



Birlikte Sarkan Yük Taşıyan Kol Uçuşundaki Quadrotorların Modellemesi ve Kontrolü

Program Kodu: 1002

Proje No: 115E649

Proje Yürütücüsü:
Prof. Dr. Ozan TEKINALP

Araştırmacı:

Danışman:

Bursiyer:
Segun Ariyibi

AĞUSTOS 2016
ANKARA



ÖNSÖZ

Burada bir yıl süreli hızlı destek programında desteklenmiş olan, Birlikte Sarkan Yük Taşıyan Kol Uçuşundaki Quadrotorların Modellenmesi ve Kontrolü isimli projenin sonuç raporu verilmiştir. Proje kapsamında önerilen tüm çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Uluslararası kongrede sunulmak üzere bir bildiri hazırlanmıştır. Proje bir bursiyer ve bir proje yöneticisinin çalışmaları ile sonuçlandırılmıştır.

Çalışma bu alanda başka araştırmalara kapı açmıştır. Bunlar arasında yeni algoritmaların geliştirilmesi, modellemenin gerçeği daha yakından benzetir şekle getirilmesi ve nihayetinde algoritmaların gerçek uçuş testleri ile gösterimi önümüzdeki dönemde bu alanda yapmayı arzu ettiğimiz çalışmalardan bazılarıdır.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖNSÖZ	1
TABLO VE ŞEKİL LİSTESİ	3
ÖZET	4
ABSTRACT	4
1. GİRİŞ	5
1.1 Literatür Özeti	5
1.2 Kullanılan Semboller	6
1.3 Rapor İçeriği	6
2. TEK QUADROTOR VE SARKAN YÜK SİSTEMİ	7
2.1 Sarkan Yük Taşıyan Quadrotor Denklemleri	7
2.2 Quadrotor Modeli	8
2.3 Doğrusal Karesel Takip Kontrolcüsü	9
2.4 Sarkan Yük Taşıyan Tek Quadrotor Benzetim Sonuçları	10
3. İKİ QUADROTOR TARAFINDAN TAŞINAN SARKAN YÜK SİSTEMİ	14
3.1 Sarkan Yük Taşıyan İki Quadrotorlu Sistem Denklemleri	14
3.2 Lyapunov Fonksiyonu Temelli Kol Uçuşu Kontrolü	17
3.3 Birlikte Sarkan Yük Taşıyan İki Quadrotor İçin Simülasyon Sonuçları	18
4. SARKAN YÜKÜ ÜÇ QUADROTOR İLE TAŞIMA	22
4.1 Üç Quadrotorlu Sistemin Denklemleri	22
4.2 Üç Quadrotorlu Sistemin Simülasyon Sonuçları	23
5. SONSÖZ	27
KAYNAKLAR	28



TABLO VE ŞEKİL LİSTESİ

- Tablo 1 Quadrotorun fiziksel özellikleri
Tablo 2 Kullanılan Kazanç Marisleri
Şekil 1. Quadrotor ve sarkan yük sistemi
Şekil 2. Sarkan yük taşıyan tek quadrotorun komuta edilen ve elde edilen hızları
Şekil 3. Sarkan yük taşıyan tek quadrotorun ve yükünün yörüngesi
Şekil 4. Sarkan yükün enine ve boyunda yönlerdeki savrulma açıları
Şekil 5. Pervane hızları
Şekil 6. İki quadrotor tarafından taşınan yük, 5 vücutlu sistem
Şekil 7. Lidere uygulanan hız komutası ve lider quadrotorun cevabı.
Şekil 8. İki quadrotor ile sarkan yük taşıyan sistemde quadrotorların ve yükün izlediği yörünge.
Şekil 9. Lider ve takipçinin bağlı konumları.
Şekil 10. Yükün sallanma açıları
Şekil 11. Lider quadrotorun pervane hızları
Şekil 12. Takipçi quadrotorun pervane hızları
Şekil 13. Üç quadrotorlu sistem
Şekil 14. Üç quadrotorlu sistemde quadrotorların ve yükün konumları
Şekil 15. Üç quadrotorlu sistemde yükün sallanma açıları
Şekil 16. Birinci quadrotorun pervane hızları
Şekil 17. İkinci quadrotorun pervane hızları
Şekil 18. Üçüncü quadrotorun pervane hızları

İnsansız hava araçlarının (İHA) kol uçuşu bazı avantajları nedeniyle gittikçe daha çok önem kazanmaktadır. Örneğin afetlerde arama sırasında kol uçuşu yapan insansız hava araçları ile daha geniş bir alanın daha kısa sürede aranması mümkün olabilir. Yine göçmen kuşlar gibi birbirini takip ederek öndeki aracın dümen suyunda (wake) uçan insansız hava araçlarında yakıt tüketiminin daha az olacağı da bilinmektedir. Diğer yandan kol uçuşu ile tek başına yapılamayacak görevlerin yerine getirilebilmesi mümkündür. Bunlar arasında çok fazla dikkat çekmemiş bir konu, iki veya daha fazla quadrotorun (dört-pervanelinin) bir yükü birlikte taşımasıdır. Birlikte sarkan yük taşıma geçmişte insanlı helikopterler için düşünülmüş ve araştırılmıştır. Quadrotorlar da helikopterler gibi dikine iniş kalkış yapmaktadır. Buna karşılık basit yapıları nedeniyle özellikle küçük insansız hava aracı görevleri açısından tercih edilmektedirler. Bu projede, 2 ve 3 quadrotorun bunlara bağlanmış sarkan bir yükü birlikte taşıması modellenecek kol uçuşu yaparak birlikte yük taşıyan bu quadrotorlar için gerekli uçuş kontrol algoritmalarının geliştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Quadrotor, insansız hava aracı, kol uçuşunun kontrolü, sarkan yük taşıma, otomatik uçuş kontrolü, işbirliği ile kontrol

ABSTRACT

Unmanned air vehicles (UAVs) in a formation may carry out various missions that are not possible through a single vehicle. Such Formation flying aircraft may speed up search and rescue operations by covering a wider area more rapidly. Aircraft, just like migrating birds, flying at each other's wake result in less fuel consumption. There are many missions that may be impossible for a single UAV but possible when they are flying in formation. Among others on such missions that has not been addressed in depth in literature is the slung load carrying quadrotor formations. Carrying a slung load has been considered and addressed for manned helicopters in the past. Quadrotors, just like helicopters can take off and land vertically. However, due to their simpler construction, they are preferred over helicopters in small unmanned missions. In this project, quadrotors carrying a single slung load is modelled and necessary flight control algorithms are developed.

Keywords: Quadrotor, Unmanned air vehicle, formation flight, formation control, slung load carrying, automatic flight control, collaborative control



1. GİRİŞ

Bu projenin amacı kol uçuşu yaparak sarkan yükü birlikte taşıyan quadrotorların uçuş mekaniği açısından modellenmesi ve kontrolüdür. Bu aşağıdaki adımlarla hayata geçirilmesi önerilmiştir.

1. Çoklu quadrotorun sarkan yük taşımasının uçuş mekaniği modeli geliştirilmesi.
2. Sistemin benzetim kodunun geliştirilmesi,
3. Bahse konu görevi yerine getirebilmek için kontrol algoritmaları önerilmesi,
4. Geliştirilen kontrol algoritmaları benzetim programında denenerek sistemin başarımı gösterilmesiydi.

Tüm bu çalışmalar proje kapsamında gerçekleştirilmiştir.

1.1 Literatür Özeti

Quadrotorlar günümüzde pek çok amaçla kullanılmaktadır. Bunlardan hiç kuşkusuz en önemlisi keşif ve gözetlemedir. Özellikle muhabirler veya film-video çekimler, quadrotorları hava görüntülerinin hızlıca elde edilmesi için sık sık kullanılmaktadırlar. Diğer yandan quadrotorlar arama görevleri için de kullanılabilir. Mevcut mevzuata göre, SHT-İHA(2013), 4kg'ın altındaki insanız hava araçların (İHA) uçurulması serbest bırakılmıştır. 20 kg'ın altındaki görerek uçuşlarda da bir kısıtlama yoktur. Mevcut mevzuata göre 4 kg'ın üzerindeki otomatik uçuşlarda gerek uçuş izinleri, pilot ve uçak sertifikasyonu açısından muhtelif kısıtlamalar bulunmaktadır. Bu kısıtlamalar göz önünde alındığında, özellikle otomatik uçuş yapacak İHA'larda 4 kg'ın altındakilerin yaygınlaşacağı anlaşılmaktadır. Benzer şekilde quadrotorların da 4 kg lık kalkış ağırlığının altındakilerin yaygınlaşacağı kolaylıkla tahmin edilebilir. Böyle bir quadrotor ise daha çok keşif, gözetleme ve arama için kullanılacaktır. Hâlbuki küçük insansız quadrotorlar afetzedelerin ihtiyacı olan yiyecek, içecek, ilaç veya malzemeyi ulaşılması zaman alacak yerlere kolaylıkla ve kısa sürede ve kolaylıkla ulaştırabilirler. Böyle quadrotorlar arama timlerinin standart ekipmanı haline gelmesi beklenmelidir. Bu projede önerilen yukarıda bahsedilen afet durumlarında da kullanılabilen üzere küçük quadrotorların kol uçuşu ve birlikte yük taşımasını temin edecek otomatik uçuş kontrol algoritmaları geliştirilmiştir.

Literatürde kol uçuşu konusunda muhtelif yaklaşımlar mevcuttur. Bunlar: Lider-takipçi yaklaşımı, sanal lider yaklaşımı, sanal yapı yaklaşımı, sanal referans noktası yaklaşımı, davranışsal yaklaşım, grafiksel konuşlandırma yaklaşımıdır. Bu yaklaşımlardan lider takipçi yaklaşımı en çok kabul gören yaklaşımdır. Çünkü örneğin göç eden kuşlar bu şekilde davranırlar. İHA'lar göz önüne alındığında bir İHA lider olarak seçilir. Lider belirlenen bir yörüngede uçar ve diğerleri de lidere göre bağlı konumlarını koruyarak takip eder. Böylece lider tüm sürüyü götürmekle görevlidir. Bu yaklaşımın kötü tarafı ise kol yapısı (formasyon) liderin kaybedilmesine karşı gürbüz değildir (Patcher (1994), Chiaramonti (2006)). Lider kaybına karşı daha gürbüz olan sanal lider yaklaşımı geliştirilmiştir. Bu yaklaşımda, kol uçuşundaki takipçilerin belirli bir yörünge uçan hayali bir noktayı takip etmesi beklenir. Buna karşılık kol uçuşu yapan uçakların birbirlerinin konumlarını bilmediklerinden takipçiler arasında çarpışmalar olabilir (Chiaramonti (2006)). Bu problem, takipçilerin bir katı cismin parçacıkları olarak davranmasını temin ile çözülebilir. Böylece her bir takipçinin diğerlerine göre konumları sabitlenmiş olur. Bu yaklaşım elbette zaman içinde şeklini değiştiren kol uçuşlarında mümkün olmaz Van den Broek (2009), Tan (1996). Diğer yandan formasyonun yeniden şekillendirilmesi arzulandığında referans noktalarının ve referans yörüngesinin değiştirilmesi yeterli olacaktır Chao (2011). Daha önceki

çalışmalarımızda lider-takipçi yaklaşımı kullanılmıştır (Ariyibi ve Tekinalp(2013, 2015), Tekinalp ve Kumbasar (2015), Kumbasar ve Tekinalp (2015)).

Formasyon kontrollü için de muhtelif yaklaşımlar önerilmiştir. Formasyon geometrisi doğrusal olmadığı için doğrusal olmayan güdüm algoritmalarının kullanılması uygun olmaktadır. Literatürde, kayan kip yöntemi (Galzi (2006)), uyarlamalı çıktı geri beslemesi yöntemi (Sattigeri (2003)) potansiyel alan yöntemi (Paul (2008)) ve sınırlama kuvvetleri yöntemleri (Zou (2009)) kullanılmıştır. Daha önceki çalışmalarımızda Lyapunov temelli ve hal vektörü bağımlı Ricatti denklemi yöntemi (State Dependent Ricatti Equation Method, SDRE) temelli doğrusal olmayan güdüm yöntemleri geliştirilmiştir (Ariyibi ve Tekinalp(2013, 2015), Tekinalp ve Kumbasar (2015)). Bahse konu çalışmalarda iç döngüde uçuş kontrol algoritması olarak ise doğrusal cebrik Ricatti denklem yöntemi ve hal vektörü bağımlı cebrik Ricatti denklemi yöntemi kullanılmıştır.

Literatürde, birlikte sarkan yük taşıyan helikopterler için pek çok çalışma yapılmıştır. Bu konuda Bernard (2013) detaylı bir literatür taraması vermektedir. Buna karşılık birlikte sarkan yük taşıyan quadrotorların modellemesi ve kontrolü konusunda bir çalışmaya rastlanmamıştır.

1.2 Kullanılan Semboller

- ω_i = i 'inci quadrotorun ataletsel eksen takımına göre kendi eksen takımında yazılmış açısal hızı,
- ω_L = yükün kendi eksen takımında yazılmış ataletsel eksen takımına göre açısal hızı
- ω_{c_i} = i 'inci kablonun ataletsel eksen takımına göre kendi eksen takımında yazılmış açısal hızı
- T_i = i 'inci quadrotora etki eden tork.
- T_{S_i} = mafsallardaki sürtünme ve sönüm kuvvetleri
- C_N^i = ataletsel eksen takımından i 'inci eksen takımında dönüşüm matrisi
- C_N^L = ataletsel eksen takımından yük eksen takımında dönüşüm matrisi
- $C_N^{c_i}$ = ataletsel eksen takımından i 'inci kablo eksen takımında dönüşüm matrisi
- F_{S_i} = mafsallardaki kesme kuvveti
- ω_1^x = vektör çarpımında kullanılan matris: $\omega_1 \times r_1 = \omega_1^x r_1$
- ω_1^{xx} = üçlü vektör çarpımında kullanılan matris: $\omega_1 \times (\omega_1 \times r_1) = \omega_1^{xx} r_1$
- f_i = i 'inci pervanenin uyguladığı kuvvet
- t_i = i 'inci pervanenin uyguladığı moment
- d = uzaklık
- U_i = quadrotor kontrol girdileri
- J_i, J_{c_i} = quadrotor ve kabloların atalet momenti matrisleri

1.3 Rapor İçeriği

Birinci kısımda proje açıklanmış ve literatür özeti verilmiştir. İkinci kısım sarkan yük taşıyan tek bir quadrotorun matematiksel modelini verir. Kullanılan uçuş kontrol algoritması ve ilgili sonuçlar da burada verilerek tartışılmıştır. Üçüncü ve dördüncü kısımda iki quadrotorun sarkan yükü birlikte kol uçuşu yaparak taşıması sonuçları verilmiştir. Burada geliştirdiğimiz Lyapunov fonksiyonu temelli

kol uçuşu algoritması kullanılmıştır. Dördüncü kısımda üç quadrotorun birlikte yük taşıması sonuçları verilmiştir. Rapor sonsöz kısmı ile tamamlanmaktadır.

2. TEK QUADROTOR VE SARKAN YÜK SİSTEMİ

Bu kısımda sarkan yük taşıyan tek bir quadrotor için matematiksel model çıkarılmıştır. Ek serbestlik dereceleri modeli oldukça karmaşık hale getirdiğinden daha sistematik bir yaklaşım gerekmiştir. Bu amaçla çok kütleli uydu modelleri için önerilen yaklaşım benimsenmiştir (Stoneking (2007)).

Her bir kütle Newton-Euler denklemlerinden oluşan yapı taşları şeklinde modellenmiştir. Bağlantı noktaları küresel mafsalsız olarak kabul edilmiştir. Yükü quadrotora bağlayan ipler katı cisim olarak kabul edilmiştir. Böylece elde edilen denklem takımları sonlu elemanlar yöntemindeki gibi kolaylıkla birleştirilebilmekte ve gerektiğinde yeni elemanlar dâhil edilebilmektedir. Gerekli matematiksel işlemler ile fazla koordinatlar ortadan kaldırılabilir ve model inşasında kolaylık sağlanmaktadır.

2.1 Sarkan Yük Taşıyan Quadrotor Denklemleri

Aşağıdaki çıkarımlarda iplerin çubuk şeklinde bir katı cisim ve kütesiz olduğu varsayımı kullanılmıştır. İp quadrotora küresel mafsalsız ile bağlanmıştır. Mafsalardaki sürtünme ihmal edilmiştir. Denklemler quadrotor sabit eksen takımında:

$$J_1 \dot{\omega}_1 = -\omega_1^x J \omega_1 + T_1 + T_s + r_1^x C_N^1 F_s \quad (1)$$

Benzer şekilde yük de kendi eksen takımında:

$$J_L \dot{\omega}_L = -\omega_L^x J \omega_L + T_L + C_1^L T_s - r_L^x C_N^L F_s \quad (2)$$

Öteme denklemleri ise,

$$\begin{aligned} m_1 \dot{v}_1 &= F_1 + F_s \\ m_L \dot{v}_L &= F_L - F_s \end{aligned} \quad (3)$$

Mafsalsız ivmeleri ataletsel eksen takımında aşağıdaki şekilde yazılabilir,

$$\begin{aligned} v_s &= v_1 + C_1^N \omega_1^x r_1 = v_L + C_L^N \omega_L^x r_L \\ \dot{v}_1 + C_1^N \dot{\omega}_1^x r_1 + C_1^N \omega_1^{xx} r_1 &= \dot{v}_L + C_L^N \dot{\omega}_L^x r_L + C_1^N \omega_L^{xx} r_L \end{aligned} \quad (4)$$

Tüm denklemler bir arada şu hale gelir.

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 &= -\omega_1^x J \omega_1 + T_1 + T_s + r_1^x C_N^1 F_s \\ J_L \dot{\omega}_L &= -\omega_L^x J \omega_L + T_L + C_1^L T_s - r_L^x C_N^L F_s \\ m_1 \dot{v}_1 &= F_1 + F_s \\ m_L \dot{v}_L &= F_L - F_s \\ \dot{v}_L - \dot{v}_1 &= C_1^N \dot{\omega}_1^x r_1 + C_1^N \omega_1^{xx} r_1 - C_L^N \dot{\omega}_L^x r_L - C_L^N \omega_L^{xx} r_L \end{aligned} \quad (5)$$

Vektör-matris formunda ise:

$$\begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & -r_1^x C_1^N \\ 0 & J_L & 0 & 0 & r_L^x C_L^N \\ 0 & 0 & m_1 I & 0 & -I \\ 0 & 0 & 0 & m_L I & I \\ -C_N^1 r_1^{xT} & C_N^L r_L^{xT} & -I & I & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_L \\ \dot{v}_1 \\ \dot{v}_L \\ F_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\omega_1^x J \omega_1 + T_1 + T_s \\ -\omega_L^x J \omega_L + T_L + C_1^L T_s \\ F_1 \\ F_L \\ C_1^N \omega_1^{xx} r_1 - C_L^N \omega_L^{xx} r_L \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$A = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_L & 0 \\ 0 & 0 & m_1 I \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} -r_1^x C_1^N \\ r_L^x C_L^N \\ -I \end{bmatrix}, \quad M = [m_L I], \quad U = [-I],$$

$$\tau = \begin{Bmatrix} -\omega_1^x J \omega_1 + T_1 + T_s \\ -\omega_L^x J \omega_L + T_L + C_1^L T_s \\ F_1 \end{Bmatrix}, \quad \nu = \{F_L\}, \quad \mathcal{G} = \{C_1^N \omega_1^{xx} r_1 - C_L^N \omega_L^{xx} r_L\} \quad (7)$$

$$\dot{x} = \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_L \\ \dot{v}_1 \end{Bmatrix}, \quad \dot{y} = \{\dot{v}_L\}, \quad f = \{F_s\} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} A & 0 & R \\ 0 & M & U \\ R^T & U^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau \\ \nu \\ \mathcal{G} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

\dot{x}, \dot{y}, f denklem (9) da yapılacak işlemler ile birbirinden bağımsız hale getirilebilir. Bunun için α, β tanımlanır:

$$(A + \beta R^T) \dot{x} + (\alpha M + \beta U^T) \dot{y} + (R + \alpha U) f = \tau + \alpha \nu + \beta \mathcal{G} \quad (10)$$

Burada, $\alpha = -RU^{-1}$, $\beta = RU^{-1}MU^{-T}$, kullanılarak,

$$(A + \beta R^T) \dot{x} = \tau + \alpha \nu + \beta \mathcal{G} \quad (11)$$

Önce denklem (11) \dot{x} için çözülür. Denklem (9) dan ise \dot{y} ve f çözülür.

2.2 Quadrotor Modeli

Newton-Euler denklemleri kullanılarak quadrotor hareket denklemleri kendi denklem takımında aşağıdaki şekilde yazılabilir (Suiçmez (2014)):

$$\begin{aligned} \sum F_{ext} &= m_1 \dot{v}_1 + \omega_1^x m_1 v_1 \\ \sum M_{ext} &= J_1 \dot{\omega}_1 + \omega_1^x J_1 \omega_1 \end{aligned} \quad (12)$$

Yukarıdaki denklemlerde,

$$\sum F_{ext} = F_{gravity} + F_{prop} + F_{aero} = C_N^1 m \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} - K_t v_1 \quad (13)$$

$$\sum M_{ext} = \begin{bmatrix} U_2 d \\ U_3 d \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

(12)-(14) numaralı denklemleri kullanıp, gerekli sadeleştirmeler yapılırsa, aşağıdaki denklemler elde edilebilir:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} - C_1^N \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 / m_1 \end{bmatrix} - (K_t / m_1) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (I_x - I_z) qr / I_x \\ (I_z - I_x) pr / I_y \\ (I_x - I_y) pq / I_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_2 d / I_x \\ U_3 d / I_y \\ U_4 / I_z \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & \cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) / \cos(\theta) & \cos(\phi) / \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} U_1 &= f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \\ U_2 &= f_4 - f_2 \\ U_3 &= f_1 - f_3 \\ U_4 &= t_1 + t_3 - t_2 - t_4 \end{aligned} \quad K_t = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \quad (16)$$

Bu denklemlerden $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)$ şeklindeki doğrusal diferansiyel denklemlerin boylamasına ve enlemesine hareket denklem matrisleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$A_{long} = \begin{bmatrix} -k_x / m_1 & 0 & 0 & -g \\ 0 & -k_z / m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B_{long} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 / m_1 & 0 \\ 0 & d / I_y \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, x_{long} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_z \\ q \\ \theta \end{bmatrix}, u_{long} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$A_{late} = \begin{bmatrix} -k_y / m_1 & 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_{late} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ d / I_x & 0 \\ 0 & 1 / I_z \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, x_{late} = \begin{bmatrix} v_y \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix}, u_{late} = \begin{bmatrix} U_2 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

2.3 Doğrusal Karesel Takip Kontrolcüsü

Tamamen kontrol edilebilir sistemi göz önüne alalım, (Naidu (2003))



$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (18)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) \quad (19)$$

Performans endeksi,

$$\lim_{t_f \rightarrow \infty} J = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [\mathbf{e}^t(t)\mathbf{Q}(t)\mathbf{e}(t) + \mathbf{u}^t(t)\mathbf{R}(t)\mathbf{u}(t)]dt \quad (20)$$

Burada, $\mathbf{z}(t)$, arzulanan çıktıyı, $\mathbf{e}(t) = \mathbf{z}(t) - \mathbf{y}(t)$, hatayı, gösterir. Yukarıdaki performans endeksinin minimize edecek kontrolcü aranır. Problem cebirsel Ricatti denkleminin ve yardımcı denklemin çözümünü gerektirir:

$$-\mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}'\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{P} - \mathbf{C}'\mathbf{Q}\mathbf{C} = \mathbf{0} \quad (21)$$

$$\mathbf{g}(t) = [\mathbf{P}\mathbf{E} - \mathbf{A}']^{-1}\mathbf{W}\mathbf{z}(t) \quad (22)$$

burada,

$$\mathbf{E} = \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}' \quad (23)$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{C}'\mathbf{Q} \quad (24)$$

Optimal kontrol kanunu aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'[\mathbf{P}\mathbf{x}(t) - \mathbf{g}(t)] \quad (25)$$

veya,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_z\mathbf{z}(t) \quad (26)$$

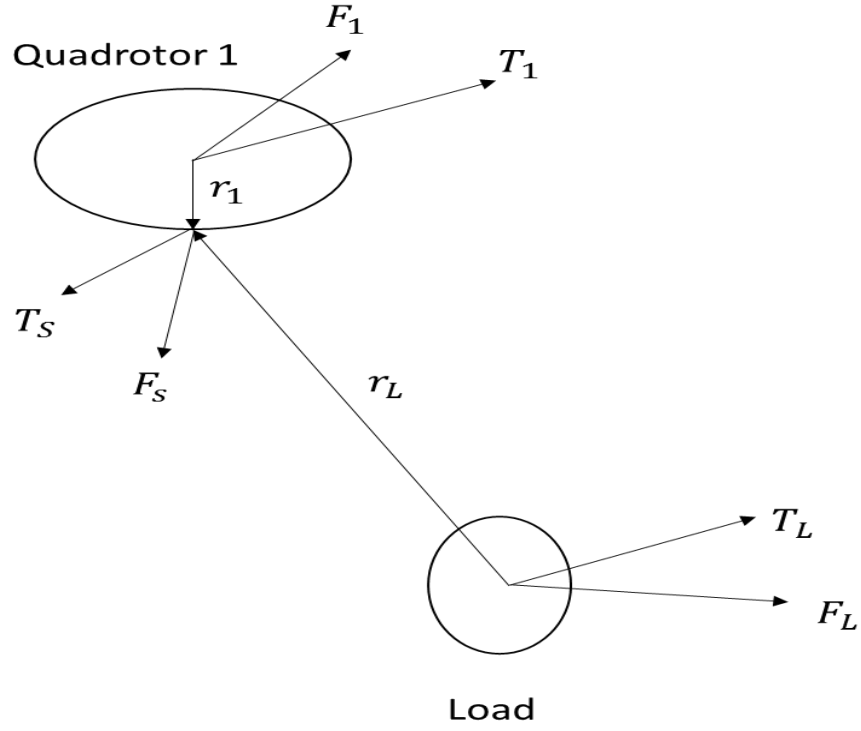
$$\mathbf{K} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}' \quad (27)$$

$$\mathbf{K}_z = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'[\mathbf{P}\mathbf{E} - \mathbf{A}']^{-1}\mathbf{W}$$

\mathbf{K} ve \mathbf{K}_z kazanç matrisleridir.

2.4 Sarkan Yük Taşıyan Tek Quadrotor Benzetim Sonuçları

Yukarıdaki denklemleri kullanan doğrusal olmayan bir benzetim kodu Matlab-Simulink ortamında geliştirilmiştir. Bu benzetimde quadrotorun özellikleri Tablo 1'de verilmiştir. Şekil 1'de tek quadrotor tarafından taşınan sarkan yük sistemini göstermektedir. Yukarıda da bahsedildiği gibi quadrotor kontrolcüsü doğrusal, karesel takipçi kontrolcüsüdür. Kontrolcü üç ekseninde hız komutlarını ve istikamet komutunu takip etmek üzere tasarlanmıştır. Tasarlanan kontrolcünün kazanç matrisleri ise Tablo 2'de verilmiştir. Simülasyon sonuçları 2-5 numaralı şekillerde gösterilmektedir. Şekil 2 girilen hız komutasını ve quadrotorun üç eksen yönünde ulaştığı hızları vermektedir. Bu şekilden görülebileceği referans hızlar oldukça yakın bir şekilde takip edilebilmektedir. Şekil 3 ise quadrotor ve taşıdığı sarkan yükün yörüngesini göstermektedir. Şekilden de görülebileceği gibi yük, quadrotor yörüngesini yakından takip etmektedir. Yükün, quadrotora göre yaptığı hareketi anlamak üzere boyuna ve enine hareket açıları hesaplanmıştır. Simülasyonda elde edilen açı sonuçları Şekil 4'de verilmiştir. Quadrotor çok ani dönüşler yapmasına rağmen, savrulma açıları en fazla 50 derece civarındadır. Quadrotor pervane hızları ile ilgili benzetim sonuçları ise Şekil 5'de verilmiştir. Buradan görülebileceği gibi pervane hızları ve hız değişimleri gerçekleştirilebilecek sınırlar içindedir.



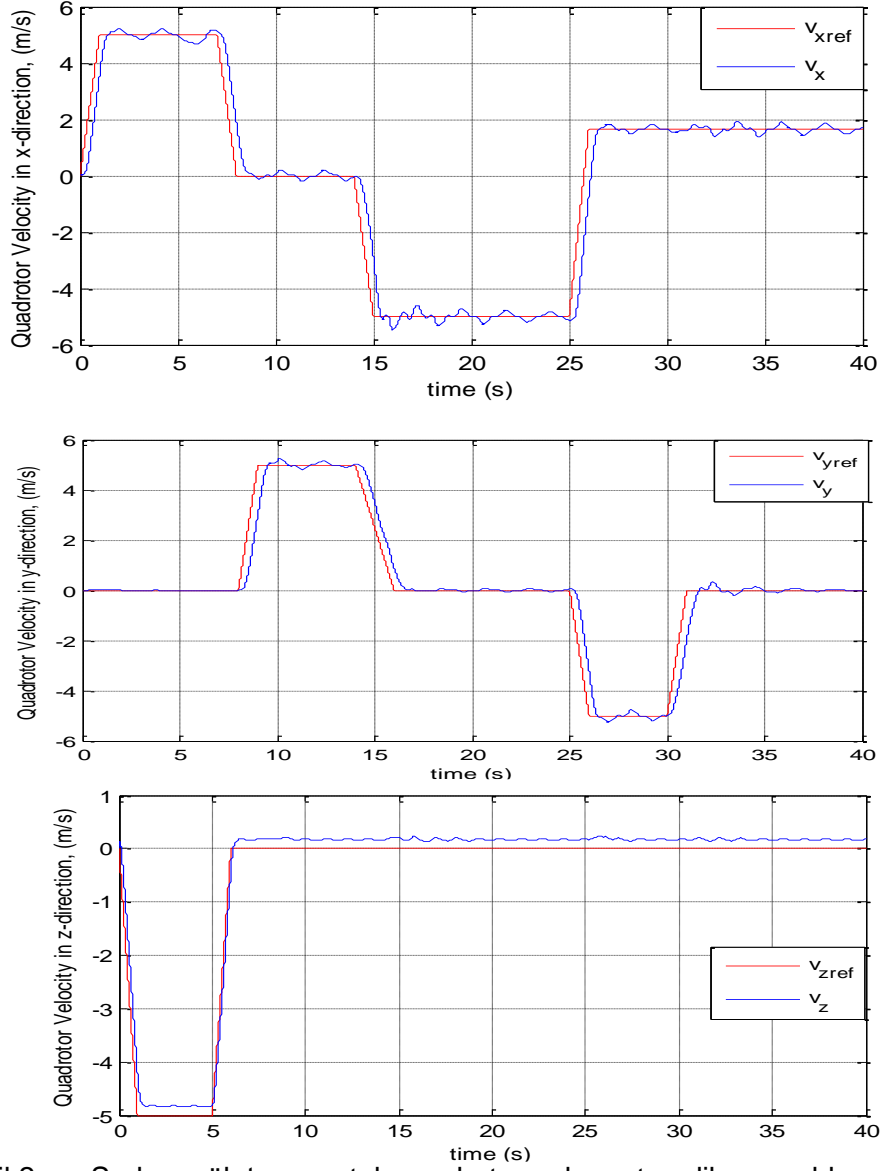
Şekil 1. Quadrotor ve sarkan yük sistemi

Tablo 1. Quadrotorun fiziksel özellikleri

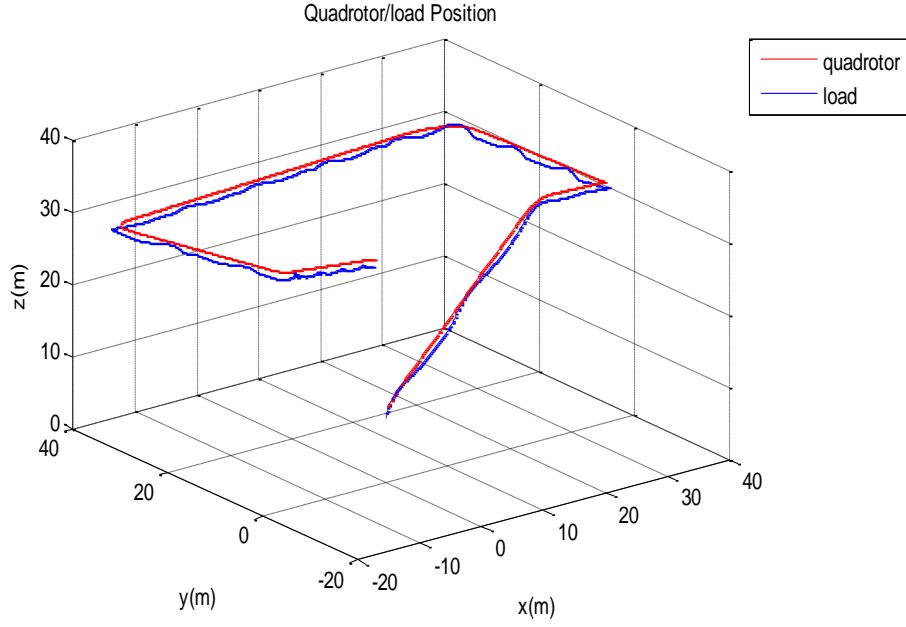
Kütle, m_1	0.65 Kg
Motor İtki Katsayısı	$3.43 \times 10^{-7} N / (\text{rpm})^2$
Rotor katsayısı	0.016 m
Moment kolu, d	0.23 m
Atalet Matrisi, J_1	$\begin{bmatrix} 7.5 \times 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 7.5 \times 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 1.3 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$
K_t	$\begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$

Tablo 2. Kullanılan Kazanç Marisleri

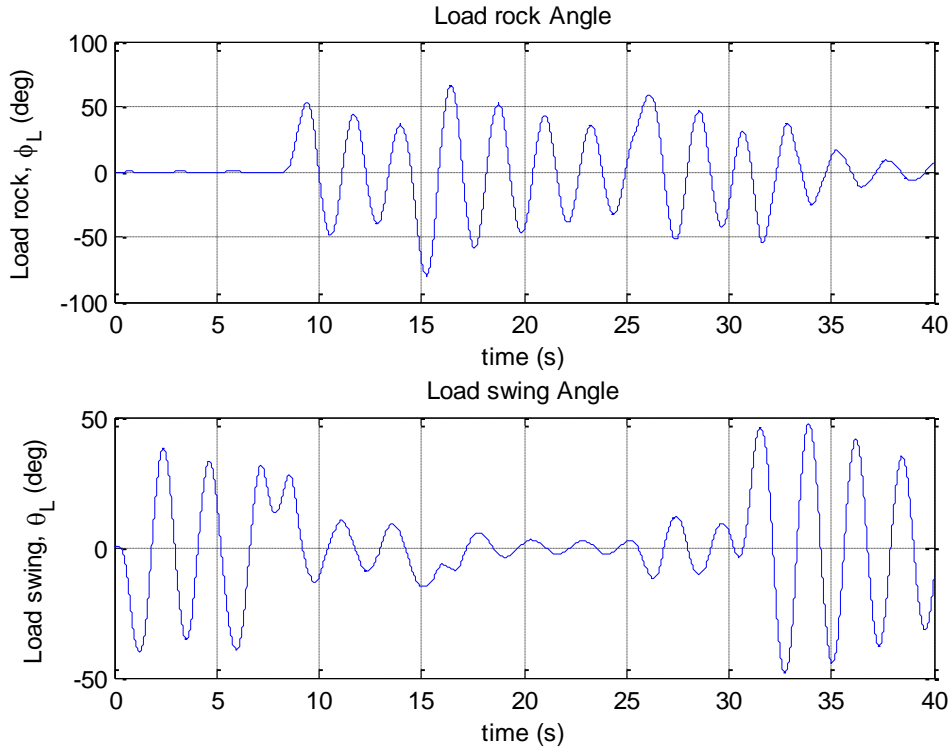
v_x, v_z kontrolcüsü kazanç matrisleri:	
$K_1 = \begin{bmatrix} 0 & 49.9001 & 0 & 0 \\ 0.9551 & 0 & -0.4320 & -2.8618 \end{bmatrix}, K_{z_1} = \begin{bmatrix} 0 & -49.9999 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	
v_y, ψ kontrolcüsü kazanç matrisleri:	
$K_2 = \begin{bmatrix} -0.9551 & -0.4320 & 0 & -2.8618 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1612 & 0 & -1 \end{bmatrix}, K_{z_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	



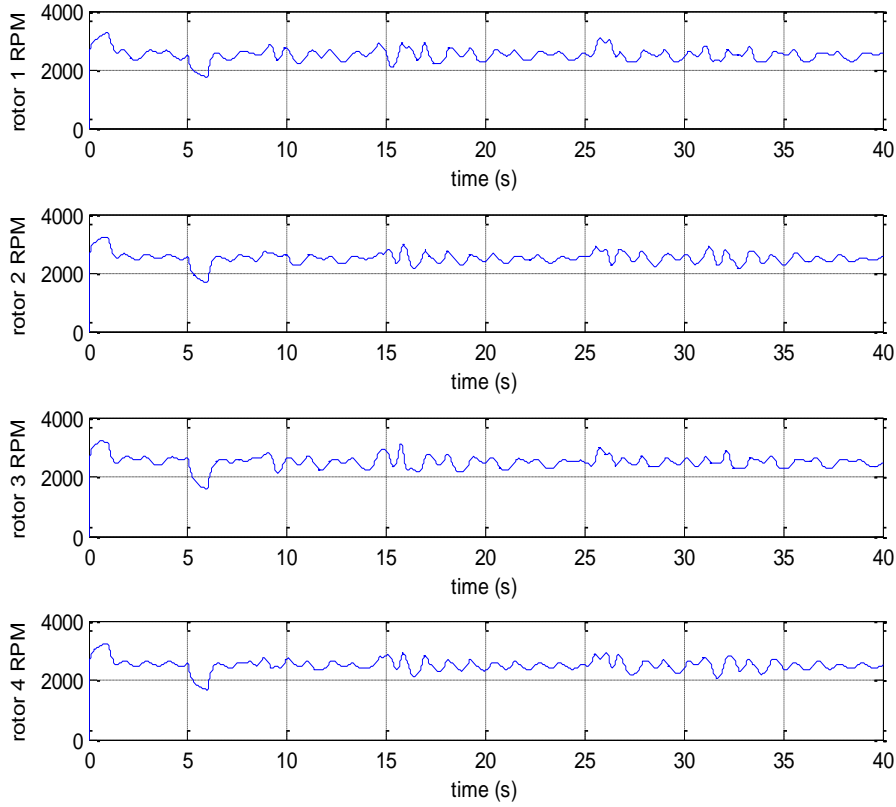
Şekil 2. Sarkan yük taşıyan tek quadrotorun komuta edilen ve elde edilen hızları



Şekil 3. Sarkan yük taşıyan tek quadrotorun ve yükünün yörüngesi



Şekil 4. Sarkan yükün enine ve boyuna yönlerdeki sivrulma açıları



Şekil 5. Pervane hızları

3. İKİ QUADROTOR TARAFINDAN TAŞINAN SARKAN YÜK SİSTEMİ

Bu kısımda iki quadrotorun birlikte sarkan yük taşıması konusundaki çalışmalar raporlanmıştır. Model aynı yukarıda da bahsedilen, tek yük taşıyan sisteme benzer olarak oluşturulmuştur. Yine quadrotor otopilotları yukarıdaki gibidir. Fakat kol uçuşu için Lyapunov fonksiyonu temelli güdüm algoritmamız kullanılmıştır.

3.1 Sarkan Yük Taşıyan İki Quadrotorlu Sistem Denklemleri

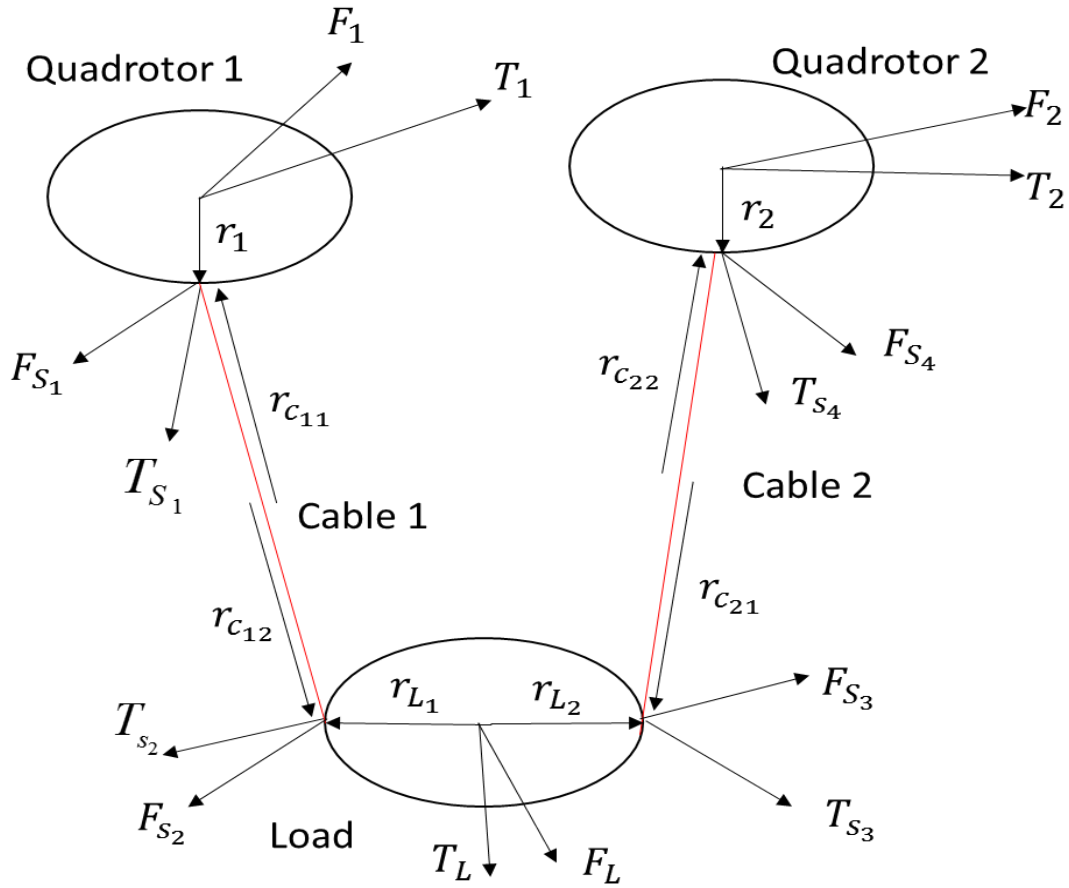
Yukarıda olduğu gibi burada da Stokening'in yaklaşımı kullanılmıştır (Stoneking (2007)). Taşıyıcı ipler katı, eğilip bükülmez bir çubuk gibi kabul edilmiş, kütleleri ihmal edilmiştir. Mafsallardaki sürtünmeler de yok farz edilmiştir. Burada 5 vücutlu bir yapı kullanılmıştır (Şekil 6). Böylece ip eksenlerinin quadrotor ve yük ekseninden geçmesi gerekmemiş ve daha gerçekçi bir model elde edilmiştir. Quadrotorların, iplerin ve yükün dönü denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 &= T_1 + T_{S_1} - \omega_1^\times J_1 \omega_1 + r_1^\times C_N^1 F_{S_1} \\ J_2 \dot{\omega}_2 &= T_2 - C_{c_2}^2 T_{S_4} - r_2^\times C_N^2 F_{S_4} - \omega_2^\times J_2 \omega_2 \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
 J_{c_1} \dot{\omega}_{c_1} &= T_{c_1} - C_1^{c_1} T_{S_1} - r_{c_{11}}^x C_N^{c_1} F_{S_1} + T_{S_2} + r_{c_{12}}^x C_N^{c_1} F_{S_2} - \omega_{c_1}^x J_{c_1} \omega_{c_1} \\
 J_L \dot{\omega}_L &= T_L - C_L^L T_{S_2} - r_{L_1}^x C_N^L F_{S_2} + T_{S_3} + r_{L_2}^x C_N^L F_{S_3} - \omega_L^x J_L \omega_L \\
 J_{c_2} \dot{\omega}_{c_2} &= T_{c_2} - C_L^{c_2} T_{S_3} - r_{c_{21}}^x C_N^{c_2} F_{S_3} + T_{S_4} + r_{c_{22}}^x C_N^{c_2} F_{S_4} - \omega_{c_2}^x J_{c_2} \omega_{c_2}
 \end{aligned} \tag{29}$$

Çizgisel hareket denklemleri de aynı şekilde,

$$\begin{aligned}
 m_1 \dot{v}_1 &= F_1 + F_{S_1} \\
 m_{c_1} \dot{v}_{c_1} &= F_{c_1} + F_{S_2} - F_{S_1} \\
 m_L \dot{v}_L &= F_L + F_{S_3} - F_{S_2} \\
 m_{c_2} \dot{v}_{c_2} &= F_{c_2} + F_{S_4} - F_{S_3} \\
 m_2 \dot{v}_2 &= F_2 - F_{S_4}
 \end{aligned} \tag{30}$$



Şekil 6. İki quadrotor tarafından taşınan yük, 5 vücutlu sistem.

Kısıt denklemleri ise aşağıdaki şekilde yazılır,

$$\begin{aligned}
v_{S_1} &= v_1 + \omega_1^x r_1 = v_{c_1} + \omega_{c_1}^x r_{c_{11}} \\
\dot{v}_1 + C_1^N \dot{\omega}_1^x r_1 + C_1^N \omega_1^{xx} r_1 &= \dot{v}_{c_1} + C_{c_1}^N \dot{\omega}_{c_1}^x r_{c_{11}} + C_{c_1}^N \omega_{c_1}^{xx} r_{c_{11}} \\
\Rightarrow \dot{v}_{c_1} - \dot{v}_1 &= C_1^N \dot{\omega}_1^x r_1 + C_1^N \omega_1^{xx} r_1 - C_{c_1}^N \dot{\omega}_{c_1}^x r_{c_{11}} - C_{c_1}^N \omega_{c_1}^{xx} r_{c_{11}} \\
v_{S_2} &= v_{c_1} + \omega_{c_1}^x r_{c_{12}} = v_L + \omega_L^x r_{L_1} \\
\dot{v}_{c_1} + C_{c_1}^N \dot{\omega}_{c_1}^x r_{c_{12}} + C_{c_1}^N \omega_{c_1}^{xx} r_{c_{12}} &= \dot{v}_L + C_L^N \dot{\omega}_L^x r_{L_1} + C_L^N \omega_L^{xx} r_{L_1} \\
\Rightarrow \dot{v}_L - \dot{v}_{c_1} &= C_{c_1}^N \dot{\omega}_{c_1}^x r_{c_{12}} + C_{c_1}^N \omega_{c_1}^{xx} r_{c_{12}} - C_L^N \dot{\omega}_L^x r_{L_1} - C_L^N \omega_L^{xx} r_{L_1} \\
v_{S_3} &= v_L + \omega_L^x r_{L_2} = v_{c_2} + \omega_{c_2}^x r_{c_{21}} \\
\dot{v}_L + C_L^N \dot{\omega}_L^x r_{L_2} + C_L^N \omega_L^{xx} r_{L_2} &= \dot{v}_{c_2} + C_{c_2}^N \dot{\omega}_{c_2}^x r_{c_{21}} + C_{c_2}^N \omega_{c_2}^{xx} r_{c_{21}} \\
\Rightarrow \dot{v}_{c_2} - \dot{v}_L &= C_L^N \dot{\omega}_L^x r_{L_2} + C_L^N \omega_L^{xx} r_{L_2} - C_{c_2}^N \dot{\omega}_{c_2}^x r_{c_{21}} - C_{c_2}^N \omega_{c_2}^{xx} r_{c_{21}} \\
v_{S_4} &= v_{c_2} + \omega_{c_2}^x r_{c_{22}} = v_2 + \omega_2^x r_2 \\
\dot{v}_{c_2} + C_{c_2}^N \dot{\omega}_{c_2}^x r_{c_{22}} + C_{c_2}^N \omega_{c_2}^{xx} r_{c_{22}} &= \dot{v}_2 + C_2^N \dot{\omega}_2^x r_2 + C_2^N \omega_2^{xx} r_2 \\
\Rightarrow \dot{v}_2 - \dot{v}_{c_2} &= C_{c_2}^N \dot{\omega}_{c_2}^x r_{c_{22}} + C_{c_2}^N \omega_{c_2}^{xx} r_{c_{22}} - C_2^N \dot{\omega}_2^x r_2 - C_2^N \omega_2^{xx} r_2
\end{aligned} \tag{31}$$

Tüm bu denklemler, vektör-matris formunda yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} A & 0 & R \\ 0 & M & U \\ R^T & U^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau \\ v \\ g \end{Bmatrix} \tag{32}$$

burada

$$A = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{c_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{c_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 I \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} -r_1^x C_N^1 & 0 & 0 & 0 \\ r_{c_{11}}^x C_N^{c_1} & -r_{c_{12}}^x C_N^{c_1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{L_1}^x C_N^L & -r_{L_2}^x C_N^L & 0 \\ 0 & 0 & r_{c_{21}}^x C_N^{c_2} & r_{c_{22}}^x C_N^{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & r_2^x C_N^2 \\ -I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{33}$$

$$M = \begin{bmatrix} m_{c_1} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_L I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{c_2} I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 I \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} I & -I & 0 & 0 \\ 0 & I & -I & 0 \\ 0 & 0 & I & -I \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \tag{34}$$

$$\tau = \begin{Bmatrix} T_1 - \omega_1^x J_1 \omega_1 + T_{S_1} \\ T_{c_1} - \omega_{c_1}^x J_{c_1} \omega_{c_1} - C_{c_1}^1 T_{S_1} + T_{S_2} \\ T_L - \omega_L^x J_L \omega_L - C_{c_1}^L T_{S_2} + T_{S_3} \\ T_{c_2} - \omega_{c_2}^x J_{c_2} \omega_{c_2} - C_{c_2}^L T_{S_3} + T_{S_4} \\ T_2 - \omega_2^x J_2 \omega_2 - C_{c_2}^2 T_{S_4} \\ F_1 \end{Bmatrix}, \quad \nu = \begin{Bmatrix} F_{c_1} \\ F_L \\ F_{c_2} \\ F_2 \end{Bmatrix}, \quad \vartheta = \begin{Bmatrix} C_{c_1}^N \omega_{c_1}^{xx} r_{c_1} - C_{c_1}^N \omega_{c_1}^{xx} r_{c_{11}} \\ C_{c_1}^N \omega_{c_1}^{xx} r_{c_{12}} - C_L^N \omega_L^{xx} r_{L_1} \\ C_L^N \omega_L^{xx} r_{L_2} - C_{c_2}^N \omega_{c_2}^{xx} r_{c_{21}} \\ C_{c_2}^N \omega_{c_2}^{xx} r_{c_{22}} - C_2^N \omega_2^{xx} r_2 \end{Bmatrix} \quad (35)$$

$$\dot{x} = \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_{c_1} \\ \dot{\omega}_L \\ \dot{\omega}_{c_2} \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{v}_1 \end{Bmatrix}, \quad \dot{y} = \begin{Bmatrix} \dot{v}_{c_1} \\ \dot{v}_L \\ \dot{v}_{c_2} \\ \dot{v}_2 \end{Bmatrix}, \quad f = \begin{Bmatrix} F_{S_1} \\ F_{S_2} \\ F_{S_3} \\ F_{S_4} \end{Bmatrix} \quad (36)$$

(32) numaralı denklemdeki, \dot{x} , \dot{y} ve f , α ve β katsayı matrisleri kullanarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$(A + \beta R^T) \dot{x} + (\alpha M + \beta U^T) \dot{y} + (R + \alpha U) f = \tau + \alpha \nu + \beta \vartheta \quad (37)$$

Burda, $\alpha = -RU^{-1}$, $\beta = RU^{-1}MU^{-T}$, alınarak, aşağıdaki denkleme ulaşılır.

$$(A + \beta R^T) \dot{x} = \tau + \alpha \nu + \beta \vartheta \quad (38)$$

Benzetim sırasında önce (38) \dot{x} için, daha sonra \dot{y} ve f (32) nolu denklemden çözülür.

3.2 Lyapunov Fonksiyonu Temelli Kol Uçuşu Kontrolü

Lyapunov kararlılık teoremine göre eğer, $\dot{x} = f(x)$ şeklindeki doğrusal olmayan bir sistemde $x=0$ bir denge noktası ise, $V(x)$ fonksiyonu, $V: D \rightarrow R$, D etrafında sürekli ve türevi mevcutsa $V(0)=0$ ve tüm D deki tüm x ler için $V(x) > 0$ pozitif belirli, ve türevi ise $\dot{V}(x) \leq 0$, negatif yarı belirli ise, Bu durumda sistem kararlıdır. Eğer $\dot{V}(x) < 0$ ise siste asimptotik olarak kararlıdır.¹⁰ Lyapunov 'un bu kararlılık teoremi doğrusal olmayan sistemler için kontrolcü tasarımında kullanılabilir. (Khalil 2002)

Sarkan yükü iki quadrotor ile birlikte taşıyan sarkan sistemde quadrotorların birlikte uçması gerekmektedir. Yani hem aynı yöne uçmaları hem de aralarındaki bağıl mesafenin korunması gerekir. Bu amaçla iki quadrotordan birine lider, diğerine ise takipçi adı verilmiştir. Takipçi lideri mesafeyi açmadan takip etmekle görevlidir. Lider, arzulanan yörüngeyi doğrusal, karesel, takip kontrolcüsü (linear quadratic tracking controller) kullanarak takip eder, takipçi ise Laypunov temelli formasyon kontrolcüsü kullanarak gerekli takip komutalarını üretir. Aşağıdaki Lyapunov fonksiyonunu göz önüne alalım:



$$V = \frac{1}{2}(\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 + \Delta \psi^2) \quad (39)$$

Burada,

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_L + a - x_F \\ \Delta y &= y_L + b - y_F \\ \Delta z &= z_L + c - z_F \\ \Delta \psi &= \psi_L - \psi_F \end{aligned} \quad (40)$$

(x_L, y_L, z_L) liderin, (x_F, y_F, z_F) ise takipçinin ataletsel eksen takımına göre konumunu verir. (a, b, c) ikisi arasında koruması gereken bağıl konumdur. ψ_L, ψ_F ise lider ve takipçinin istikametleridir. Lyapunov fonksiyonunun türevi, negatif belirli yaparak kontrolcü oluşturulur:

$$\dot{V} = (\Delta x \ \Delta y \ \Delta z \ \Delta \psi) Q \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta \dot{z} \\ \Delta \dot{\psi} \end{Bmatrix} = -(\Delta x \ \Delta y \ \Delta z \ \Delta \psi) R \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta \psi \end{Bmatrix} \quad (41)$$

\Rightarrow

$$\begin{Bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta \dot{z} \\ \Delta \dot{\psi} \end{Bmatrix} = -Q^{-1} R \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta \psi \end{Bmatrix} \quad (42)$$

Yukarıdaki denklemde Q ve R matrisleri pozitif belirli matrislerdir. (42) numaralı denklemden, takipçi için üretilecek referans sinyali aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$\begin{Bmatrix} V_{x_F} \\ V_{y_F} \\ V_{z_F} \\ \dot{\psi}_F \end{Bmatrix}_{ref} = \begin{Bmatrix} V_{x_L} \\ V_{y_L} \\ V_{z_L} \\ \dot{\psi}_L \end{Bmatrix} + Q^{-1} R \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta \psi \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{c} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (43)$$

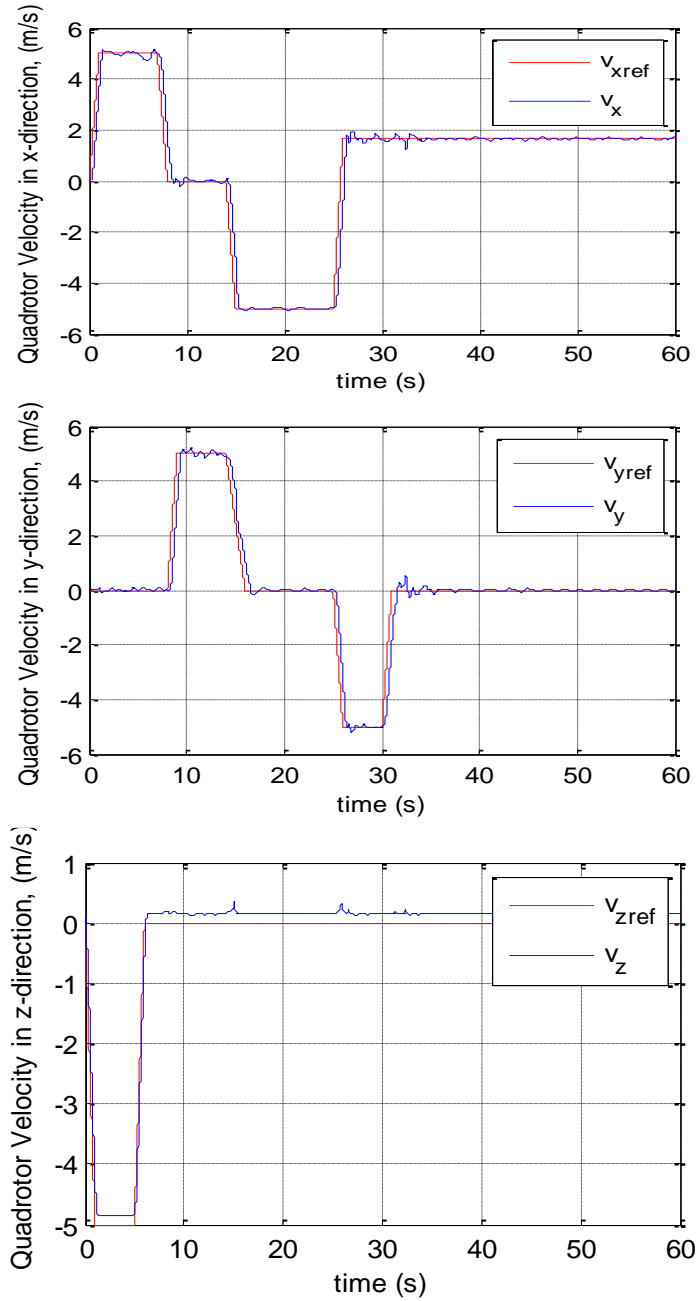
3.3 Birlikte Sarkan Yük Taşıyan İki Quadrotor Simülasyon Sonuçları

Yukarıdaki denklemleri kullanan doğrusal olmayan benzetim kodu geliştirilmiştir. Quadrotorların özellikleri yukarıda Tablo 1 de verilenlerle aynıdır. Kontrolcü kazanç matrisleri de yukarıda Tablo 2 de verilenler ile aynıdır. Lidere hız ve istikamet komutları verilmiştir. Takipçi ise komutlarını Lyapunov temelli güdüm algoritmasından almaktadır. Üç boyutlu uzayda lider koordinatları ile takipçi koordinatları arasındaki fark, $(x_F - x_L, y_F - y_L, z_F - z_L) = (0, 1, 0)$, şeklinde tanımlanmıştır.

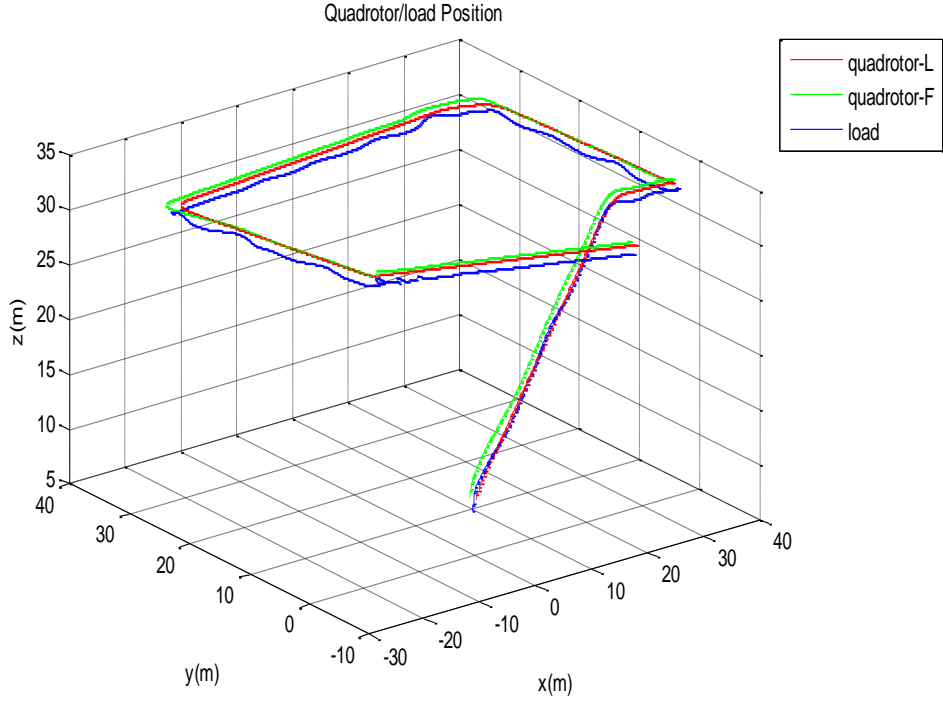
Sonuçlar, 7-12 numaralı şekillerde verilmiştir. Öncelikle **Error! Reference source not found.** de lidere gönderilen hız komutası ile liderin cevabı verilmiştir. Görüldüğü gibi lider komutları oldukça yakın bir şekilde takip etmektedir. Şekil 8'de gerek quadrotorların, gerekse quadrotorların izlediği yörüngeler çizilmiştir.

Şekilden de görülebileceği gibi lider kıvrak manevralar yapmakta, takipçi quadrotor onu izleyerek yükü birlikte taşımaktadırlar. Şekil 9'da takipçinin lidere göre bağıl konumu verilmiştir. Şekilden de görülebileceği üzere, bağıl konum genellikle (0,1,0) olarak verilen referans yakınında kalmakta, sadece dönüş sırasında yatay hatalar 1m'ye kadar çıkabilmektedir.

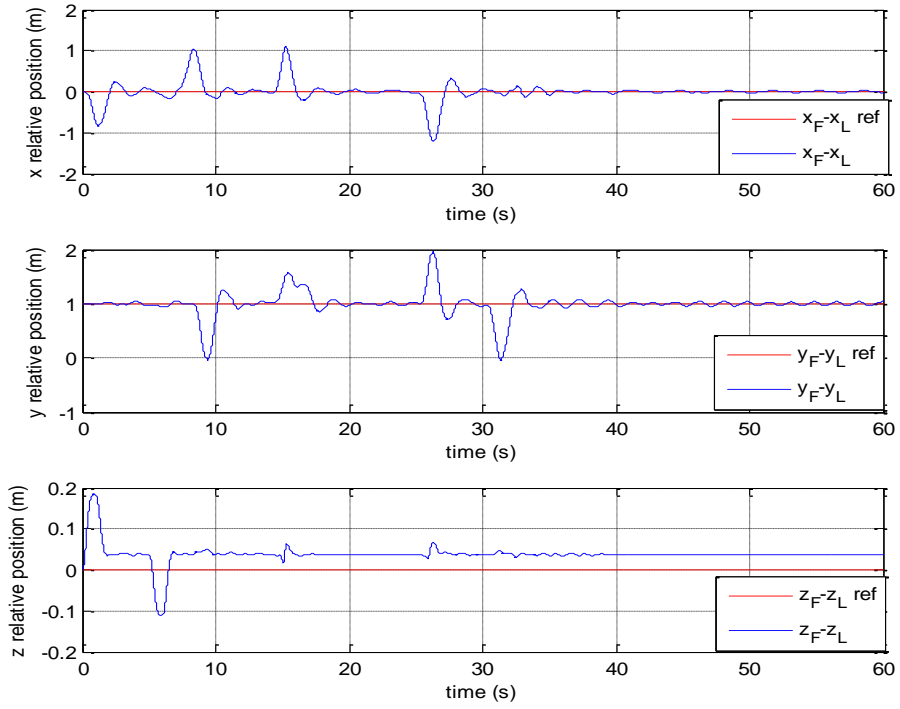
Şekil 10'de verilen yük sallanma açılarından yükün oldukça fazla hareket ettiği görülebilmektedir. Fakat bu hareket quadrotorları kararsız hale getirmemektedir. Şekil 11 ile Şekil 12'de lider ve takipçin pervane hızları verilmiştir. Buradan görülebileceği gibi pervane hızları makul, pervane hızlarındaki değişimler gerçekleştirilebilecek seviyededir.



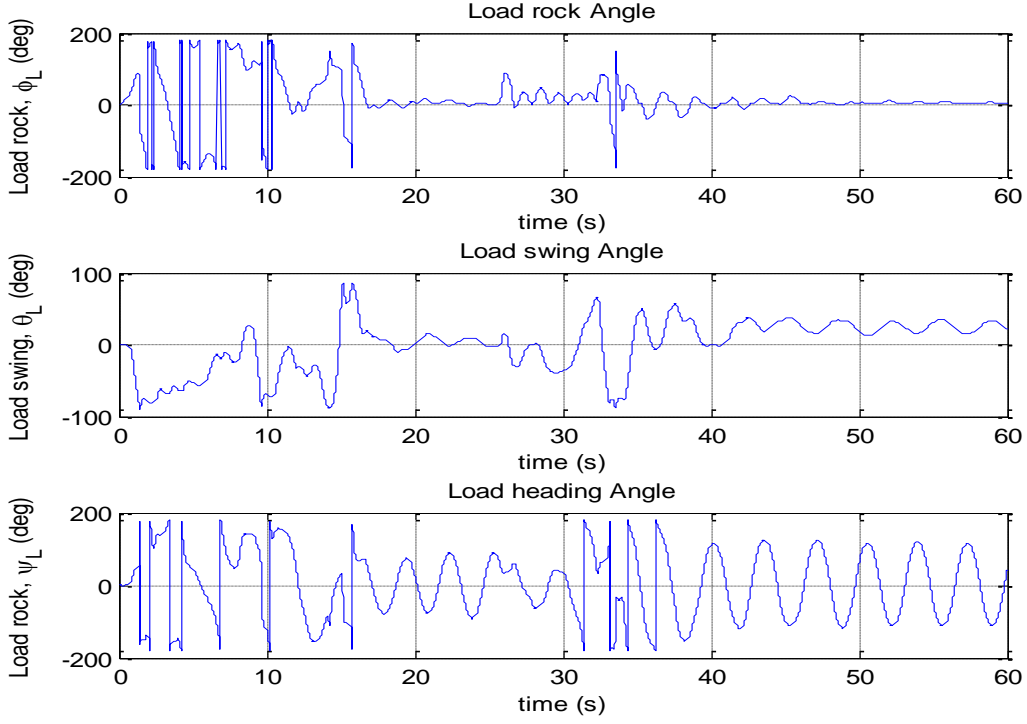
Şekil 7. Lidere uygulanan hız komutası ve lider quadrotorun cevabı.



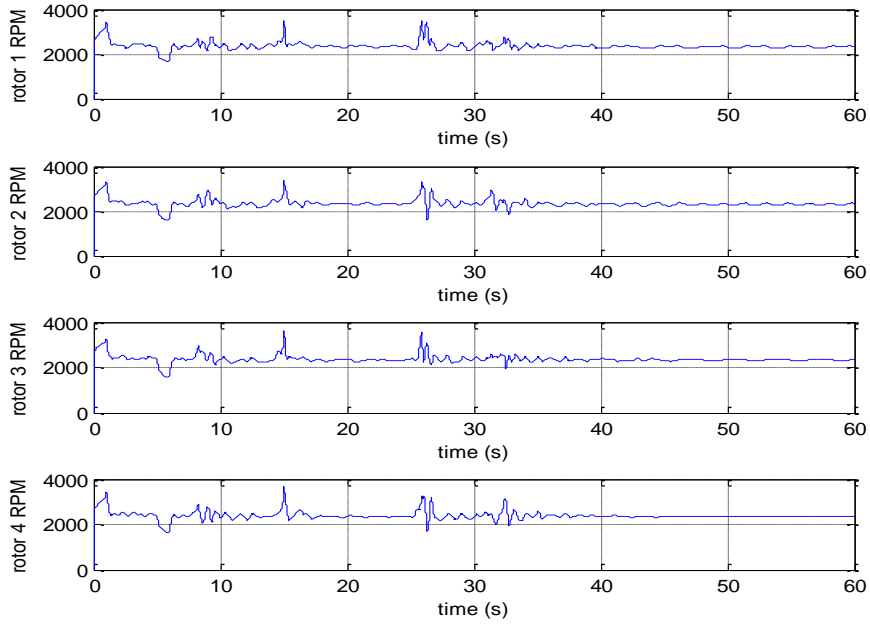
Şekil 8. İki quadrotor ile sarkan yük taşıyan sistemde quadrotorların ve yükün izlediği yörünge.



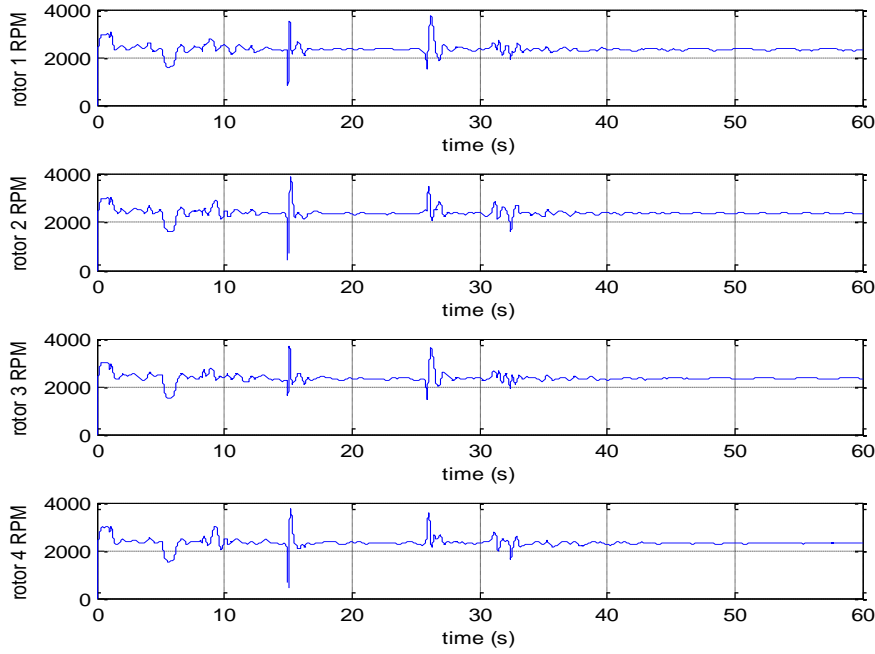
Şekil 9. Lider ve takipçinin bağıl konumları.



Şekil 10. Yükün sallanma açıları



Şekil 11. Lider quadrotorun pervane hızları



Şekil 12. Takipçi quadrotorun pervane hızları

4. SARKAN YÜKÜ ÜÇ QUADROTOR İLE TAŞIMA

Daha önceki yaklaşıma benzer olarak üç quadrotor ile yük taşıyan sistem bu kısımda modellenmiş ve simülasyon sonuçları verilmiştir. Yukarıda olduğu gibi her üç quadrotor da birbirinin eşidir ve aynı kontrolcüyü kullanmaktadır.

4.1 Üç Quadrotorlu Sistemin Denklemleri

Yukarıdaki yaklaşımın aynısı burada da uygulanmıştır. Üç quadrotorlu sistemin yapısı Şekil 13 de verilmiştir. Yukarıda iki quadrotorlu sistemden farklı olarak burada ipler yükün ağırlık merkezinden geçmektedir. Buna göre ilgili matrisler aşağıda verilmiştir:

$$\begin{bmatrix} A & 0 & R \\ 0 & M & U \\ R^T & U^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau \\ \nu \\ \vartheta \end{Bmatrix} \quad (44)$$

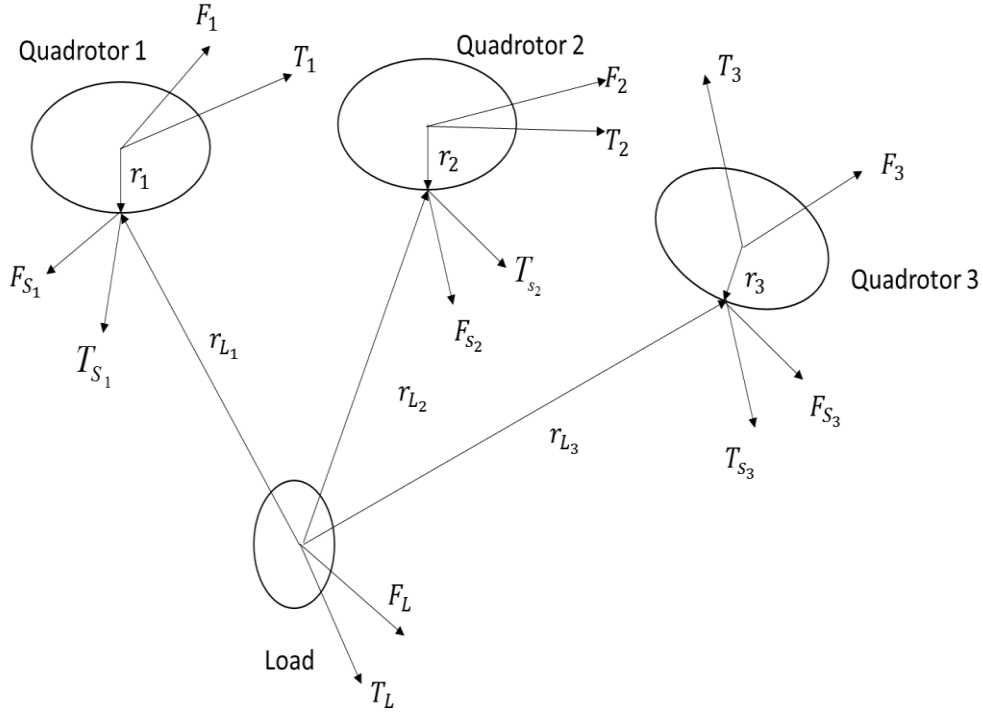
Burada,

$$A = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 I \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} -r_1^x C_N^1 & 0 & 0 \\ r_{L_1}^x C_N^L & -r_{L_2}^x C_N^L & -r_{L_3}^x C_N^L \\ 0 & r_2^x C_N^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3^x C_N^2 \\ -I & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$M = \begin{bmatrix} m_L I & 0 & 0 \\ 0 & m_2 I & 0 \\ 0 & 0 & m_3 I \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} I & -I & -I \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\tau = \begin{Bmatrix} T_1 - \omega_1^\times J_1 \omega_1 + T_{S_1} \\ T_L - \omega_L^\times J_L \omega_L - C_L^1 T_{S_1} + T_{S_2} + T_{S_3} \\ T_2 - \omega_2^\times J_2 \omega_2 - C_L^2 T_{S_2} \\ T_3 - \omega_3^\times J_3 \omega_3 - C_L^3 T_{S_3} \\ F_1 \end{Bmatrix}, \quad \nu = \begin{Bmatrix} F_L \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix}, \quad \mathcal{G} = \begin{Bmatrix} C_1^N \omega_1^{\times \times} r_1 - C_L^N \omega_L^{\times \times} r_{L_1} \\ C_L^N \omega_L^{\times \times} r_{L_2} - C_2^N \omega_2^{\times \times} r_2 \\ C_L^N \omega_L^{\times \times} r_{L_3} - C_3^N \omega_3^{\times \times} r_3 \end{Bmatrix} \quad (47)$$

$$\dot{x} = \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_L \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 \\ \dot{v}_1 \end{Bmatrix}, \quad \dot{y} = \begin{Bmatrix} \dot{v}_L \\ \dot{v}_2 \\ \dot{v}_3 \end{Bmatrix}, \quad f = \begin{Bmatrix} F_{S_1} \\ F_{S_2} \\ F_{S_3} \end{Bmatrix} \quad (48)$$

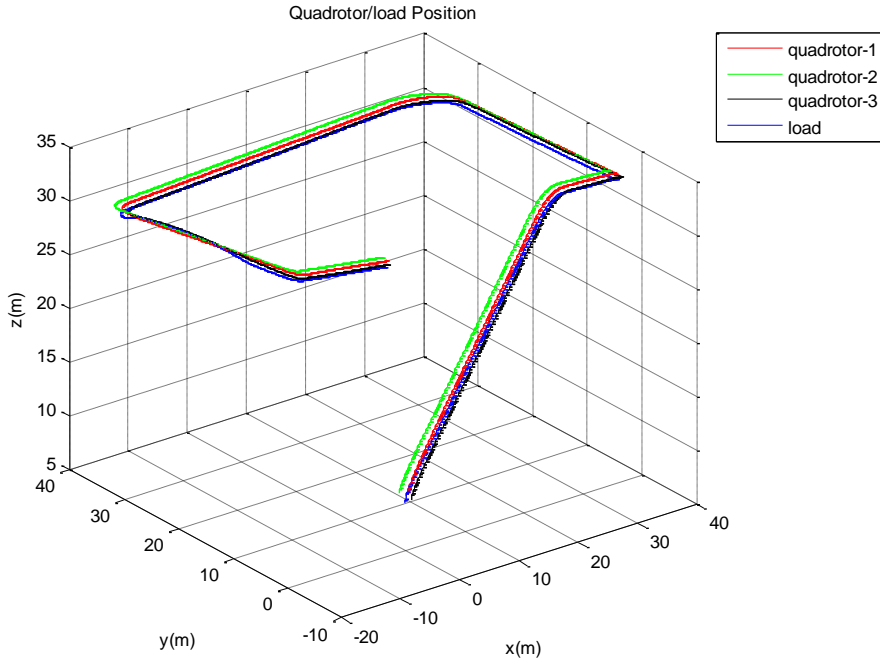


Şekil 13. Üç quadrotorlu sistem

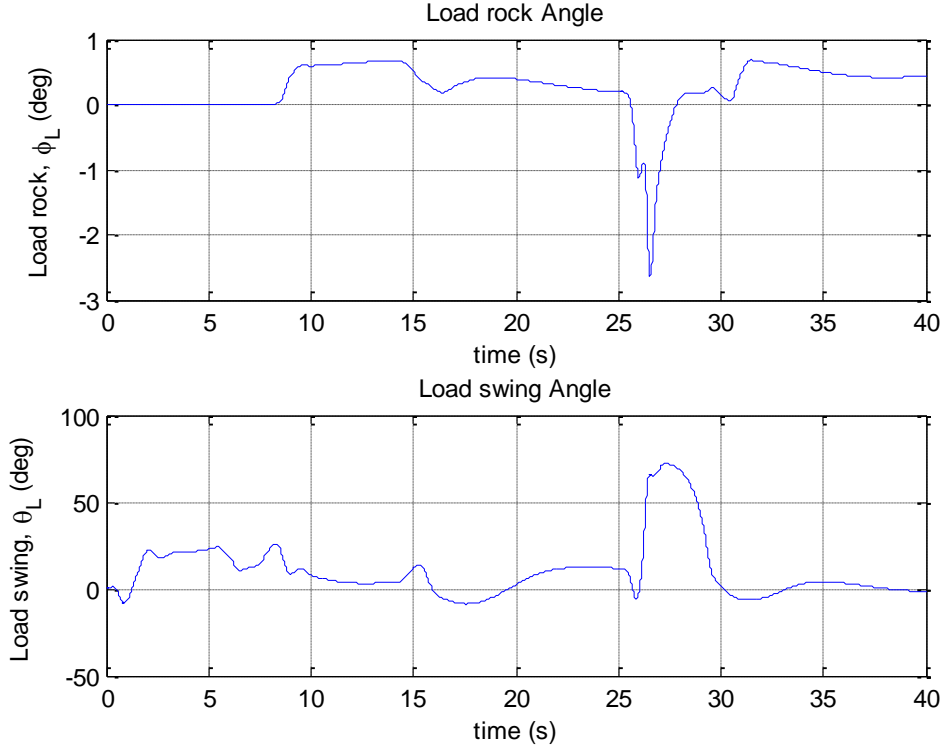
4.2 Üç Quadrotorlu Sistemin Simülasyon Sonuçları

Üç quadrotorlu sistem için yine tek quadrotorlu sistemde verilen yörünge tanımlamış, aynı kontrolcü kullanılmıştır. Bu kez yukarıdakinden farklı olarak her Lyapunov güdüm algoritması kullanılmamıştır. Her üç quadrotora aynı komut verilmiş ve simülasyonlar bu şekilde gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, 14-18 numaralı şekillerde verilmiştir.

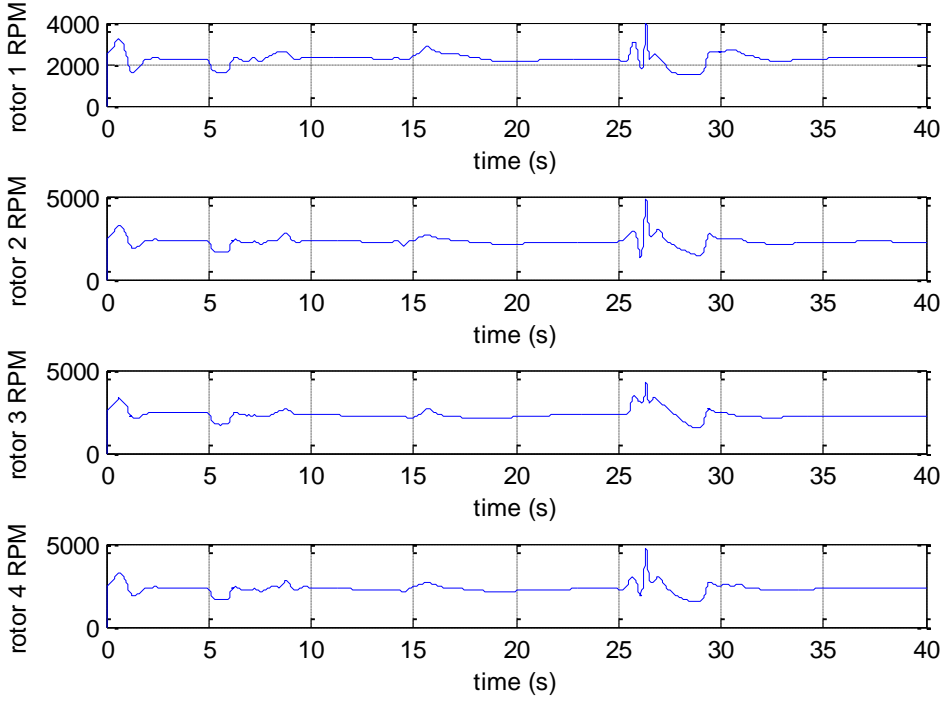
Şekil 14’de her üç quadrotorun ve yükün konumu verilmiştir. Görüldüğü gibi yük ve quadrotorlar birbirlerine göre bağıl konumlarını koruyarak hareket etmektedir. Her ne kadar güdüm algoritması kullanmak gerekmiyormuş gibi görünse de quadrotorlara farklı bozuntular etki etmesi durumunda başarımın bu kadar iyi olmayabileceği değerlendirilmektedir. Yükün salınım açıları, Şekil 15 de verilmiştir. Bu şekilden görülebileceği gibi yükün salınım açıları iki quadrotorlu sisteme göre daha azdır. Bunun iki nedeni vardır. Bunun nedeni üç quadrotor ile yükün hareketinin daha fazla engellenmesidir. Şekil 16 - 18 de quadrotorların pervane hızları verilmektedir. Pervane hızları benzer seviyelerde ve bunlardaki oynama da kabul edilebilir miktarlardadır. Fakat bu taşıma şeklinde quadrotorlar daha fazla enerji harcamaktadır. Şekil 6 ve Şekil 13 kıyaslandığında görülebileceği gibi bu üçlü taşıma sisteminde quadrotorlar birbirleri arasında birer metrelik mesafe bırakabilmek için de itki kullanmaktadır.



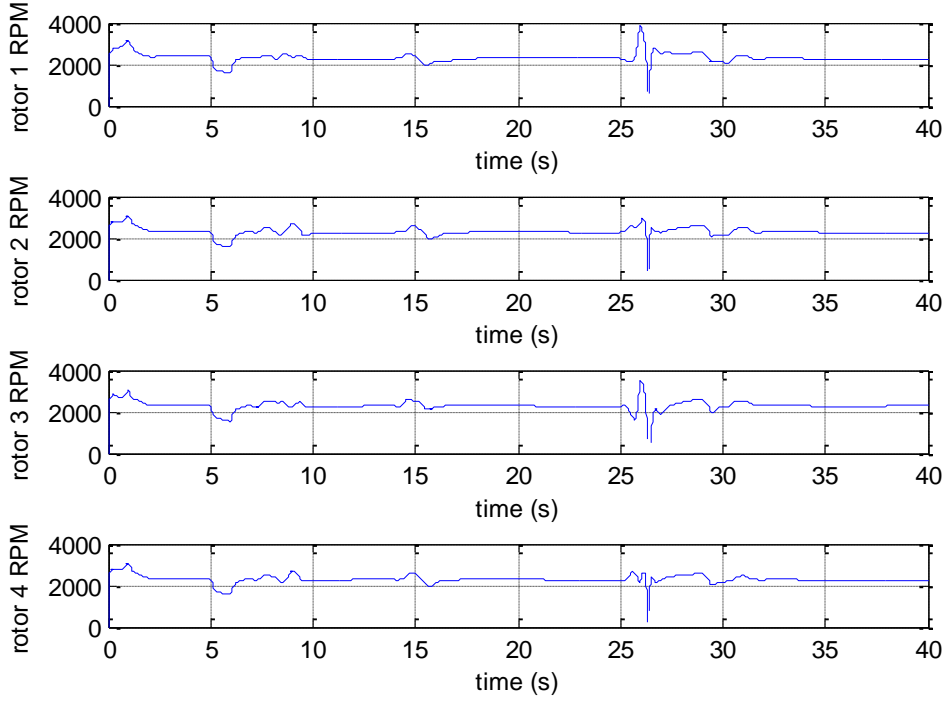
Şekil 14. Üç quadrotorlu sistemde quadrotorların ve yükün konumları



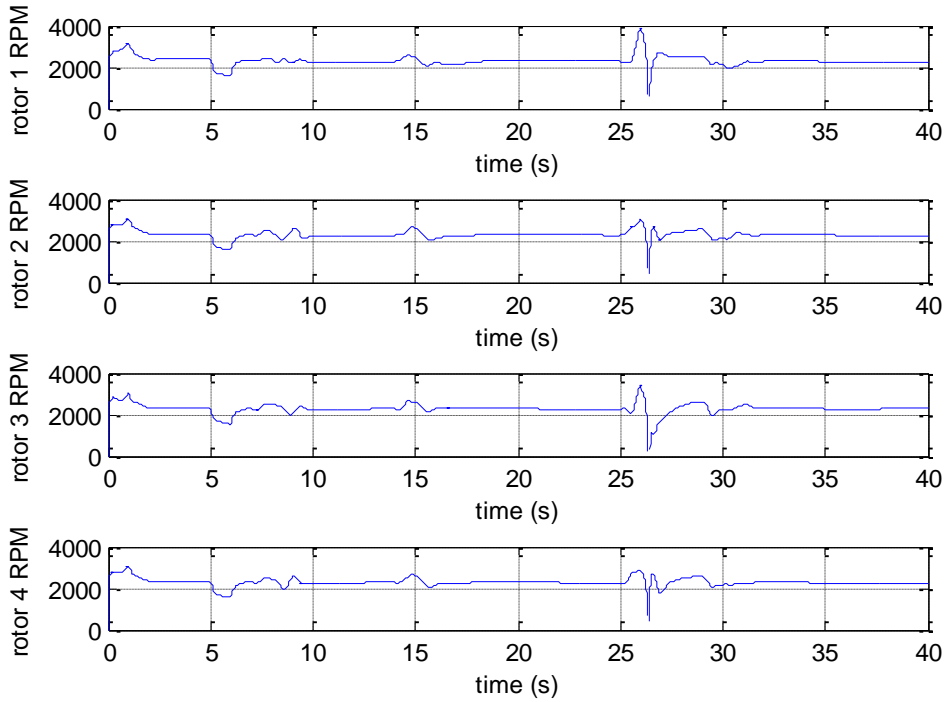
Şekil 15. Üç quadrotorlu sistemde yükün sallanma açıları



Şekil 16. Birinci quadrotorun pervane hızları



Şekil 17. İkinci quadrotorun pervane hızları



Şekil 18. Üçüncü quadrotorun pervane hızları



5. SONSÖZ

Bu projede birlikte sarkan yük taşıyan quadrotorlar için modelleme yapılmış ve simülasyon kodları geliştirilmiştir. Çok vücutlu sistemin modellenmesi için Stoneking (2007)'in yöntemi kullanılmıştır.

Quadrotorlar doğrusal karesel takip kontrolcüsü ile kontrol edilmiştir. Quadrotor kontrolcüsü açısından yük sadece bozuntudur. Dolayısıyla bir, iki ve üç quadrotorlu durumlarda aynı kontrolcüler kullanılmıştır. Bu durumunun gerçeğe Quadrotorlar birlikte yük taşıyabilmek üzere kontrol edilmiştir. Formasyon kontrolü için Lyapunov fonksiyonu temelli güdüm algoritması kullanılmıştır. Manevra komutlarının her üç quadrotora da aynı şekilde uygulandığı durum da göz önüne alınmıştır. Fakat quadrotorlara farklı bozuntuların etki etmesi durumunda başarımın daha kötü olması beklenmelidir.

Yük salınım açıları açısından bakıldığında beklendiği gibi daha çok serbesti verilen yük daha fazla salınım göstermektedir. Bu durum iki quadrotorlu benzetimde ortaya çıkmıştır.

Bundan sonraki çalışmalarımızda yükün salınımını azaltmak üzere kontrolcülerin geliştirilmesi, modellenmenin daha gerçekçi yapılması ve nihayet geliştirilen algoritmaların uçuş testleri ile gösterilmesi amaçlanmaktadır.

KAYNAKLAR

- Ariyibi, S., Tekinalp, O. 2013. "Development of Two Nonlinear Controllers for the Control of Aircraft Formations," 7th Ankara International Aerospace Conference, Ankara, 11-13, Eylül.
- Ariyibi, S., Tekinalp, O. 2015. "Nonlinear Guidance of Unmanned Aircraft Formations," AIAA SciTech 2015, Guidance Navigation and Control Conference, Kissamee, Florida, 5-9, Ocak (sunulmak üzere kabul edildi).
- Bernard, M. 2013. A System of Autonomously Flying Helikopters, Doktora Tezi, Ilmenau Univesity of Technology, Almanya.
- Chiaromonti, M., Giulietti, F., Mengali, G. 2006. "Formation Control Laws for Autonomous Flight Vehicles," Control and Automation, 2006. MED '06. 14th Mediterranean Conference on, vol., no., pp.1,5, 28-30 Haziran.
- Chao, Z., Ming, L., Shaolei, Z., Wenguang, Z. 2011. "Collision-Free UAV Formation Flight Control Based on Nonlinear MPC," Electronics, Communications and Control (ICECC), 2011 International Conference on , vol., no., pp.1951,1956, 9-11 Eylül.
- Galzi, D., Shtessel, Y. 2006. "UAV Formations Control Using High Order Sliding Modes," American Control Conference, 2006 , vol., no., pp.6 pp.,, 14-16 Haziran.
- Hall, J.K. 2000. Three Dimensional Formation Flight Control, M.S Thesis, AFIT/GAE/ENY/00M-06, Air force Inst. Of Technology, Wright-Patterson AFB, OH, Mart.
- Khalil, H.K., Nonlinear Systems, Prentice Hall, 2002.
- Kumbasar, S., Tekinalp, O. 2015. "Fuzzy Logic Guidance of Formation Flight," 2015 American Control Conference, (değerlendirme aşamasında).
- Naidu, D.S., Optimal Control Systems, CRC Press LLC, 2003.
- Patcher, M., D'Azzo, J.J., and Dargan, J. 1994. "Automatic Formation Flight Control," Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 17, No. 6, November-December, pp. 1380-1383.
- Paul, T., Krogstad, T.R., Gravdahl, J.T. 2008. "UAV Formation Flight Using 3D Potential Field," Control and Automation, 2008 16th Mediterranean Conference on , vol., no., pp.1240,1245, 25-27 June.
- Sattigeri, R, Calise, A.J. and Evers, J. 2003. "An Adaptive Approach to Vision-based Formation Control," AIAA-2003-5727 Guidance, Navigation and Control Conference, Austin, TX, Ağustos.
- SHT-İHA 2013, İnsansız Hava Aracı Sistemlerinin Ayrılmış Hava Sahalarındaki Operasyonlarının Usul ve Esaslarına İlişkin Talimat, Sivil Havacılık Genel Müdürlüğü, 30 Ekim.
- Stoneking, E., "Newton-Euler Dynamic Dynamic Equations of Motion for a Multi-body Spacecraft," AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, South Carolina, August 2007.
- Suicmez, E., Trajectory Tracking of a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle(UAV) via Attitude and Position Control, MS. Thesis, Middle East Technical University Libraries, July 2014.



Tan, K-H, Lewis, M.A. 1996. "Virtual Structures for High-Precision Cooperative Mobile Robotic Control," Intelligent Robots and Systems '96, IROS 96, Proceedings of the 1996 IEEE/RSJ International Conference on , vol.1, no., pp.132,139 vol.1, 4-8 Kasım.

Tekinalp, O., Kumbasar, S. 2015. "SDRE Based Guidance and Flight Control of Aircraft Formations," AIAA SciTech 2015, Guidance Navigation and Control Conference, Kissamee, Florida, 5-9, Ocak, (sunulmak üzere kabul edildi).

Van den Broek, T. H. A, Van de Wouw, N., Nijmeijer, H. 2009. "Formation Control of Unicycle Mobile Robots: A Virtual Structure Approach," Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on, vol., no., pp.8328, 8333, 15-18 Aralık.

Zou, Y., Pagilla, P.R., and Ratliff, R.T. 2009. "Distributed Formation Flight Control Using Constraint Forces", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 32, No. 1, s. 112-120.

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje Yürütücüsü:	Prof. Dr. OZAN TEKİNALP
Proje No:	115E649
Proje Başlığı:	Birlikte Sarkan Yük Taşıyan Kol Uçuşundaki Quadrotorların Modellenmesi Ve Kontrolü
Proje Türü:	1002 - Hızlı Destek
Proje Süresi:	12
Araştırmacılar:	
Danışmanlar:	
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:	ORTA DOĞU TEKNİK Ü. MÜHENDİSLİK F. HAVACILIK VE UZAY MÜHENDİSLİĞİ B.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:	01/09/2015 - 01/09/2016
Onaylanan Bütçe:	24500.0
Harcanan Bütçe:	23000.0
Öz:	<p>İnsansız hava araçlarının (İHA) kol uçuşu bazı avantajları nedeniyle gittikçe daha çok önem kazanmaktadır. Örneğin afetlerde arama sırasında kol uçuşu yapan insansız hava araçları ile daha geniş bir alanın daha kısa sürede aranması mümkün olabilir. Yine göçmen kuşlar gibi birbirini takip ederek öndeki aracın dümen suyunda (wake) uçan insansız hava araçlarında yakıt tüketiminin daha az olacağı da bilinmektedir. Diğer yandan kol uçuşu ile tek başına yapılamayacak görevlerin yerine getirilebilmesi mümkündür. Bunlar arasında çok fazla dikkat çekmemiş bir konu, iki veya daha fazla quadrotorun (dört-pervanelinin) bir yükü birlikte taşımasıdır. Birlikte sarkan yük taşıma geçmişte insanlı helikopterler için düşünülmüş ve araştırılmıştır. Quadrotorlar da helikopterler gibi dikine iniş kalkış yapmaktadır. Buna karşılık basit yapıları nedeniyle özellikle küçük insansız hava aracı görevleri açısından tercih edilmektedirler. Bu projede, 2 ve 3 quadrotorun bunlara bağlanmış sarkan bir yükü birlikte taşıması modellenecek kol uçuşu yaparak birlikte yük taşıyan bu quadrotorlar için gerekli uçuş kontrol algoritmalarının geliştirilmiştir.</p>
Anahtar Kelimeler:	Quadrotor, kol uçuşunun kontrolü, sarkan yük taşıma, otomatik uçuş, işbirliği ile kontrol
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Hayır