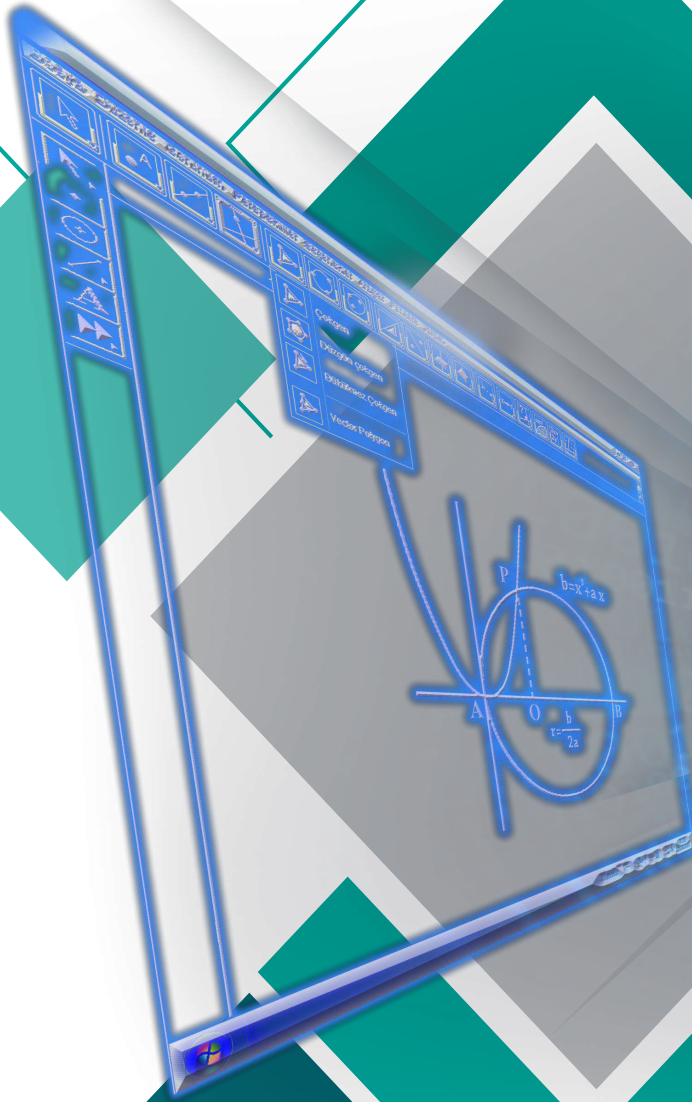


# 4<sup>TH</sup>

# INTERNATIONAL TURKISH COMPUTER & MATHEMATICS EDUCATION SYMPOSIUM 26-28 September 2019 Çeşme/İZMİR

**TAM METİN  
e-KİTABI**  
*The e-Book  
of Full Text*



[www.bilmat.org](http://www.bilmat.org)





## 4th International Symposium of Turkish Computer and Mathematics Education

### 4. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu

Kitap içeriğinde yayınlanan eserlerin tüm sorumluluğu ilgili yazarlara aittir.

TÜRKBİLMAT Eğitim Hizmetleri

2019

Aşağıdaki kurallar göz önünde bulundurulmak koşuluyla kitabın tamamı veya bir kısmı kopyalanabilir, basılabilir, herhangi bir elektronik alet yardımıyla çoğaltılabilir ve dağıtılabılır.

1. Bu kitap hiçbir bir şekilde ticari amaçlarla kullanılamaz.
2. Akademik ve eğitim amaçlı olarak istenildiği kadar kopyalanabilir.



Aralık 2019  
Trabzon

## Üçüncü, Dördüncü ve Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Eşit İşaretine Yönelik Algıları

**Işıl İşler-Baykal**, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ankara/Türkiye, [iisler@metu.edu.tr](mailto:iisler@metu.edu.tr)

**Nejla Öztürk**, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ankara/Türkiye, [nejla.ozturk@metu.edu.tr](mailto:nejla.ozturk@metu.edu.tr)

**İlkay Yıldızel**, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ankara/Türkiye, [ilkay.yildizel@metu.edu.tr](mailto:ilkay.yildizel@metu.edu.tr)

**Gizem Güzeller**, TED Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ankara/Türkiye, [gizem.guzeller@tedu.edu.tr](mailto:gizem.guzeller@tedu.edu.tr)

**Öz:** Eşit işareti, erken cebir öğretiminin önemli bir bileşenidir. Öğrencilerin eşit işaretine yönelik sahip oldukları kavram yanılgıları literatürde sıkça yer almaktadır. Bu çalışmanın amacı Ankara ilinde uygulanan yazılı cebir testleri aracılığıyla toplanan 145 üçüncü, dördüncü, beşinci sınıf öğrencisinin eşit işaretine yönelik algılarını incelemektir. Çalışmada eşit işaretinin anlamına yönelik ele alınan iki soruya verilen cevaplar analiz edilmiştir. Çalışmanın sonuçları öğrencilerin bilinmeyen içeren (örneğin,  $7 + 3 = \_\_\_ + 4$ ) ve doğru-yanlış formatındaki sorularda (örneğin,  $12 + 3 = 10 + 5$ ) çoğunlukla “işlemsel” strateji kullandıklarını göstermiştir. Başka bir ifadeyle, öğrenciler çoğunlukla eşit işaretini “ilişkisel” anlamı yerine işlemin sonucunu hesaplama olarak görmüşlerdir. Sonuçlar ayrıca sınıf seviyesi arttıkça “işlemsel” algıya sahip öğrencilerin sayısının azaldığını göstermiştir. Çalışmanın bir diğer önemli sonucu da Stephens vd. (2013)’e benzer olarak öğrencilerin  $39 + 121 = 121 + 39$  doğru-yanlış sorusunda “ilişkisel” algıyı ve “yapısal” stratejiyi en çok sergilemiş olmalarıdır. Bu tür sorular ve özellikle  $a + b = c$  formatından farklı biçimlerde denklemler (örneğin,  $a + b = c + d$ ,  $a = a$ ,  $c = a + b$ ) yardımıyla öğrencilerin eşit işaretine yönelik algıları açığa çıkarılmalı ve farklı stratejileri tartışılmalıdır.

**Anahtar Kelimeler:** Erken cebir, Eşit işareti, İlişkisel düşünme

## Third, Fourth and Fifth Grade Students’ Conceptions of the Equal Sign

**Abstract:** The equal sign is a core component of early algebra teaching. Students' misconceptions about the equal sign are frequently found in the literature. The aim of this study was to examine the conceptions of 145 third, fourth, and fifth grade students who were administered written algebra tests in Ankara. In the study, the answers given to the two questions regarding the meaning of equal sign were analyzed. The results of the study showed that the students mostly use “operational” strategy in open number sentences (e.g.,  $7 + 3 = \_\_\_ + 4$ ) and true-false questions (e.g.,  $12 + 3 = 10 + 5$ ). In other words, students mostly considered the equal sign as calculating the result of the operation rather than its “relational” meaning. The results also showed that as the grade level increased, the number of students with “operational” conception decreased. Another important result of the study was similar with Stephens et al. (2013), in the  $39 + 121 = 121 + 39$  true-false question, students demonstrated “relational” conception and used the “structural” strategy the most. By means of such questions, and especially the equations in different formats from  $a + b = c$  (e.g.,  $a + b = c + d$ ,  $a = a$ ,  $c = a + b$ ), students' conceptions of the equal sign should be revealed and different strategies should be discussed.

**Keywords:** Early Algebra, Equal Sign, Relational Thinking

### 1. Giriş

Erken cebir öğretiminin önemli bir bileşeni öğrencilerin eşit işaretine yönelik algılarıdır. Knuth, Stephens, McNeil ve Alibali (2006) ortaokul öğrencileriyle yaptıkları çalışmada öğrencilerin eşit işaretini “ilişkisel” olarak algılama ile denklem çözüme başarıları arasında pozitif anlamlı bir ilişki bulmuşlardır. Yapılan çalışmalar öğrencilerin eşit işaretine yönelik çoğunlukla “işlemsel” bir algıya sahip olduklarını yani eşit işaretinin sonucu simgelediğini düşündüklerini göstermiştir (Falkner, Levi, & Carpenter, 1999; Stephens vd., 2013; Yaman, Toluk, & Olkun, 2003). Örneğin Falkner vd. (1999) yaptıkları araştırmada  $8 + 4 = \_\_\_ + 5$  sorusuna 1. sınıftan 6. sınıfa kadar olan öğrencilerin çoğunluğunun “12” ya da “17” cevaplarını verdiklerini gözlemlemişlerdir. Öğrenciler bu cevaplara 8 ve 4’ü toplayıp boşluğa “12” yazarak ya da eşitlikteki tüm sayıları yani 8, 4 ve 5’i toplayıp boşluğa 17 yazarak ulaşmışlardır. Her sınıf seviyesinde %10’dan daha az öğrenci doğru cevap olan “7”yi bulmuştur.

Carpenter, Franke ve Levi (2003) yaptıkları çalışmada,  $8 + 4 = \_\_\_ + 5$  sorusunda öğrencilerin iki farklı yoldan 7 cevabına ulaştıklarını gözlemlemişlerdir. Öğrencilerden biri, Ricardo, hesaplamaya dayalı bir yöntem kullanarak 8 ile 4’ü toplayıp, 12 bulmuş ve 5 ile neyi toplasam 12’yi elde ederim diye düşünerek 12’den 5’i çıkarmıştır. Bir diğer öğrenci, Gina ise, 5’in 4’ten bir fazla olduğunu fark edip, boşluğa gelecek sayınının 8’den bir az olması gerektiğini belirtmiştir. Her iki cevabı veren öğrenci de eşit işaretinin “ilişkisel” anlamına yönelik bir algıya sahip olsa da Gina bir adım ileriye giderek hesaplama yapmaya gerek duymadan, eşitliğin iki yanındaki ifadeye ve sayılar arasındaki ilişkiye bakarak sonucu bulmuştur. Bu çalışmada Gina’nın stratejisi “yapısal,” Ricardo’nun stratejisi ise “hesaba dayalı” olarak adlandırılacaktır.

Ülkemizde yapılmış çalışmalardan öğrencilerin eşit işaretini anlamlandırmalarını inceleyen araştırma sayısı az olmasına rağmen var olan çalışmalar, daha önce farklı bağlamlarda yapılan çalışmaları destekler niteliktedir. Yaman, Toluk ve Olkun (2003), 2., 3., 4., 5. ve 6.sınıf seviyelerinden ikişer öğrenci ile yaptıkları klinik görüşmeler ile öğrencilerin eşit işaretine “işlemsel” bir algı ile yaklaştıklarını, ilişkisel bir sembol olarak anlamlandırmadıklarını ortaya çıkarmışlardır. Bu çalışmadaki öğrencilerin yarısı, eşitliğin bir yönü olduğunu ima etmiş ve  $\square = 4 + 3$  şeklinde bir eşitliğin yazılamayacağını ifade etmişlerdir. Ayrıca  $3 + 8 = \square + 5$  ifadesindeki bilinmeyen değer için 10 öğrenciden 4’ü  $3 + 8 = 11$ , 3’ü  $3 + 8 + 5 = 16$  ve geri kalan 3 öğrenci de boşluğa “11” yazdıktan sonra eşitliğin sonuna yeni bir eşit işareti koyup 16 yazarak soruyu yanlış cevaplamışlardır. Bu öğrencilerin stratejileri, bu çalışmada “işlemsel” strateji olarak adlandırılacaktır.

Eşit işaretinin anlamlandırılmasını inceleyen bir diğer çalışma ise Baran Bulut, Aygün ve İpek (2018) tarafından yapılmıştır. 245 üçüncü, dördüncü ve beşinci sınıf öğrencisine uyguladıkları 17 soruluk test öğrencilerin eşit işaretinin işlemsel ve ilişkisel olarak anlamlandırmaları ile ilgili olarak analiz edilmiştir. Dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin ilişkisel algıya sahip olmadıkları (üçüncü sınıftan bir öğrencinin ilişkisel algıya yönelik bir cevap verebildiği) ve işlemsel algı oranının %92,6- %97,9 ile en yüksek 5. sınıf düzeyinde olduğu sonucuna ulaşılmıştır (3.sınıfta %87,2- %91; 4.sınıfta %75- %83,3). Tüm sınıf düzeyleri birlikte düşünüldüğünde ise çoğunlukla “öğrencilerin eşit işaretini ‘denge’ anlamına gelen ilişkisel anlamın ötesinde ‘eder’ anlamını yükledikleri görülmüştür” (Baran Bulut, Aygün & İpek, 2018, s. 9).

Türkiye’de matematik öğretim programında eşit işarete yönelik kazanımlar bulunmaktadır. Örneğin ikinci sınıfta yer alan kazanım, M.2.1.3.5. “Eşit işaretinin matematiksel ifadeler arasındaki “eşitlik” anlamını fark eder. Eşit işaretinin her zaman işlem sonucu anlamı taşımadığı, eşitliğin iki tarafındaki matematiksel ifadelerin denge durumunu da (eşitliğini) gösterdiği vurgulanır. Örneğin  $5 + 6 = 10 + 1$ ;  $15 - 3 = 18 - 6$ ;  $8 + 7 = 20 - 5$ ;  $18 = 16 + 2$ ” (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018, s. 33) eşit işaretinin önemini vurgular.

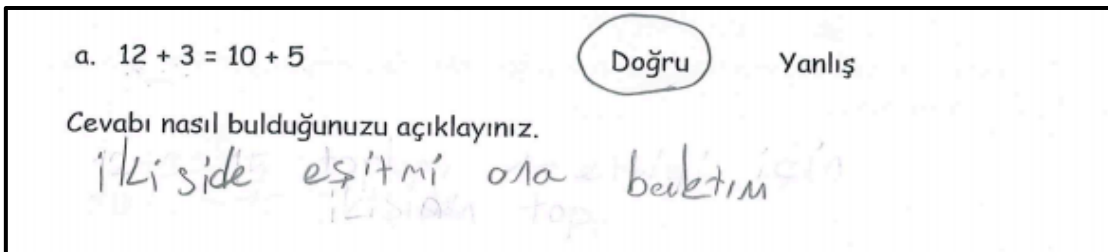
Bu çalışmanın amacı, üçüncü, dördüncü, beşinci sınıf öğrencilerinin eşit işarete yönelik algılarını incelemektir.

## 2. Yöntem

Çalışmada Learning through an Early Algebra Progression (LEAP) projesinden<sup>13</sup> Türkçeye uyarlanan yazılı cebir testleri aracılığıyla veri toplanmıştır. Üçüncü, dördüncü ve beşinci sınıf testlerinde ortak sorular bulunduğu gibi, sınıf seviyesine uygun farklı sorular da yer almaktadır. Testler iki soru hariç açık uçlu sorulardan oluşmaktadır.

Çalışmanın verileri, Ankara’nın Çankaya ilçesinde bulunan ve uygun örnekleme yoluyla seçilen bir ilkökul ve bir ortaokuldan toplanmıştır. Toplamda 54 üçüncü sınıf, 43 dördüncü sınıf ve 48 beşinci sınıf öğrencisine bir ders saatinde cebir testleri uygulanmıştır.

Bu çalışmada eşit işaretinin anlamına yönelik analiz edilen iki soru ve strateji kodları tanım ve örnekleriyle Tablo 1’de sunulmuştur. Kodlama, Blanton vd. (2015)’te sunulan kodlama rehberine göre yapılmıştır. Her öğrenci her soru için doğru/yanlış ve bir strateji kodu almıştır. Tablo 1’de sunulan ana strateji kodları dışında, her iki soruda da öğrenciler bir açıklama yazmadan yalnızca cevabı yazdırsa “yalnızca cevap,” bu stratejiler dışında bir strateji kullandıysa ya da kullanılan strateji açık değilse “diğer,” son olarak da soruyu boş bıraktıysa strateji için “cevap yok” kodunu almışlardır. Çok sık olmasa da bazen öğrencilerin doğru cevabı verdikleri fakat cevaba “hesaba dayalı” strateji yoluyla mı yoksa “yapısal” strateji yoluyla mı ulaştıkları anlaşılmadığında öğrenciler, strateji için “denge” kodunu almışlardır (bakınız Şekil 1). Bu kod da yine Blanton vd. (2015) çalışmasına paralel olarak kullanılmıştır (strateji tanımları için bakınız Tablo 1).



Şekil 1. “Denge” strateji örneği, 5. sınıf öğrencisi

<sup>13</sup> LEAP projesi hakkında detaylı bilgi için <http://algebra.wceruw.org> web sayfasına bakınız.

Birinci soruda boşluğa “6” yazan öğrencilerin cevapları bu soru için doğru olarak kodlanmışlardır. İkinci soruda, doğru-yanlış seçeneklerinden “doğru” seçeneğini daire içine alan ve “işlemsel” strateji kullanmayan öğrencilerin cevapları bu sorular için “doğru” olarak kodlanmışlardır. Bunların dışında kalan öğrencilerin cevapları ise “yanlış” kodunu almışlardır.

Güvenirlilik analizi için ikinci bir araştırmacı rastgele seçilen %20 örnekleme kodlamış, kodlar tartışılmış ve uzlaşmaya varılmıştır. Bu süreç en az %80 uyum elde edilene kadar tekrarlanmıştır. Buna göre analizde gereken değişiklikler yapılmıştır.

**Tablo 1.** Eşit işaretinin anlamına yönelik sorular ve kodlar (Blanton vd., 2015, s. 51’den alınmıştır)

1. Aşağıdaki eşitlikte verilmeyen değeri bulunuz. Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

$$7 + 3 = \underline{\quad} + 4$$

2. Aşağıdaki eşitlikleri inceleyip doğru ise “Doğru”, yanlış ise “Yanlış” ifadelerini daire içine almız. Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

- a.  $12 + 3 = 10 + 5$  Doğru Yanlış  
b.  $57 + 22 = 58 + 21$  Doğru Yanlış  
c.  $39 + 121 = 121 + 39$  Doğru Yanlış

Strateji kodu	Tanım	Örnek
Yapısal	Öğrenci denklemdaki yapıyı fark eder ve eşitliği hesaplama yapmadan belirler veya çözer.	1: $7 + 3 = \underline{6} + 4$ çünkü 7’den bir çıkarırsan ve onu 3’e eklersen elinde 6 kalır.
		2b: Doğru çünkü 57’ye bir ekliyorsun, 22’den de 1 çıkarıyorsun.
Hesaba dayalı	Öğrenci, bilinmeyen değeri bulmak veya denklemin iki tarafının da aynı değere sahip olup olmadığını belirlemek için hesaplama yapar.	1: $7 + 3 = \underline{6} + 4$ çünkü $7 + 3 = 10$ ve $6 + 4 = 10$
		2b: Doğru çünkü $57 + 22 = 79$ ve $58 + 21 = 79$
İşlemsel	Öğrenci, çözümü bulmak için eşit işaretinin solundaki sayıları veya denklemdaki tüm sayıları toplar.	1: $7 + 3 = \underline{10} + 4$ çünkü $7 + 3 = 10$
		1: $7 + 3 = \underline{14} + 4$ çünkü $7 + 3 + 4 = 14$
		2b: Yanlış çünkü $57 + 22 = 79$ , 58 değil
		2b: Yanlış çünkü $57 + 22 + 58 + 21 = 158$

### 3. Bulgular

Eşit işaretiyle ilgili olan iki soruda da öğrencilerin sınıf seviyelerine göre başarı yüzdeleri Tablo 2'deki gibidir.

**Tablo 2.** Öğrencilerin sınıf seviyelerine göre başarı yüzdeleri

Sorular	3. sınıf	4. sınıf	5. sınıf
1	29.63%	58.14%	72.92%
2a	62.96%	90.70%	95.83%
2b	44.44%	81.40%	93.75%
2c	50.00%	86.05%	93.75%

Sonuçlar göstermektedir ki sınıf seviyesi arttıkça, öğrenciler eşit işaretinin anlamına yönelik sorularda daha başarılı olmuşlardır. Örneğin 1. soruda,  $7 + 3 = \underline{\quad} + 4$ , 3. sınıflarda doğru cevabı verme yüzdesi yaklaşık %30 iken, 4. sınıf öğrencilerinde %60'a yakın, 5. sınıfta ise %73 civarındadır.

Benzer şekilde, 2. soruda da sınıf seviyesi arttıkça başarının arttığı gözlemlenmekte, ayrıca 1. soruya göre 2. soruda başarının daha yüksek olduğu görülmektedir.

Sınıf seviyesi (3., 4. ve 5. sınıf) ile sorulara verilen cevaplar (doğru, yanlış) arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olup olmadığını belirlemek için yapılan ki-kare testinin sonuçları Tablo 3'te yer almaktadır.

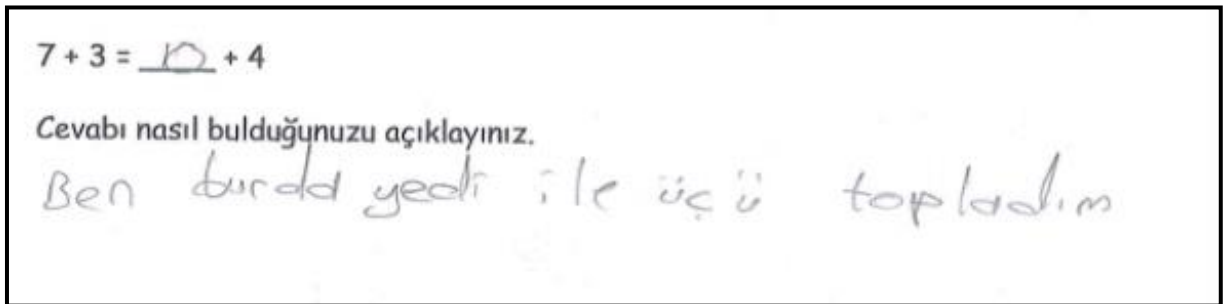
**Tablo 3.** Sınıf seviyeleri ve sorulara verilen cevaplar arasındaki ilişkiye yönelik ki-kare testi tablosu

Sorular	$\chi^2$	sd	p
1	29.934	2	.000
2a	21.751	2	.000
2b	33.280	2	.000
2c	29.934	2	.000

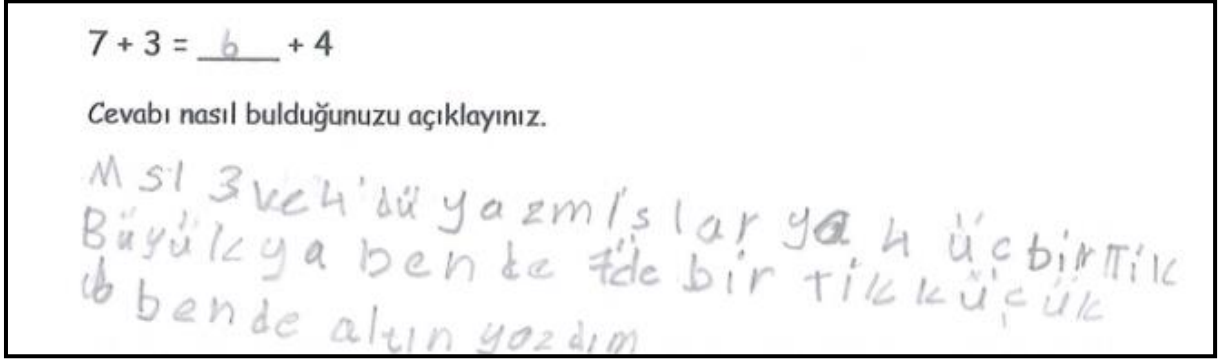
\* $p < 0.005$

Ki-kare testi sonucunda tüm sorular için sınıf seviyesi ve sorulara verilen cevaplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğu saptanmıştır.

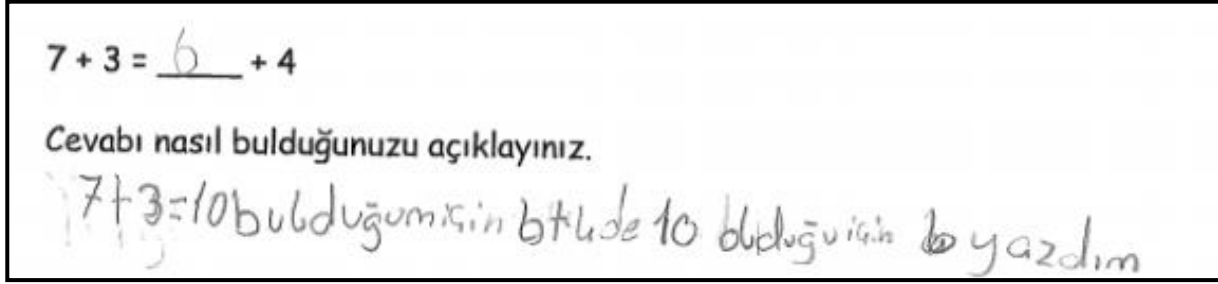
Öğrencilerin kullandıkları stratejilere baktığımızda, birinci soruda, yaklaşık %60 3. sınıf, %30 4. sınıf ve %23 5. sınıf öğrencisinin “işlemsel” bir algı sergileyip “10” ya da “14” cevaplarını verdikleri bulunmuştur (bakınız Şekil 2). Doğru cevabı veren öğrencilerin kullandıkları stratejilere baktığımızda ise yalnızca 3. sınıfta bir öğrencinin “yapısal” strateji kodunu aldığı görülmüştür (bakınız Şekil 3). Doğru cevabı bulan öğrencilerin hemen hemen hepsinin “hesaba dayalı” stratejiyi kullanmış olduğu bulunmuştur. Bu öğrenciler, 7 ile 3'ü toplayıp 10'dan 4'ü çıkararak 6 bulmuşlardır (bakınız Şekil 4).



**Şekil 2.** İşlemsel strateji örneği, 5. sınıf öğrencisi



Şekil 3. Yapısal strateji örneği, 3. sınıf öğrencisi



Şekil 4. Hesaba dayalı strateji örneği, 4. sınıf öğrencisi

İkinci soruda öğrencilerin kullandıkları stratejilere baktığımızda, 2a'da öğrencilerin yaklaşık %12'si "işlemsel" algı sergileyip eşitliğin solundaki sayıları toplayıp,  $12 + 3 = 15$ , ya da eşitlikte verilen tüm sayıları toplayıp,  $12 + 3 + 10 + 5 = 30$ ,  $12 + 3 = 10 + 5$  eşitliğini "yanlış" olarak işaretlemişlerdir. Doğru cevabı veren öğrencilerin yaklaşık %72'si "hesaba dayalı" strateji kullanarak eşitliğin iki tarafındaki sayıların toplamının birbirine eşit olduğunu göstermişlerdir,  $12 + 3 = 15$ ,  $10 + 5 = 15$ . 2a'da denklemin yapısını fark edip işlem yapmadan "yapısal" strateji ile eşitliği "doğru" olarak belirten sadece bir öğrenci bulunmaktadır.

2a'daki bulgulara benzer şekilde 2b sorusunda öğrencilerin yaklaşık %15'i "işlemsel" algı sergileyip eşitliğin solundaki sayıları toplayıp,  $57 + 22 = 79$ , ya da eşitlikte verilen tüm sayıları toplayıp,  $57 + 22 + 58 + 21 = 158$ ,  $57 + 22 = 58 + 21$  eşitliğini "yanlış" olarak işaretlemişlerdir. Doğru cevap veren öğrencilerin yaklaşık %61'i eşitliğin doğruluğunu "hesaba dayalı" strateji kullanarak belirlemişlerdir,  $57 + 22 = 79$ ,  $58 + 21 = 79$  olarak belirtmişlerdir. Bu soruda "yapısal" strateji ile doğru cevap veren öğrenci oranı yaklaşık %4'tür. İkinci sorunun son maddesinde ise öğrencilerin yaklaşık %14'ü "işlemsel" strateji kullanmıştır. Bu öğrenciler çoğunlukla  $39 + 121 = 160$  olarak belirtip  $39 + 121 = 121 + 39$  eşitliğini "yanlış" olarak işaretlemişlerdir. Doğru cevabı veren öğrencilerin yaklaşık %35'i 2c'de eşitliğin her iki tarafındaki toplama işlemi yaparak "hesaba dayalı" strateji kullanan öğrencilerdir. Bu soruda, diğerlerinden farklı olarak, öğrencilerin %33'ünün "yapısal" strateji kullandıkları görülmüştür. Bu öğrenciler, eşitliğin doğruluğunu işlem yapmadan denklemin yapısını inceleyerek belirlemişlerdir.

Bunlara ek olarak 2b ve 2c sorularında öğrencilerin hem "yapısal" hem "hesaba dayalı" stratejileri birlikte kullandıkları görülmüştür (bakınız Şekil 5). Bu öğrenciler eşitliğin iki yanındaki toplamı gösterdikleri gibi, sayılar arasındaki ilişkiye de odaklanmış, örneğin 2c sorusunda sayıların aynı olduğunu yazmışlar ya da değişme özelliğine atıfta bulunmuşlardır.

c.  $39 + 121 = 121 + 39$  Doğru Yanlış

Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

$$\begin{array}{r} 39 \\ +121 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ +39 \\ \hline 160 \end{array}$$

toplamın yerini değiştirir  
byle toplam değişmez

Şekil 5. Yapısal ve hesaba dayalı strateji örneği, 4. sınıf öğrencisi

Sonuçlar göstermektedir ki eşit işaretinin anlamına yönelik olan 1, 2a, 2b ve 2c sorularında sınıf seviyesi arttıkça, öğrencilerin “işlemsel” strateji kullanma oranı azalmıştır. 1, 2a ve 2b’de sınıf seviyesiyle birlikte “hesaba dayalı” strateji kullanım yüzdesi de artmaktadır. Diğer sorulardan farklı olarak 2c’de en yüksek “yapısal” strateji kullanımı gözlemlenmiştir.

#### 4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Matematik öğretim programında eşit işaretinin “ilişkisel” anlamına yönelik 2. sınıfta M.2.1.3.5. “Eşit işaretinin matematiksel ifadeler arasındaki “eşitlik” anlamını fark eder. Eşit işaretinin her zaman işlem sonucu anlamı taşımadığı, eşitliğin iki tarafındaki matematiksel ifadelerin denge durumunu da (eşitliğini) gösterdiği vurgulanır” (s. 33) kazanımı yer alsın da öğrencilerin eşit işarete yönelik algılarının özellikle 3. sınıflarda daha çok “işlemsel” yönde olduğu bulunmuştur. Sonuçlar göstermiştir ki öğrenciler sınıf seviyesi arttıkça eşit işarete yönelik “ilişkisel” algı sergilemekte fakat 5. sınıfta dahi öğrencilerin beşte birinden fazlasının “işlemsel” algıya sahip olduğu görülmüştür. Bu özellikle eşit işareten sonra boşluk içeren,  $7 + 3 = \_ + 4$  sorusunda gözlemlenmiştir. Stephens vd. (2013) 290 üçüncü, dördüncü ve beşinci sınıf öğrencisiyle yaptıkları çalışmada öğrencilerin çoğunlukla “işlemsel” algıya sahip olduklarını bulmuşlardır. Stephens vd. de çalışmalarında benzer olarak  $7 + 3 = \_ + 4$  sorusunda sınıf seviyesi arttıkça işlemsel algıya sahip olan öğrencilerin sayısının azaldığını bulmuşlardır. Öğrencilerin işlemsel algıya sahip olmalarının nedeni çoğunlukla karşılaştıkları denklem biçimleri olabilir. Köse ve Tanışlı (2011, s. 255) inceledikleri dört seri ilköğretim matematik ders ve öğrenci çalışma kitabında eşit işaretinin çoğunlukla “işlemler-eşitlik-yanıt” ( $a + b = c$ ) biçiminde kullanıldığını, “ilişkisel” anlamını vurgulamaktan uzak olduklarını bulmuşlardır. Ders kitaplarında ve sınıflarda özellikle farklı biçimlerde denklemler (örneğin,  $a + b = c + d$ ,  $a = a$ ,  $c = a + b$ ) kullanılmalı ve öğrencilerin eşit işarete yönelik algıları bu denklemler yoluyla açığa çıkarılmalıdır.

Bu çalışma aynı zamanda eşit işarete yönelik “ilişkisel” anlama sahip olan öğrencilerin çoğunlukla “hesaba dayalı” strateji kullandıklarını ortaya koymuştur. “Yapısal” strateji özellikle büyük sayılar içeren eşitliklerde (örneğin,  $57 + 22 = 58 + 21$ ) kolaylıklar sağladığı gibi, farklı sorularda da (örneğin,  $2n + 15 = 31$  denkleminin çözümünde  $n = 8$ ’dir.  $2n + 15 - 9 = 31 - 9$  denkleminin çözümü nedir? [Stephens, 2006]) denklemi çözmeden öğrencilerin denklemin iki tarafına bakarak akıl yürütebilmelerini sağlar. Bu amaca yönelik bir kazanım matematik öğretim programında 7. sınıfta yer almaktadır: M.7.2.2.1. “Eşitliğin korunumu ilkesini anlar. a)  $7 + 2 = \Delta + 3$  gibi eşitliklerin bozulmaması için  $\Delta$  yerine gelecek sayıyı bulmaya yönelik çalışmalar yapılır. b) Ekleme ve çıkarma durumlarında eşitliğin korunduğunu göstermek için terazi veya benzeri denge modellerine yer verilir. c) Eşitliğin her iki tarafına aynı sayının eklenmesi veya çıkarılması ve iki tarafın aynı sayıyla çarpılması veya bölünmesi durumunda eşitliğin korunması ele alınır” (s. 68). Öğrencilerin ilkokuldan itibaren

eşit işarete yönelik algılarının ele alınması ve eşitliğe bütünsel olarak bakmalarının sağlanması önem taşımaktadır.

Sonuçlar ayrıca öğrencilerin en çok toplama işleminde değişme özelliğini vurgulayan soruda “ $39 + 121 = 121 + 39$ ,” “yapısal” stratejiyi kullandıklarını göstermiştir. Bu soruda diğer sorulara verilen cevaplardan farklı olarak her üç öğrenciden biri sayıların aynı olmasını not ederek ya da değişme özelliğine atıfta bulunarak eşitliğin doğru olduğunu öne sürmüştür. Bu sonuç, Stephens vd. (2013) ile benzerdir. Stephens vd. öğrencilerle özellikle görsel olarak “aşıkâr” olan “ $5 + 3 = \_ + 3$ ” gibi soruların tartışılmasının onların eşit işarete yönelik “işlemsel” algılarını tekrar gözden geçirmelerine fırsatlar sunacağını belirtmiştir. Bu türde sorular yardımıyla öğrencilerin eşit işaretinin “ilişkisel” anlamına odaklanması sağlanabilir.

Bu çalışma, ortaokul 6, 7, ve 8. sınıf öğrencilerini de kapsayacak şekilde tasarlanabilir ve öğrencilerin yalnızca “ilişkisel” algıya sahip olup olmadıkları değil, kullandıkları stratejiler de araştırılabilir. Ayrıca ileriki çalışmalarda öğrencilerle yapılacak görüşmeler onların bir soruda birden fazla strateji kullanıp kullanmadıklarını sorgulamaya yardımcı olabilir (örneğin, öğrencinin soruya verdiği ilk strateji “hesaba dayalı” strateji olsa bile başka bir yoldan çözmesi istendiğinde “yapısal” strateji kullanıp kullanmadığı gözlemlenebilir).

### Kaynaklar

- Baran Bulut, D., Aygün, B., & İpek, A. S. (2018). Meaning of the primary and secondary school students towards equal sign. *Turkish Journal of Teacher Education*, 7(1), 1-16.
- Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A., Isler, I., & Kim, J. (2015). The Development of Children's Algebraic Thinking: The Impact of a Comprehensive Early Algebra Intervention in Third Grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 39-87.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in the elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Falkner, K. P., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6(4), 56-60.
- Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M., & Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(4), 297-312.
- Köse, N. Y. & Tanışlı, D. (2011). İlköğretim matematik ders kitaplarında eşit işareti ve ilişkisel düşünme. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5(2), 251-277.
- Stephens, A. C. (2006). Equivalence and relational thinking: Preservice elementary teachers' awareness of opportunities and misconceptions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(3), 249-278.
- Stephens, A. C., Knuth, E. J., Blanton, M. L., Isler, I., Gardiner, A., & Marum, T. (2013). Equation structure and the meaning of the equal sign: The impact of task selection in eliciting elementary students' understandings. *Journal of Mathematical Behavior*, 32(2), 173-182.
- Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2018). Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar).
- Yaman, H., Toluk, Z., Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24,142-151.