Projenin bu kısmında hipersonik akışların analizlerinde difüzyon etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Hipersonik akış şartlarında, üç boyutlu Navier-Stokes ve sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemlerini çözebilen yazılıma difüzyon terimleri eklenmiştir. Bu çalışmada, difüzyon Ficks ve Stefan-Maxwell denklemlerini kullanarak modellenmiştir. Projenin bu bölümü ile ilgili çalışmalar halen aşağıda belirtilen bir yüksek lisans tezi olarak sürdürülmektedir. Bu konu ile ilgili proje kapsamında yayınlanan konferans bildirimleri aşağıda verilmiştir.

Proje konusu ile ilgili olarak halen devam eden yüksek lisans tez çalışması:

1. Gür, H. B., "Effects of Diffusion in Hypersonic Flow," Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü, Tahmin edilen bitiş tarihi Eylül 2016 (Supervisor: Eyi, S.)

Proje konusu ile ilgili olarak yayınlanan konferans bildirimleri aşağıda verilmiştir:

1. Gür, H. B. ve Eyi, S., "Effects of Diffusion in Hypersonic Flow," Paper No 130, 8th ICCHMT (International Conference on Computational Heat and Mass Transfer), 25-28 Mayıs 2015, İstanbul
2. Gür, H. B. ve Eyi, S., "Diffusion Analysis in Hypersonic Flow," 7th International Conference on Recent Advances in Space Technologies, RAST 2015, 16-19 Haziran 2015, İstanbul
3. Gür, H. B. ve Eyi, S., "Analysis of Diffusion in Hypersonic Flow Regimes," 12th International Planetary Probe Workshop, IPPW2015-3204, 13-19 Haziran 2015, Cologne, Almanya
4. Gür, H. B. ve Eyi, S., "Diffusion Effect on Hypersonic Flow Using Fick's Law," AIAA Paper 2015-3797, 51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, 27-29 Temmuz, Orlando, Florida, ABD

8.2 Literatür Özeti

Hipersonik akışlar da yüksek sıcaklık değişimlerinden dolayı ideal gaz denklemleri geçerliliğini yitirmektedir. Bu kabul yerine gerçek gaz denklemleri kullanılmaktadır. Aynı zamanda akışın difüzyon yapısının çözülebilmesi için gazların birbirleri arasındaki etkileşimin

de bilinmesi gerekmektedir. Bu etkiler göz önüne alınarak denklemler üzerinde değişiklikler yapılmalıdır (Scalabrin 2007). Genel olarak hipersonik akışlarda difüzyon modellenmesi için Ficks Kanunu kullanılmaktadır (Desmeuzes vd. 1997). Son zamanlarda Ficks kanunu yerine daha doğru sonuçlar veren Stefan-Maxwell denklemleri tercih edilmektedir (Sutton ve Gnoffo 1997). Bu çalışmanın amacı, kimyasal reaksiyonlu hipersonik akışlarda, Ficks ve Stefan-Maxwell difüzyon modellerinin karşılaştırılmasıdır.

8.3 Yöntem

Bu çalışmada hipersonik akışlardaki difüzyon etkisini göz önüne alabilmek için üç boyutlu Navier-Stokes denklemleri ve sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri eş zamanlı olarak difüzyon modelleri ile birlikte çözülmüştür.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial x} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial y} + \frac{\partial(H - H_v)}{\partial z} = S_{cv} \quad (8.1)$$

Denklem (8.1)'de Q akış değişkenlerini, F , G , H viskoz olmayan akıları, F_v , H_v , G_v ise viskoz akıları sembolize etmektedir. Son olarak kaynak terimi olarak S_{cv} kullanılmaktadır. Q , F , G , H ve S_{cv} vektörleri;

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \\ \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_{ns-1} \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (E + P)u \\ \rho_1 u \\ \vdots \\ \rho_{ns-1} u \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ \rho vw \\ (E + P)v \\ \rho_1 v \\ \vdots \\ \rho_{ns-1} v \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + P \\ (E + P)w \\ \rho_1 w \\ \vdots \\ \rho_{ns-1} w \end{bmatrix}, S_{cv} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_{ns-1} \end{bmatrix} \quad (8.2)$$

viskoz akı vektörü;

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \tau_{xz}w - q_x + \sum J_{x,s} h_s \\ -J_{x,1} \\ \vdots \\ -J_{x,ns} \end{bmatrix}, G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \tau_{yz}w - q_y + \sum J_{y,s} h_s \\ -J_{y,1} \\ \vdots \\ -J_{y,ns} \end{bmatrix} \quad (8.3)$$

$$H_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ \tau_{zx}u + \tau_{zy}v + \tau_{zz}w - q_z + \sum J_{z,s} h_s \\ -J_{z,1} \\ \vdots \\ -J_{z,ns} \end{bmatrix}$$

Bu denklemlerin normal Navier-Stokes denklemlerinden farkı, gaz türlerine ait süreklilik denklemlerini barındırıyor olmasıdır. Kimyasal türlerin süreklilik denklemlerinde bulunan “ J ” terimi difüzyon akısı olarak adlandırılmaktadır. Bu akı farkı modeller yardımı ile çözülmektedir. En basit ve temel olan denklem Fick kanunu olarak bilinmektedir. Bu kanunda difüzyon akısı J aşağıdaki gibi hesaplanabilir (Jain 2007).

$$\vec{J}_i = -\rho D_m \nabla Y_i \quad (8.4)$$

Bu formülde kullanılan “ D_m ” terimi difüzyon katsayı olarak adlandırılmakta ve Fick kanunda bu katsayı bütün gazlar için sabit kabul edilmektedir. Bu yüzden de Fick kanunu difüzyon akılarını ölçmek için kullanılabilir en temel formüldür. Bu kanunda basınç ve sıcaklık değişimlerinden dolayı oluşan difüzyon ihmal edilmektedir. Fick kanunu akış hızının 10km/s olduğu akış alanlarında geçerlidir. Fick kanununda bulunan “ ∇Y_i ” terimi bir gazın yoğunluğunun toplam gaz yoğunluğuna oranını (mass fraction) göstermektedir (Sutton ve Gnoffo 1997).

Fick kanunu dışında difüzyon akısını hesaplamamanın bir diğer yolu da Stefan-Maxwell ikili difüzyon katsayı yöntemidir. Fick kanunundan farklı olarak burada difüzyon katsayısı olan “ D_m ” sabit olarak alınmamaktadır. Her bir gazın diğer bir gaz ile olan etkileşimi için ayrı katsayılar kullanılmaktadır (Sekhar 2012).

$$\vec{J}_\alpha = \rho \frac{Y_\alpha}{X} \sum_{\beta=1}^N D_{\alpha\beta} \vec{d}_\beta - D_\alpha^T \nabla \ln T \quad (8.5)$$

Difüzyon akısı (8.5) numaralı denklemle hesaplanmaktadır. Bu denklemdeki “ \vec{d}_β ” terimi ise difüzyon vektörü olarak adlandırılır ve aşağıdaki denklemde gösterilmiştir (Sekhar 2012).

$$\vec{d}_\alpha \equiv \nabla X_\alpha + (X_\alpha - Y_\alpha) \nabla \ln \rho \quad (8.6)$$

Yapılan çalışmalarda, akış değişkenleri ve denklemleri boyutsuz hale getirilmiştir. Boyutsuzlaştırma için kullanılan karakteristik değişkenler aşağıda gösterilmiştir.

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad u^* = \frac{U}{V_\infty}, \quad t^* = \frac{t}{L/V_\infty}, \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty}, \quad T^* = \frac{T}{T_\infty} \quad (8.7)$$

$$P^* = \frac{P}{V_\infty^2 \rho_\infty}, \quad e^* = \frac{e}{V_\infty^2}, \quad h^* = \frac{h}{V_\infty^2}, \quad \mu^* = \frac{\mu}{\mu_\infty}, \quad D^* = \frac{D}{V_\infty^* L}$$

Boyutsuz değişkenler denklemlerde yerlerine konularak boyutsuz denklemler elde edilmiştir. Bu şekilde elde edilen boyutsuz süreklilik denklemi aşağıda verilmiştir.

$$\left[\frac{\partial \rho^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho^* u^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* v^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial(\rho^* w^*)}{\partial z^*} \right] = 0 \quad (8.8)$$

Benzer olarak momentum denkleminin bileşenleri boyutsuz hale getirilebilir.

$$\frac{\partial(\rho^* u^*)}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho^* u^{*2} + P^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* u^* v^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial(\rho^* u^* w^*)}{\partial z^*} = \mu^* \left[\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \right] * \frac{1}{\text{Re}} \quad (8.9)$$

$$\frac{\partial(\rho^* v^*)}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho^* u^* v^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* v^{*2} + P^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial(\rho^* v^* w^*)}{\partial z^*} = \mu^* \left[\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right] * \frac{1}{\text{Re}} \quad (8.10)$$

$$\frac{\partial(\rho^* w^*)}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho^* u^* w^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* v^* w^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial(\rho^* w^{*2} + P^*)}{\partial z^*} = \mu^* \left[\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \right] * \frac{1}{\text{Re}} \quad (8.11)$$

Boyutsuz enerji denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho^* E^*)}{\partial t^*} + \frac{\partial(u^*(E^* + P^*))}{\partial x^*} + \frac{\partial(v^*(E^* + P^*))}{\partial y^*} + \frac{\partial(w^*(E^* + P^*))}{\partial z^*} - \\ & - \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial(\tau_{xx}^* u^* + \tau_{xy}^* v^* + \tau_{xz}^* w^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\tau_{yx}^* u^* + \tau_{yy}^* v^* + \tau_{yz}^* w^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial(\tau_{zx}^* u^* + \tau_{zy}^* v^* + \tau_{zz}^* w^*)}{\partial z^*} \right] - \\ & - \frac{1}{\text{Pr}} \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{\text{Ec}} \left[\frac{\partial q^*}{\partial x^*} + \frac{\partial q^*}{\partial y^*} + \frac{\partial q^*}{\partial z^*} \right] - \frac{1}{\text{Sc}} \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial(\sum J_s^* h_s^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\sum J_s^* h_s^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial(\sum J_s^* h_s^*)}{\partial z^*} \right] = 0 \end{aligned} \quad (8.12)$$

Boyutsuzlaştırılmış kimyasal türlere ait süreklilik denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\left[\frac{\partial \rho^* Y_k}{\partial t^*} + \frac{\partial \rho^* u^* Y_k}{\partial x^*} + \frac{\partial \rho^* v^* Y_k}{\partial y^*} + \frac{\partial \rho^* w^* Y_k}{\partial z^*} \right] = \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{\text{Sc}} \left(\frac{\partial^2 Y_k}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 Y_k}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 Y_k}{\partial z^{*2}} \right) + \dot{\omega}^* \quad (8.13)$$

Bu denklemlerde Re Reynolds Sayısını, Pr Prandtl Sayısını, Pe Peclet Sayısını, Sc Schmidt Sayısını ve Eckert Sayısını temsil etmektedir.

$$\text{Re} = \frac{\rho V L}{\mu}, \quad \text{Pr} = \frac{C_p \mu}{k}, \quad \text{Pe} = \frac{V L}{D} = \text{Re} * \text{Sc}, \quad \text{Ec} = \frac{C_p T}{V^2}, \quad \text{Sc} = \frac{\nu}{D} = \frac{\mu}{\rho D} \quad (8.14)$$

İlk aşamada difüzyon modeli olarak Fick kanunu kullanılmıştır. Fakat Fick kanununun basit olması yüzünden daha sonraki analizlerde daha detaylı bir difüzyon modeli olan Stefan-Maxwell denklemleri kullanılacaktır. Stefan-Maxwell yönteminde, difüzyon akısı aşağıdaki denklem yardımı ile hesaplanmaktadır (Sutton ve Gnoffo 1997).

$$J_i = -\rho D_{im} \nabla Y_i + \frac{Y_i}{(1-x_i)} D_{im} \sum_{j \neq i} \left(\rho \frac{M}{M_j} \nabla Y_i + \frac{M}{M_j} \frac{J_j}{D_{ij}} \right) \quad (8.15)$$

Yukarıdaki denklemin sağ tarafındaki ilk terim Fick kanunu ile hesaplanmaktadır. İkinci terim ise Stefan-Maxwell formülünü detaylandıran kısımdır. Bu formülde birinci gaz türünün difüzyonu, ikinci gaz türünün difüzyonundan etkilenmektedir. Aynı şekilde tam tersi de geçerlidir. Bu formülde x_i terimi mol oranını göstermektedir. Bu formülde kullanılan difüzyon katsayı sabit olarak alınmamaktadır. Difüzyon katsayısının hesaplanması için aşağıdaki denklem kullanılmaktadır.

$$D_{ij} = D_{ij} \left[1 + \frac{x_k \left(\frac{M_k}{M_j} D_{ik} - D_{ij} \right)}{x_i D_{jk} + x_j D_{ik} + x_k D_{ij}} \right] \quad (8.16)$$

Bu denklemde kullanılan D_{ij} terimi ikili difüzyon katsayısıdır. Denklemin sağ tarafındaki pay ve payda kısımlarında diğer gaz türlerine ait ikili difüzyon katsayıları bulunmaktadır. İkili difüzyon katsayısı aşağıdaki denklem yardımı ile hesaplanmaktadır.

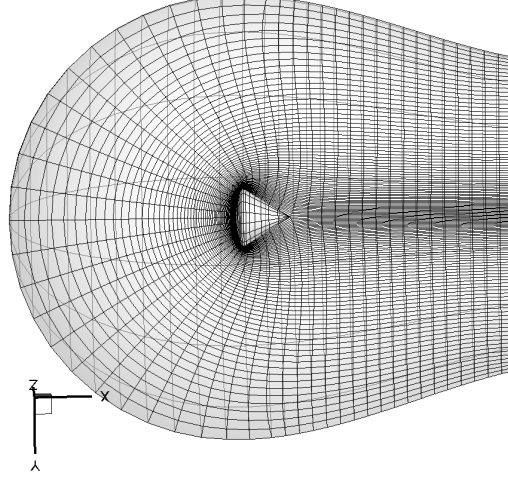
$$\rho D_{ij} = 7,1613 \times 10^{-25} \frac{M \left[T \left(\frac{1}{M_i} + \frac{1}{M_j} \right) \right]}{\Omega_{ij}} \quad (8.17)$$

Yukarıdaki denklemde verilen Ω_{ij} terimi kütle difüzyonunun çarpışma bölgesini, M ise o türün molünü temsil eder. Stefan-Maxwell difüzyon denkleminde, bir gaz türünün difüzyon katsayısını hesaplarken diğer türlerin mol ve ikili difüzyon katsayılarını kullanmak gerekmektedir. Bu nedenlerden ötürü Stefan-Maxwell difüzyon denklemini Fick kanununa göre daha kapsamlı bir analiz sağlamaktadır.

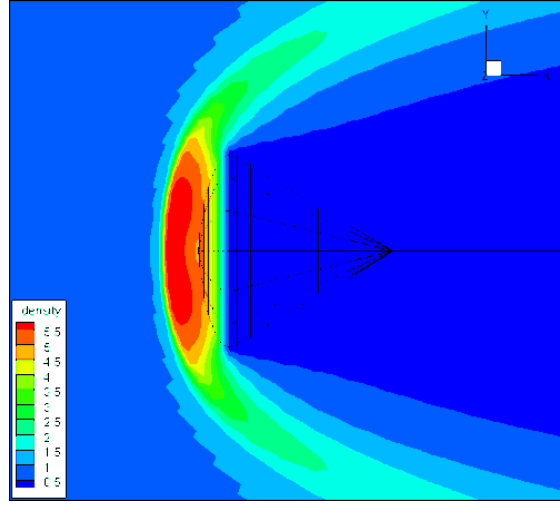
8.4 Bulgular

Bu çalışmada Apollo AS-202 kapsülünün dünyaya dönerken çevresinde oluşan akış incelenmektedir. Bu inceleme de dikkat edilecek nokta ise gazların birbirleriyle yaptıkları difüzyon etkileri incelemektir. Fick kanunu ile Appolo kapsülü için analizler iki farklı mesh için yapılmıştır. Bu meshlerden en küçük olanı 32x16x9 ölçülerine, daha büyük olanı ise

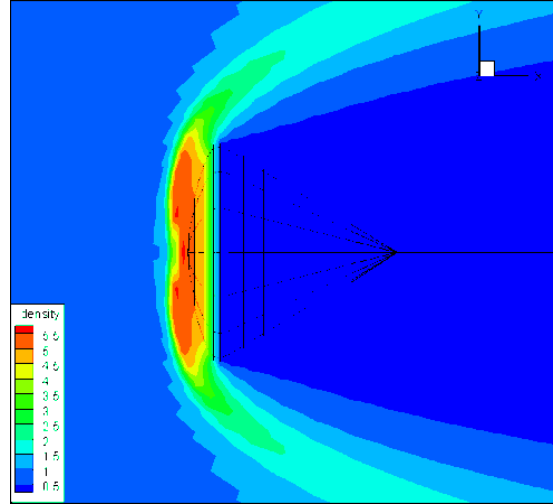
32x63x9 ölçülerine sahiptir ve şekil 8.1 de görülmektedir. Boyut olarak daha küçük olan mesh için difüzyon etkili ve difüzyon etkisi olmadan analizler yapılmıştır. Bu analizlerde giriş açısı 0 derece olarak alınmıştır.



Şekil 8.1 Apollo AS-202 Kapsülü



a) Difüzyon etkili



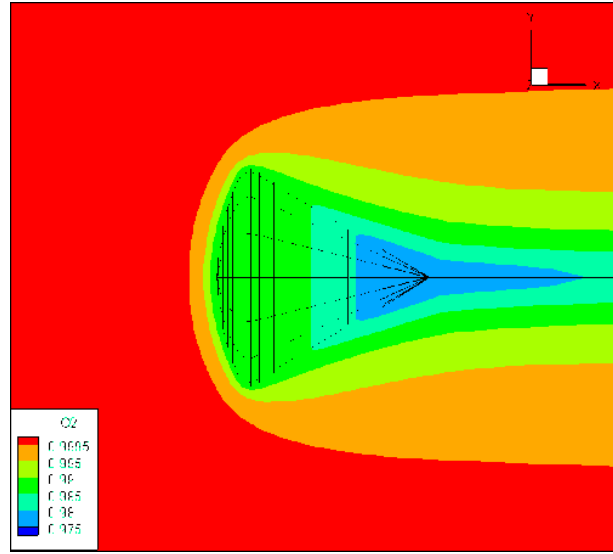
b) Difüzyon etkisi olmadan

Şekil 8.2 Yoğunluk dağılımı (küçük mesh, $M=10$, $\alpha=0$)

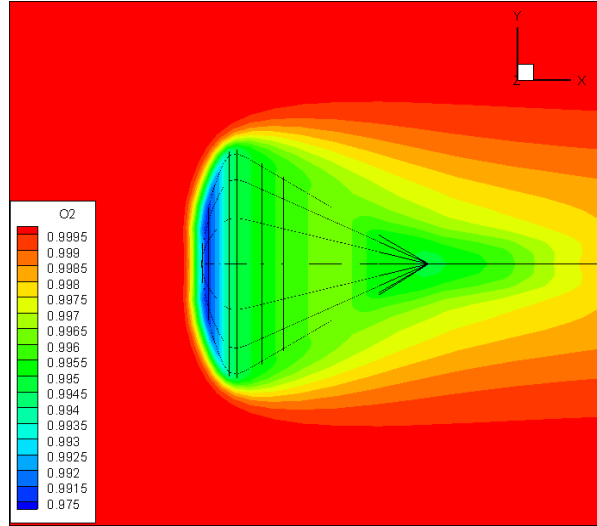
Şekil 8.2'de Apollo kapsülü çevresindeki yoğunluk dağılımı küçük mesh için verilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi, difüzyon etkisi nedeniyle yoğunluk dağılımında değişiklikler oluşmaktadır. Özellikle kapsülün ön kısmındaki dağılımda difüzyon etkisi daha belirgin olarak görülmektedir. Şekil 8.3'de görüldüğü gibi, difüzyon etkisi sayesinde oksijenin dağılımında kapsülün ön kısmında büyük bir değişim oluşmaktadır. Benzer olarak, Şekil 8.4'de gazların difüzyonu nedeni ile kapsülün ön kısmında bulunan durma noktasındaki basıncın dağılımındaki değişimler görülmektedir. Şekil 8.5'de sıcaklık dağılımı verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi difüzyon terimlerinin kullanılması stagnation noktasında görülen carbuncale probleminin azaltılmasında etkili olmaktadır. Şekil 8.6'da kalan (residual) değerinin iterasyonla azalması incelenmiştir. Tamamlanan çalışmalarda Navier-Stokes deklemlerinin difüzyon terimleri ile birlikte çözülmesinde Euler integrasyon yöntemi kullanılmaktadır. Bu

nedenle iterasyon sayısı fazla olmaktadır. Çözüm için Newton-GMRES yönteminin kullanılması ile ilgili çalışmalar devam etmektedir.

Hipersonik akışlarda kullanılan ağ sisteminin difüzyon üzerindeki etkisi incelenmiştir. Şekil 8.7'de büyük ağ sisteminde elde edilen sonuçlar görülmektedir. Bu çözümde giriş açısı 20 derece seçilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi, büyük ağ sistemi kullanılarak elde edilen çözümde değişim daha düzgün oluşmakta ve kırıklıklar azalmaktadır. Buna karşılık Şekil 8.8 de görüldüğü gibi iterasyon sayısı artmaktadır.

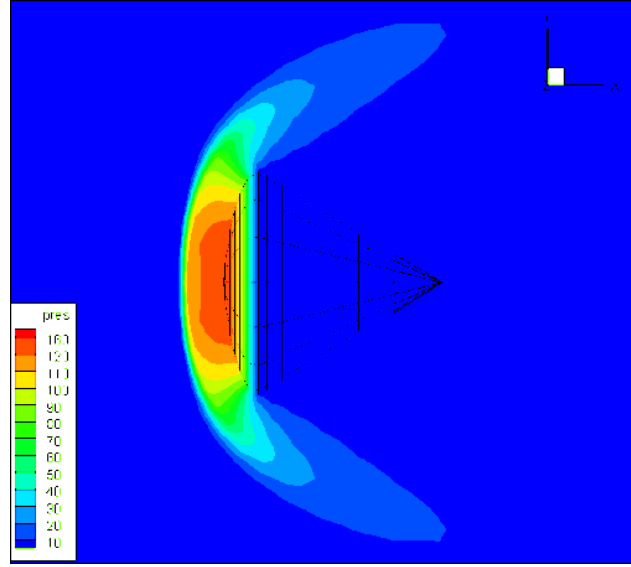


a) Difüzyon etkili

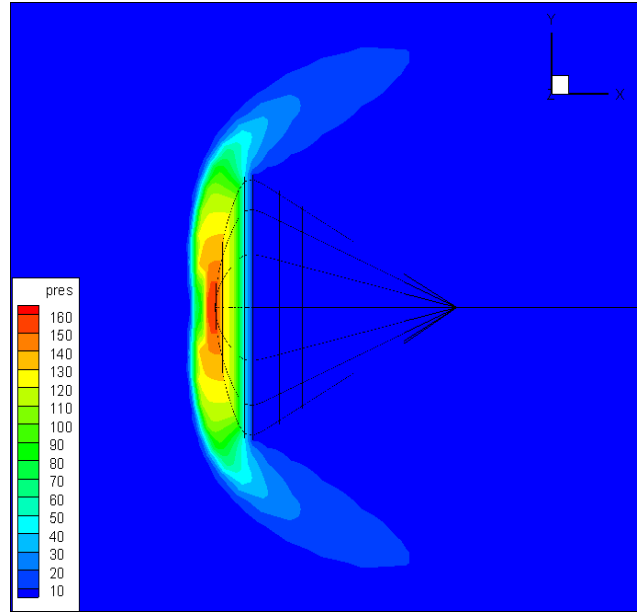


b) Difüzyon etkisi olmadan

Şekil 8.3 Oksijen dağılımı (küçük mesh, $M=10$, $\alpha=0$)

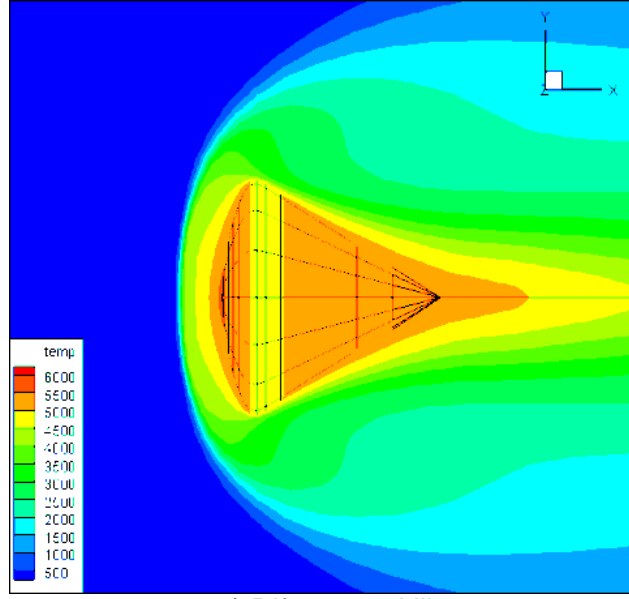


a) Difüzyon etkili

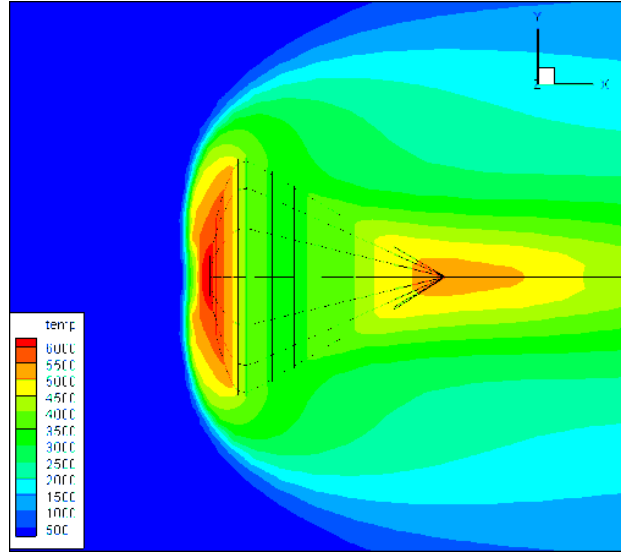


b) Difüzyon etkisi olmadan

Şekil 8.4 Basınç dağılımı (küçük mesh, $M=10$, $\alpha=0$)

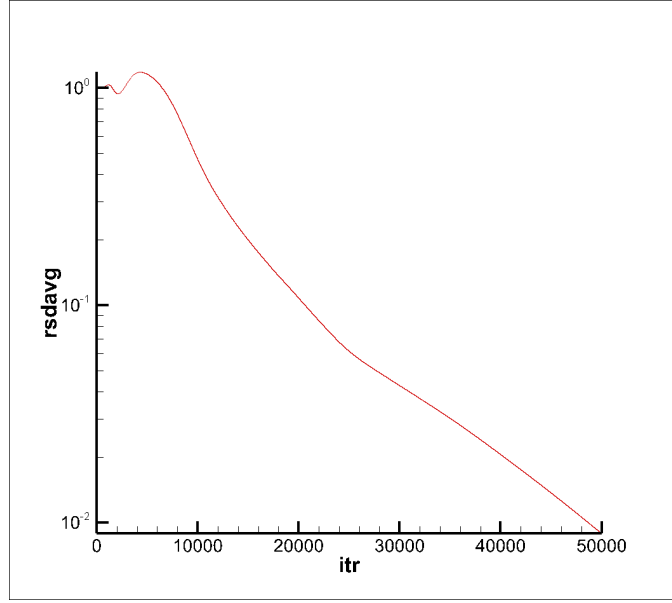


a) Difüzyon etkili

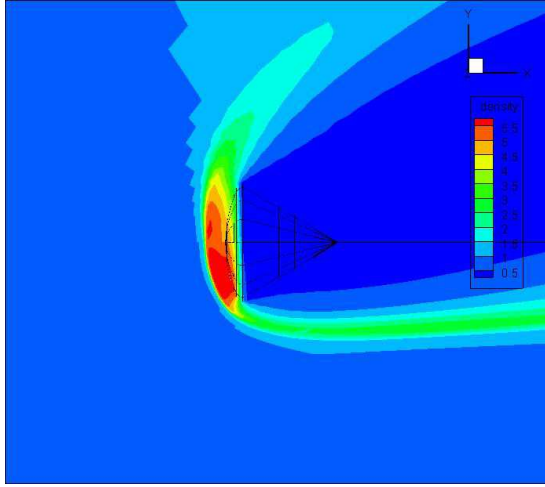


b) Difüzyon etkisi olmadan

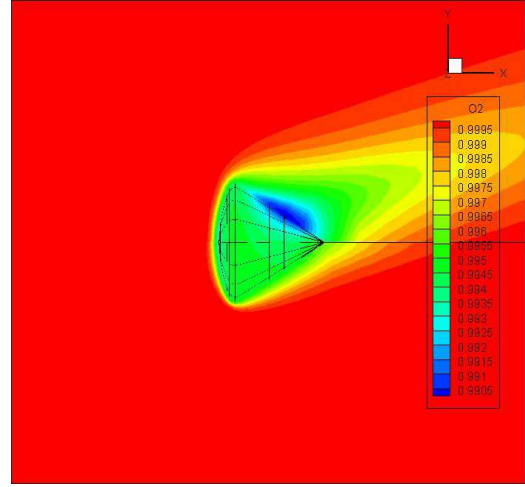
Şekil 8.5 Sıcaklık dağılımı (küçük mesh, $M=10$, $\alpha=0$)



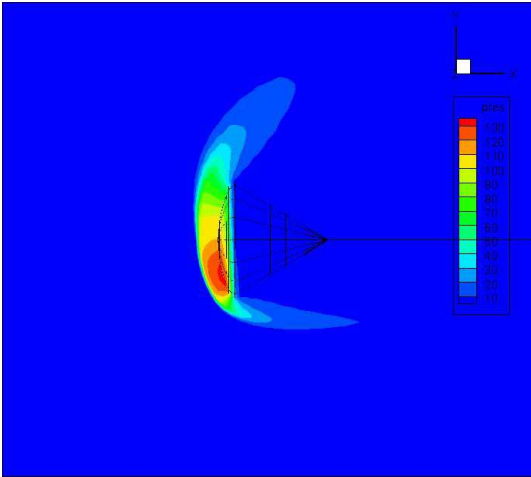
Şekil 8.6 Difüzyon etkili kalan değerinin azalması (küçük mesh, $M=10$, $\alpha=0$)



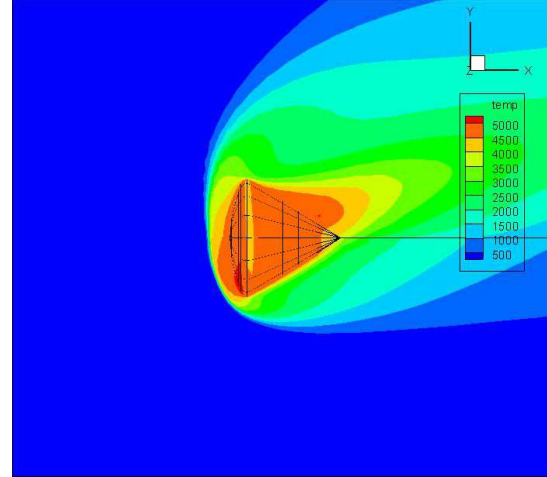
a) Yoğunluk Dağılımı



b) Oksijen Dağılımı

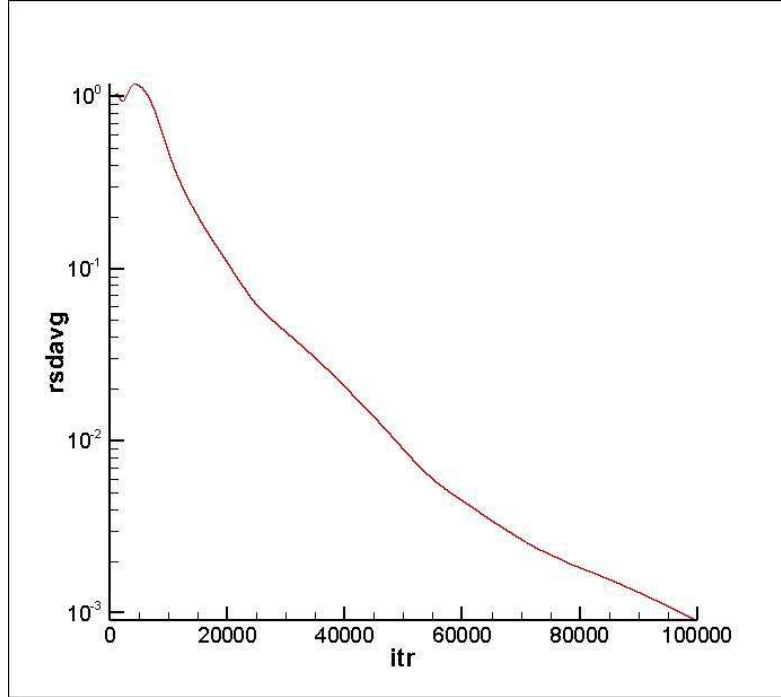


c) Basınç Dağılımı



d) Sıcaklık dağılımı

Şekil 8.7 Difüzyon etkili akış analizi (büyük mesh, $M= 10$, $\alpha=20^\circ$)



Şekil 1.7.8 Difüzyon etkili kalan değerinin azalması (büyük mesh, $M=10$, $\alpha=20$)

8.5 Sonuç/Tartışma

Tamamlanan çalışmalarda, kimyasal reaksiyonlu hipersonik akışlarda, difüzyon modellemesi için Ficks yöntemi kullanılmıştır. Aynı amaç için, Stefan-Maxwell yönteminin kullanılması ile ilgili olaral çalışmalar devam etmektedir. Bundan sonra yapılacak çalışmalarda, hipersonik akışlarda difüzyon hesaplaması için Ficks ve Stefan-Maxwell yöntemlerinin performansları karşılaştırılacaktır. Aynı zamanda bu konu ile ilgili devam etmekte olan yüksek lisans tezi tamamlanmış olacaktır.

Kaynaklar

Desmeuzes C., Duffa G., ve Dubroca B. 1997. "Different Levels of Modeling for Diffusion Phenomenain Neutral and Ionized Mixtures", Journal of Thermophysics and Heat Transfer 11, 36-44

Incroper D., Lavine D. 2011, "Fundamentals of Heat and Mass Transfer" 7th Edition, Wiley, NewYork.

Jain S. 2007 "Hypersonic Nonequilibrium Flow Simulation Over a Blunt Body Using BGK Method" Yüksek Lisans Tezi, Texas A&M University, ABD

Scalabrin L. C. 2007. "Numerical Simulation of Weakly Ionized Hypersonic Flow Over Reentry Capsules" Doktora Tezi, University of Michigan, Ann Arbor, ABD.

Schetz J. A., Billig F. S., ve Favin S. 1987. "Numerical Solutions of Scramjet Nozzle Flows" J. Propulsion, 3, 440-447.

Sekhar S. K. 2012. "Viscous Hypersonic Flow Physics Predictions using Unstructured Cartesian Grid Techniques", Doktora Tezi, Georgia Institute of Technology. ABD

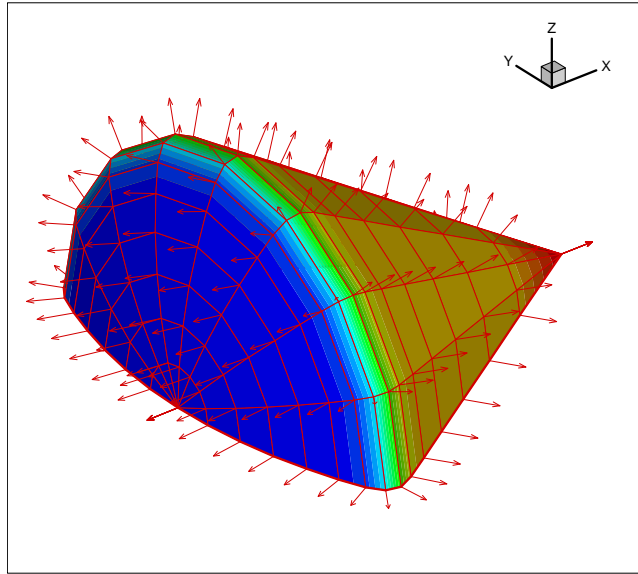


Sutton K. and Gnoffo P. A. 1998. "Multi Component Diffusion with Application to Computational Aerothermodynamics." AIAA Paper 98-2575.

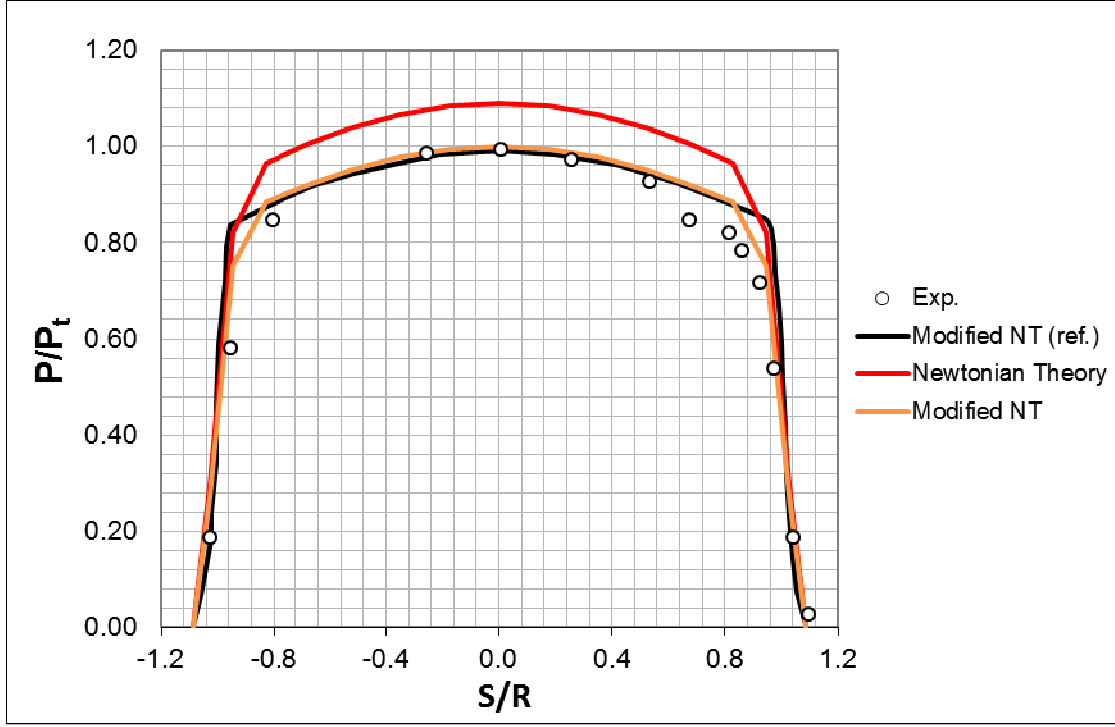
Yoon B., Rasmussen M. L. 1999 "Diffusion Effect in Hypersonic Flows with a Ternary Mixture", KSME International Journal, 13, 432-443.

9. AE445 HYPERSONİC FLOW DERS PROJESİ KAPSAMINDA YAPILAN ÇALIŞMALAR

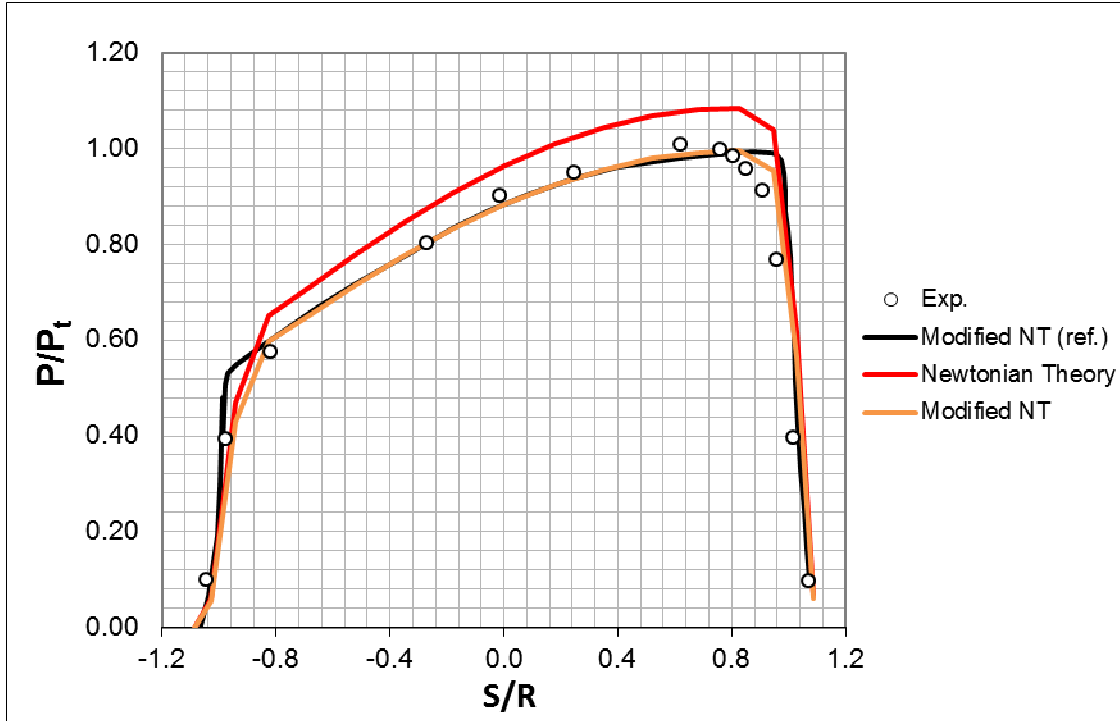
Havacılık ve Uzay Mühendisliği bölümünde teknik seçmeli ders olarak tarafımdan verilmekte olan AE 445 Hypersonic Flow dersi kapsamında öğrencilere üç farklı proje verilmektedir. Bu projelerden ilki Apollo kapsülü etrafında Newton ve Modified Newton yöntemleri kullanılarak basınç dağılımı elde edilmesi ile ilgilidir. İkinci proje method of characteristic yöntemi ile hipersonik uçuş şartlarında verilen geometri etrafında akışın hesaplanması ile ilgilidir. Üçüncü proje ise farklı basınç ve sıcaklıklarda havanın kimyasal denge (equilibrium) karışım kompozisyonunun hesaplanması ile ilgilidir. İlk projede öğrencilere Appolo kapsülünün geometrisi ve yüzey normaleri verilmiş ve basınç dağılımını hesaplamaları ve deneysel verilerle karşılaştırmaları istemiştir. Yapılan çalışmalardan görüldüğü gibi Newton özellikle Modified Newton yöntemi basınç dağılımını oldukça doğru olarak tahmin edebilmektedir. Bu ders kapsamında tamamlanan örnek projelerden biri ek dosya olarak sunulmuştur



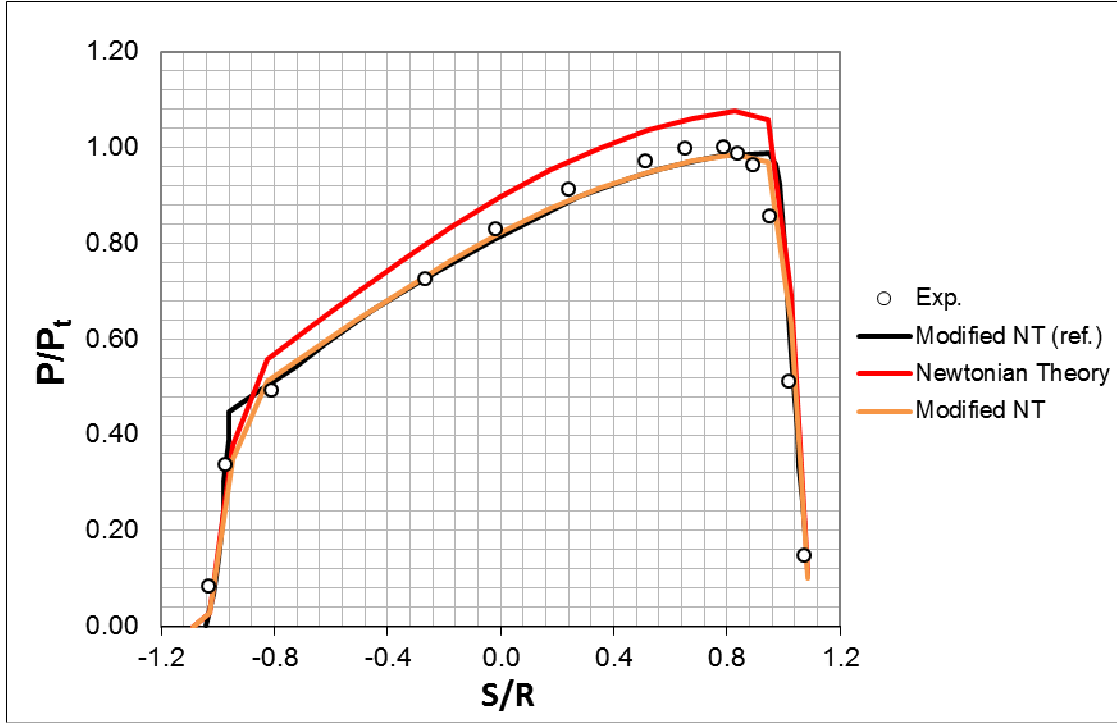
Şekil 9.1 Apollo Kapsülüne ait yüzey normaleri



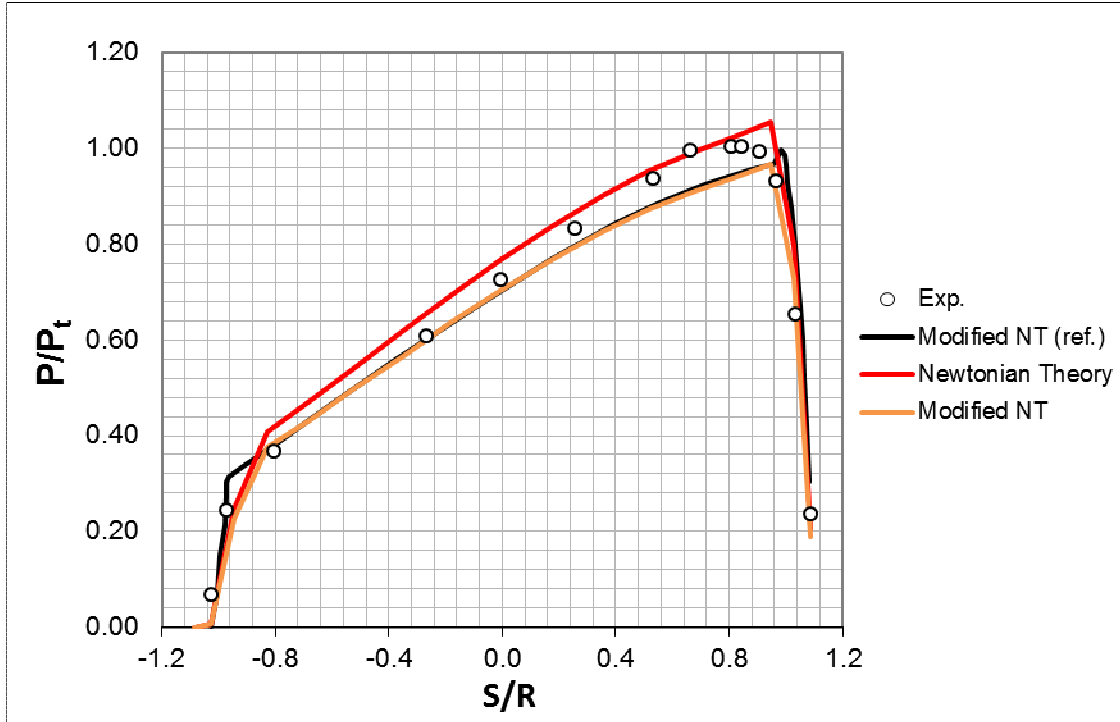
Şekil 9.2 Basınç dağılımı (hücum açısı $\alpha=0^\circ$)



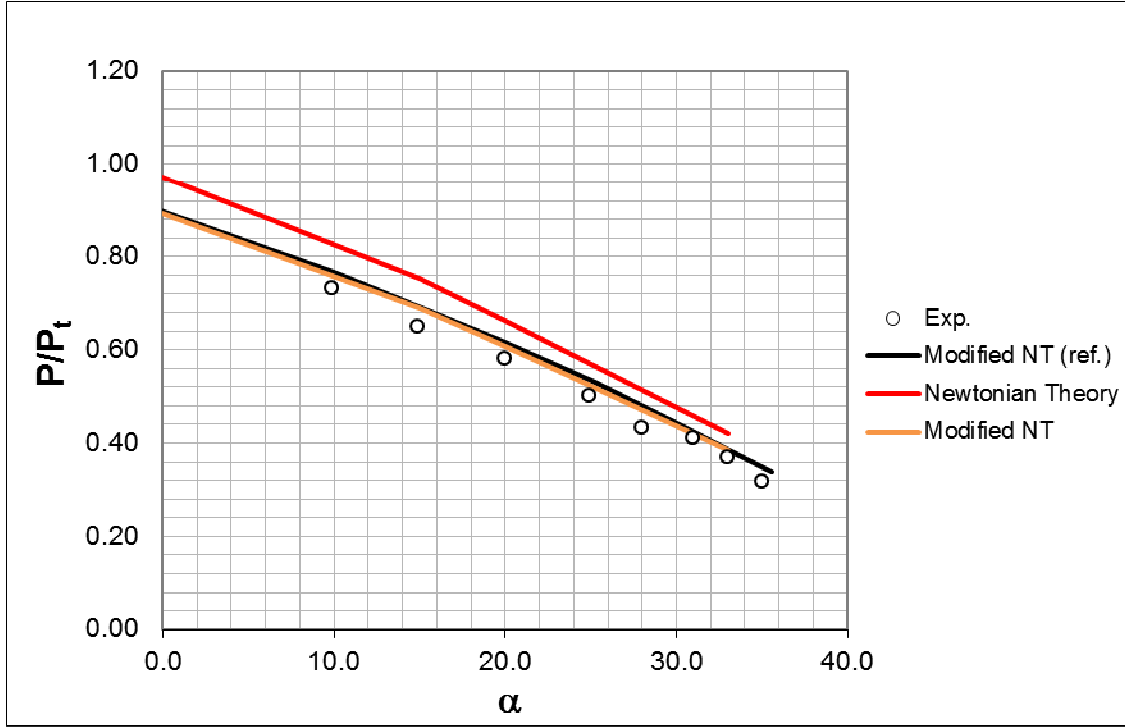
Şekil 9.3 Basınç dağılımı (hücum açısı $\alpha=20^\circ$)



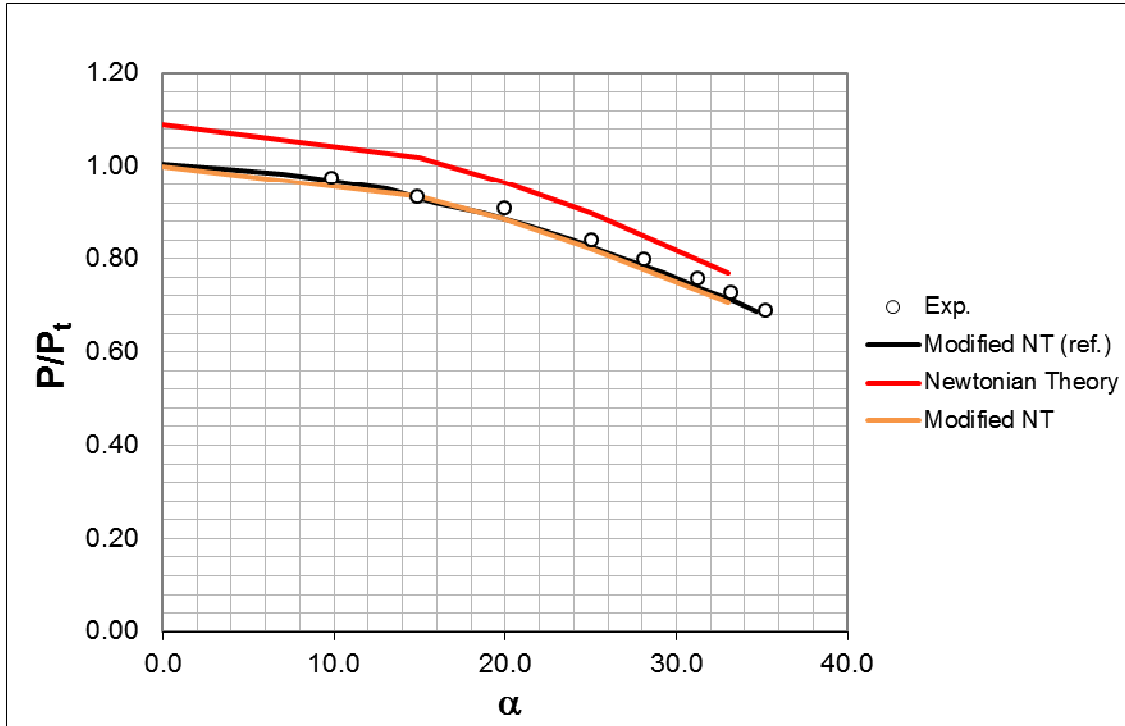
Şekil 9.4 Basınç dağılımı (hücum açısı $\alpha=25^\circ$)



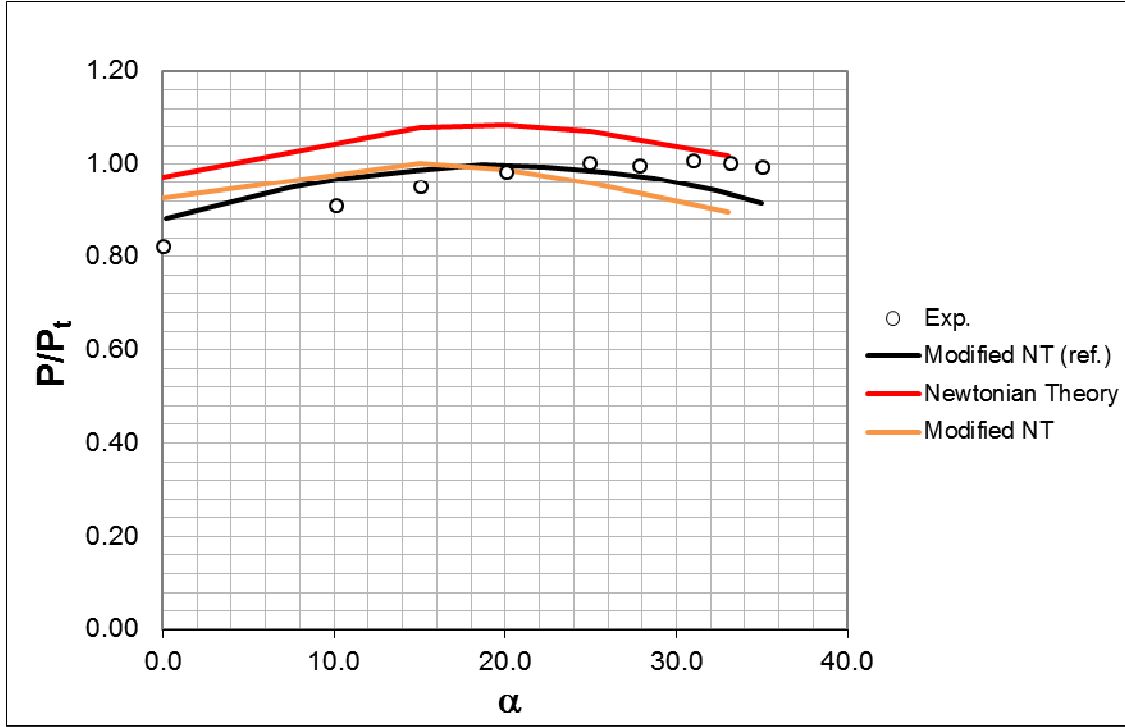
Şekil 9.5 Basınç dağılımı (hücum açısı $\alpha=33^\circ$)



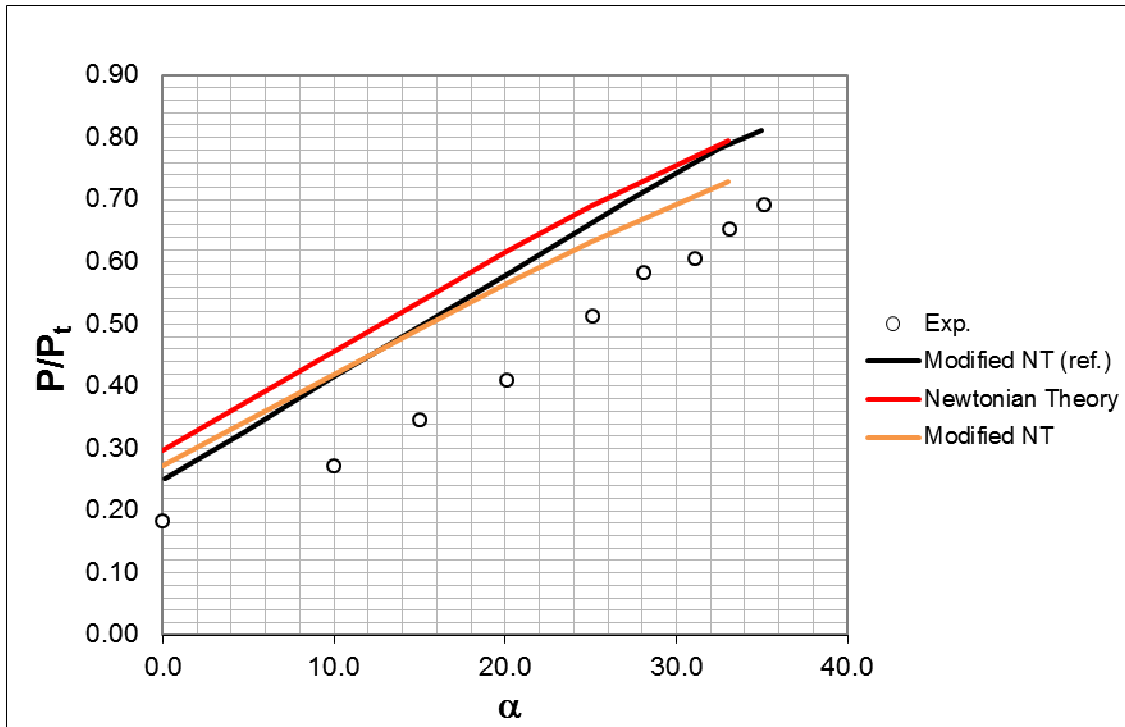
Şekil 9.6 Basınç oranının açı ile değişimi ($S/R=0.8, \lambda=180^\circ$)



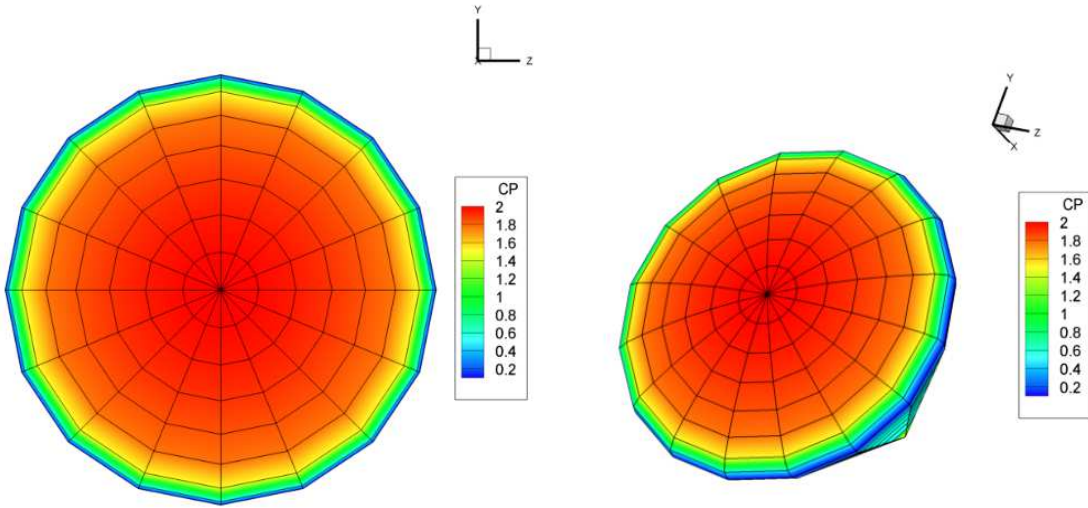
Şekil 9.7 Basınç oranının açı ile değişimi ($S/R=0.0, \lambda=0^\circ$)



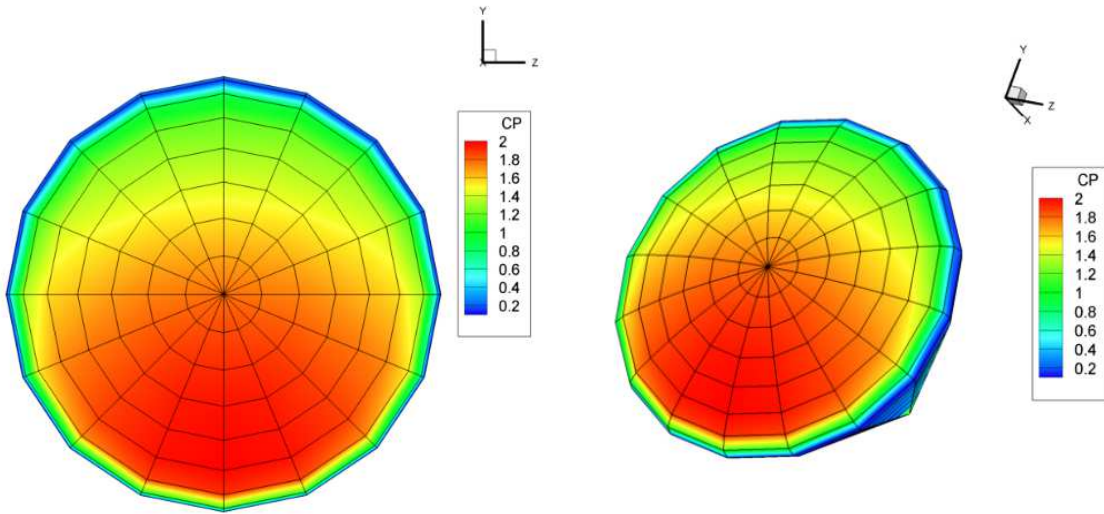
Şekil 9.8 Basınç oranının açı ile değişimi ($S/R=0.8$, $\lambda=0^\circ$)



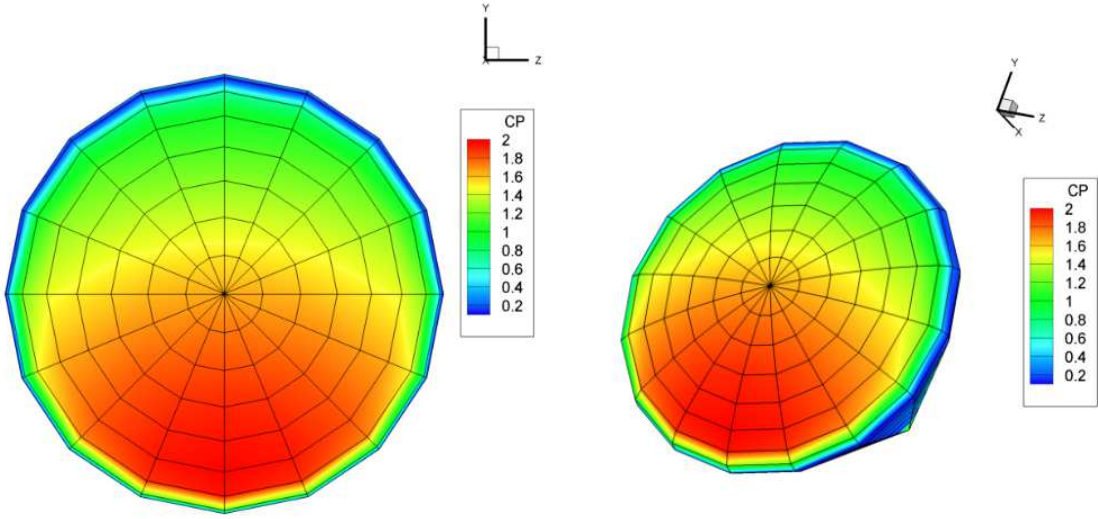
Şekil 9.9 Basınç oranının açı ile değişimi ($S/R=1.03$, $\lambda=0^\circ$)



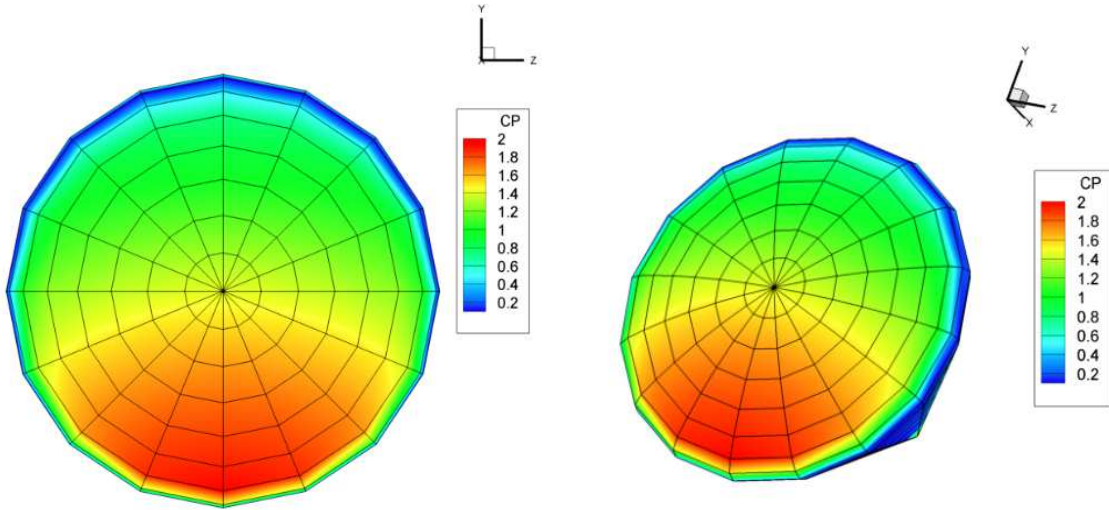
Şekil 9.10 Appollo kapsülü etrafında basınç katsayısı (C_p) dağılımı ($\alpha=0^\circ$)



Şekil 9.11 Appollo kapsülü etrafında basınç katsayısı (C_p) dağılımı ($\alpha=20^\circ$)



Şekil 9.12 Appollo kapsülü etrafında basınç katsayısı (C_p) dağılımı ($\alpha=25^\circ$)



Şekil 9.13 Appollo kapsülü etrafında basınç katsayısı (C_p) dağılımı ($\alpha=33^\circ$)

10. SONUÇ

Tamamlanan projede hipersonik akışların analizi ve hipersonik araçların tasarımı ile ilgili farklı çalışmalar yapılmıştır. Proje kapsamında yapılan ilk çalışmada küt burunlu hipersonik araçlar için optimizasyon yöntemini kullanarak tasarım yazılımı geliştirilmiştir. Bu yazılımda akış analizi için eksensel simetrik Navier-Stokes ve sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri eş zamanlı olarak Newton yöntemi ile çözülmüştür. Optimizasyon için gerekli olan duyarlılık değerleri adjoint yöntemi ile hesaplanmıştır. Daha sonra çalışmalar üç boyutlu hipersonik araçların etrafındaki akışların analizi için genişletilmiştir. Üç boyutlu Apollo kapsülü etrafında Euler ve sonlu hızlı kimyasal reaksiyon denklemleri Newton-GMRES yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Bu çalışmada, vibrational sıcaklık hesaplanmış elektron ayrışması ile ilgili reaksiyonlar kullanılmıştır. Halen devam etmekte olan diğer bir çalışmada hipersonik akışlarda ablyasyon analizi ile ilgili yazılımlar geliştirilmektedir. Bu çalışmada katı yüzey ve hava arasındaki fiziksel ve kimyasal etkileşim göz önüne alınmaktadır. En uygun ısıl korunumun tasarımı için çalışmalar sürdürülmektedir. Bu projede, hipersonik akışlarda karşılaşılan yakınsama problemlerine çözüm olarak Newton yöntemi kullanılmaktadır. Ancak Newton yönteminin de büyük ağ sistemi kullanılması durumunda Jacobian matrisinin oluşturulması ve çözülmesi ile ilgili problemleri bulunmaktadır. Bu nedenle proje kapsamında, hipersonik akışların çözümünde, Newton yönteminin avantajlarını korurken dezavantajlarının azaltılmasına yönelik olarak Newton-GMRES yöntemi kullanılmasına karar verilmiştir. Önkoşullandırma ile Newton-GMRES yönteminin yakınsamasının hızlandırılmasına yönelik çalışmalar yapılmıştır. Proje kapsamında yapılan başka bir çalışmada hava solumalı hipersonik araçlarda kullanılan scramjet motorlarına ait yanma odalarının analizleri yapılmıştır. Bu çalışmada, üç boyutlu Navier-Stokes ve sonlu hızlı reaksiyon denklemleri eş zamanlı olarak Newton GMRES yöntemi ile çözülmüştür. Yakıt olarak etilen kullanılmıştır. Türbülans ve difüzyon modellerinin hipersonik akışlarda etkilerinin incelenmesi ile ilgili çalışmalar halen sürdürülmektedir.

Proje kapsamında yapılan çalışmalar genel olarak proje takvimine uygun olarak başarı ile tamamlanmıştır. Yapılan araştırmaların sonuçları Science Citation Index tarafından taranan bir adet A tipi dergide, yaklaşık kırk adet uluslararası konferans bildirisinde yayınlanmıştır. Dergi makalesi yazımı ile ilgili çalışmalarımız sürdürülmektedir. Hipersonik akışlarla ilgili toplam dört adet yüksek lisans tezi yönetilmiştir. İki adet yüksek lisans ve bir adet doktora tez çalışması halen devam etmektedir. Proje bursiyerlerinden Tuğba Pişkin ABD de, Purdue Üniversitesi, Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümünde, hipersonik akışlarla ilgili doktora eğitimini sürdürmekte ve araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.



Hipersonik akışlara ilgili olarak bundan sonra yapacağımız çalışmalarda, farklı tez çalışmaları kapsamında geliştirdiğimiz yazılımların birleştirilmesine öncelik verilecektir. Bu şekilde hipersonik akışların analizi ve hipersonik araçların tasarımı için ulusal bir yazılımın geliştirilmesine katkıda bulunulacaktır. Hipersonik akışlarda kompleks geometrilerin analiz ve tasarımı için çok bloklu ağ sisteminin kullanılması ile ilgili çalışmalarımız başlamış bulunmaktadır. Ayrıca, büyük ağ sistemlerinde, hipersonik akışlara ait çözümlerin paralel işlemciler kullanılarak elde edilmesi ile ilgili çalışmalarımız devam etmektedir.

11. KARŞILAŞILAN SORUNLAR VE ÇÖZÜM ÖNERİLERİ

Beşinci ara raporumu yüklerken dönem içindeki proje ile ilgili yaptığımız yayınları, kabul belgelerini ve konferans programlarını ARDEB PROJE TAKİP SİSTEMİ 'ne yüklemek yerine ek pdf dosyası olarak yüklemiştim. Eklediğim her yayında çalışmanın TUBİTAK tarafından desteklendiğine dair "Acknowledgement" kısmı bulunmaktadır. Raporumu yüklemeyen önce proje sorumlusu sayın Alper Güngör beyle yaptığım telefon görüşmesinde, ara raporları yüklerken proje çıktılarının ARDEB PROJE TAKİP SİSTEMİ 'ne yüklenmesine gerek olmadığı, yüklemenin Sonuç Raporu ve Poje Performans Ödülü başvuruları için önemli olduğunu bildirmiştir. Ben de bu konuşmanın üzerine ARDEB PROJE TAKİP SİSTEMİ'ni kullanmak yerine proje ile ilgili yayınlarımızı ek pdf dosyaları olarak yükledim. Daha sonra, beşinci ara dönem rapor değerlendirilmesi ile ilgili Mühendislik Araştırma Grubu Sekreterliğinden bana gönderilen yazıda ara raporunun başarılı bulunduğu belirtilmiş halde bana ait PTI ödemesi yapılmamıştır. Bu durumun nedenini öğrenmek için Mühendislik Araştırma Grubuna yaptığım ziyarette, sayın Alper Güngör ve Faik Danış beylerle yaptığım görüşmelerde PTI ödemesi yapılmamasının nedeninin proje çıktılarının ARDEB PROJE TAKİP SİSTEMİ'ne yüklememem olduğu bildirilmiştir. Proje çıktılarının ARDEB PROJE TAKİP SİSTEMİ'ne yüklemem durumunda beşinci döneme ait PTI ödemesinin son rapor PTI ödemesi ile birlikte yapılacağını söylemişlerdir. Şu ana kadar proje kapsamında yaptığımız bütün yayınları ARDEB PROJE TAKİP SİSTEMİ'ne yükledim ve eksiklik olmaması amacı ile proje çıktılarını proje sorumlumuz sayın Alper Güngör ile kontrol ettik. Bu nedenle, son raporunun onaylanmasından sonra beşinci döneme ait PTI ödemesinin son rapor PTI ödemesi ile birlikte yapılmasını saygılarımla arz ediyorum.

Proje kapsamında karşılaştığımız başka bir sorun özel sektörde çalışan proje araştırmacılarının PTI ödemeleri ile ilgilidir. Projede araştırmacı olarak görev yapanların bir özel kuruluştaki çalışmalarını durumunda kendilerine PTİ ödemesi yapılmamakta veya yapılsa bile bu ödemenin özel şirket aracılığı ile araştırmacıya ödenmesi ile ilgili karşılaşılan problemler nedeni ile özel şirketlerde çalışan araştırmacılar PTI ödemelerini alamamaktadır. Bu durum özel kuruluşlarda çalışan araştırmacıların projeye olan katkılarının ve ilgilerinin azalmasına neden olmaktadır. Bundan sonraki projelerde bu durumun göz önüne alınmasını saygılarımla arz ediyorum.

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

| | |
|---|---|
| Proje Yürütücüsü: | Doç. Dr. SİNAN EYİ |
| Proje No: | 112M129 |
| Proje Başlığı: | Hipersonik Akışlarda Çok Disiplinli Analiz ve Tasarım Optimizasyonu |
| Proje Türü: | 1001 - Araştırma |
| Proje Süresi: | 36 |
| Araştırmacılar: | MİNE YUMUŞAK |
| Danışmanlar: | |
| Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi: | ORTA DOĞU TEKNİK Ü. MÜHENDİSLİK F. HAVACILIK VE UZAY MÜHENDİSLİĞİ B. |
| Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri: | 15/11/2012 - 15/03/2016 |
| Onaylanan Bütçe: | 276000.0 |
| Harcanan Bütçe: | 242481.78 |
| Öz: | <p>Gelişmiş ülkelerde hipersonik akışlarla ilgili oldukça yoğun bir araştırma faaliyeti sürdürülmesine rağmen, ülkemizdeki faaliyetler yeterli düzeye ulaşmamıştır. Ülkemizde havacılık sanayindeki büyük gelişmeler göz önüne alındığında yakın bir gelecekte hipersonik araçların tasarımı ile ilgili çalışmaların başlaması muhtemeldir. Bu nedenle proje kapsamında yaptığımız çalışmaların hipersonik akışlar alanındaki ulusal araştırmalara katkısı olacağını tahmin etmekteyiz.</p> <p>Dünyadaki hipersonik rüzgâr tünellerinin sayısının sınırlı olması ve bu tünellerde karşılaşılan teknolojik zorluklar nedeni ile tasarımların büyük bir kısmı Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilmektedir. Gelişmiş ülkeler hipersonik akışlar için geliştirdikleri yazılımları gizli tutmakta ve büyük ücretler ödenerek satın alınan ticari yazılımlar ise hipersonik akışlardaki analiz ve tasarım çalışmaları için yetersiz kalmaktadır. Proje kapsamında geliştirdiğimiz yazılımların hipersonik akışların analiz ve tasarımları için geliştirilmesi planlanan ulusal bir yazılımın alt yapısını oluşturacağına inanmaktayız.</p> <p>Hipersonik akışlarda sürtünmeden dolayı aracın etrafındaki havada sıcaklık yüksek değerlere çıkmakta ve ayrışma (dissociation) ve iyonlaşma (ionization) gibi kimyasal reaksiyonlar oluşabilmektedir. Aracın etrafındaki havanın kimyasal kompozisyonundaki değişiklikler aracın aerodinamik özelliklerini etkilemektedir. Ayrıca, yüksek sıcaklıklardan dolayı araca aktarılan ısı transferi tasarımda önemli rol oynamaktadır. Tamamlanan proje kapsamında geliştirilmiş olan analiz ve tasarım yazılımlarının çoğunda yukarıda bahsedilen hipersonik akışların özellikleri göz önünde bulundurulmuştur.</p> <p>Hipersonik akışlarda tasarımların disiplinler arası (akışkanlar mekaniği, kimyasal reaksiyon, ısı transferi vb.) çalışmayı gerektirmesi nedeni ile geleneksel yöntem ile yapılan tasarımlar verimsiz olmaktadır. Ayrıca, hipersonik akışlarda genel olarak tasarımlar daha önce denenmemiş şartlarda ilk defa yapıldığı için geleneksel yöntemde kullanılabilecek bilgi ve tecrübe sınırlı kalmaktadır. Tamamlanan proje kapsamında geliştirilmiş yazılımlar sayesinde optimizasyon yöntemi ile otomatik olarak hipersonik araçların tasarımı yapılabilmektedir. Bu tip yazılımların Türkiye gibi hipersonik alanında yeterli bilgi ve tecrübeye sahip olmayan ülkelerin tasarım çalışmalarında faydalı olacağını tahmin etmekteyiz.</p> <p>Tamamlanan projede, hipersonik araçların aerodinamik, ısı ve itki sistemlerinin tasarımında kullanılabilecek yazılımlar geliştirilmiştir. Hipersonik akışlarda karşılaşılan fiziksel ve kimyasal olayların doğru olarak modellenebilmesi için yazılımlarda türbülans ve difüzyon modeli Navier-Stokes, sonlu-hızlı (finite rate) kimyasal reaksiyon ve elektron ayrışması denklemleri eş zamanlı olarak Newton veya Newton-GMRES yöntemleri ile çözülmüştür. Sonuçlar deneysel ve hesaplamalı veriler ile karşılaştırılmıştır. Daha sonra analiz ve optimizasyon yöntemleri birleştirilerek aerodinamik ve aerotermal özellikleri bakımından en uygun tasarımların oluşturulabileceği yazılımlar geliştirilmiştir.</p> |
| Anahtar Kelimeler: | Hipersonik akışlar, Kimyasal reaksiyonlar, Tasarım optimizasyonu, Adjoint yöntemi |
| Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?: | Hayır |

| | |
|------------------------------------|---|
| <p>Proje Den Yapılan Yayınlar:</p> | <p>1- Design Optimization in Hypersonic Flows (Bildiri)1- Aerothermodynamic shape optimization of hypersonic blunt bodies (Makale - İndekli Makale),</p> <p>2- Atmosferik Geçiş Yapan Araç Etrafında Navier-Stokes Denklemleri İle Üç Boyutlu Hipersonik Akış Analizi (Makale - Diğer Hakemli Makale),</p> <p>3- Analysis of Diffusion in Hypersonic Flow Regimes (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Poster Sunum),</p> <p>4- Cavity Stabilized Scramjet Analysis Using Reduced Chemical Kinetic Mechanisms (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Poster Sunum),</p> <p>5- Analysis of Hypersonic Flow Using Three Dimensional Navier-Stokes Equations (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Poster Sunum),</p> <p>6- Analysis of Hypersonic Non-Equilibrium Reentries With Newton-GMRES Method (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Poster Sunum),</p> <p>7- Analysis of Hypersonic Flow Around a Re-entry Vehicle Using Three Dimensional Navier-Stokes Equations (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Poster Sunum),</p> <p>8- 3 Boyutlu Süpersonik Lüle Tasarımında Newton-GMRES Yöntemi ile Newton Yönteminin Karşılaştırılması (Bildiri - Ulusal Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>9- Re-entry Aracı Üzerinde Navier-Stokes Denklemleri ile Üç Boyutlu Hipersonik Akış Analizinin Yapılması (Bildiri - Ulusal Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>10- Implicit Solution of One-Dimensional Transient Ablation (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>11- Aerodynamic Design Optimization of Three Dimensional Rocket Nozzles Using Adjoint Method (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>12- Three Dimensional Flow Analysis of a Cavity-Based Scramjet Combustor (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>13- Diffusion Effect on Hypersonic Flow Using Fick's Law (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>14- Comparison of Newton and Newton-GMRES Methods for Three Dimensional Supersonic Nozzle Design (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>15- Analysis and Design Optimization of Blunt Bodies In Hypersonic Flow (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>16- Aerothermodynamic Shape Optimization of Hypersonic Blunt Bodies Including the Effect of Graphite Ablation (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>17- Modelling Thermochemical Nonequilibrium during Atmospheric Re-Entry (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>18- Hypersonic Flow Analysis Using Three Dimensional Navier-Stokes Equations (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>19- Hypersonic Flow Field Analysis with the Help Of Diffusion Models (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>20- Hypersonic Flow Analysis of Re-entry Vehicles Using Three Dimensional Navier-Stokes Equations (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>21- Aerothermodynamic Shape Optimization of Hypersonic Blunt Bodies (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>22- Three Dimensional Rocket Nozzle Design Using Adjoint Method (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>23- Performances of Newton and Preconditioned Newton-GMRES Methods in Hypersonic Flow Solutions (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>24- Static Aeroelastic Analysis of Supersonic Nozzles and Performance Response (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>25- Analysis of Hypersonic Nozzles with Newton and Preconditioned Newton-GMRES (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>26- Comparison of Landau Transformation and Remeshing Technique for the Transient Solution of One Dimensional Non-Charring Ablation (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>27- Effects of Diffusion in Hypersonic Flow (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>28- Modelling Physical and Chemical Non-Equilibrium Flow at Hypersonic Speed (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>29- Convergence Acceleration Using Convergence Error Estimation (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p> <p>30- Choice and Development of a Preconditioner for Newton-GMRES Algorithm (Tez (Araştırmacı Yetiştirilmesi) - Yüksek Lisans Tezi),</p> <p>31- Analysis of Weakly Ionized Hypersonic Flow (Tez (Araştırmacı Yetiştirilmesi) - Yüksek Lisans Tezi),</p> <p>32- Three Dimensional Reacting Flow Analysis of a Cavity-Based Scramjet Combustor (Tez</p> |
|------------------------------------|---|

(Araştırmacı Yetiştirilmesi) - Yüksek Lisans Tezi),
33- Performance Comparison of Newton and Newton_GMRES method in 3-D Flow Analysis
(Tez (Araştırmacı Yetiştirilmesi) - Yüksek Lisans Tezi),
34- Atmosferik Geçiş Yapan Araç Etrafında Navier-Stokes Denklemleri ile  Boyutlu
Hipersonik Akış Analizi (Bildiri - Ulusal Bildiri - Sözlü Sunum),
35- Simulations of Ethylene and Hydrogen Combustions in Scramjet Combustor (Bildiri -
Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),
36- Flow Analysis of Hydrogen-Air Combustion in a Scramjet Combustion Chamber (Bildiri -
Uluslararası Bildiri - Szl Sunum),
37- Design Optimization of Reentry Vehicles and Rocket's Propulsion Systems (Bildiri -
Uluslararası Bildiri - Szl Sunum),
38- Convergence Acceleration via Convergence Error Estimation (Bildiri - Uluslararası Bildiri -
Szl Sunum),

TBİTAK