



Çok Yüksek Kütleli Karadelikler İçeren Yıldız Kümelerinin Kararlılığı

Program Kodu: 3001

Proje No: 116F034

Proje Yürütücüsü:
Mehmet Atakan Gürkan

AĞUSTOS 2018
ANKARA



Önsöz

Bu projede merkezinde çok yüksek kütleli karadelikler içeren yıldız kümelerinin kararlılığı sayısal yöntemlerle incelenmiştir. Bunun için bir boyutlu (Hénon, 1973) ve üç boyutlu (Barnes vd., 1986) simülasyonlar yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar karadeliklerin kararlılığı bozmadığı hatta artırdığı yönündedir. Bu bulgular Buyle vd. (2007)'in sonuçları ile uyumlu ve onları genelleştirir niteliktedir.

Bu proje TÜBİTAK tarafından "ARDEB-3001 - Başlangıç Ar-Ge Projeleri Destekleme Programı" kapsamında desteklenmiştir. (proje no: 116F034)

İçindekiler

Önsöz	i
Özet	iii
Abstract	iv
1 Giriş	1
2 Literatür Özeti	1
3 Gereç ve Yöntem	2
3.1 Simülasyonlar için Başlangıç Koşullarının Hazırlanması	2
3.2 Bir Boyutlu (Küresel Simetrik) Simülasyon Yöntemi	4
3.3 Üç Boyutlu Simülasyon Yöntemi	4
4 Bulgular	5
4.1 Karadeliksiz Sistemlerin Evrimi	5
4.1.1 Bir boyutlu simülasyonlar	5
4.1.2 Üç boyutlu simülasyonlar	7
4.2 Karadelikli Sistemlerin Evrimi	7
5 Sonuçlar ve Tartışma	12
6 Proje Çıktıları	12
Kaynaklar	13

Tablo Listesi

1	Simülasyonların aldığı zaman.	7
---	---------------------------------------	---

Şekil Listesi

1	Yıldız kümelerinin Lagrange yarıçaplarının evrimi.	6
2	Yıldız kümelerinin radyal ve teğetsel hızlarının dağılımının evrimi.	6
3	Kümelerde yoğunluk profilinin evrimi	8
4	Kümelerde Lagrange yarıçaplarının evrimi	9
5	Kümelerde dördüncü derece moment tensörü elemanlarının evrimi	10
6	Kümelerde hız anizotropisinin evrimi	11



Özet

Bu proje kapsamında merkezinde çok yüksek kütleli kara delikler bulunan yıldız kümelerinin kararlılığını sayısal yöntemlerle inceledik. Bu amaçla hem kendi bir boyutlu kodlarımızı geliştirdik, hem de üç boyutlu yaygın olarak kullanılan kodlardan faydalandık. Kodlarımızı ve yaklaşımımızı daha önce çözülmüş problemleri çözerek test ettik. Bunun ardından, farklı yoğunluk profilleri olan modelleri farklı büyüklükte kara delikler ile birleştirip, evrimlerinin simülasyonunu yaptık. Sonuçlarımız kara deliklerin sistemleri kararsız hale getirmediğini gösteriyor. Hatta oynamaların azalması, kara deliklerin bazı sistemleri daha kararlı hale getirebileceğinin ipuçlarını veriyor.

Anahtar Kelimeler: Gök mekaniği, N-cisim simülasyonları.



Abstract

In this project we studied the dynamical stability of stellar clusters with supermassive black holes at their center. To achieve this, we both developed our own one dimensional code and utilized widely used three dimensional codes. We first established the validity of our programs and approach by solving previously solved problems. After this we simulated the evolution of clusters with different density profiles combined with various central black hole sizes. Our results show that the presence of black holes does not introduce an instability; on the contrary, since fluctuations diminish, black holes may make some systems more stable.

Keywords: Stellar dynamics, N-body simulations.

1. Giriş

Bu projede galaksi merkezlerine uygulaması olan bir gök mekaniği problemini inceliyoruz. Hemen her galaksinin merkezinde bulunduğu düşünülen çok yüksek kütleli karadelikler, bu bölgelerdeki kütle çekim potansiyelini neredeyse bütünüyle belirliyor. “Keplerimsi sistemler” olarak adlandırılan (Tremaine, 2005) bu tür yıldız kümelerinin dinamiği, kendi başına kütle çekimi ile birarada duran yıldız kümelerinden çok farklı olabiliyor (Rauch ve Tremaine, 1996; Gürkan ve Hopman, 2007; Bar-Or vd., 2013). Projemizde bu sistemlerin kararlılıklarını önce sistemin küresel simetriye sahip olduğu varsayımıyla bir boyutlu, yıldız sistemlerinin ortak merkezli küresel kabuklarla betimlendiği (Hénon, 1973), simülasyonlarla; daha sonra da simetri varsayımının yapılmadığı üç boyutlu, ağaç veri yapısına dayalı bir yöntemle (Barnes ve Hut, 1986; Barnes vd., 1986) inceliyoruz. Her iki yöntem de ikili etkileşmelerden doğan gevşemeyi bastırarak, sistemin evrilmesini yavaşlatıyor ve kararsızlıkların gözlenmesine olanak sağlıyor. Yine her iki yöntem de her bir yıldızın üzerine etki eden kuvveti tam olarak hesaplayan yöntemlerden çok daha az hesaplama gücü istediğinden, simülasyonlar yüksek sayıda yıldız içerse bile aletinde bir bilgisayarda yapılabiliyor.

2. Literatür Özeti

Günümüzde hemen hemen bütün gökadalardan merkezlerinde çok yüksek kütleli kara delikler barındırdıkları düşünülüyor (Graham, 2015). Bu kara deliklerin civarındaki yıldız ve tıknaz cisimlerin hissettiği kütle çekim potansiyelini, neredeyse bütünüyle kara delik belirliyor. Böyle sistemlerde kapalı yörüngeler Kepler kanunlarına uyan elipslere çok yakın olduğundan, bu sistemler *keplerimsi* sistemler olarak adlandırılıyor (Tremaine, 2005). Bu bölgelerin ve civarlarında ama daha dışarıda kalan yıldızların oluşturduğu sistemlerin (gökada çekirdekleri) dinamik evrimi üzerinde geçmişte ve günümüzde yoğunlukla çalışılıyor (bu konuda yapılan çalışmalar ve gündemdeki problemler için bkz. Merritt, 2013).

Gökadalardan merkezlerine yakın bölgelerin gözlemlerinden elde edilen sonuçlar analitik veya yarı analitik modeller kullanılarak yorumlanıyor. Bunu yaparken kullanılan modellerin kararlı oldukları varsayılıyor, ancak bu varsayım genel olarak sınanmıyor (Ferrarese ve Ford, 2005). Bu tür modellerin kararlılığı analitik yöntemlerle yalnızca küresel simetriye sahip, izotropik ve dağılım fonksiyonunun belirli koşullara uyduğu durumlarda belirlenebiliyor (Antonov’un bulunduğu bu kararlılık ölçütleri için bkz. Binney ve Tremaine, 2008, bölüm 5).

Bu çok sınırlı modellerin dışında, kararlılığın belirlenmesi için sayısal yöntemlerin kullanılması gerekliliği doğuyor. Ancak bunu doğrudan N -cisim simülasyonları (Aarseth, 2010) ile yapmak mümkün değil; çünkü bütün kümeler, uzun vadede, ikili etkileşmeler ve gevşemeden dolayı kütle çekimsel kararsızlığa sahip (Spitzer, 1987, kısım 3.3). Bu durum, ikili etkileşmeyi ve gevşemeyi bastıran özel yöntemlerin kullanılmasını gerektiriyor.

Bu tür yaklaşımların öncülüğünü küresel simetriye sahip anizotropik sistemlerin kararlılığını incelediği çalışması ile Hénon (1973) yaptı. Hénon’un metodu gevşemeyi bastırmasının yanı sıra, bir boyutlu olması sayesinde hesaplama süresini de çok kısaltıyor. Bu yöntem gerçekçilikten bir miktar fedakarlık etmiş olduğu için, sonuçların geçerliliği sorgulanabilir. Ancak, Hénon’un

elde ettiği sonuçlar daha sonra Barnes vd. (1986); Merritt ve Aguilar (1985); Theis ve Spurzem (1999) tarafından daha gerçekçi ve ayrıntılı, 3 boyutlu simülasyonlarla doğrulandı (Bu konuda 2000 yılından sonra yapılan çalışmalar ve doğrudan N -cisim simülasyonları dışındaki yaklaşımlar için, bkz. Maréchal ve Perez 2011). Hénon asıl olarak, sistemdeki yörüngelerin belli bir doğrultuda yığılması sonucunda ortaya çıkan bu *merkezcil yörünge kararsızlığını* (İng.: Radial orbit instability) inceledi. Üç boyutlu simülasyonlar bundan başka, küresel simetriye sahip olmayan, kararsızlıkların da varlığını ortaya koydu. Bunların tam bir kuramsal sınıflandırması yapılmamış olsa da, bir kısmının plazma sistemlerinde görülenlere benzeyen kolektif modların (Fridman vd., 1984a,b) uyarılması sonucu ortaya çıktığı düşünülüyor.

Projemizde yüksek sayıda yıldız veya tıknaz cisim içeren, merkezinde çok yüksek kütleli bir kara delik barındıran kümelerin kararlılıklarını inceledik. Bu sistemlerin kararlı olmayabileceğini düşünmemiz için başlıca iki neden vardı. Birincisi, sistem izotropik değilse, merkezcil yörünge kararsızlığı ya da benzer bir kararsızlık ortaya çıkabilir. Bu kararsızlık üzerinde merkezde bulunan ağır bir kütleli, özellikle bu kütleli hareketinin etkisi açık bir problem ve aşağıda belirtilen çalışma bu soruyu yanıtlamıyor. İkincisi, izotropik olsalar bile bu sistemlerde Antonov'un kararlılık yeter şartları sağlanmadığından, sistemin kolektif modlarının uyarılması sonucu başka kararsızlıklar ortaya çıkabilir.

Bu türden literatürde raslanılan tek çalışma Buyle vd. (2007) tarafından yapıldı. Ancak bu çalışmada yalnız tek bir model (Hernquist 1990 modeli) inceleniyor ve elde edilen sonuçların herhangi bir genelleştirilmesine gidilmiyor. Ayrıca, bu çalışmanın iki önemli eksiği var: (1) Antonov ölçütlerinden sapmalar faz uzayının çok küçük bir bölümünde yer alıyor, ancak bu çalışma bu bölgeyi çözümleyecek ayrıntıdan yoksun; (2) Kullanılan sayısal yöntem merkezdeki kara deliğin hareketine izin vermiyor, bu da sistemin yapay olarak kararlı görünmesine yol açıyor olabilir. Bizim projemizde önerdiğimiz yöntemler bu eksiklikleri gideriyor.

3. Gereç ve Yöntem

3.1 Simülasyonlar için Başlangıç Koşullarının Hazırlanması

Öncelikle, projemizde yapacağımız simülasyonlar için bir dağılım fonksiyonuna uyan yıldız kümeleri ortaya çıkardık.

İlk olarak, deneme amacıyla, Hénon (1973)'un incelediği sistemlerin simülasyonlarını yaptık. Hénon'un *genelleştirilmiş politroplar* olarak adlandırdığı bu sistemlerin dağılım fonksiyonu

$$f = \begin{cases} K(E_1 - E)^{n-3/2} L^{2m} & E < E_1 \text{ için} \\ 0 & E > E_1 \text{ için} \end{cases}$$

hem enerjiye E hem de açısal momentuma L bağlı (burada, K , E_1 , n ve m çeşitli sabitler; $m = 0$ değeri alışlageldik [izotropik] politroplara karşılık geliyor).

Bu dağılım fonksiyonundan, başlangıç koşulları olarak kullanmak üzere, parçacıkların r , v_r ve v_t değerlerinin nasıl elde edileceği Hénon (1973) tarafından ayrıntılı olarak anlatılıyor. Genel hatlarıyla, önce hız değişkenleri üzerinden bir integral alınarak konum için bir dağılım

fonksiyonu elde ediliyor. Bu fonksiyon kullanılarak konum elde edildikten sonra, bu konum değeri yerine koyularak hızın büyüklüğü ve gözönüne alınan iki bileşeni arasındaki açı için bir dağılım fonksiyonu bulunuyor. Bu fonksiyon ayrılabilir olduğu için, yeni bir integral almaya gerek kalmadan, her iki değişkeni de ayrı ayrı elde edebiliyoruz.

Bundan sonra, merkezinde çok yüksek kütleli bir kara delik bulunan sistemleri inceledik. Bu sistemlerde yoğunluğun merkeze doğru artan bir kuvvet yasasını izlemesi bekleniyor, bu beklenti de gözlemlerle uyumlu (Merritt, 2013). Projemizde bu özelliği taşıyan η/γ modellerine (Tremaine vd., 1994; Baes vd., 2005) yoğunlaşacağız. Küresel simetriye sahip bu modellerin yoğunluk ve kütleçekim potansiyel profilleri

$$\rho(r) = \frac{3 - \gamma}{4\pi} \frac{1}{r^\gamma (1 + r)^{4-\gamma}}$$

$$\Psi(r) = \begin{cases} \frac{1}{2 - \gamma} \left[1 - \left(\frac{r}{1 + r} \right)^{2-\gamma} \right] & \gamma \neq 2 \text{ için} \\ \ln \left(\frac{r}{1 + r} \right) & \gamma = 2 \text{ için} \end{cases}$$

ile veriliyor (Baes vd. 2005; burada γ , yoğunluk profilinin merkezde ne kadar dik olduğunu belirleyen ve 0 ile 3 arasında değerler alabilen bir parametre).

Bu modellerin dağılım fonksiyonları da Baes vd. (2005) tarafından veriliyor. Bu kaynak-taki resimlerden de görülebileceği gibi, kara delik kütlesi sıfırdan büyük olduğu zaman, dağılım fonksiyonu bir integrale edilebilir (logaritmik) tekillik içeriyor. Bu tekillik önceki modellerde kullandığımız yöntemin çalışmamasına yolaçtı ve bu güçlüğü aşamadık. Baes ile haberleştiğimiz zaman kendisi de bu integralleri kendi yazdığı programlarla değil, MAPLE programını kullanarak aldığını söyledi. Biz bu yolu seçmek istemediğimiz için, başvurumuzda öngördüğümüz biçimde, bu tür sistemleri ortaya çıkarmakta kullanılan bir başka programı (HaloGen - halo generator)¹ kendi amaçlarımıza uyarladık. Bu programın özgün hali 3 boyutlu modeller yaratıyor ve her bir yıldızın konumu $\vec{r} = (x, y, z)$ ve hızını $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ üçer sayı ile veriyor. Biz bu sayıları bir boyutlu simülasyonlar için, aşağıdaki dönüşümlerle kullanabileceğimiz hale getirdik

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad (1)$$

$$v_r = \vec{v} \cdot \vec{r} / r, \quad (2)$$

$$v_t = \sqrt{v^2 - v_r^2}. \quad (3)$$

Bunu yaparken HaloGen programının yarattığı sistemin, merkeze göre nokta simetrisine sahip olduğunu farkettilik. 3 boyutta bir soruna yol açmayan bu “kısa yol”, küresel simetride yıldızları üstüste bindirdiği için bir boyutlu programımızın hata vermesine ve bir miktar zaman kaybına yol açtı.

¹<https://github.com/mzemp/halogen>

3.2 Bir Boyutlu (Küresel Simetrik) Simülasyon Yöntemi

Projenin ilk aşamasında yıldız sistemlerinin eş merkezli küresel kabuklarla betimlendiği (Hénon, 1964) simülasyonlar yapıldı. Bu yöntemde her bir parçacığın üç boyutlu konum ve hızı yerine yalnızca merkezden uzaklığı r ile hızının merkez doğrultusundaki v_r ve buna dik bileşeni v_t kullanılıyor. Bu sadeleştirme ile i parçacığı için hareket denklemleri (Hénon, 1964)

$$\frac{dr_i}{dt} = v_{r,i}, \quad \frac{dv_{r,i}}{dt} = \frac{l_i^2}{r^3} - \frac{GM_{<,i}}{r_i^2}$$

olarak yazılabilir. Burada

$$l_i = v_{t,i}r_i$$

açısız momentumu,

$$M_{<,i} = \frac{1}{2}m_i + \sum_{r_k < r_i} m_k$$

ise parçacığın konumunun iç kısmında kalan kütleyi gösteriyor. $\frac{1}{2}m_i$ terimi, bu basitleştirmenin getirdiği bir kendi kendine etki terimi. Küresel simetri nedeniyle, dışarıda kalan kütlelerin hareket denklemlerine bir etkisi yok.

Yıldız kümesinin ve hareket denklemlerinin bu biçimde sadeleştirilmesinin getirdiği bir çok avantaj var. Birincisi, küresel kabuklardan oluşan bir sistemin potansiyeli, nokta kütlelerden oluşan bir sistemin potansiyelinden çok daha az çalkantılı. Bu düzgünleştirme, gevşeme mekanizmasını bastırıyor ve sistemin bu yolla evrimini engelliyor. İkincisi, ortaya çıkan denklemler (merkezkaç bariyerli, serbest düşme denklemleri) analitik yollarla bile çözülebilecek kadar basit. Bu özellik uzun vadeli ve çok parçacıklı simülasyonları olanaklı kılıyor. Son olarak, sistemin her zaman küresel simetriye sahip olması, bu simetriden sapmadan doğacak kararsızlıkları izole edebilmemizi sağlıyor.

Bu yöntemi merkezinde kara delikler olan sistemlere uyarlarken iki değişiklik yaptık. Öncelikle potansiyel (ve dolayısıyla kuvvet) terimlerine kara deliğin katkısını ekledik. Ancak bu merkeze en yakın yıldızların ivmelerinin büyük ve hızlı değişiyor olması sonucunu getirdiği için, hareket denklemlerini integre etmeyi çok güçleştirdi. Bu nedenle ikinci olarak bu yıldızların sistemdeki diğer yıldızlardan daha küçük zaman adımları kullanmasını sağladık.

3.3 Üç Boyutlu Simülasyon Yöntemi

Üç boyutlu simülasyonlar için, başlangıçta gyrfalcON (Dehnen, 2000) kodunu kullanmayı planlıyorduk. Ancak bu kod çok hızlı olmasına rağmen kullanımının zorluğu nedeniyle ağaç tabanlı bir yöntem kullanmaya karar verdik. Gök mekaniği simülasyonlarında en yaygın kullanılan ağaç kodları Barnes-Hut algoritmasını (Barnes ve Hut, 1986) kullanıyor. Böyle bir programı kendimiz yazmak yerine, yazılmış ve kullanıma sunulmuş bir versiyonu tercih ettik. Kullanım kolaylığı

nedeniyle, AMUSE² çerçevesi içindeki BHTree programını amaçlarımıza uyarladık. Bu uyarılmanın parçası olarak sistemlerin dördüncü dereceden momentlerini hesaplayarak ortaya çıkan asimetrisi takip etmemizi sağlayan rutinler de yazdık.

4. Bulgular

4.1 Karadeliksiz Sistemlerin Evrimi

4.1.1 Bir boyutlu simülasyonlar

Yaptığımız simülasyonlardan bazı sonuçlar Resim 1 ve Resim 2'de sunuluyor. Resim 1'de iki farklı modelin Lagrange yarıçaplarının gelişimi gösteriliyor. Bu modellerden biri kararlı, diğeri ise kararsız sistemlere örnek oluşturuyor. Kararsızlığı görmenin bir başka yolu da yıldızların radyal ve teğet hızlarının dağılımını incelemek. Bu da, yine aynı modeller için, Resim 2'de gösteriliyor.

Projemizde Resim 2'de gösterilen iki farklı davranışın (kararlı ve kararsız) birbirinden otomatik olarak ayrılabilmesi için bir model geliştirmeye çalıştık. Bu resimlerde ortaya çıkan figürlerin fraktal lakunaritelerini (Mandelbrot, 1982; Plotnick vd., 1993) hesaplayarak karşılaştırdık. Maalesef bunu, kararsız sistemlerde çok farklı değerler elde ediliyor olması nedeniyle, geçerli bir yöntem olarak sunamıyoruz.

Burada sunulan grafikler, üçüncü iş paketimizde belirttiğimiz, çıktıları otomatik olarak bu grafiklere dönüştüren programlar ile elde edildi. Bu programlar Python'un³ matplotlib⁴ kütüphanesi kullanılarak yazıldı. Simülasyon programları, hem her adımda kümenin genel özelliklerini, hem de daha nadiren (yaklaşık 1000 adımda bir) her bir yıldızın konum ve hız değerlerini bir dosyaya yazıyor. Çizim programları da, simülasyon programının çıktılarını analiz edip, otomatik olarak grafikleri çiziyor.

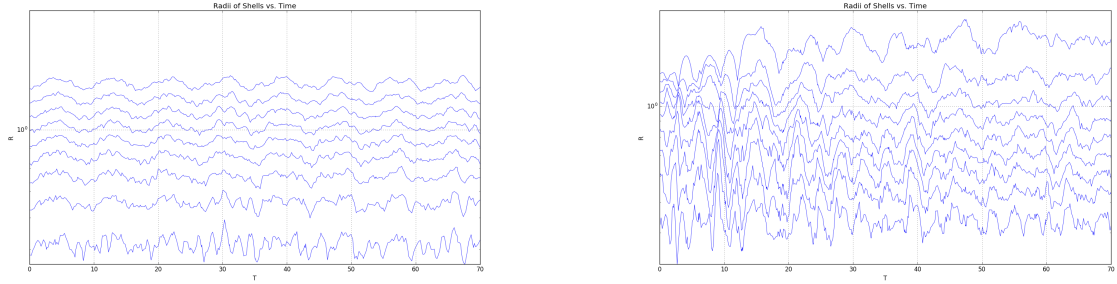
Başvurumuzda yapmayı öngördüğümüz kodun blok zaman adımları kullanır hale getirilmesi işini yapamadık. Bu başarısızlığımız, blok zaman adımları yönteminin üç boyutlu sistemler için geliştirilmiş olmasından kaynaklandı. Bu yöntem, verimliliği yüksek olmayan bu tür simülasyonları daha verimli hale getiriyor, ama bizim yaptığımız tek boyutlu simülasyonlar zaten çok verimli olduğu için burada işe yaramıyor. Temel olarak, tek boyutta ve küresel simetri varsayımı yapıldığında potansiyel hesabı çok hızlı yapılabilir, blok zaman adımları asıl olarak bu hesabı hızlandırdığı için bu problemde işimize yaramıyor.

Bu adımı gerçekleştirmemiz, çok önemli bir sorun oluşturmadı. Zaten simülasyonlarımız çok hızlı yapılabilir, dolayısıyla burada alternatif olarak öngördüğümüz, kodun paralelleştirilmesi işini de yapmadık. Bunun yerine programda yer alan darboğazları optimize ettik. Simülasyonlarımızın ne kadar sürdüğü Tablo 1'de veriliyor.

²<http://amusecode.org>

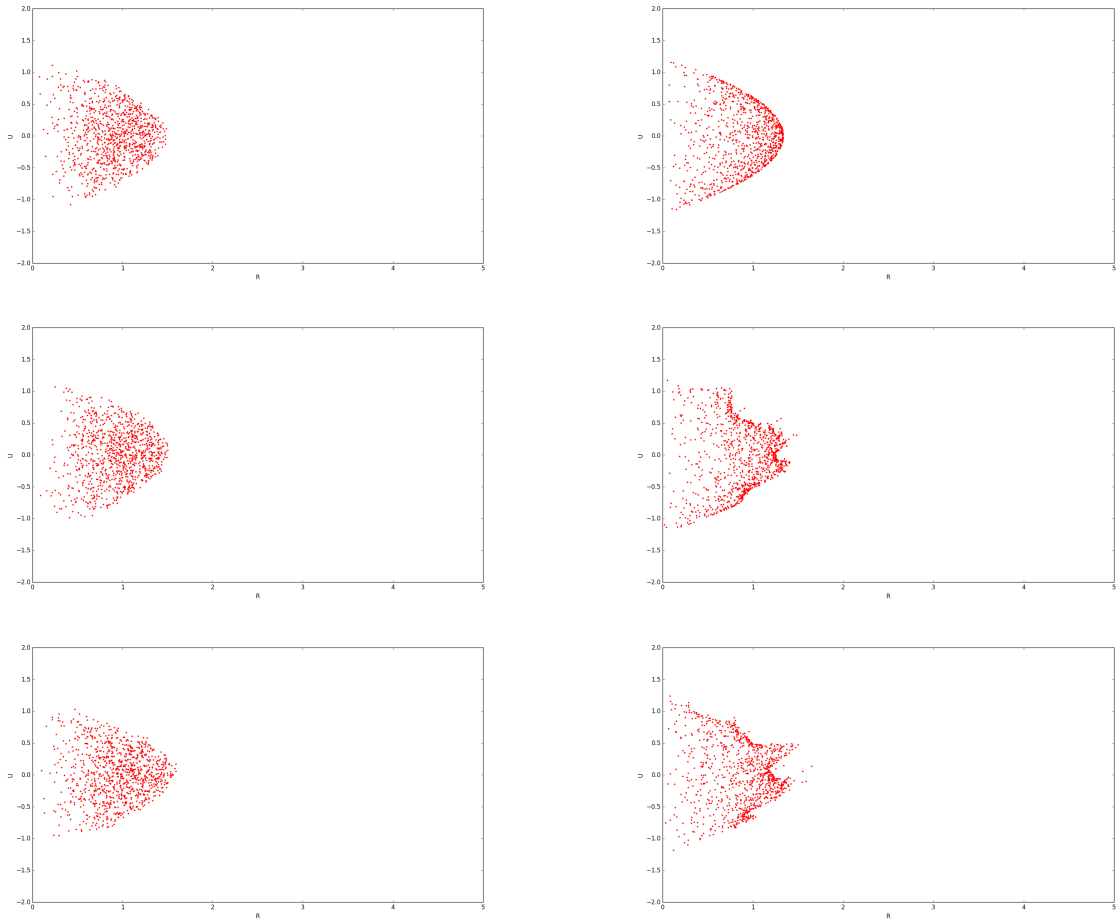
³<http://www.python.org>

⁴<http://matplotlib.org>



Resim 1: Yıldız kümelerinin Lagrange yarıçaplarının evrimi.

x eksenini geçiş zamanı (İng: crossing time; ortalama olarak yıldızların yörüngeleri üzerinde kümenin merkeze en uzak noktasından en yakın noktaya gelmeleri için geçen sürenin iki katı) birimleri ile zamanı, y eksenini viryal yarıçap birimiyle, her biri kümenin kütle olarak belli bir yüzdesini içeren kürelerin yarıçaplarını gösteriyor. Sol tarafta $n = 1, m = 0$ (kararlı bir sistem); sağ tarafta $n = 0.5, m = -0.5$ (kararsız bir sistem) için elde ettiğimiz sonuçlar gösteriliyor.



Resim 2: Yıldız kümelerinin radyal ve teğetsel hızlarının dağılımının evrimi.

x eksenini teğetsel hızı, y eksenini radyal hızı gösteriyor. Yukarıdan aşağıya 0, 25 ve 50 geçiş zamanındaki durumlar veriliyor. Sol tarafta $n = 1, m = 0$ (kararlı bir sistem); sağ tarafta $n = 0.5, m = -0.5$ (kararsız bir sistem) için elde ettiğimiz sonuçlar gösteriliyor.

Tablo 1: Simülasyonların, saniye cinsinden, aldığı zaman.

Birinci sütun yıldız sayılarını, ikinci sütun kararlı bir sistem için zamanları, üçüncü sütun kararsız bir sistem için zamanları gösteriyor. m ve n değerlerine sistematik bir bağlılık görünmüyor, ancak anizotropisi yüksek sistemlerin evrimi biraz daha hızlı simüle edilebiliyor. Simülasyon süresi N yıldız sayısı ile yaklaşık doğrusal biçimde artıyor (Kuramsal beklenti: $t \propto N \log N$). Simülasyonlar Intel® Core™ i7-2670QM CPU'ya sahip bir bilgisayarda yapılmıştır.

N	$n = 1, m = 0$	$n = 0.5, m = -0.5$
500	3.4	3.4
1000	6.4	6.8
5×10^3	40.1	33.6
10^4	72.2	65.3
2×10^4	167	120
5×10^4	501	328
10^5	1116	703

4.1.2 Üç boyutlu simülasyonlar

Üç boyutlu simülasyonlarda da, benzer başlangıç koşulları için, bütünüyle uyumlu sonuçlar elde ettik. Bu nedenle bu bölümde yalnız daha önce incelenmemiş ve bir sonraki kısımdaki sonuçlarla karşılaştırma olanağı sunan Hernquist $\gamma = 1$ ve Jaffe $\gamma = 2$ modellerinin simülasyonlarını sunacağız.

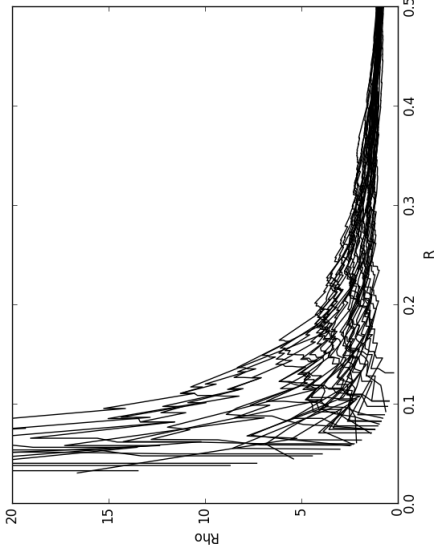
Şekil 3a bu iki model için simülasyonun çeşitli adımlarındaki yoğunluk profillerini gösteriyor. Bu resim bir kararsızlık göstermese de, bu sistemlerin bir değişim geçirdiğini görebiliyoruz. Bu değişim Lagrange yarıçaplarına baktığımızda da karşımıza çıkıyor (Şekil 4a). Burada bazı salınımlar görsek de bu salınımların büyümüyor olması yine sistemlerin kararlı olduğunu işaret ediyor. Sistemler kararsız olsaydı, bu salınımların büyümesini ve dış yarıçaplara taşmasını beklerdik. Son olarak dördüncü dereceden moment tensörünün elementlerine baktığımız zaman hatırı sayılır bir değişim ve zaman içinde monotonik bir eğilim görmüyoruz (Şekil 5a). Bu veriyi de eklediğimiz zaman, görünen salınımların numerik gürültü olduğu sonucuna varabiliriz.

Bu sistemler izotropik oldukları için radyal yönde büyüyen kararsızlıklara sahip olmalarını beklemiyoruz. Ancak, sonradan bir anizotropi ortaya çıkıp çıkmadığını da kontrol ettik. Şekil 6a'da sunduğumuz sonuçlar, bu sistemlerin böyle bir eğilime sahip olmadıklarını gösteriyor.

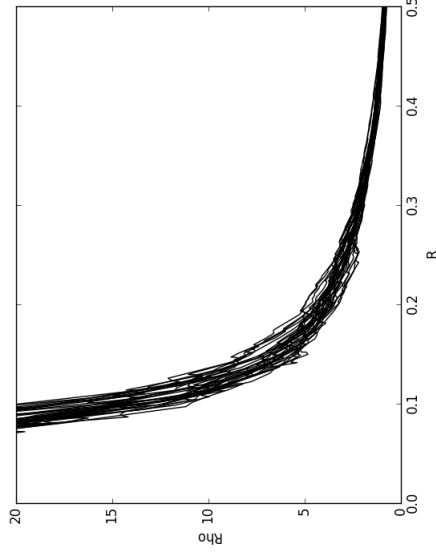
4.2 Karadelikli Sistemlerin Evrimi

Hernquist ve Jaffe modelleri merkez bölgelerindeki yoğunluk profili sayesinde bir kara deliği destekleyebiliyorlar. Bu modellere sistemdeki toplam yıldız kütlelerinin çeşitli oranlarında (1/10, 1, 2, 5, 10) kara delikler ekleyerek simülasyonlar yaptık ve sistemlerin evrimlerini inceledik.

Simülasyonların hiçbirinde bir kararsızlığın ortaya çıktığını görmedik. Tam tersine kara deliğin varlığın sistemlerde görülen oynamaları ve salınımları bastırdı. Bütün sonuçlar birbirine benzediği için burada yalnız en uç örnek olan, kara deliğin kütlelerinin toplam yıldız kütlelerinin 10 katı olduğu durumda elde edilen sonuçları sunuyoruz. Şekil 3b ve 4b'de kara deliğin sis-



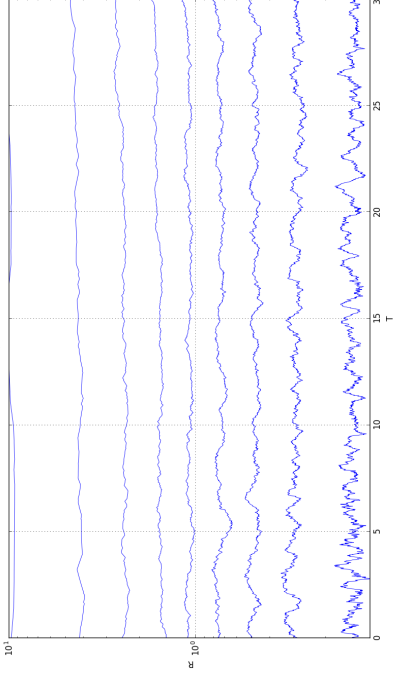
(a) Kara deliksiz Hernquist ve Jaffe modelleri.



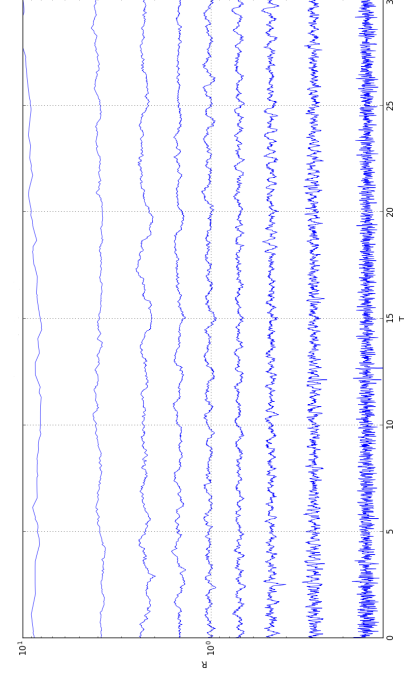
(b) Merkezinde kara deliğin toplam yıldız kütesinin on katı olduğu Hernquist ve Jaffe modelleri.

Resim 3: Kümelerde yoğunluk profilinin evrimi.

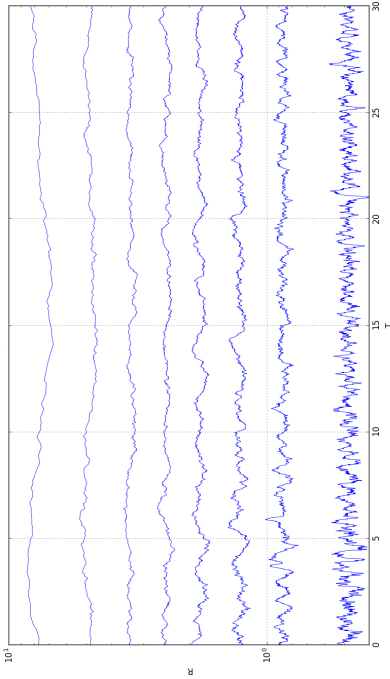
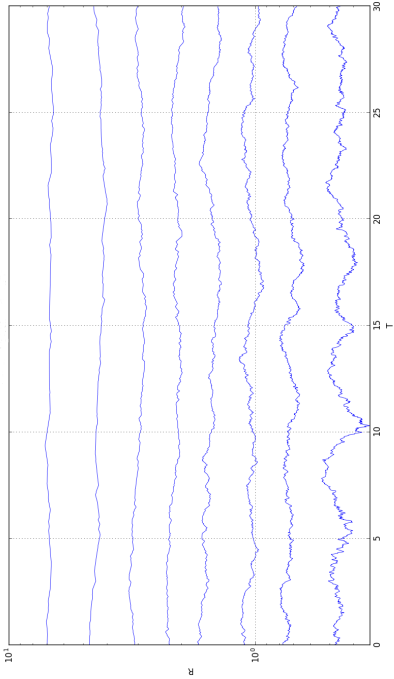
Üstteki kara deliksiz sistemlerde bir evrim gözlenirken, alttaki sistemlerdeki kara delik evrimi bastırıyor.



(a) Kara deliksiz Hernquist ve Jaffe modelleri.

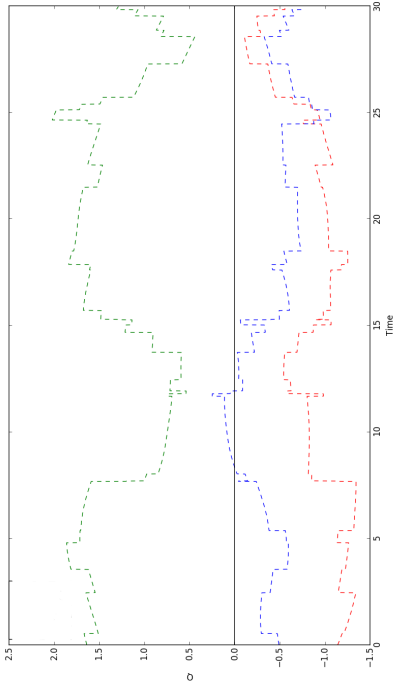
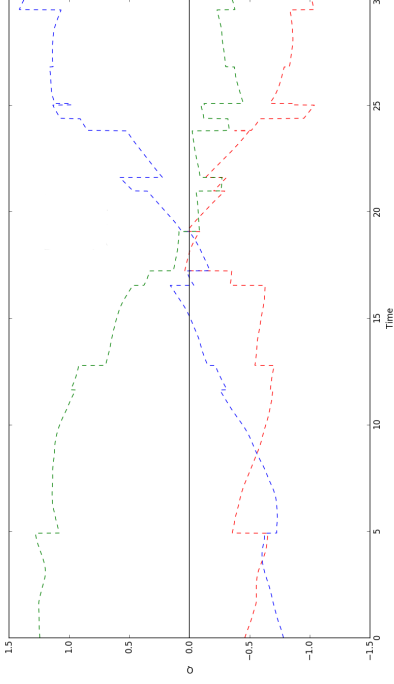


(b) Merkezinde kara deliğin toplam yıldız kütesinin on katı olduğu Hernquist ve Jaffe modelleri.

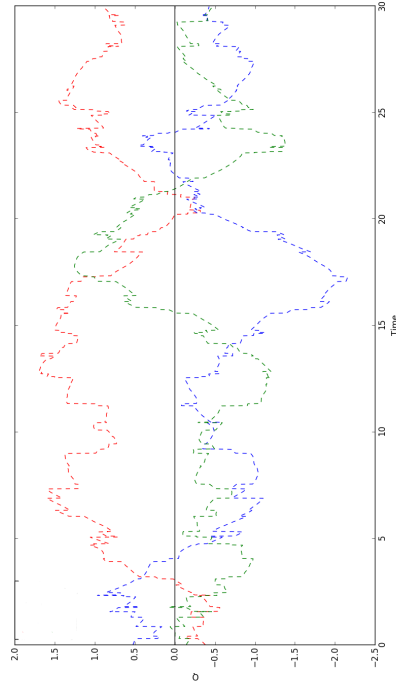
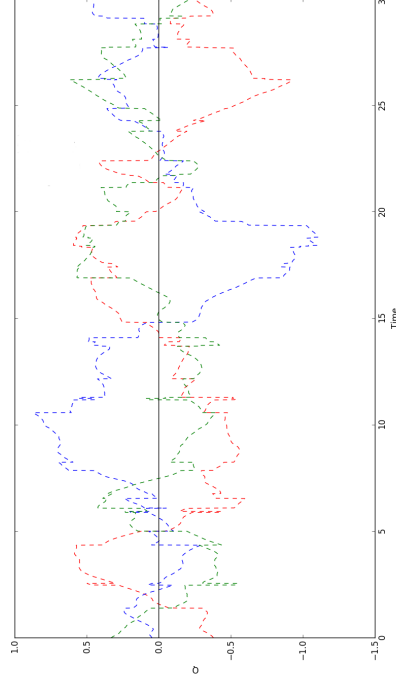


Resim 4: Kümelerde Lagrange yarıçaplarının evrimi.

Üstteki kara deliksiz sistemlerde bir salınım gözlenirken, alttaki sistemlerdeki kara delik salınımları bastırıyor.

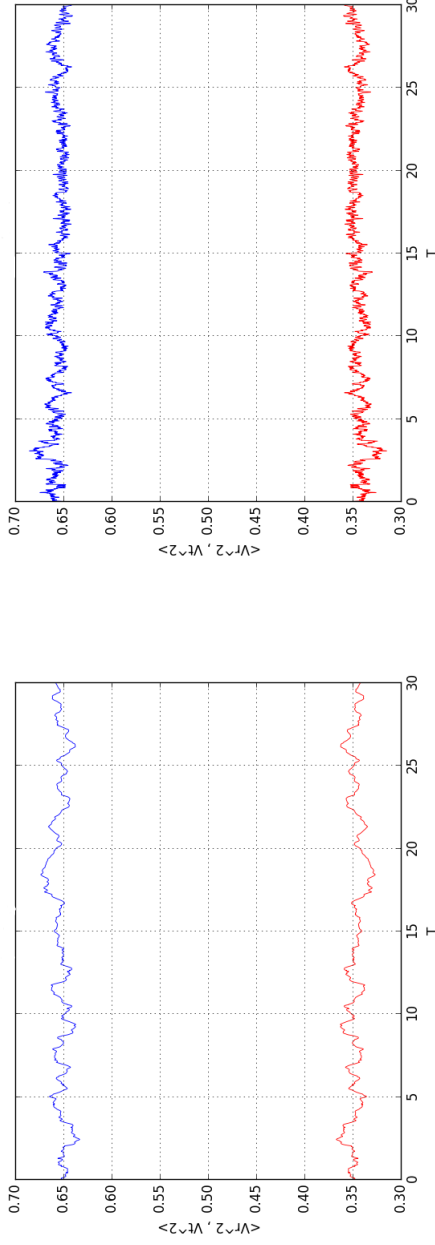


(a) Kara deliksiz Hernquist ve Jaffe modelleri.

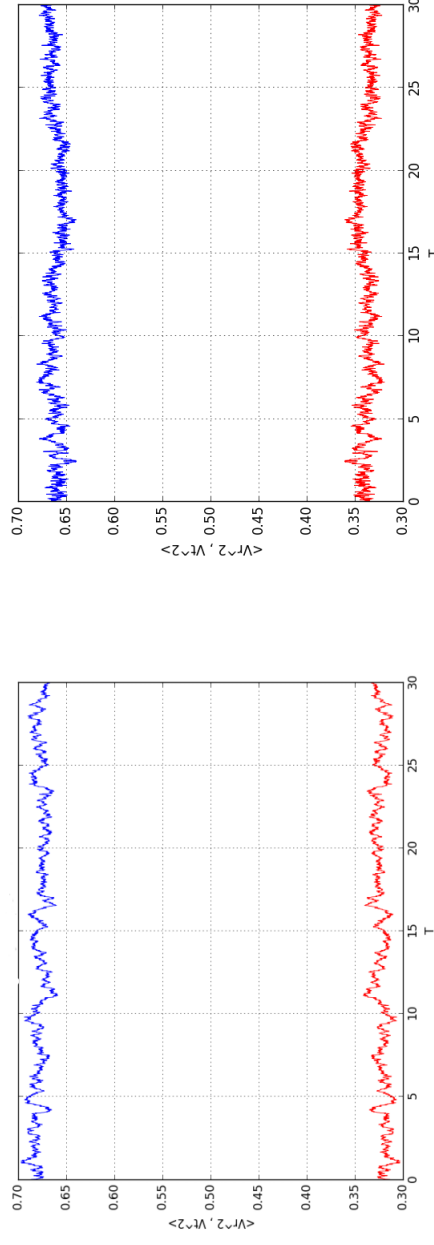


(b) Merkezinde kara deliğin toplam yıldız kütesinin on katı olduğu Hernquist ve Jaffe modelleri.

Resim 5: Kümelerde dördüncü derece moment tensörü elemanlarının evrimi. Üstteki kara deliksiz sistemlerde de, alttaki kara delikli sistemlerde de fiziksel anlam içeren bir değişim görünmüyor.



(a) Kara deliksiz Herquist ve Jaffe modelleri.



(b) Merkezinde kara deliğin toplam yıldız kütesinin on katı olduğu Herquist ve Jaffe modelleri.

Resim 6: Kümelerde hız anizotropisinin evrimi
Üstteki kara deliksiz sistemlerde de, alttaki kara delikli sistemlerde de fiziksel anlam içeren bir değişim görünmüyor.

temdeki oynamaları bastırma etkisi görünüyor. Şekil 5b ve 6b'de de kara deliğin hatırı sayılır bir fark yaratmadığını görüyoruz.

5. Sonuçlar ve Tartışma

Projemizde merkezinde çok yüksek kütleli karadelikler bulunan yıldız sistemlerinin kararlılığını inceledik. Bu amaçla Buyle vd. (2007)'nin yaptığı gibi anizotropi değerleri yerine, sistemin merkezindeki yoğunluk profilini değiştirdik. Buyle vd. (2007)'in bulduğuna benzer bir biçimde kara deliklerin sistemde bir kararsızlığa yol açmadığını bulduk.

Buna ek olarak, nicel bir değerlendirme yapamaksak da sistemde bir kara deliğin bulunmasının salınım ve oynamaları azalttığını gözledik. Bu gözlemimiz ileride bu doğrultuda yapmayı planladığımız çalışmalar için bir fikir verdi. Elimizdeki araçları anizotropik olup, radyal yönde büyüyen kararsızlıklar taşıyan sistemlerin merkezine bir kara delik eklendiği zaman ne olacağını görmek için kullanmayı planlıyoruz. Halihazırda böyle bir sistem kurmak mümkün değil, çünkü anizotropik kararsızlığa sahip bildiğimiz sistemlerin merkezlerindeki yoğunluk profili bir kara delik desteklemiyor. Kara delik destekleyebilecek çok geniş bir model ailesi bulunduğundan (Zhao, 1996), bunların anizotropi içerecek biçimde genelleştirilmesi sonucunda, bu çalışmanın yapılabileceği modeller bulunabileceğini düşünüyoruz.

6. Proje Çıktıları

Projemizde ilginç bir sonuç elde etmediğimiz için, sonuçlarımızı yayına göndermemeye karar verdik. Yukarıda belirttiğimiz fikirleri hayata geçirir ve orada ilginç sonuçlar elde edersek, buradaki sonuçları da onlarla beraber yayınlamayı düşünüyoruz. Bu kararımızda projemiz için istediğimiz ek süreyi alamamız ve projede çalışan öğrencimiz Çağrı Erciyes'in yurtdışında olması da bir rol oynadı.

Çağrı Erciyes, projedeki çalışmalarının bir kısmını ODTÜ Amatör Astronomi Topluluğu'nun 22 Nisan 2017'de ODTÜ'de düzenlediği "Dilhan Eryurt Gökbilim Günü"nde sözlü olarak sunmuştur.

Proje önerimizde belirttiğimiz gibi, sonuçları elde etmekte kullandığımız programları açık olarak kullanıma sunduk:

https://github.com/atakan/cluster_stability_publ

Henüz programlarımızı kolayca kullanmayı sağlayacak dokümanları hazırlayıp bu siteye eklemedik. Bunun bir nedeni zaman eksikliği, bir nedeni de bu programları yukarıda belirttiğimiz fikirleri hayata geçirmek için kullanacak ve bu arada muhtemelen bir miktar değiştirecek olmamız.

Projenin en önemli çıktılarından biri de, öneri hedeflerimizde belirttiğimiz gibi hesaplamalı gök mekaniği konusunda bir öğrenci yetiştirilmesi olmuştur. Öğrencimiz Çağrı Erciyes şu an yüksek lisans için yurtdışında, ancak bir noktada ülkemize döner ve bu konuda çalışmaya devam ederse, bu daldaki bir kaç kişiden biri olacaktır.



Kaynaklar

- Aarseth, S. J.. 2010. Gravitational N-Body Simulations. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Baes, M., Dejonghe, H. ve Buyle, P. 2005. "The dynamical structure of isotropic spherical galaxies with a central black hole.". *Astronomy and Astrophysics*, 432, 411–422. doi:10.1051/0004-6361:20041907.
- Bar-Or, B., Kupi, G. ve Alexander, T.. 2013. "Stellar Energy Relaxation around a Massive Black Hole.". *Astrophysical Journal*, 764, 52. doi:10.1088/0004-637X/764/1/52.
- Barnes, J. ve Hut, P. 1986. "A hierarchical $O(N \log N)$ force-calculation algorithm.". *Nature*, 324, 446–449. doi:10.1038/324446a0.
- Barnes, J., Hut, P. ve Goodman, J.. 1986. "Dynamical instabilities in spherical stellar systems.". *Astrophysical Journal*, 300, 112–131. doi:10.1086/163786.
- Binney, J. ve Tremaine, S.. 2008. *Galactic Dynamics (Second Edition)*. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press.
- Buyle, P., van Hese, E., de Rijcke, S. ve Dejonghe, H.. 2007. "Radial-orbit instability of a family of anisotropic Hernquist models with and without a supermassive black hole.". *MNRAS*, 375, 1157–1170. doi:10.1111/j.1365-2966.2006.11396.x.
- Dehnen, W.. 2000. "A Very Fast and Momentum-conserving Tree Code.". *Astrophysical Journal, Letters*, 536. doi:10.1086/312724.
- Ferrarese, L. ve Ford, H.. 2005. "Supermassive Black Holes in Galactic Nuclei: Past, Present and Future Research.". *Space Sci. Rev.* 116, 523–624. doi:10.1007/s11214-005-3947-6.
- Fridman, A. M., Polyachenko, V. L., Aries, A. B. ve Poliakoff, I. N.. 1984a. *Physics of gravitating systems. I. Equilibrium and stability*. New York: Springer Verlag.
- Fridman, A. M., Polyachenko, V. L., Aries, A. B. ve Poliakoff, I. N.. 1984b. *Physics of gravitating systems. II. Nonlinear collective processes: nonlinear waves, solitons, collisionless shocks, turbulence. Astrophysical applications*. New York: Springer Verlag.
- Graham, A. W.. 2015. "Galaxy bulges and their massive black holes: a review.". *ArXiv e-prints*. <https://arxiv.org/abs/1501.02937>.
Son erişim tarihi: 15 Mayıs 2018.
- Gürkan, M. A. ve Hopman, C.. 2007. "Resonant relaxation near a massive black hole: the dependence on eccentricity.". *MNRAS*, 379, 1083–1088. doi:10.1111/j.1365-2966.2007.11982.x.
- Hénon, M.. 1964. "L'évolution initiale d'un amas sphérique.". *Annales d'Astrophysique*, 27, 83.



- Hénon, M.. 1973. "Numerical Experiments on the Stability of Spherical Stellar Systems.". *Astronomy and Astrophysics*, 24, 229.
- Hernquist, L.. 1990. "An analytical model for spherical galaxies and bulges.". *Astrophysical Journal*, 356, 359–364. doi:10.1086/168845.
- Mandelbrot, B. B.. 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco: Freeman.
- Maréchal, L. ve Perez, J.. 2011. "Radial Orbit Instability: Review and Perspectives.". *Transport Theory and Statistical Physics*, 40, 425–439. doi:10.1080/00411450.2011.654750.
- Merritt, D.. 2013. *Dynamics and Evolution of Galactic Nuclei*. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press.
- Merritt, D. ve Aguilar, L. A.. 1985. "A numerical study of the stability of spherical galaxies.". *MNRAS*, 217, 787–804.
- Plotnick, R. E., Gardner, R. H. ve O'Neill, R. V.. 1993. "Lacunarity indices as measures of landscape texture.". *Landscape Ecology*, 8 (3), 201–211. doi:10.1007/BF00125351.
- Rauch, K. P. ve Tremaine, S.. 1996. "Resonant relaxation in stellar systems.". *New Astronomy*, 1, 149–170. doi:10.1016/S1384-1076(96)00012-7.
- Spitzer, L.. 1987. *Dynamical evolution of globular clusters*. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press.
- Theis, C. ve Spurzem, R.. 1999. "On the evolution of shape in N-body simulations.". *Astronomy and Astrophysics*, 341, 361–370.
- Tremaine, S.. 2005. "Secular Stability and Instability in Stellar Systems Surrounding Massive Objects.". *Astrophysical Journal*, 625, 143–155. doi:10.1086/429713.
- Tremaine, S., Richstone, D. O., Byun, Y.-I., Dressler, A., Faber, S. M., Grillmair, C., Kormendy, J. ve Lauer, T. R.. 1994. "A family of models for spherical stellar systems.". *Astronomical Journal*, 107, 634–644. doi:10.1086/116883.
- Zhao, H.. 1996. "Analytical models for galactic nuclei.". *MNRAS*, 278, 488–496. doi:10.1093/mnras/278.2.488.

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje Yürütücüsü:	Doç. Dr. MEHMET ATAKAN GÜRKAN
Proje No:	116F034
Proje Başlığı:	Çok Yüksek Kütleli Kara Delikler İçeren Yıldız Kümelerinin Kararlılığı
Proje Türü:	3001 - Başlangıç AR-GE
Proje Süresi:	18
Araştırmacılar:	
Danışmanlar:	
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:	ORTA DOĞU TEKNİK Ü. FEN-EDEBİYAT F. FİZİK B.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:	15/07/2016 - 15/06/2018
Onaylanan Bütçe:	33300.0
Harcanan Bütçe:	12905.94
Öz:	<p>Bu proje kapsamında merkezinde çok yüksek kütleli kara delikler bulunan yıldız kümelerinin kararlılığını sayısal yöntemlerle inceledik. Bu amaçla hem kendi bir boyutlu kodlarımızı geliştirdik, hem de üç boyutlu yaygın olarak kullanılan kodlardan faydalandık. Kodlarımızı ve yaklaşımımızı daha önce çözülmüş problemleri çözerek test ettik. Bunun ardından, farklı yoğunluk profilleri olan modelleri farklı büyüklükte kara delikler ile birleştirip, evrimlerinin simülasyonunu yaptık. Sonuçlarımız kara deliklerin sistemleri kararsız hale getirmedeğini gösteriyor. Hatta oynamaların azalması, kara deliklerin bazı sistemleri daha kararlı hale getirebileceğinin ipuçlarını veriyor.</p>
Anahtar Kelimeler:	Gök mekaniği, N-cisim simülasyonları
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Hayır