D up

TÜBİTAK

TÜRKİYE BİLİMSEL VE
TEKNİK ARAŞTIRMA KURUMU

THE SCIENTIFIC AND TECHNICAL
RESEARCH COUNCIL OF TURKEY

1997/93

Elektrik, Elektronik ve Enformatik Araştırma Grubu

Electric, Electronics and Informatics Research
Grant Committee

DAYANIKLI GELİŞ AÇISI KESTİRİMİ

PROJE NO : EEEAG - AY - 10

194E048

DR. YASEMİN YARDIMCI

HAZİRAN 1995
İSTANBUL

Contents

1 Öz

Bu projede sinyallerin gözlem bölgesine geliş açılarının kestirilmesi problemi üzerinde durulmuştur. Duyargaç dizileri vasıtasıyla elde edilen gözlemlerin farklı güvenirliğe sahip duyargaçlardan geldiği durumlarda duyargaçlar kalıntı hata karelerinin tersleri kullanılarak ağırlıklandırılmıştır. Bu şekilde ağırlıklandırmanın geliş açılarının kestirimlerinin daha sağlıklı olmasına yol açtığı saptanmıştır. İkinci olarak elde edilen örneklerin zamanda farkı kesinliklere sahip olması durumu incelenmiş, zamanda uygun şekilde seçilmiş doğrusal olmayan ağırlıklandırmanın Gauss olmayan gürültü tiplerinde daha iyi sonuç verdiği görülmüştür. Cauchy gürültüsü için çeşitli benzetimler yapılmıştır. Son olarak bu yöntemlerin gezgin iletişim uygulamalarındaki potansiyeli araştırılmış ve terminallerden gelen sinyallerin geliş açılarının kestirilmesinin bit hata oranında bir miktar azalmaya yol açtığı görülmüştür. Gezgin iletişim alanının güncelliği yönünden bu alanda daha fazla araştırma yapılması gerekmektedir.

Anahtar sözcükler: Geliş açısı, duyargaç dizisi, dayanıklı kestirim, gezgin iletişim

2 Giriş

Geliş açısı probleminde amaç, geliş açılarını barındıran parametre vektörünü gözlemlenen örnekleri eniyi ifade edecek şekilde seçmektir. Seksenli yıllarda geliş-açısı (GA) kestiriminde ağırlık *yüksek çözünürlüklü* yöntemlerin geliştirilmesine verildi. *Enbüyük olabilirlik* [1, 2], *doğrusal öngörü* [3] ve *altuzay ayrıştırma* [4, 5, 6] yöntemleri geleneksel ışıma (beamforming) yönteminin yetersiz kaldığı durumlarda birbirine yakın kaynakların ayırt edilmesini sağladılar.

Ne var ki bu yüksek çözünürlüklü yöntemlerin gerçek hayattaki uygulamaları, duyargaç dizisi ve gürültü istatistiklerindeki belirsizliklere çok duyarlı olmalarından dolayı sınırlı kalmıştır. Sonar uygulamalarında sudaki dalgalanmalar, radarda hava değişimleri veya parçaların eskimesi gibi olguların varsayılan modelden sapmalara neden olduğuna tanık olunmuştur. Dahası birçok uygulamada duyargaç parametreleri kısmen bilinmektedir: Bir duyargaç dizisi gemi tarafindan çekilirken eğilebilir, tek tek duyargaçlar hareket halindeki helikopterlerden düşürülebilir veya bir uçağın kanatlarına yerleştirilen duyargaç dizisi manevra sırasında bükülebilir. Yüksek çözünürlüklü yöntemlerin başarımlarının bu gibi belirsizliklerden çok etkileniyor olması *dayanıklı* yüksek çözünürlüklü yöntemlere gereksinim duyulmasına neden oldu. Doktora çalışmamızın son döneminde bu türden dayanıklı geliş-açısı kestirim yöntemleri üzerinde durmuştuk. TÜBİTAK EEEAG-AY10 projesi çerçevesinde ise bu yöntemlerin başka alanlara uygulanması, genelleştirilmesi ve farklı ortamlarda denenmesi üzerinde çalışmalar yaptık.

3 Proje Süresinde Yapılan Çalışmalar

Projemiz 15 Aralık 1994 – 15 Haziran 1995 arasındaki 6 aylık dönemi kapsamaktadır.

Enküçük kareler yöntemi hem bağımsız özdeşçe dağılmış Gauss süreçleri için *enbüyük olabilirlik* çözümüne denk çözüm ürettiği hem de eniyileme probleminin işlemsel karmaşıklığını azaltabilecek özelliklere sahip olmasından dolayı tercih edilir[1, 2]. Ancak bu yöntem tüm duyargaçlardan ve/veya herhangi bir anda gelen verileri eşit değerlendirmektedir. Duyargaçlar ve/veya zaman örnekleri arasında güvenirlik farklılığı olduğunda bunun gözönüne alınarak ağırlıklandırılmaları doğaldır. Bu araştırmada çeşitli ağırlıklandırma yöntemleri geliştirilip ve ağırlıklandırmanın kestirilen geliş açılarına etkileri araştırılmıştır. İki grup belirsizlik üzerinde durulmuştur: Duyargaç Ağırlıklandırması ve Gürültü dağılımındaki belirsizliklere dayanıklı yöntemler.

3.1 Duyargaç Ağırlıklandırması

Pratikte duyargaçların karakteristikleri aralarındaki farklılıklar sıklıkla bilinmediğinden veya zamanla degişebilmelerinden ağırlıklandırılmış enküçük kareler yöntemi doğrudan kullanılamaz. Ağırlık matrisinin de gözlemlenen örneklerden hesaplanması gerekir. Doktora tezimde konum bilgisinde belirsizlikler olan duyargaçlardan elde edilen sinyallerin doğru modellenmiş olan duyargaçlardan elde edilen sinyallerden farklı istatistiksel özelliklere sahip olacağı noktasından hareket ederek daha az güvenilir olan duyargaçların tespit edilmesi için bir yöntem geliştirmiştik [7]. Proje döneminde bu yöntemi duyargaç konumları yaninda faz ve genliklerindeki belirsizlikleri de içerecek şekilde genelleştirdik. Elde ettiğimiz sonuçları *Journal of the Franklin Institute* dergisine sunduk [8]. Makalemizin kabul edildiğine dair mektup ilişiktedir.

3.2 Gürültü Dağılımındaki Belirsizliklere Dayanıklı Yöntemler

Yine doktora çalışmamız sırasında Gauss gürültüsü istatistiklerindeki değişimlere dayanıklı bir yöntem geliştirmiştik. Sözkonusu yöntemde karesel hata yerine karesel hatanın doğrusal olmayan bir işlevi kullanılmaktaydı[9]. Proje döneminde bu yöntemi Gauss olmayan Küresel Degişmez (Spherically Invariant) ve α-kararlı (α-stable) gürültü tipi olan Cauchy gürültüsü altında değişik doğrusal olmayan işlevlerle benzetim yoluyla denedik. Başarımlarını Enküçük Kareler yönteminin başarımı ile karşılaştırdık. Uygun doğrusal olmayan işlev seçildiğinde önerilen yöntemin çok daha sağlıklı sonuçlar verdiği gördük. Bu çalışmamızın sonuçlarını ise 20-22 Haziran tarihleri arasında Yunanistan'ın Halkidiki yarımadasında düzenlenecek olan *1995 IEEE Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing* Çalıştayında sunacağız. "Robust Modeling of Multivariate Signals by Iteratively Reweighted Nonlinear

Least Squares" başlıklı bildirinin bir kopyası ilişikte sunulmuştur[10]. Bu bildirinin ilk bölümünde anlatılan iterativ yöntemi 23-26 Mayıs 1995 tarihleri arasında düzenlenen *Deniz Kuvvetleri Komutanlığı II. Teknik Sempozyumu*nda "Nokta Kaynakların Konumlarının Almaç Dizileri ile Saptanması" başlıklı bir bildiri ile sunduk. Bu bildiri de ilişiktedir [11].

3.3 Geliştirilen Yöntemlerin Başka Alanlara Uygulanması

Projemizde önerilen başka bir husus ise bu dayanıklı geliş-açısı kestirim yöntemlerinin radar ve sonardan başka alanlara da uygulanmasıydı. Geliş-açısı kestirim yöntemleri özellikle gezgin (mobile) iletişimde uygulama bulmaya başladı. Gezgin (Mobile) iletişimde kullanıcı terminaller ana istasyon üzerinden diğer kullanıcılara ulaşırlar. Ana istasyon kullanıcılara o ülkede kullanılan standarda göre *Zamanı*, *Sıklığı* veya kullanılan *Kodu* paylaştırır. Türkiye'de kullanılan GSM standardında *Zaman Paylaşımlı Çoklu Erişim* ve *Sıklık Paylaşımlı Çoğullama* bir arada kullanılmaktadır. Böylece birden fazla kullanıcının aynı zaman diliminde aynı sıklığı kullanması önlenmektedir [12]. Burada dikkati çeken zaman ve sıklık üzerinde bölüşüm yapılmışken kullanıcıların konumlarının gözönüne alınmadığıdır. Halbuki kullanıcı terminallerin ana istasyona göre yeri bilinse sayısal sinyal işleme teknikleri kullanılarak, terminalin bulunduğu bölgeden gelen sinyaller seçilip diğer yönlerden gelenler bastırılabilir. Böyle bir yaklaşımın hem gelen sinyallerin daha az hata ile kestirilebilmesine olanak tanıyıp hem de belli bir iletişim hücresi içinde daha fazla kullanıcıya hizmet sunabileceği açıktır. Bu nedenle kullanıcı terminallerin ana istasyona göre yönlerini saptayacak *geliş-açısı* kestirim yöntemlerinin gezgin iletişimdeki potansiyeli büyüktür. Bu projede terminal sinyallerinin yönlerini tesbit edebilecek geliş-açısı kestirim yöntemleri geliştirilmiş, kestirilen geliş-açıları da kullanıldığında elde edilen bit hata oranı geliş-açılarının kestirilmediği durum ile karşılaştırılmıştır. Yaptiğımız çalışmalar geliş-açılarının kestirilmesinin bit hata oranında bir miktar azalmaya yol açtığını fakat asıl kazancın gönderilen sinyallerinin sonlu alfabeden elde edilmiş olmasından geldiğini tespit ettik. Bu ön araştırmamızın sonuçlarını 26-30 Haziran 1995 tarihleri arasında Yunanistan'ın Girit adasında yapılacak olan *COMCON 5 Advances in Communications and Control* konferansında sunacağız. "Robust Signal Estimation for Mobile Communication Systems Using Antenna

Arrays" başlıklı bildirinin özeti ilişikte sunulmuştur[14]. Aslının Eylül 1995 ayı içerisinde Los Angeles, Kaliforniya'daki konferans bürosuna gönderilmesi gerekmektedir. Geliş-açısı kestirim yöntemlerinin gezgin iletişimdeki uygulamaları üzerinde daha fazla durulması gerektiğine inanıyoruz. Nitekim Mayıs 1995 ayında katıldığımız ICASSP'95 konferansında da bu konuyla ilgili ceşitli oturumlar düzenlenmişti. Bu konuda ileride yapmayı planladığımız çalışmaların ülkemize hem bilimsel hem de ekonomik katkıları olacağını düşünüyoruz.

3.4 Proje Döneminde Yapılan Diğer Çalışmalar

Proje döneminde renkli imge işleme [14-16], EKG sinyallerinin kodlanması [17] ve söz tanıma [19] konularında çalışmalar ve çeşitli yayınlar yaptık. Proje ile doğrudan ilgili olmamasından dolayı kopyaları eklenmemiştir.

4 Sonuçlar

Bu projede önerdiğimiz çalışmaları gerçekleştirdik. Zamanda ve uzayda sırasıyla zaman örneklerini ve duyargaçları ağırlıklandırmak geliş açılarının kestirimlerini iyileştirdi. Proje kapsamında yurtdışı ve yurtiçi konferans bildirileri ve bir yurtdışı dergi makalesi hazırladık. Gezgin iletişimdeki araştırmaya devam edilmesi ekonomik ve bilimsel potansiyeli yönünden devam edilmesi gerektiğini düşünüyoruz. Bu çerçevede yapacağımız çalışmalara Boğaziçi Üniversitesi Araştırma Fonu kısmi destek sağlayacaktır. TÜBİTAK'tan ek destek alabilmeyi umuyoruz.

Table 1: Bütçe Özeti

Satın alınan ekipman	Fiyatı (TL) (KDV dahil)
Viewsonic 17in renkli bilgisayar monitörü	62,059,715
Transceiver	4,461,160
Ethernet Kartı (BNC)	2,974,107
TOPLAM	69,494,983

5 Projenin Bütçesi

Bu projenin gerçeklştiribilmesi için TÜBİTAK tarafından 75,000,000.- (yetmişbeş milyon) TL. destek sağlanmıştır. Tümü techizat kaleminden yapılan harcamalar yukarıdaki tabloda verilmiştir.

References

[1] J.A. Cadzow, "Least Squares Error Modeling with Signal Processing Applications," IEEE-ASSP Magazine, pp 12-31, October 1990.

[2] I. Ziskind and M. Wax, "Maximum Likelihood Localization of Multiple Sources by Alternating Projection," IEEE Trans. ASSP, Vol. ASSP-36, pp. 1553-1560, 1988.

[3] D.W. Tufts and R. Kumaresan, "Frequency Estimation of Multiple Sinusoids: Making Linear Prediction Perform Like Maximum Likelihood," Proc. of the IEEE, Vol. 70, pp. 975-989, September 1982.

[4] R. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," Procs. of the RADC Spectral Estimation Workshop, Rome, N.Y., pp. 243-256, 1979.

[5] J.A. Cadzow, "A High Resolution Direction-of-Arrival Algorithm for Narrow-Band Coherent and Incoherent Sources," IEEE Trans. ASSP , Vol. ASSP-36, pp. 965-979, July 1988.

[6] J.A. Cadzow, "Multiple Source Location: the Signal Subspace Approach," IEEE Trans. ASSP, Vol. ASSP-38, pp. 1110-1125, July 1990.

[7] Y. Yardımcı and J.A. Cadzow, "Direction-of-Arrival Estimation under Sensor Location Uncertainty," *Proceedings of IEEE ICASSP'93*, Minneapolis, MN., Vol.4, pp. 312-315, April 1993.

[8] Y. Yardımcı and J.A. Cadzow, "Direction-of-Arrival Estimation in the Presence of Sensor Model Errors," to appear in *Journal of the Franklin Institute*.

[9] Y. Yardımcı, J.A. Cadzow and A.E. Çetin "Robust Signal Modeling through Nonlinear Least Squares," in Proceedings of IEEE ICASSP'94, Adelaide, Australia, April 1994.

[10] Y. Yardımcı, "Robust Modelling of Multivariate Signals by Iteratively Reweighted Least Squares," to appear in *Proceedings of IEEE Nonlinear Signal Processing Workshop*, Halkidiki, Greece, 20-22 June 1995.

[11] Y. Yardımcı, "Nokta Kaynakların Konumlarının Almaç Dizileri ile Saptanması", Deniz Kuvvetleri Komutanlığı II. Teknik Sempozyumu, 23-26 Mayıs 1995.

[12] R. Klement, "Brief Introduction to GSM", Future's Technologies, Vol.2, pp. 37-41, January 1994.

[13] B.D. Van Veen and K.M. Buckley, "Beamforming: A Versatile Approach to Spatial Filtering," IEEE ASSP Magazine, pp. 4-23, April 1988.

[14] Yardımcı, "Robust Estimation of Signals Using Antenna Arrays for Mobile Communications," to appear in *Proc. of COMCON'95*, to be held in Crete, Greece, June 1995.

[15] L. Akarun, Y. Yardımcı and A.E. Çetin, "New Methods for Dithering of Color Images," (invited paper) to appear in *Proceedings of IEEE Nonlinear Signal Processing Workshop*, Halkidiki, Greece, June 1995.

[16] L. Akarun, Y. Yardımcı and A.E. Çetin, "Adaptive Methods for Dithering of Color Images," to appear in *Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing*, Washington, D.C., U.S.A. October 1995.

[17] L. Akarun, Y. Yardımcı and A.E. Çetin, "Renkli İmgelerin Kıpırtılandırılması için Yeni Teknikler", *III. Sinyal İşleme Kurultayı*, Kapadokya, Nisan 1995.

[18] A.E. Çetin, A.H. Tewfik and Y.Yardımcı, "EKG Sinyallerinin Dalgacık Dönüşümünün Uç Değerleri ile Kodlanması," *III. Sinyal İşleme Kurultayı*, Kapadokya, Nisan 1995.

[19] E. Erzin, A.E. Çetin and Y. Yardımcı, "Sub-band Analysis for Robust Speech Recognition in the Presence of Car Noise," in *Proceedings of IEEE ICASSP'95*, Detroit, U.S.A., May 1995.

6 Proje döneminde yapılan yayınlar

- Y. Yardımcı and J.A. Cadzow, "Direction-of-Arrival Estimation in the Presence of Sensor Model Errors," to appear in *Journal of the Franklin Institute.*
- Y. Yardımcı, "Robust Modelling of Multivariate Signals by Iteratively Reweighted Least Squares," to appear in *Proceedings of IEEE Nonlinear Signal Processing Workshop*, Halkidiki, Greece, 20-22 June 1995.
- Y. Yardımcı, "Nokta Kaynakların Konumlarının Almaç Dizileri ile Saptanması", Deniz Kuvvetleri Komutanlığı II. Teknik Sempozyumu, 23-26 Mayıs 1995.
- Yardımcı, "Robust Estimation of Signals Using Antenna Arrays for Mobile Communications," to appear in *Proc. of COMCON'95*, to be held in Crete, Greece, June 1995.
- ———
- L. Akarun, Y. Yardımcı and A.E. Çetin, "New Methods for Dithering of Color Images," (invited paper) to appear in *Proceedings of IEEE Nonlinear Signal Processing Workshop*, Halkidiki, Greece, June 1995.
- L. Akarun, Y. Yardımcı and A.E. Çetin, "Adaptive Methods for Dithering of Color Images," to appear in *Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing*, Washington, D.C., U.S.A. October 1995.
- L. Akarun, Y. Yardımcı and A.E. Çetin, "Renkli İmgelerin Kıpırtılandırılması için Yeni Teknikler", *III. Sinyal İşleme Kurultayı*, Kapadokya, Nisan 1995.
- A.E. Çetin, A.H. Tewfik and Y.Yardımcı, "EKG Sinyallerinin Dalgacık Dönüşümünün Uç Değerleri ile Kodlanması," *III. Sinyal İşleme Kurultayı*, Kapadokya, Nisan 1995.
- E. Erzin, A.E. Çetin and Y. Yardımcı, "Sub-band Analysis for Robust Speech Recognition in the Presence of Car Noise," in *Proceedings of IEEE ICASSP'95*, Detroit, U.S.A., May 1995.

The Franklin Institute
Science Museum

222 North 20th Street
Philadelphia, PA 19103 1194

Phone: 215.448.1208
FAX: 215.448.1235

Journal of the Franklin Institute

(215) 448-1349
fax - (215) 448-1364

April 7, 1995

Yasemin Yardimci
Elektrik Elektronik Muhendisligi
Bogazici Universitesi
80815 Bebek Istanbul
TURKEY

Mss. No. 94088

Dear Prof. Yardimci,

We are pleased to advise you that your paper, submitted to the *Journal of the Franklin Institute*, entitled *Direction-of-Arrival Estimation in the Presence of Sensor Model Errors*[1] has been recommended for publication.

Enclosed please find a TRANSFER OF COPYRIGHT AGREEMENT that you must sign and return to me. Your manuscript cannot be published unless I have a signed copyright agreement. Please return the signed copyright agreement to me as soon as possible.

Congratulations on the acceptance of your paper, and I look forward to receiving the signed agreement from you soon.

Sincerely,

Joyce Robinson/acting

Managing Editor

Enclosure

DIRECTION-OF-ARRIVAL ESTIMATION IN THE PRESENCE OF SENSOR MODEL ERRORS

Yasemin Yardımcı[1] *and James A. Cadzow*[2]

[1]Department of Electrical and Electronics Engineering, Boğaziçi University, İstanbul, Turkey

[2]Department of Electrical Engineering, Vanderbilt University, Nashville, TN, U.S.A.

ABSTRACT

The effect of modeling errors on the sensor output signals is analyzed and the distribution of the residual errors in the presence and absence of modeling errors is determined. Both conditional and unconditional models for source amplitudes currently in use are considered. A new test for determining an aberrant sensor is introduced. The test is incorporated in an iterative procedure where each iteration consists of a step of direction-of-arrival(DOA) estimation followed by a test for the presence of any aberrant sensors. The estimates of DOAs obtained through this iterative scheme are compared to those of other currently available algorithms.

1 INTRODUCTION

During the last decade, research on Direction-of-Arrival (DOA) estimation has been dominated by the development of the high resolution direction finding algorithms. [1, 2] Maximum likelihood [3, 4, 5, 6], linear prediction [7, 8] and subspace decomposition [9, 10, 11, 12, 13, 14] algorithms overcome some of the difficulties inherent in conventional *beamforming.* In particular, they are effective in resolving closely spaced radiating sources.

Unfortunately, the performance of these high resolution algorithms deteriorates rapidly when knowledge of the array sensor parameters such as gains, phases and locations is imprecise. Such deviations from the nominal model can arise from aging of components, thermal or other uncontrolled effects like water waves in sonar signal processing or weather changes in radar signal processing. Moreover, in many applications the sensor locations may not be precisely known, *e.g.* an array of hydrophone sensors towed by a ship or an antenna array located on the wings of an aircraft may be deformed due to changes in speed or direction of the vessel. Various techniques have been proposed to compensate for such uncertainties [15-23].

The notion of "small" perturbations of the sensor parameters is common to many currently available robust direction finding algorithms. Large perturbations typically lead an iterative optimization algorithm to a poor minimum and hence give rise to biased DOA estimates. Furthermore, first-order model approximations to the array manifold and the corresponding signal and noise subspaces are no longer valid. Clearly, a direction finding method that is valid for large as well as small perturbations of the sensor locations is highly desirable. Such an algorithm is described in this paper.

The "peeling" algorithm herein described is an iterative procedure where each iteration consists of a step of DOA estimation followed by a test for the presence of sensors with large residual errors. If such sensors are found, the one with the largest sum-of-squares of the residuals is removed if it exceeds a predetermined threshold. This threshold is obtained by utilizing the distributional properties of squared residuals and is provided in this paper.

The iterative peeling algorithm does not require *disjoint sources* (i.e., signals separable in time or frequency) nor does it require auxiliary sources for operation. It has been tested with coherent and incoherent sources at different signal-to-noise ratios and has demonstrated robust performance. Coherency does not pose a problem provided that the DOA estimation algorithm used in each iteration is able to resolve coherent signals. Moreover, it is not restricted to any particular array geometry.

2 MATHEMATICAL MODEL

We shall now develop a mathematical model for the standard DOA problem in which there are q narrowband plane waves impinging on an arbitrary array composed of p sensors. These sensors are located at the points $\underline{z}_1, \underline{z}_2, \ldots, \underline{z}_p$ in the real three dimensional space. The signal generated at the output of the k^{th} sensor due to the i^{th} plane wave is described by

$$x_k(t) = \alpha_k\, s(\underline{\theta}_i, \underline{z}_k)^*\, a_i(t) + w_k(t) \tag{1}$$

$$\text{for } k = 1, 2, \ldots, p \quad {\scriptstyle i=1,2,\ldots,q} \text{ and } {\scriptstyle t=1,2,\ldots,N}.$$

In this expression[1], α_k is the (complex) gain of the k^{th} sensor and $\underline{\theta}_i$ and a_i are the unknown parameters of (real) DOAs and (complex) amplitudes, respectively. The gains are selected as complex numbers so that both the real gain and phase terms can be incorporated. The output of the k^{th} sensor $x_k(t)$, is the sum of the signal due to the i^{th} source $s(\underline{\theta}_i, \underline{z}_k)^*\, a_i(t)$ and the noise $w_k(t)$. In the presence of multiple plane waves, the signal generated at the output of the k^{th} sensor can be obtained through superposition of the individual plane waves so that

$$x_k(t) = \alpha_k\, \underline{s}(\underline{\theta}, \underline{z}_k)^*\, \underline{a}(t) + w_k(t) \tag{2}$$

where the $q \times 1$ vectors $\underline{s}(\underline{\theta}, \underline{z}_k)$ and $\underline{a}(t)$ are

$$\underline{s}^T(\underline{\theta}, \underline{z}_k) = [s(\underline{\theta}_1, \underline{z}_k)\; s(\underline{\theta}_2, \underline{z}_k)\; \ldots\; s(\underline{\theta}_q, \underline{z}_k)] \tag{3}$$

$$\underline{a}^T(t) = [a_1(t)\; a_2(t)\; \ldots\; a_q(t)]. \tag{4}$$

The objective of the classical DOA estimation problem is to estimate the composite DOA vector $\underline{\theta}$ which is formed by concatenating the DOA vectors corresponding to the individual plane waves

$$\underline{\theta}^T = [\underline{\theta}_1^T\; \underline{\theta}_2^T\; \ldots\; \underline{\theta}_q^T]. \tag{5}$$

In the problem that is treated here, the complex sensor gains α_k and the sensor positions $\underline{z}_k$ may be different from their (nominal) assumed values $\hat{\underline{z}}_k$ and $\hat{\alpha}_k$ for $k = 1, 2, \ldots, p$. For any sensor position $\hat{\underline{z}}_k$ and sensor gain $\hat{\alpha}_k$, the model (2) can be written as

$$x_k(t) = \hat{\alpha}_k\, \underline{s}(\underline{\theta}, \hat{\underline{z}}_k)^*\, \underline{a}(t) + [\alpha_k\, \underline{s}(\underline{\theta}, \underline{z}_k) - \hat{\alpha}_k\, \underline{s}(\underline{\theta}, \hat{\underline{z}}_k)\,]^*\, \underline{a}(t) + w_k(t).$$

[1] In this paper, $\underline{s}^T$ and $\underline{s}^*$ denote the transpose and complex conjugate transpose of the vector $\underline{s}$, respectively.

If the residual error $e_k(t)$ is defined as $e_k(t) = x_k(t) - \hat{\alpha}_k\, s(\underline{\theta}, \hat{\underline{z}}_k)^* \, \underline{a}(t)$, it can also be expressed as

$$e_k(t) = \mu_k(t) + w_k(t). \tag{6}$$

$$\text{where } \mu_k(t) = [\alpha_k\, \underline{s}(\underline{\theta}, \underline{z}_k) - \hat{\alpha}_k\, \underline{s}(\underline{\theta}, \hat{\underline{z}}_k)\,]^* \, \underline{a}(t) \tag{7}$$

The contributions of $\mu_k(t)$ and $w_k(t)$ to the residual error $e_k(t)$ are called *modeling error* and *sensor noise*, respectively. Clearly, a sufficient condition for the modeling error term to vanish is $\underline{z}_k = \hat{\underline{z}}_k$ and $\alpha_k = \hat{\alpha}_k$. More generally, the modeling error will be zero if the actual and nominal sensor parameters result in identical sensor output samples $x_k(t)$. In what is to follow, the sensor noise samples are assumed to be from an independent identically distributed (i.i.d.) Gaussian random process with zero mean and variance σ_k^2, (i.e., $w_k(t) \sim \mathcal{G}(0, \sigma_k^2)$). In the absence of modeling errors, the distribution of the residual errors is identical to that of $w_k(t)$. In the presence of modeling errors, however, their distribution is contingent on the characteristics of the amplitudes. Currently, there are two different types of models for sensor amplitudes in use:

- conditional (deterministic) model: The amplitudes $\underline{a}(t)$ are the same in all realizations. Then residual error $e_k(t)$ is a sample from a temporally uncorrelated Gaussian process with mean $\mu_k(t)$ and variance σ_k^2, i.e.,

$$e_k(t) \sim \mathcal{G}(\mu_k(t), \sigma_k^2). \tag{8}$$

- unconditional (stochastic) model: The amplitudes $\underline{a}(t)$ are samples of a temporally uncorrelated, stationary Gaussian process with zero mean and covariance matrix $\mathcal{R}_a$. Furthermore, they are uncorrelated with the noise samples w_k for all t. It then follows that the residual errors $e_k(t)$ are samples from a temporally uncorrelated Gaussian process with mean zero and variance $\sigma_v^2 + \sigma_k^2$, i.e.,

$$e_k(t) \sim \mathcal{G}(0, \sigma_v^2 + \sigma_k^2) \tag{9}$$

$$\text{where } \sigma_v^2 = [\alpha_k\, \underline{s}(\underline{\theta}, \underline{z}_k) - \hat{\alpha}_k\, \underline{s}(\underline{\theta}, \hat{\underline{z}}_k)\,]^* \mathcal{R}_a [\alpha_k\, \underline{s}(\underline{\theta}, \underline{z}_k) - \hat{\alpha}_k\, \underline{s}(\underline{\theta}, \hat{\underline{z}}_k)\,]$$

As the modeling errors manifest themselves through the mean of the residual errors for the conditional model and the variance of the residual errors in the unconditional model, first and second order statistics are natural candidates of testing for modeling errors. However, the pervasive use of zero-mean amplitude signals for the conditional model as well, suggests the utilization of second or higher order statistics. We will concentrate on second order statistics. In particular, the *normalized sum-of-squares of residuals, r,* will play a prominent role.

Theorem 1 *Let $\{e_k(1), e_k(2), \ldots, e_k(N)\}$ be samples from an i.i.d. zero-mean Gaussian process with variance σ_k^2. Then*

$$r = \sum_{t=1}^{N} |\frac{e_k(t)}{\sigma_k}|^2 \tag{10}$$

is said to have a χ^2-distribution with N degrees of freedom, thus $r \sim \chi^2(N)$. Its density function is given by

$$f_o(r) = \frac{1}{2^{N/2}\Gamma(\frac{N}{2})} r^{\frac{N}{2}-1} e^{-\frac{r}{2}} \quad for \ 0 < r < \infty \tag{11}$$

and $f_o(r) = 0$ for $r \leq 0$.

Under the null-hypothesis of "no modeling errors," the normalized sum-of-squares of residuals, r, has a χ^2-distribution with N degrees of freedom. If the alternative is true (i.e., modeling errors are present), the distribution of r is contingent on the choice of model for the amplitudes. We will examine two different cases.

2.1 Conditional Model

Under the alternative hypothesis, the distribution of the normalized sum-of-squares of residuals has a *non-central χ^2-distribution* with N degrees of freedom for the conditional model.

Theorem 2 *Let $\{e_k(1), e_k(2), \ldots, e_k(N)\}$ be samples from an i.i.d. Gaussian process with mean $\mu_k(t)$ and variance σ_k^2. Then the normalized sum-of-squares of residuals defined in (10) is said to have a non-central χ^2-distribution with N degrees of freedom and the noncentrality parameter λ, (thus $r \sim \chi^2(N, \lambda)$)*

$$\lambda = \sum_{t=1}^{N} |\frac{\mu_k(t)}{\sigma_k}|^2. \tag{12}$$

The density function of r is given by

$$f_1(r) = e^{-\frac{\lambda}{2}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\frac{\lambda}{2})^j \, r^{\frac{N}{2}+j+1} e^{-\frac{r}{2}}}{j!\, 2^{\frac{N}{2}+j}\, \Gamma(\frac{N}{2}+j)} \quad \textit{for } 0 < r < \infty \tag{13}$$

and $f_1(r) = 0$ *for* $r \le 0$.

2.2 Unconditional Model

The distribution of the normalized sum-of-squares of residuals r is a "scaled" χ^2-distribution for the unconditional model.

Theorem 3 *Let* $\{e_k(1), e_k(2), \ldots, e_k(N)\}$ *be samples from an i.i.d. zero-mean Gaussian process with variance* $\sigma_v^2 + \sigma_k^2$. *Then the normalized sum-of-squares of residual errors r defined in (10) has a density function* $f_1(r)$ *described by*

$$f_1(r) = \frac{\sigma_k^2}{\sigma_v^2 + \sigma_k^2}\, f_o\!\left(\frac{\sigma_k^2}{\sigma_v^2 + \sigma_k^2}\, r\right) \quad \textit{for } 0 < r < \infty \tag{14}$$

where f_o *is defined in (11) and* $f_1(r) = 0$ *for* $r \le 0$.

2.3 χ^2-Test

In light of the development above, the normalized sum-of-squares of residuals r can be employed as the test statistic of the χ^2-Test. To test

$$\begin{aligned} H_o : \sigma^2 &= \sigma_k^2 \\ H_1 : \sigma^2 &> \sigma_k^2 \end{aligned}$$

at the α level of significance, reject the null hypothesis if $r \ge \gamma$ where

$$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{\gamma} f_o(r)\, dr. \tag{15}$$

An example for sampling distributions for standard and scaled χ^2-distributions with 40 degrees of freedom is presented in Figure 1. The null hypothesis of "no modeling errors" is rejected when the test statistic r is greater than the threshold γ. In this case, the level of the test α is selected as 0.01.

2.4 Algorithm

The testing procedure described above is predicated on the knowledge of DOAs and the amplitudes of the input signals. Unfortunately, this information is rarely available. We therefore suggest an iterative procedure in which each iteration consists of a DOA and amplitude estimation followed by a testing step. Among the sensors whose normalized sum-of-squares of residuals exceeds the threshold γ, the sensor with the largest normalized sum-of-squared residuals r is "peeled off" and another iteration is initiated.

Repeat

Estimate the DOAs

Estimate the amplitudes

For each sensor

Compute r_k

if (max $(r_k) > \gamma$)

Peel that sensor

Until no sensors are peeled

Other possible alternatives to peeling the sensor with the largest sum-of-squared residuals could be peeling all sensors that are larger than a give threshold after every iteration or trying different combinations of sensors. The former has the disadvantage that due to the presence of sensors with large perturbations, the estimates of the amplitudes and the DOAs may be far from their actual values especially in the first iterations. As a result, even the sum-of-squared residuals of sensors which do not have large perturbations may be greater than the given threshold. Hence this procedure typically results in excessive peeling. The latter scheme, on the other hand, may have overwhelming computational burden when multiple sensors have large perturbations and/or the total number of sensors is large. In particular, for a case with a total of p sensors in which an unknown number, p_o, have large perturbations, the number of trials to be performed is given by $p! \sum_{k=0}^{p_o+1}[(p-k)!\ k!]^{-1}$. For example, in one of the simulations we had twelve sensors four out of which had large perturbations. To solve this case, at least 1586 trial runs had to be performed instead of 5 runs with the present method.

3 SIMULATION RESULTS

A Mills-Cross array of twelve sensors whose elements are positioned on the x- and y-axes at $[\ -287.5\ \ -187.5\ \ -87.5\ \ 87.5\ \ 187.5\ \ 287.5\ ]$ feet is considered. The incident plane waves on this array have $14.85MHz$ as their center frequency. The complex valued envelope is generated from a zero-mean unit variance Gaussian process. The sensor noise is also modeled as a zero-mean Gaussian process with variance σ^2. A total of 40 delayed samples of the input signal are obtained at each sensor. To compare the performance of the "peeling" algorithm with an alternative where the sensor locations and the DOAs are simultaneously estimated [21], 100 trial runs of of the peeling algorithm, its alternative and the direct DOA estimation algorithm with no calibration are performed in the following two cases at different signal-to-noise ratios. The DOA estimation step of the peeling algorithm employs maximum likelihood DOA estimation with a Gram-Schmidt orthogonalization [24].

- Case 1: Two incoherent sources with DOAs from 20 and 23 degrees are impinging on the given array. The location of one the sensors is perturbed by 20 feet from its nominal position, whereas the positions of the other sensors are perturbed randomly on the x-y plane around their nominal values with a standard deviation of 0.1 ft. The root mean square (RMS) errors of the DOA estimates is computed at various signal-to-noise ratios. The results are presented in Figure 2a. The peeling algorithm achieved a smaller RMS error at all signal-to-noise ratios in this case. A 3-D plot of the absolute values of the residual errors in a typical run at 20dB SNR is provided in Figure 2b. The residual errors corresponding to the sensor with large perturbation are significantly larger than those for other sensors, thereby indicating a perturbed sensor.

- Case 2: One incident source with DOA of 20 degrees. The locations of four arbitrarily chosen sensors have been perturbed by over 20 feet, whereas the positions of the other sensors are perturbed randomly around their nominal values with a standard deviation of 0.1 ft. The plots of root mean square error versus signal-to-noise ratio for different methods and a 3-D plot of the absolute values of the residual errors in a typical run at 20dB SNR are provided in Figure 3. The residual errors corresponding to the third, eighth, ninth and eleventh sensors are significantly larger than others. The aberration of the third sensor becomes more pronounced in subsequent iterations.

4 CONCLUSIONS

A new technique for DOA estimation under sensor model errors is developed. Its main advantage over the currently available methods is its ability to cope with large perturbations in the sensor parameters. The testing procedure described here may also be utilized by the existing self-calibrating algorithms to test for their assumption of small perturbations. Moreover the robust estimates of DOA obtained through the peeling algorithm may be used to obtain reliable estimates of the actual sensor locations.

References

[1] D.H. Johnson and D.E. Dudgeon, *Array Signal Processing*, Prentice-Hall Signal Processing Series, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993.

[2] C.W. Therrien, *Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing*, Prentice-Hall Signal Processing Series, Englewood Cliffs, New Jersey, 1992.

[3] J. Boheme, "Estimating the Source Parameters by Maximum Likelihood and Nonlinear Regression," in Proc. ICASSP'84, pp. 7.3.1-4, 1984.

[4] I. Ziskind and M. Wax, "Maximum Likelihood Localization of Multiple Sources by Alternating Projection," IEEE Trans. ASSP, Vol. ASSP-36, pp. 1553-1560, 1988.

[5] J.A. Cadzow, "Least Squares Error Modeling with Signal Processing Applications," IEEE-ASSP Magazine, pp 12-31, October 1990.

[6] Y. Yardımcı and J.A. Cadzow, "High Resolution Algorithms for Locating Closely Spaced Objects via Infrared Focal Plane Arrays," Optical Engineering, October 1994.

[7] D.W. Tufts and R. Kumaresan, "Frequency Estimation of Multiple Sinusoids: Making Linear Prediction Perform Like Maximum Likelihood," Proc. of the IEEE, Vol. 70, pp. 975-989, September 1982.

[8] D.W. Tufts and R. Kumaresan, "Singular Value Decomposition and Improved Frequency Estimation Using Linear Prediction," IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. ASSP-30, pp. 975-989, 1982.

[9] R. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," Procs. of the RADC Spectral Estimation Workshop, Rome, N.Y., pp. 243-256, 1979.

[10] J.A. Cadzow, "A High Resolution Direction-of-Arrival Algorithm for Narrow-Band Coherent and Incoherent Sources," IEEE Trans. ASSP , Vol. ASSP-36, pp. 965-979, July 1988.

[11] J.A. Cadzow, Y. Kim and D. Shiue, "General Direction-of Arrival Estimation: A Signal Subspace Approach," IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-25, pp. 31-46, Jan. 1989.

[12] D.H. Johnson and S.R. DeGraaf, "Improving the Resolution of Bearing in Passive Sonar Arrays by Eigenvalue Analysis," IEEE Trans. on Acoustics Speech and Signal Processing, Vol. ASSP-30, pp. 638-647, August 1982.

[13] B. Ottersten, B. Wahlberg, M. Viberg, and T. Kailath, " Stochastic Maximum Likelihood Estimation in Sensor Arrays by Weighted Subspace Fitting," Proc. 23th Asilomar Conf. on circuit system and computers, Pacific Grove, CA., pp. 599-603, Oct. 1989.

[14] R.H. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques," IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. ASSP-37, pp. 984-995, July 1989.

[15] A.L. Swindlehurst, "Robust Algorithms for Direction Finding in the Presence of Model Errors," in Proc. of IEEE ASSP Fifth Workshop on Spectrum Estimation and Modeling, Rochester, New York, pp. 362-366, Oct. 1990.

[16] T.J. Shan, A.M. Bruckstein and T. Kailath, "Multiple Signal Resolution with Uncertain Signal Subspace – A Self-Cohering Approach," in Proc. 19th Asilomar Conf. on Circuits, Systems and Computers, Pacific Grove, CA., Nov. 1985.

[17] B.G. Ferguson, "Sharpness Applied to the Adaptive Beamforming of Acoustic Data from a Towed Array of Unknown Shape," J. Acoust. Soc. America, Vol. 88, No. 6, pp. 2695-2701, December 1990.

[18] F. Haber and Q. Shi, "Direction Finding in Array Geometry Uncertainty," in Proc. of the IEEE International Radar Conference, pp. 258-261, 1988.

[19] Y. Rockah, P.M. Schultheiss, "Array Shape Calibration Using Sources in Unknown Locations – Part I: Far-Field Sources," IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. ASSP-35, no.3, pp. 286-299, March 1987.

[20] L.P.H.K. Seymour, C.F.N. Cowan, and P.M. Grant, "Bearing Estimation in the Presence of Positioning Errors," in Proc. of IEEE ICASSP, Dallas, Texas,pp. 2264-67, 1987.

[21] C. Wang and J.A. Cadzow, "Direction Finding with Sensor Gain, Phase and Location Uncertainty," in Proc. IEEE ICASSP, Toronto, Canada, pp. 1429-1432, 1991.

[22] A.J. Weiss and B. Friedlander, "Array Shape Calibration Using Sources in Unknown Locations – A Maximum Likelihood Approach," IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. ASSP-37, no.12, pp. 1958-1966, Dec. 1989.

[23] A.J. Weiss and B. Friedlander, "Eigenstructure Methods for Direction Finding with Sensor Gain and Phase Uncertainties," Signal Processing, Vol. 9, No. 3, pp. 271-300, 1990.

[24] G.H. Golub and V. Pereyra, "The Differentiation of Pseudo-inverses and Nonlinear Least Squares Problems whose Variables Separate," SIAM Journal Numerical Analysis, pp. 413-432, April 1973.

[25] P. Stoica and A. Nehorai, "Performance Study of Conditional and Unconditional Direction-of-Arrival Estimation," IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. ASSP-38, no.10, pp. 1783-1795, October 1990.

[26] K.R. Koch, "PARAMETER ESTIMATION AND HYPOTHESIS TESTING IN LINEAR MODELS," Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1988.

[27] V. Barnett and T. Lewis, "OUTLIERS IN STATISTICAL DATA," John Wiley and Sons, Chichester, 1984.

List of Figures

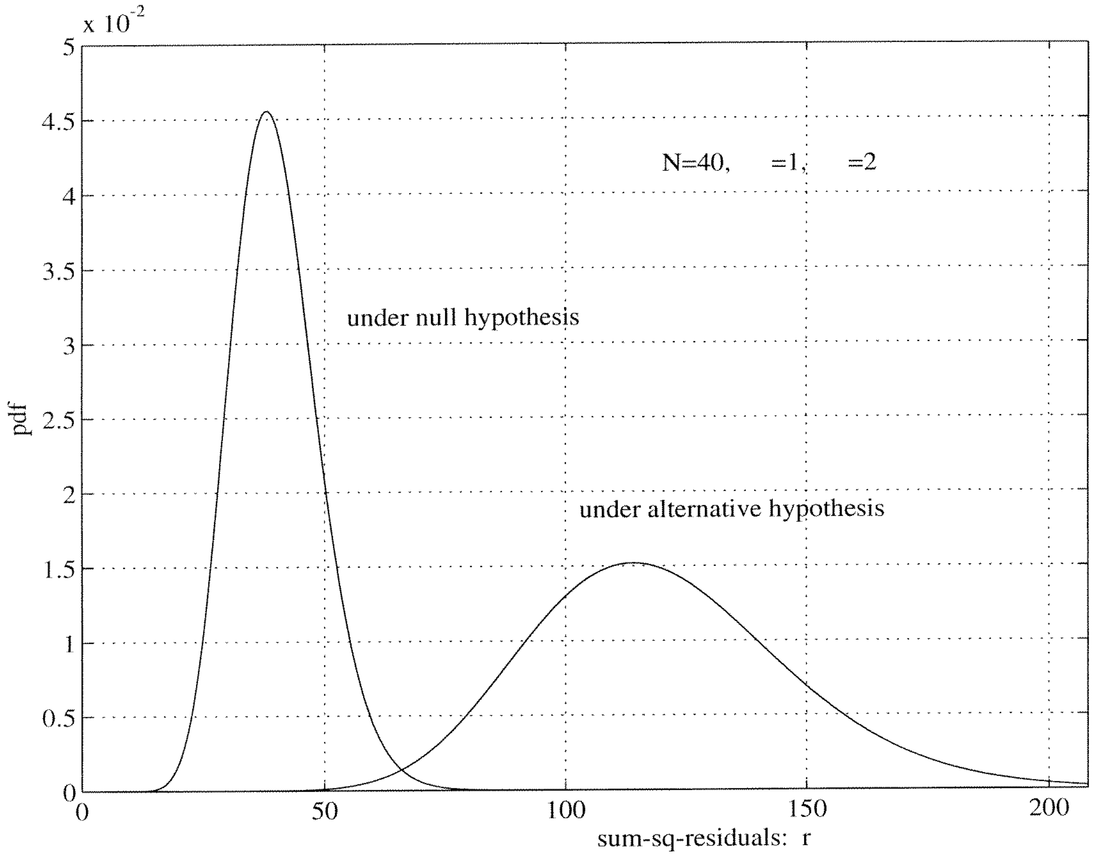


Figure 1: Standard and scaled χ^2-distributions with 40 degrees of freedom.

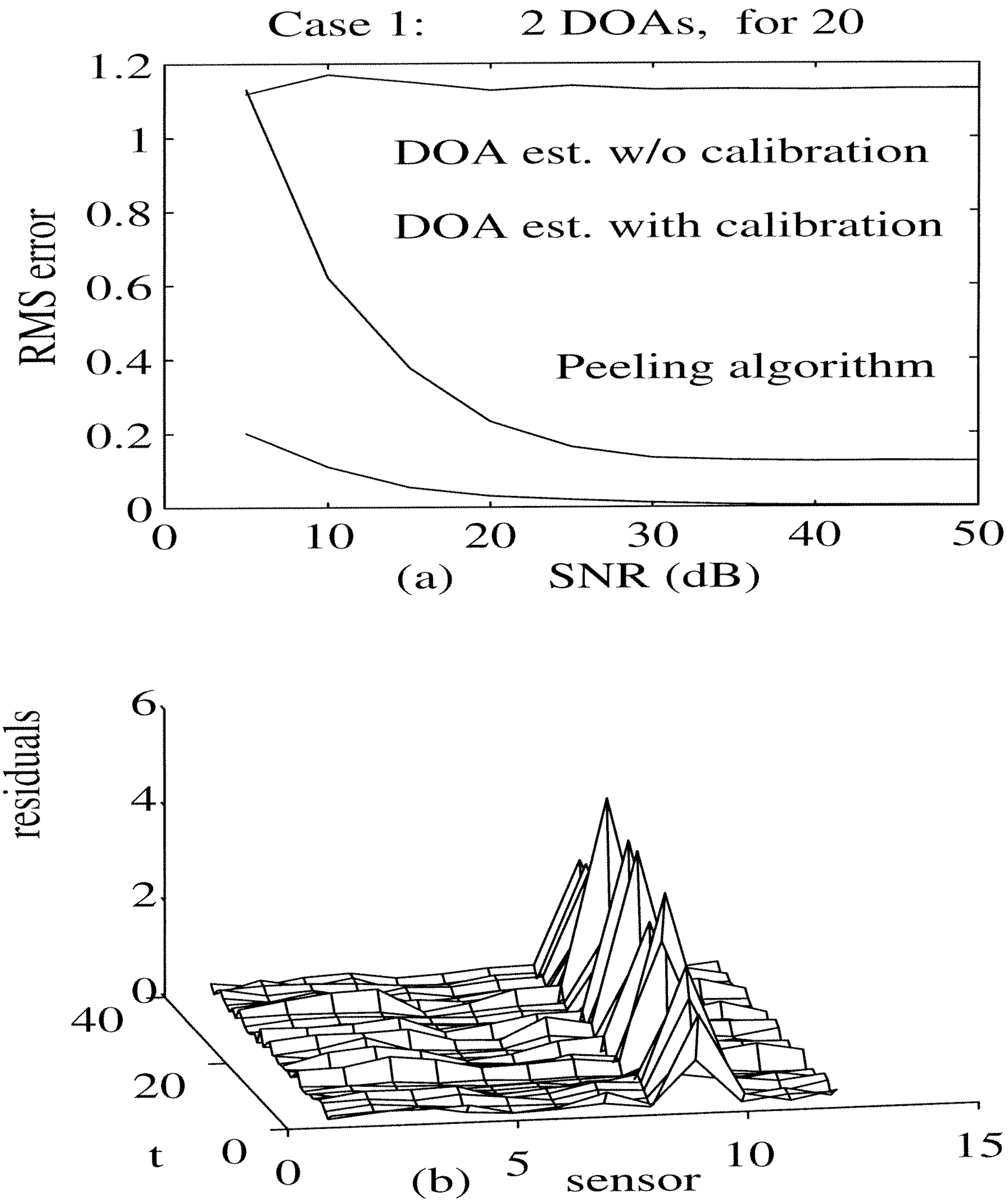


Figure 2: a) Root mean square errors of the DOA estimates in Case 1. b) Absolute values of residuals in a trial run at 20dB SNR.

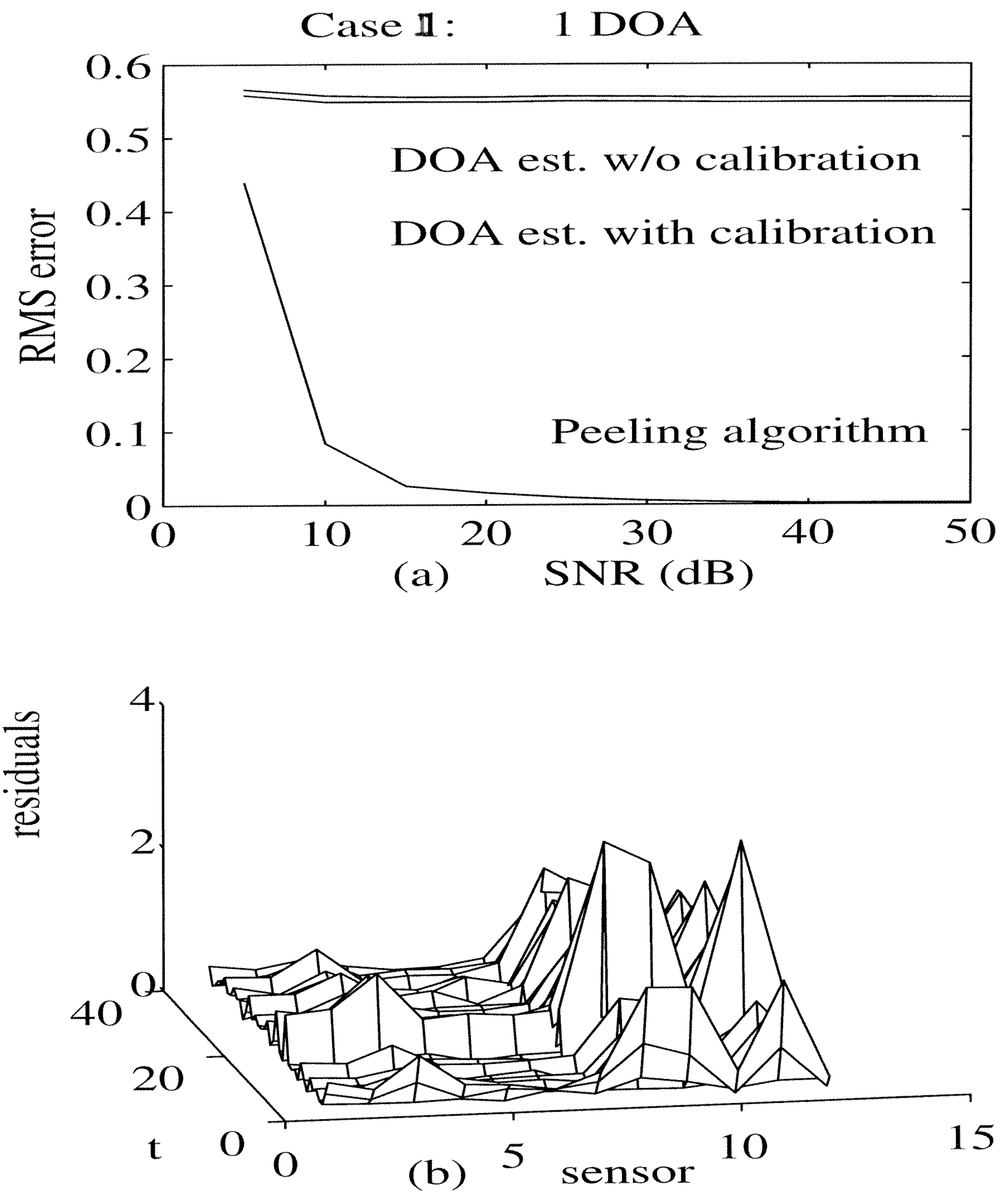


Figure 3: a) Root mean square errors of the DOA estimates in Case 2. b) Absolute values of residuals in a trial run at 20dB SNR.

Robust Modeling of Multivariate Signals by Iteratively Reweighted Nonlinear Least Squares

Yasemin Yardımcı*
Department of Electrical and Electronic Engineering,
Boğaziçi University
80815 Bebek İstanbul, TURKEY
E-mail: yardimci@boun.edu.tr

ABSTRACT — **A parameter estimation method based on Iteratively Reweighted Nonlinear Least Squares is developed. In the presence nongaussian noise or modeling errors on the sensor characteristics, it demonstrated superior performance compared to the Standard LSE method with appropriately selected nonlinear weighting functions and weighting matrices. The computational complexity of the new method is only marginally higher than the standard LSE method.**

1 Introduction

In recent years, there has been greater interest in robust methods for array signal processing. To a great extent, this is due to severe degradation in performance of the "high resolution" algorithms in the presence of modeling errors. Such deviations from the nominal model can arise from aging of components, thermal or other uncontrolled effects like water waves in sonar signal processing or weather changes in radar signal processing. In this paper, we describe a robust method for modeling multivariate signals obtained through an array of sensors.

2 Signal Model and Robust Parameter Estimation

We assume the observed signals are composed of a linear combination of "basis signals" which are characterized by a set of parameters, and additive noise. In the presence of m such basis signals $\underline{s}_i(\underline{\theta}_i)$ for $i = 1, 2, \ldots, m$ each depending on the parameter vector $\underline{\theta}_i$, the $p \times 1$ array output signal $\underline{d}(t)$ is given by

$$\begin{aligned} \underline{d}(t) &= \sum_{i=1}^{m} a_i(t)\, \underline{s}_i(\underline{\theta}_i) + \underline{w}(t). && (1) \\ &= S(\underline{\theta})\underline{a}(t) + \underline{w}(t). && (2) \end{aligned}$$

*This work was supported in part by TÜBİTAK under Grant EEEAG-AY10

where $a_i(t)$ is the coefficient of the i^{th} basis vector, and $\underline{w}(t)$ is an additive complex noise vector at time t. The equivalent but more compact form (2) uses the $p \times m$ composite basis matrix $S(\underline{\theta})$ whose columns correspond to the individual basis vectors, and the $m \times 1$ coefficient vector $a(t)$ and the composite parameter vector $\underline{\theta}$ which are given by

$$\underline{a}(t) = [a_1(t)\, a_2(t)\, \ldots\, a_m(t)]^T \qquad (3)$$

and

$$\underline{\theta} = [\underline{\theta}_1^T\, \underline{\theta}_2^T\, \ldots\, \underline{\theta}_m^T]^T \qquad (4)$$

The objective is to select the desired unknown parameter vector $\underline{\theta}$ and the amplitude set $\{\underline{a}(t_n)\}$ so that linear combination of the basis vectors best represents the N time samples of the observed data set , $\{\underline{d}(t_n)\}$ for $n = 1, 2, \ldots, N$. By employing the least squared error criterion, this leads to minimization the nonlinear functional

$$c(\underline{\theta}, \{\underline{a}(t_n)\}) = \sum_{k=n}^{N} \|\underline{d}(t_n) - S(\underline{\theta})\underline{a}(t_n)\|^2 \qquad (5)$$

with respect to the unknown parameter vector $\underline{\theta}$ and $\{\underline{a}(t_n)\}$ for $n = 1, 2, \ldots, N$. The pervasive use of the LSE criterion is justified by its applicability to different modeling problems, its reasonable computational complexity and last but not least its effectiveness in Gaussian noise environments. Unfortunately, its performance degrades severely under nongaussian or nonstationary noise. It is also sensitive to deviations from design parameters, parameters which are assumed to be known precisely, but many times are either imprecise or change through the course of operation. To develop a robust method, we introduce the *generalized weighted squared error criterion* as

$$f(\underline{a}(t), \underline{\theta}) = \sum_{n=1}^{N} \psi(r(t_n)) \qquad (6)$$

where $\psi(.)$ is a nonlinear weighting function defined on the positive real axis with argument as the weighted squared error r, so that

$$r(t_n) = (\underline{d}(t_n) - S(\underline{\theta})\ \underline{a}(t_n))^* W (\underline{d}(t_n) - S(\underline{\theta})\ \underline{a}(t_n)) \tag{7}$$

and W is a conjugate symmetric positive definite weighting matrix. In general, the minimization of (6) with respect to the unknown parameters is a highly nonlinear optimization problem with no closed form solution hence leads us to employ nonlinear programming techniques. Nonlinear programming techniques, on the other hand, may be very time-consuming especially when there are many parameters to be estimated. Differentiation of (6) with respect to the amplitudes $\{\underline{a}(t_n)\}$ for $n = 1, 2, \ldots, N$ reveils that the optimum amplitudes are given by

$$\underline{a}^o(t_n) = [S^*(\underline{\theta})\, W\, S(\underline{\theta})]^{-1}\ S^*(\underline{\theta})\ W^*\ \underline{d}(t_n) \tag{8}$$

for a given parameter vector $\underline{\theta}$. Substituting this choice of amplitudes in (6) the resulting nonlinear mimization problem is to be performed with respect to the unknown parameter vector $\underline{\theta}$ only. The weighting matrix W in the expression of the generalized weighted squared error criterion (6) enables the user to emphasize certain elements of the observed vectors whereas the nonlinear weighting function ψ is instrumental in emphasizing certain samples in time. To achieve robustness with respect to noise distributions with longer tails than the Gaussian, ψ could be selected as a nonlinear function bounded from above [1]. The choice of the weighting matrix W can be either made beforehand by using *a priori* information on the sensor model errors such as the variances of the perturbations on individual sensors. However our method has the added advantage of enabling the user to determine the weighting matrix W during the execution of the optimization by employing an "iterative reweighting scheme." We will examine the strength of our *Iteratively Reweighted Nonlinear Least Squares* (IRNLS) algorithm with different weighting schemes for the direction-of-arrival (DOA) problem in this paper.

3 Iterative Reweighting Scheme

Descent-type nonlinear optimization schemes are based on incrementally perturbing the unknown DOA parameter vector $\underline{\theta}$ so that the criterion takes lower values at each iteration. Specifically, at the k^{th} step, the current parameter vector $\underline{\theta}_k$ is perturbed to obtain

$$\underline{\theta}_{k+1} = \underline{\theta}_k + \underline{\delta}_k \tag{9}$$

where $\underline{\delta}_k$ is the perturbation vector which is chosen in such a way that a decrease in the criterion $f(\underline{\theta}_{k+1}) < f(\underline{\theta}_k)$ results. Detailed expressions for the perturbation vector are given in [2]. Here we are going to introduce an iterative algorithm similar to the peeling algorithm described in [3] in the sense that every iteration consists of two steps: a step of DOA estimation with a predetermined weighting matrix followed by a weighting matrix estimation for the next DOA estimation step. We selected the weighting matrix as a diagonal matrix where its diagonal elements are given by the inverses of the sum-of-squared residuals. With this choice, the sensors are weighted in a fashion inversely proportional to their residual error variances. Furthermore, the weighting matrix is guaranteed to be positive definite, a desired property to achieve the relative minimum of a squared error criterion.

In our algorithm the weighting matrix W may be unknown. At the k^{th} stage, the current estimate of the DOA vector and the weighting matrix W are denoted by $\underline{\theta}_k$ and W_k, respectively. When the amplitude vectors $\underline{a}(t_n)$ are estimated as

$$\underline{a}_k(t_n) = (S(\underline{\theta}_k)^*\ W_k\ S(\underline{\theta}_k))^{-1}\ S(\underline{\theta}_k)^*\ W_k\ \underline{d}(t_n), \tag{10}$$

the criterion (6) takes the form

$$f(\underline{\theta}_k) = \sum_{n=1}^{N} (\underline{d}(t_n)^* W_k \underline{d}(t_n) - \underline{d}(t_n)^* W_k\ P(\underline{\theta}_k)\ \underline{d}(t_n)) \tag{11}$$

where
$P(\underline{\theta}_k) = S(\underline{\theta}_k)\,(S(\underline{\theta}_k)^*\ W_k\ S(\underline{\theta}_k))^{-1}\ S(\underline{\theta}_k)^*\ W_k$ is the projection operator whose range space is the same as that of $S(\underline{\theta}_k)$. Next, the DOA vector is perturbed as

$$\underline{\theta}_{k+1} = \underline{\theta}_k + \alpha\ \underline{\delta}_k \tag{12}$$

so that an improvement in the criterion (11) is obtained. The stepsize parameter α is introduced to enable us take steps of variable sizes to ensure improvement in the value of the criterion. With the new estimate of the DOA parameter vector $\underline{\theta}_{k+1}$, the residual error vectors are computed as

$$\underline{e}(t_n) = (I - P(\underline{\theta}_{k+1}))\ \underline{d}(t_n) \quad \text{for} \quad n = 1, 2, \ldots, N. \tag{13}$$

The estimate of the i^{th} diagonal element of the weighting matrix, w_{ii}, is selected as the inverse of the sum-of-squared residuals for the i^{th} sensor so that

$$w_{ii} = \frac{1}{\sum_{n=1}^{N} |e_i(t_n)|^2} \quad \text{for} \quad i = 1, 2, \ldots, p. \tag{14}$$

where $e_i(t_n)$ is the i^{th} element of $\underline{e}(t_n)$. This iterative procedure is continued until convergence.

The initial estimates of DOA parameter vectors are obtained through the Sequential Orthogonal Projection algorithm [2] and Gauss-Newton method is employed to determine the perturbation directions for the DOA estimates. Descent methods like Gauss-Newton may converge to an inferior minimum when the initial estimates are not in the convex hull of the criterion to be minimized. A descent method minimizing the modified criterion (11) with the varying weighting matrix W_k is even more susceptible to convergence to a local minimum. We had to take some precautions to minimize this effect.

As the estimates of the DOAs converge to their actual values, the residual errors decrease hence the diagonal elements of the weighting matrix increase. We normalized the weighting matrix to have trace p, the number of sensors, after every iteration so that scaling of the weighting matrix does not result in premature stopping of the iterations. The initial estimate of the matrix is selected as the identity matrix.

A possible problem of this two step estimation procedure is the potential vicious circle between the DOA and the weighting matrix estimation steps. During the course of iterations, the current estimate of the DOAs may be very much in accordance with the data obtained through one of the sensors. As the residual errors for that sensor will be smaller than the others, its weight at the next stage will be higher. With a high weight, the next estimate of the DOA will be even more in accordance with the data from that sensor which will further increase its weight and so on. In the end, the estimate may be calculated by taking account the data from only one of the sensors. To contain this effect, we limited the weight a sensor may have. One scheme that worked well for our case is to set the weight for the i^{th} sensor w_{ii}

$$w_{ii} = \begin{cases} \frac{1}{r_i} & r_i \geq \frac{\text{median}(r_i)}{4} \\ \frac{4}{\text{median}(r_i)} & \text{else} \end{cases} \quad (15)$$

We also estimated the weighting matrix with the absolute residuals rather than squared values for comparison. It did not demonstrate a robust performance in the sense that its performance varied in scenarios with different DOAs.

The iterative weighting scheme is effective when there are deviations from the design parameters of the sensors such as their locations, gains and phases. It is also effective in cases in which noise variances on individual sensors vary.

4 Effect of Nonlinear Weighting

The method of Least Squares is known to be identical to the method of Maximum Likelihood (ML) in the presence of independent identically distributed Gaussian noise. Its performance is significantly inferior to that of maximum likelihood in the presence of nongaussian noise. This suggests the use of the maximum likelihood method whenever feasible. The maximum likelihood solution, however may not have the computational advantages of the method of Least Squares for an arbitrary distribution. The optimum amplitudes are given by

$$\underline{a}^o(t_n) = [S^*(\underline{\theta})\, W\, S(\underline{\theta})]^{-1}\, S^*(\underline{\theta})\, W^*\, \underline{d}(t_n) \quad (16)$$

for the class of distributions for which regression problems have linear solutions. This class is shown to be the class of elliptically symmetric distributions [5]. The distributions are typified by probability density functions which are functions of the squared error $r(t_n)$,

$$r(t_n) = (\underline{d}(t_n) - S(\underline{\theta})\, \underline{a}(t_n))^* W (\underline{d}(t_n) - S(\underline{\theta})\, \underline{a}(t_n)). \quad (17)$$

It is straightforward to show that for the class of elliptically symmetric distributions, the maximum likelihood solution is identical to (6) for some nonlinear function ψ [6].

5 Simulation Results

A Mill-Cross array of twelve sensors is considered. The following experiments were performed for two incoherent sources with center frequency 14.85MHz and directions-of-arrival from 21^o and 25^o degrees.

Experiment I: Sensor Positions are in Error

To demonstrate the strength of the algorithm for a scenario in which sensor positions are in error, the sensors are perturbed randomly according to a Gaussian distribution around their nominal values. The standard deviation of the perturbations of the sensor locations at the four ends of the Mills-Cross array are ten times the others. Hundred trial runs are performed for sensor signals embedded in Gaussian noise at signal-to-noise ratios from 0dB to 50dB in steps of 10dB. To compare the performance of the proposed weighting schemes with other methods the results for a) Standard LSE method [2], b) DOA estimation with calibration of the sensor geometry [4], c) IRNLS - weighting with inverses of the squared residuals and d) IRNLS - weighting with inverses of the absolute residuals are depicted in Figure 1. In this figure the Root Mean Square (RMS) errors in the DOA estimates versus SNR is given for

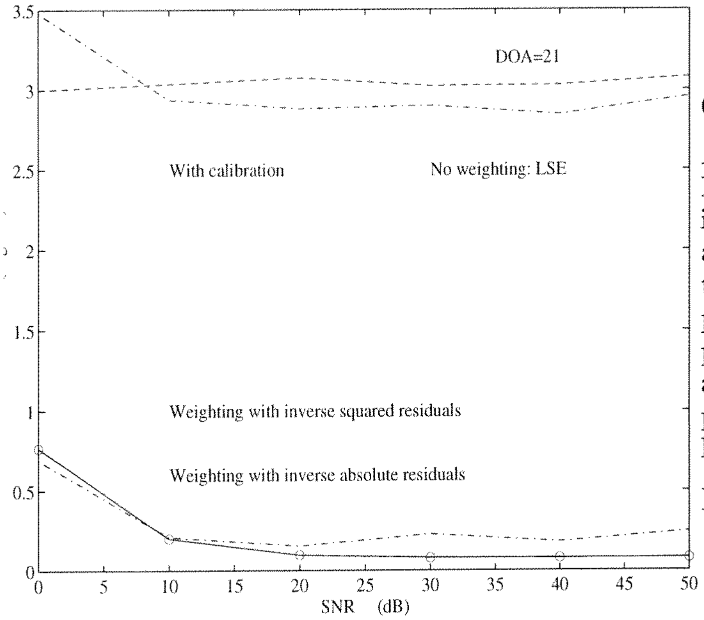


Figure 1: Statistical comparison of two DOA estimation methods with proposed weighting schemes for two plane waves arriving from 21 and 25 degrees.

the plane wave arriving from 21 degrees. Similar results are obtained for the plane wave arriving from 25 degrees. It is seen that the two IRNLS methods are significantly better than the Standard LSE method as well as DOA estimation in conjunction with calibration of the array. In this experiment $\psi(r) = r$ for simplicity.

Experiment II: Nongaussian Noise Environment
In this case, noise samples are generated from a p-variate Cauchy density function with scale parameter b. The results with various nonlinear weighting schemes is presented in Table 1. It is seen that schemes with nonlinear weighting achieved lower RMS error levels. In this experiment W is selected as the identity matrix.

	LSE	ML	
-20log$b$	$\psi(r) = r$	$\psi(r) = \log(\frac{r}{b^2} + 1)$	$\psi(r) = \log(r)$
20	48.0533	0.1254	0.1257
25	33.1822	0.0725	0.0726
30	33.0244	0.0385	0.0385
35	5.7376	0.0208	0.0208
40	1.7866	0.0132	0.0133
45	2.8684	0.0071	0.0071

Table 1: The RMS Errors for various weighting schemes under Cauchy distributed noise. (DOA=25°).

6 Conclusions

A new parameter estimation method based on Iteratively Reweighted Nonlinear Least Squares is developed. In the presence nongaussian noise and/or modeling errors on the sensor characteristics, it demonstrated superior performance compared to the Standard LSE method with appropriately selected nonlinear weighting functions and weighting matrices. The computational complexity of the new method is only marginally higher than the standard LSE method.

References

[1] Y. Yardımcı, J.A. Cadzow and A.E. Çetin "Robust Signal Modeling through Nonlinear Least Squares," Proceedings of IEEE ICASSP'94, Adelaide, Australia, April 1994.

[2] J.A. Cadzow, "Least Squares Error Modeling with Signal Processing Applications," IEEE-ASSP Magazine, pp 12-31, October 1990.

[3] Y. Yardımcı and J.A. Cadzow, "Direction-of-Arrival Estimation under Sensor Location Uncertainty," Proceedings of IEEE ICASSP'93, Minneapolis, MN., Vol.4, pp. 312-315, April 1993.

[4] C. Wang and J.A. Cadzow, "Direction Finding with Sensor Gain, Phase and Location Uncertainty," in Proc. IEEE ICASSP, Toronto, Canada, pp. 1429-1432, 1991.

[5] I. Nimmo–Smith, "Linear Regressions and Sphericity," *Biometrika*, vol.66, no.2, pp.390-392, 1979.

[6] Y. Yardımcı, J.A. Cadzow and A.E. Çetin "Robust Direction-of-Arrival Estimation by Nonlinear Least Squares," Submitted to IEEE Trans. Signal Processing.

Tebliği Sunan: *Yasemin Yardımcı*, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Boğaziçi Üniversitesi, 80815 Bebek, İstanbul

Tebliğ Konusu: Nokta Kaynakların Konumlarının Almaç Dizileri ile Saptanması

Özetçe

Sinyal geliş açılarının kestiriminde duyargaç konumlarındaki belirsizliklere dayanıklı bir yöntem geliştirilmiştir. Sözkonusu dayanıklılık karesel hatayı enküçüklemek için kullanılan iniş yöntemi sırasında kalıntı hata gözönüne alınarak bazı duyargaçların yeniden ağırlıklandırılmaları ile elde edilmiştir. Bu algoritmanin başarımı benzetim yoluyla diğer algoritmalar ile karşılaştırılmış, ağırlık matrisinin önceden bilindiğini varsayan yöntemlere yakın sonuç verdiği gözlenmiştir.

1. Giriş

Nokta kaynakların konumları gözleme noktasından uzaktaki kaynaklar için ürettikleri sinyallerin geliş-açıları ve gözleme noktasına mesafeleri ile belirlenir. Geçtiğimiz onyılda geliş-açısı (GA) kestiriminde ağırlık *yüksek çözünürlüklü* yöntemlerin geliştirilmesine verildi. *Enbüyük olabilirlik* [1, 2], *doğrusal öngörü* [3] ve *altuzay ayrıştırma* [4, 5, 6] yöntemleri geleneksel ışıma (beamforming) yönteminin yetersiz kaldığı durumlarda birbirine yakın kaynakları ayırt etmeyi başardılar.

Ne var ki bu yüksek çözünürlüklü yöntemlerin gerçek hayattaki uygulamaları, duyargaç dizisi ve gürültü istatistiklerindeki belirsizliklere çok duyarlı olmalarından dolayı sınırlı kaldı. Sonar uygulamalarında sudaki dalgalanmalar, radarda hava değişimleri veya parçalarin eskimesi gibi olguların varsayılan modelden sapmalara neden olduğuna tanık olundu. Dahası birçok uygulamada duyargaç parametreleri kısmen bilinmekteydi: Bir duyargaç dizisi gemi tarafindan çekilirken eğilebilir, tek tek duyargaçlar hareket halindeki helikopterlerden düşürülebilir veya bir uçağın kanatlarına yerleştirilen duyargaç dizisi manevra sırasında bükülebilir. Yüksek çözünürlüklü yöntemlerin başarımlarının bu gibi belirsizliklerden çok etkileniyor olması *dayanıklı* yüksek çözünürlüklü yöntemlere gereksinim duyulmasına neden oldu. Bu bildiride böyle bir yöntem geliştirilecektir.

Duyargaç genlik ve evre belirsizliklerine dayanıklı algoritmalar büyük ölçüde genlik ve evre parametrelerinin sinyal model denklemlerinin niteliğinde basit değişikliklere yol açmalarından dolayı hayli başarılıdır [7, 8]. Öte yanda duyargaç konumlarındaki belirsizlikler hem sinyal model denklemlerine doğrusal olmayan bir şekilde girmekte hem de çoğunlukla bilinmeyen geliş açılarıyla bağlaşmaktadır. Biz bu bildiride duyargaç konumlarındaki belirsizlikler üzerinde yoğunlaşacağız. Ne var ki geliştirdiğimiz dayanıklı yöntem hem duyargaç genlik ve evrelerindeki hem de konumlarındaki belirsizlikler için kullanılabilir.

Birçok sinyal işleme alanında gözlem vektörleri bir grup parametre ile belirlenen temel sinyal vektörlerinin doğrusal katışımı ve toplanır gürültü örnekleri ile verilir. Geliş açısı problemi dahil olmak üzere bazı alanlarda amaç gözlem vektörlerinden parametreleri kestirmektir. Parametre vektörleri $\underline{\theta}_i$ lara temel sinyal vektörleri $\underline{s}_i(\underline{\theta}_i)$ $i = 1, 2, \ldots, m$ üzerinden bağımlı m temel sinyal varsa, gözlemlenen yanıt

$$\underline{d}(t) = \sum_{i=1}^{m} a_i(t)\, \underline{s}_i(\underline{\theta}_i) \; + \; \underline{w}(t). \tag{1}$$

ile ifade edilebilir. Bu denklemde $a_i(t)$, t anında i-inci temel vektörünün katsayısına, $\underline{w}(t)$ ise toplanır gürültü vektörüne karşı düşmektedir. Yukarıdaki denklemi derli toplu bir şekilde yazabilmek için temel sinyal vektörlerinden oluşturulan $S(\underline{\theta})$ $p \times m$ karma matrisi

$$S(\underline{\theta}) = [\, \underline{s}_1(\underline{\theta}_1) \vdots \underline{s}_2(\underline{\theta}_2) \vdots \cdots \vdots \underline{s}_m(\underline{\theta}_m) \,], \tag{2}$$

ve $m \times 1$ katsayı vektörü $a(t)$ ile karma parametre vektörü $\underline{\theta}$

$$\underline{a}(t) \;=\; [a_1(t)\, a_2(t)\, \ldots\, a_m(t)]^T \;\; \text{ve} \;\; \underline{\theta} \;=\; [\underline{\theta}_1^T\, \underline{\theta}_2^T\, \ldots\, \underline{\theta}_m^T]^T \tag{3}$$

olarak gösterilir. Bu durumda

$$\underline{d}(t) = S(\underline{\theta})\underline{a}(t) + \underline{w}(t) \tag{4}$$

olarak ifade edilebilir. Geliş açısı problemi özelinde amaç, geliş açılarını barındıran parametre vektöru $\underline{\theta}$ vektörünü ve $\{\underline{a}(t_n)n = 1, 2, \ldots, N\}$ genlik kümesini N gözlemlenen örneği eniyi ifade edecek şekilde seçmektir. Enküçük kareler yöntemi kullanılırsa

$$c(\underline{\theta}, \{\underline{a}(t_n)\}) = \sum_{k=n}^{N} \|\underline{d}(t_n) - S(\underline{\theta})\underline{a}(t_n)\|^2. \tag{5}$$

işlevseli enküçültülmeye çalışilir. Bu problemin çözümu sıklıkla doğrusal olmayan izlenceleme yöntemlerine başvurulmasını gerektirir. Bu tür izlenceleme yöntemlerinin karmaşıklığı kestirilecek parametre sayısına bağlı olarak arttığından parametre sayısını azaltmakta yarar vardır. Geliş açısı probleminde genliklerin kestirilmesi ikinci derecede öneme sahiptir. Elimizdeki enküçükleme sorununun iki özelliği vardır ki kestirilecek parametre sayısında azalmaya ve yakınsama hızında kayda değer artmaya yol açar:

- Kestirilecek parametreler, $\underline{a}(t_n)$ ve $\underline{\theta}$, birbirinden ayrışıktır,
- Karesel hata ölçütu $c(\underline{\theta}, \{\underline{a}(t_n)\})$, $\underline{a}(t_n)$ ile ifade edilen genliklerin ikinci dereceden bir işlevidir.

Golub ve Pereyra [9] bu özellikleri kullanarak problemin karmaşıklığını azaltabilecek bir
parametre ayrıştırma yöntemi geliştirdiler. Daha sonra Cadzow [1] bu yöntemi sanal gözlemleri de içerecek şekilde genelleştirdi. Sözkonusu yaklaşım karma matris $S(\underline{\theta})$

üzerine Gram-Schmidt dikgenleştirmesi uygulayıp karesel hata işlevini (5) basitleştirdikten sonra enküçültme için Gauss-Newton algoritması kullanmaktadır.

Karesel hata işlevi (5) p duyargaçın herbirinden elde edilen örnekleri eşit değerlendirmektedir. Halbuki duyargaçların konumlarında (daha genel durumda konum, genlik ve evrelerinde)
belirsizlikler varsa bazı duyargaçların diğerlerinden daha fazla ağırlığı olması istenebilir. Bu durumda enküçültulecek ölçüt olarak ağırlıklandırılmış karesel hata işlevi kullanmakta yarar vardır. Başka bir deyişle,

$$c(\underline{a}(t), \underline{\theta}) = \sum_{n=1}^{N} (\underline{d}(t_n) - S(\underline{\theta})\ \underline{a}(t_n))^*\ W\ (\underline{d}(t_n) - S(\underline{\theta})\ \underline{a}(t_n)) \qquad (6)$$

olarak seçilebilir. Burada bakışımlı kesin artı matris W, p duyargaçtan arzu edilenlere daha fazla ağırlık vermekte kullanılabilir. Benzer bir yaklaşım bağımsız olarak Swindlehurst, Kailath ve Viberg tarafından da önerilmiştir [10, 11, 12]. Bu araştırmacılar genel bir ağırlık matrisi için sonuşurdaki değişinti matrisini hesapladılar. Bazı oynama (perturbation) modelleri altında hata değişintisini enküçükleyen ağırlık matrisini saptadılar ve çeşitli ağırlık matrislerinin yüksek çözünürlüklü geliş açısı kestirim yöntemlerinin başarımlarını nasıl etkilediğini belirlediler. Ne var ki seçilecek ağırlık matrisinin önceden nasıl saptanacağı hakkında bir ipucu vermediler. Halbuki eniyi ağırlık matrisi hem duyargaç konumlarının değişintisine hem de bilinmeyen geliş açılarına bağımlıdır. Bu nedenle daha az bilgiyle çalışabilecek ağırlıklandırma yöntemlerine gereksinim duyulmaktadır.

Biz burada iki aşamalı ve ardışık bir çözüm öneriyoruz. Şöyle ki, her adımda önce önceden belirlenmiş bir ağırlık matrisi ile geliş açıları kestirilir, ve bu kestirim ile bir sonraki adımda kullanılacak ağırlık matrisi saptanır. Bu iki aşamalı geliş açısı ve ağırlık matrisi hesaplamaları geliş açıları yakınsayana kadar sürdürülür. Bu bildiride ağırlık matrisi köşegen matris olarak alınmıstır ve köşegen üzerindeki elemanları, o elemana karşı düşen duyargaç üzerindeki kalıntı hataların karelerinin toplamının tersi olarak belirlenmiştir. Daha önceki bir çalışmada [13] kalıntı hata karelerinin toplamlarının konumlarında büyük oynamalar olan duyargaçların saptanmasında etkili olduğunu gördüğümüzden duyargaç oynamalarının o denli büyük olmadığı durumlarda kalıntı hatanın tersi ile ağırlıklandırmanın etkili olacağı noktasından hareket etmekteyiz.

2. YENİDEN AĞIRLIKLANDIRILAN KARELER YÖNTEMİ

Yöntemin geliş açısı kestirimi bölümü için ağırlıklandırılmış karesel hata ölçütü (6) kullanılmaktadır. Fakat ağırlık matrisi önceden bilinmediğinden k-inci adımda enküçüklenmesi gereken ölçüt

$$c(\underline{a}(t), \underline{\theta}_k) = \sum_{n=1}^{N} (\underline{d}(t_n) - S(\underline{\theta})\ \underline{a}(t_n))^*\ W_k\ (\underline{d}(t_n) - S(\underline{\theta})\ \underline{a}(t_n)) \qquad (7)$$

olarak ifade edilebilir. Belli bir $\underline{\theta}$ için bu ölçüt genlik parametresine göre enküçüklendiğinde eniyi genlik değerlerinin

$$\underline{a}_k(t_n) = (S(\underline{\theta}_k)^* \, W_k \, S(\underline{\theta}_k))^{-1} \, S(\underline{\theta}_k)^* \, W_k \, \underline{d}(t_n) \tag{8}$$

olduğu görülür. Karma matris $S(\underline{\theta}_k)$, $p \times m$ dikgen matris $Q(\underline{\theta}_k)$ ve $m \times m$ üst köşegen matris $R(\underline{\theta}_k)$ çarpımı ile ifade edildiğinde (*i.e.* $S(\underline{\theta}_k) = Q(\underline{\theta}_k)R(\underline{\theta}_k)$) enküçüklenmesi gereken ölçüt (7)

$$f(\underline{\theta}_k) = \sum_{n=1}^{N} (\underline{d}(t_n)^* \, W_k \, \underline{d}(t_n) - \underline{d}(t_n)^* W_k \, P(\underline{\theta}_k) \, \underline{d}(t_n)) \tag{9}$$

olarak sadeleştirilebilir. Burada $P(\underline{\theta}_k) = Q(\underline{\theta}_k)Q(\underline{\theta}_k)^* W_k$ izdüşüm izlecinin dikeçleri $S(\underline{\theta}_k)$ nın dikeçleri ile aynı uzayı kapsamaktadır. Bu noktada geliş açısı vektörü başarım ölçütü (9) daha küçük bir değer almak kaydıyla

$$\underline{\theta}_{k+1} = \underline{\theta}_k + \alpha \, \underline{\delta} \tag{10}$$

olarak yerinden oynatılır. Bu çalışmada fark vektörü $\underline{\delta}$ Gauss-Newton yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Adım boyu α ise uygun şekilde seçilir. Elimizdeki yeni geliş açısı vektörü $\underline{\theta}_{k+1}$ kullanılarak kalıntı hata vektörleri

$$\underline{e}(t_n) = (I - P(\underline{\theta}_{k+1})) \, \underline{d}(t_n) \quad n = 1, 2, \ldots, N. \tag{11}$$

olarak hesaplanır. Bir sonraki adımda kullanılacak ağırlık matrisi W_{k+1} hata vektörlerinden elde edilir. Şöyle ki, köşegen üzerindeki i numaralı eleman w_{ii}, yine i numaralı duyargaça karşı düşen kalıntı hataların karelerinin toplamı r_i olarak

$$r_i = \sum_{n=1}^{N} |e_i(t_n)|^2 \quad \text{ve} \quad w_{ii} = \frac{1}{r_i} \quad i = 1, 2, \ldots, p \tag{12}$$

ile saptanır. Bu iki adımlı süreç geliş açıları yakınsayana kadar sürdürülür.

Gauss-Newton ve benzeri iniş yöntemlerinin başlangıç kestirimleri gerçek değerlere yeterince yakın olmadığı durumlarda yerel eniyi noktalara yakınsayabildikleri bilinmektedir. Burada kullanılan, değişken ağırlık matrisli başarım ölçütünün (9) yerel eniyi noktalara yakınsamaya daha da yatkın olabilmesi bazı önlemler alınmasını gerektirdi. İlk olarak, başarım ölçütü düzgelendi. Diğer yanda geliş açılarinin kestirilen değerleri gerçek değerlerine yaklaştıkça karesel hatalar küçülmekte dolayısıyla ağırlık matrisinin köşegen üzerindeki elemanları büyümektedir. Bu etkiyi matrisin izini her adımda p duyargaç sayısına eşit kılarak azalttık.

Bu iki aşamalı süreçin en önemli sorunu geliş açılarının kestirimi ve ağırlık matrisi saptanması aşamaları arasındaki olası kısır döngüdür. Doğrusal olmayan izlenceleme sırasında o anki geliş açısı kestirimi $\underline{\theta}_k$ bir duyargaçtan elde edilen gözlemlere hayli uygun olabilir. Bu durumda sözkonusu duyargaça karşı düşen kalıntı hatalar küçük olacağından bu duyargaçın bir sonraki adımdaki ağırlığı artar. Ağırlığı büyüyünce yeni geliş açısı kestirimi bu duyargaçtan daha da etkilenir ve ağırlığının daha da artmasına neden olur vs. Sonuçta geliş açıları neredeyse yalnızca bir duyargaçtan elde edilen örnekler kullanılarak kestirilmeye başlanır. Bu olduyu denetim altına alabilmek için herhangi bir duyargaçın alabileceği ağırlığı üstten sınırladık. Denediğimiz durumlarda duyargaç ağırlıklarını

$$w_{ii} = \begin{cases} \frac{1}{r_i} & r_i \geq \frac{\text{ortanca}(r_i)}{4} \\ \frac{4}{\text{ortanca}(r_i)} & \text{diğer} \end{cases} \tag{13}$$

olarak secmek iyi sonuç verdi.

Çalışmamızda kalıntı hataların kareleri yerine mutlak değerlerinin toplamlarını kullanarak ağırlık matrisini belirlemeye de çalıştık. Bu yöntem değişik geliş açısı manzaralarında farklı sonuçlar verdi.

3. BENZETİM SONUÇLARI

Oniki duyargaçlı ($p = 12$) Mill-Cross dizisi kullanıldı. Bu dizinin duyargaçları z düzlemi üzerinde $[-287.5\ \ 0]$, $[-187.5\ \ 0]$, $[-87.5\ \ 0]$, $[87.5\ \ 0]$, $[187.5\ \ 0]$, $[287.5\ \ 0]$, $[0\ \ -287.5]$, $[0\ \ -187.5]$, $[0\ \ -87.5]$, $[0\ \ 87.5]$, $[0\ \ 187.5]$, $[0\ \ 287.5]$ ayak (foot) koordinatlarında yerleştirilmiştir. Bu duyargaç dizisine 21 ve 25 derecedeki kaynaklardan gelen iki dar bantlı sinyal etkimektedir. Bu sinyallerin merkez sıklıkları 14.85 MHz'dir. Duyargaç konumları varsayılan konum değerleri etrafında Gauss dağılımına uygun olarak oynatılmaktadır. Mill-Cross dizisinin dört ucundaki duyargaçların gerçek konumları varsayılan konum değerleri etrafında on ayaklık standart sapmaya sahipken diğerleri birer ayaklık standart sapma ile değişmektedir. Kaynaklardan gelen sinyalleri bağımsız Gauss gürültüsu kirletmektedir. Sıfır ve 50 dB arasında 10 dBlik aralıklarda her Sinyal-Gürültü Oranı (SGO) icin yüz deney yapılıp geliş açılarının kestirimleri not edilmiştir. Gauss-Newton yönteminin gereksinim duyduğu başlangıç değerleri *Ardışık Dikgen İzdüşümler* yöntemi ile saptanmıştır [1].

Şekil 1'de önerilen yöntemin başarımı aşağıdaki yöntemler ile karşılaştırılmaktadır:

- 1. Ağırlık matrisi Swindlehurst ve Kailath'in önerdiği şekilde çevrim-dışında temel sinyal vektörlerinin değişintilerinin tersi olarak hesaplanır. Ağırlık matrisi hesaplanırken geliş açılarının gerçek değerleri kullanılmıştır.

- 2. Ağırlık matrisi köşegen olarak kabul edilmiştir. Köşegeni ise bir onceki matrisinkine eşit olarak seçilmiştir.

- 3. Bildirinin yöntemi: Ağırlık matrisi geliş açılariyla ardışık olarak hesaplanır. Ağırlık matrisi geliş açılarının kestirilen değerleri kullanılarak saptanır. Köşegen üzerindeki ağırlıklar üstten kalıntı hata kareler toplamlarının dört misli ile sınırlandırılmıştır.

- 4. Bildirinin yöntemi: Ağırlık matrisi bir önceki maddedekinden farklı olarak kalıntı hataların kareleri yerine mutlak değerleri kullanılarak hesaplanır. Ağırlıklar bu kez üstten toplam kalıntı mutlak değerlerinin iki misli ile sınırlandırılır.

- 5. Kalibrasyon ile birlikte geliş açısı kestirimi [8].
- 6. Enküçük kareler yöntemi (ağırlıklandırılmamış).

Değişinti matrisinin tümünün ve köşegen üzerindeki elemanlarının bilindiği iki durum (1 ve 2) karşılaştırıldığında yüksek sinyal-gürültü oranlarında birbirlerine cok yakın başarımlara sahipken gürültünun arttığı durumlarda (SNR = 0dB) ağırlık matrisinin yalnizca köşegenini kullanmanın daha avantajlı olduğu Şekil 1a'da görülmektedir. Bu gözlem burada verilmeyen başka manzaralarda da tekrarlandı. Bunun olası bir nedeni, yöntemi öneren Swindlehurst ve Kailath'ın [11] değişinti matrisini gürültüsüz durum için saptamış olmaları olabilir. Sinyal-gürültü oranı 0dB mertebesine düşünce değişinti matrisi etkisini yitirebilir. Denenen fakat şekilde verilmeyen başka bir ilginç ağırlıklandırma şekli de duyargaç konumlarındaki değişintiler bilindiği takdirde bu değişintilere ters orantılı olarak ağırlıklar vermektir. Bu şekilde seçilen ağırlıklar 2. yöntemden biraz daha kötü sonuç verdi. Fakat bu durumda ağırlıkların saptanması için geliş açılarının bilinmesine gerek olmadığını hatırlatalım. Bildiride önerilen ve ne geliş açılarının ne de duyargaç konum değişintilerinin bilinmesine gerek duyan iki yöntem (3 ve 4), diğer iki ağırlıklandirma yöntemine yakın sonuç verdi. Elde ettiğimiz sonuçlar burada anlatılan yöntemlerin başarısını göstermektedir. Kalıntı hatanın kareler toplamının tersi ile ağırlıklandırmaya dayalı yöntem (3) denenen fakat burada gösterilmeyen diğer durumlarda da başarılı olurken kalıntı hatanın mutlak değerini kullanan yöntemin güvenilir olmadığını gösteren bir sonuç da aldık. Ağırlıklandırma yöntemlerinin başarısı ağırlıklandırılmamış enküçük kareler yöntemi ve kalibrasyon ile geliş açısı kestiriminden alınan sonuçlar ile karşılaştırıldığında (Şekil 1b) daha da dikkat çekmektedir. 25 dereceden gelen sinyalin geliş açısı kestirimleri de diğerine benzemektedir.

4. SONUÇ

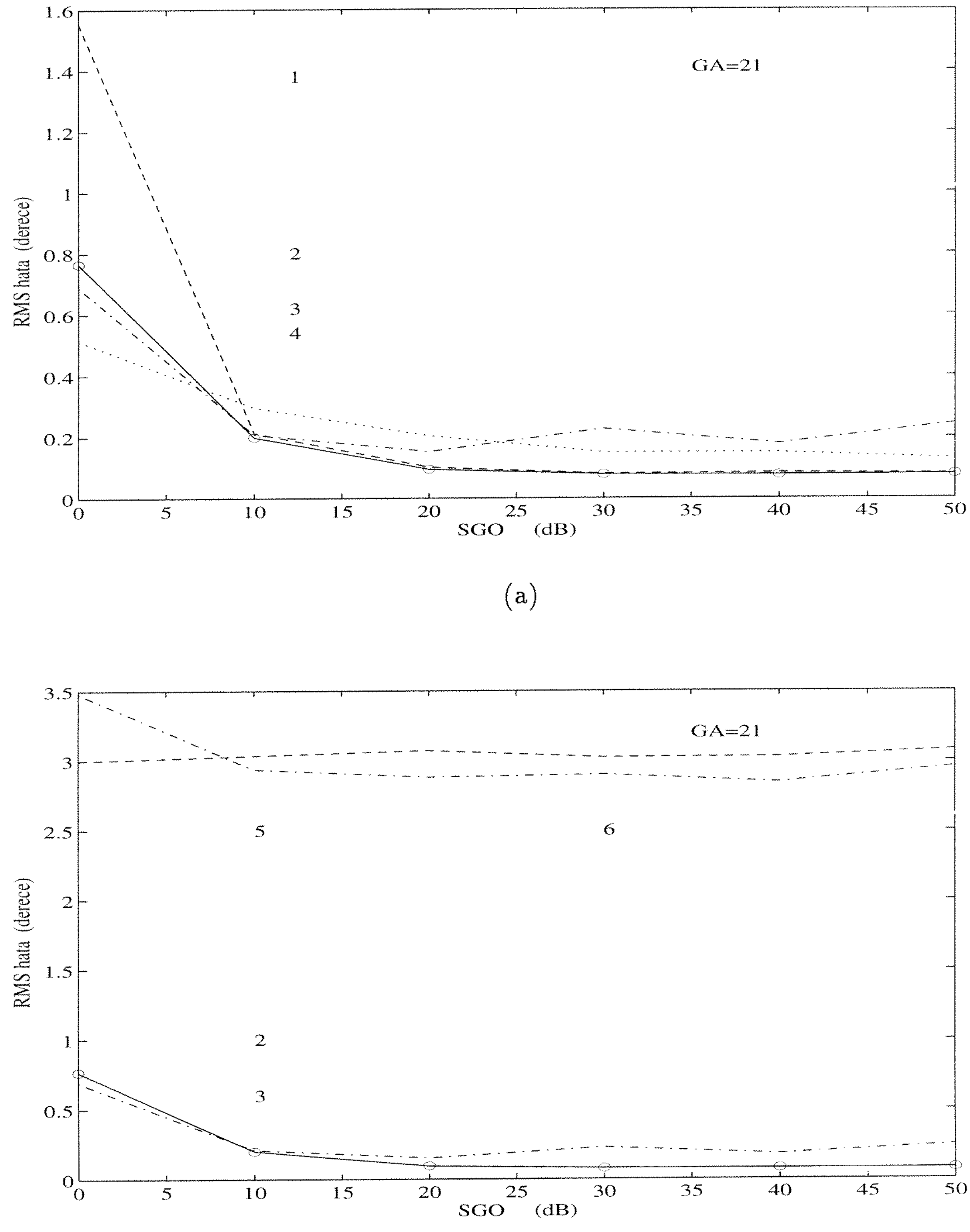
Duyargaç konumlarindaki belirsizliklere dayanıklı bir yöntem gelistirildi. Yöntemin başarımı başka yöntemlerle karşılaştırıldı ve daha az önbilgiye gereksinim duyduğu halde başarılı olduğu görüldü.

References

[1] J.A. Cadzow, "Least Squares Error Modeling with Signal Processing Applications," IEEE-ASSP Magazine, pp 12-31, October 1990.

[2] I. Ziskind and M. Wax, "Maximum Likelihood Localization of Multiple Sources by Alternating Projection," IEEE Trans. ASSP, Vol. ASSP-36, pp. 1553-1560, 1988.

[3] D.W. Tufts and R. Kumaresan, "Frequency Estimation of Multiple Sinusoids: Making Linear Prediction Perform Like Maximum Likelihood," Proc. of the IEEE, Vol. 70, pp. 975-989, September 1982.



(a)

(b)

Figure 1: Şekil 1. Çeşitli ağırlıklandırma yöntemlerinin karşılaştırmalı başarımları. İki dar bantlı dalga 21 ve 25 dereceden gelmektedir. (a) Ağırlıklandırma yöntemleri (b) Ağırlıklandırılmamış enküçük kareler yöntemi ve kalibrasyon ile birlikte geliş açısı kestirimi.

[4] R. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," Procs. of the RADC Spectral Estimation Workshop, Rome, N.Y., pp. 243-256, 1979.

[5] J.A. Cadzow, "A High Resolution Direction-of-Arrival Algorithm for Narrow-Band Coherent and Incoherent Sources," IEEE Trans. ASSP , Vol. ASSP-36, pp. 965-979, July 1988.

[6] J.A. Cadzow, "Multiple Source Location: the Signal Subspace Approach," IEEE Trans. ASSP, Vol. ASSP-38, pp. 1110-1125, July 1990.

[7] A.J. Weiss and B. Friedlander, "Eigenstructure Methods for Direction Finding with Sensor Gain and Phase Uncertainties," Signal Processing, Vol. 9, No. 3, pp. 271-300, 1990.

[8] C. Wang and J.A. Cadzow, "Direction Finding with Sensor Gain, Phase and Location Uncertainty," in Proc. IEEE ICASSP, Toronto, Canada, pp. 1429-1432, 1991.

[9] G.H. Golub and V. Pereyra, "The Differentiation of Pseudo-inverses and Nonlinear Least Squares Problems whose Variables Separate," SIAM Journal Numerical Analysis, pp. u3-432, April 1973.

[10] A.L. Swindlehurst, "Robust Algorithms for Direction Finding in the Presence of Model Errors," in Proc. of IEEE ASSP Fifth Workshop on Spectrum Estimation and Modeling, Rochester, New York, pp. 362-366, Oct. 1990.

[11] A.L. Swindlehurst and T. Kailath, "A Performance Analysis of Subspace-Based Methods in the Presence of Model Errors: Part II–Multidimensional Algorithms," IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. SP-41, pp. 2882-2890, September 1993.

[12] M. Viberg and A.L. Swindlehurst, "Analysis of the Combined Effects of Finite Samples and Model Errors on Array Processing Performance, Proceedings of IEEE ICASSP'93, Minneapolis, MN., Vol.4, pp. 372-375, April 1993.

[13] Y. Yardımcı and J.A. Cadzow, "Direction-of-Arrival Estimation under Sensor Location Uncertainty," Proceedings of IEEE ICASSP'93, Minneapolis, MN., Vol.4, pp. 312-315, April 1993.

Robust Signal Estimation for Mobile Communication Systems Using Antenna Arrays

Yasemin Yardımcı
Boğaziçi University
Department of Electrical and Electronic Engineering
80815 Bebek İstanbul Turkey
Tel: 90-212-293 1540 (Ext: 2155) Fax: 90-212-293 0105
e-mail: yardimci@boun.edu.tr

The rapidly growing interest in the consumer market for mobile personal communication systems generated growing need for effective use of the allocated frequency bands. Techniques such as frequency-reuse and diversity combining increase the capacity of communication cells to a certain extent but further improvement is possible with array signal processing techniques. In particular, the direction of the mobile with respect to the base station provides valuable information to enable the base station to select signals arriving from a particular mobile and hence reduce co-channel and possibly cross-channel interference. Besides the directions of the mobiles may be used to ease hand-over problems. Therefore, Direction-of-Arrival estimation methods have significant potential in mobile communication systems. [1]

Direction-of-Arrival estimation methods have been widely used in radar and sonar applications. Among the various techniques, Least Squares (LS) technique is extensively studied. This is because its solution is identical to that of maximum likelihood in spacially and temporally independent and

[1]This research is sponsored by TÜBİTAK EEEAG-AY10 and Boğaziçi University Research Fund

identically distributed Gaussian noise environments. However it usually ineffective in impulsive noise environments. We developed a method in which instead of the squared error, a nonlinear function of the squared error is minimized with respect to the signal samples and the direction-of-arrivals. The nonlinear function is typically a monotone increasing function which weighs the samples with large squared error terms less than the regular least squares method would thereby reduces their effect in the final estimates. We will apply this method to TDMA mobile communication systems in this study and determine its capability of operating in impulsive noise environments. Bit-error-rates achieved with and without the nonlinear weighting will be presented.

References

[1] J.A. Cadzow, "Least Squares Error Modeling with Signal Processing Applications," IEEE-ASSP Magazine, pp 12-31, October 1990.

[2] I. Ziskind and M. Wax, "Maximum Likelihood Localization of Multiple Sources by Alternating Projection," IEEE Trans. ASSP, Vol. ASSP-36, pp. 1553-1560, 1988.

[3] A. Swindlehurst and J. Yang,"Using Least Squares to Improve Blind Signal Copy Performance", IEEE Signal Processing Letters, Vol.1, No.5, May 1994.

[4] S. Talwar, M. Viberg and A. Paulraj,"Blind Estimation of Multiple Co-Channel Signals Using an Antenna Array", IEEE Signal Processing Letters, Vol.1, No.2, Feb. 1994.

[5] S. Anderson, M. Millnert, M. Viberg and B. Wahlberg, "An Adaptive Array for Mobile Communication Systems", IEEE Trans. Vehicular Technology, Vol. 40, N.1, Feb. 1991.

[6] Y. Yardımcı, J.A. Cadzow and A.E. Çetin "Robust Signal Modeling through Nonlinear Least Squares," in Proceedings of IEEE ICASSP'94, Adelaide, Australia, April 1994.