PERİYODİK YAPILI ELEKTRO-AKTİF POLİMERLERİN KARARLILIK ANALİZİ

Sinan Fırat Dal[1] ve Serdar Göktepe[2]
[1,2] Orta Doğu Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 06800, Ankara

ABSTRACT

Under compressive loads, the deformation behavior of materials with a periodic microstructure may change after the load level reaches a certain critical value. The main reason for this is that the stability of the microstructure is partially lost. Therefore, the geometric stability of periodic microstructures should be investigated. In addition, Electro-Active Polymers (EAP) are smart materials that exhibit large deformations under the influence of an electric field. The combined electrical and mechanical loads to be applied to the electro-active polymer, whose microstructure is periodic, can alter the critical load capacity and deformation behavior of the structure and this is a subject worth investigating. Therefore, this study is dedicated to the multi-scale stability analysis of EAPs, which have a periodic microstructure. The multi-scale stability analysis is carried out by using Finite Element Method (FEM).

Keywords: Electro-Active Polymers (EAPs), Stability Analysis, Finite Element Method (FEM).

ÖZET

Basma yükleri altında, mikro yapısı periyodik olan malzemelerin deformasyon davranışı, yük seviyesi belirli kritik değerlere ulaştıktan sonra değişebilir. Bunun temel nedeni, mikro yapının kararlılığının kısmen kaybedilmesidir. Bu nedenle, periyodik mikro yapıların geometrik kararlılıkları araştırılmalıdır. Ayrıca, Elektro-Aktif Polimerler (EAP), elektrik alanının etkisi altında büyük deformasyonlar sergileyen akıllı malzemelerdir. Mikro yapısı periyodik olan elektro-aktif polimere uygulanacak birleşik elektrik ve mekanik yükler, yapının kritik yük kapasitesi ve deformasyon davranışını değiştirebilir ve bu araştırılmaya değer bir konudur. Bu nedenle, bu çalışma, periyodik bir mikro yapıya sahip olan EAP'nin çok ölçekli kararlılık analizini konu almaktadır. Çok ölçekli kararlılık analizi Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY) kullanılarak yürütülecektir.

Anahtar kelimeler: Elektro-Aktif Polimerler (EAP), Kararlılık Analizi, Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY).

GİRİŞ

Doğada kendini tekrar eden yapıya sahip birçok örnek bulabiliriz. Bu yapılar çoğu zaman mikroskop altında görülebilirler. Örneğin, kelebek kanatlarındaki örüntülerin çeşitli şekillerde ve farklı renklerde görünmesinin nedenleri araştırıldığında, kanatların fotonik yapısının aynı renkler için belirli bir şekilde tekrar eden yapılara sahip oldukları gözlemlenmiştir. Bir başka deyişle, ışık dalgalarının kelebek kanadından yansıyan görüntülerinin farklı olmasının nedeni, kelebek kanadının farklı bölgelerinde farklı yönlerde ve hatta farklı büyüklüklerde olan

kendini tekrar eden yapıların dizilişidir [1]. Mikroskop altında incelendiğinde, nilüfer yapraklarının yüzeyindeki hücrelerde de periyodik yapıların olduğu belirtilmiştir. Çıplak gözle ayırt edilebilecek periyodik yapılar da doğada mevcuttur. Bu sınıfa dâhil olan en önemli örnek bal petekleridir. Doğada çeşidine sıklıkla rastlanan periyodik yapıların sentetik olarak üretilmesi ve endüstride kullanılabilmesi için üretilen yapının ve kullanılan malzemenin verilen koşullar için dikkatle incelenmesi gerekmektedir. Bu yönde yapılan çalışmalar sonucunda periyodik yapılı malzemeler, mekanik, akustik, optik ve termal alanlardaki mühendislik uygulamaları için kullanılabilir hale gelmişlerdir. Sonuç olarak, periyodik yapıya sahip malzemelerin günümüz teknolojisinde kullanılmaya başlanılması onların mekanik davranışlarının dikkatle incelenmesini de gerektirmektedir.

Bu anlamda, Bertoldi ve çalışma arkadaşlarının [2] periyodik yapılı elastomerik malzemelerin mekanik zorlamalara bağlı yapısal dönüşümleri üzerine yaptıkları çalışmada, bu malzemelerin deneysel ve sayısal analizleri ayrı ayrı yapılmış, alınan sonuçlar karşılaştırılmıştır. Yapılan basma testlerinin sonucunda, belirli kritik deformasyonlarda periyodikliği tek hücreden oluşan yapıların değiştiği ve periyodikliğin birden çok hücreyi barındırdığı gözlemlenmiştir. Ayrıca, belirtilen kritik deformasyonlardan önce hücrelerdeki boşluk şekilleri düzgün dairesel yapıya sahipken, kritik deformasyonlardan sonra komşu iki hücre için birbirlerine dik eliptik boşluklara dönüştükleri tespit edilmiştir. Belirtilen kritik deformasyonların ötesinde basma yük değerlerinin çok değişmediği de görülmektedir. Bu yapıların basma gerilmesi-gerinim eğrileri elasto-plastik malzemelerin basma gerilmesi-gerinim eğrileri gibi gözükse de, aslında hep elastik davranış göstermektedir. Bunun esas nedeni, yapının geometrik kararlılığının belirli kritik yüklemeden sonra değişmesidir. Yapının malzeme mimarisindeki kararlılığının değişmesi sonucu belirli kritik yüklemeden sonra basma gerilmesi değerlerinin farklılaşması süperelastisite (superelasticity) olarak tanımlanmıştır. Bu davranış malzeme özelliğinin değil yapı geometrisinin bir sonucudur [2].

Periyodik mikro yapıya sahip olacak şekilde üretilmiş malzemeler, kendini tekrar eden mikro yapıya sahip makro cisimler olarak düşünülebilirler. Bu cisimlerin en küçük ve kendini tekrar eden yapıları birim hücre (unit cell) veya tipik hacim elemanı (representative volume element) olarak adlandırılmaktadır. Periyodik yapılı bu cisimlerin mikro ve makro seviyelerde kararlılık analizleri yapılabilir. Periyodik mikro yapılı polimer bir cisim, o yapı için kritik mikroskobik deformasyona maruz bırakıldığında, tipik hacim elemanlarında çatallaşma meydana gelir ve deformasyon sonucunda yeni periyodik tipik hacim elemanı oluşur. Başka bir deyişle, belirli kritik yüklemeye kadar ilk periyodik yapısı değişmeyen birim hücreler, kritik yüklemeye gelindiğinde birçok birim hücrenin oluşturduğu genişlemiş periyodik yapılara dönüşebilirler. Yeni tipik hacim elemanının ne kadar sayıda birim hücreden oluşacağı mikroskobik kararlılık analizi sonucunda belirlenebilir. Mikroskobik kararlılık analizi iki şekilde gerçekleştirilebilir. İlk yöntem çatallaşmanın başladığı sırada periyodik yapısı genişlemiş birim hücrelerden oluşan sistemin rijitlik matrisinin en küçük özdeğerinin sıfıra eşit olma koşulunu değerlendirir. Bu yönteme Azaltılmış Özdeğer Analizi (Refined Eigen Analysis) denir. İkinci yöntem ise Bloch-Floquet dalga analizi olarak adlandırılır ve sınır koşulları Bloch denklemleriyle sağlanan birim hücrenin rijitlik matrisinin en küçük özdeğerinin sıfıra eşit olma durumunu inceler. İki yöntem kıyaslandığında, Bloch-Floquet dalga analizi birim hücre için uygulanırken, azaltılmış özdeğer analizi periyodik yapısı genişlemiş tipik hacim elemanları için uygulanmaktadır. Bertoldi ve çalışma arkadaşlarının [2] makalelerinde belirttiği üzere, iki yöntemin de birbirine yakın sonuçlar gösterdiği görülmektedir. Ayrıca, Ameen ve diğ. [3] çalışmalarında, basma gerinim değeri bilinen ve periyodikliği tek hücreden daha geniş olan yapılar için basma gerilmesi-gerinim eğrilerini inceleyerek yapını kararlılığının değiştiği yükleme değerini bulmuşlardır. Ayrıca yapıya ait basma gerilmesi-gerinim değerlerini inceleyerek çatallaşmanın başladığı gerinim değerini

hesaplamışlardır. Bu çalışmada benzer bir yol izlenerek mikro yapısı birden çok birim hücreden oluşan yapılar için kararlılık analizleri yapılmıştır.

Eldeki çalışmaya konu olan Elektro-Aktif Polimerler (EAP), elektrik alana maruz bırakıldıklarında büyük şekil değiştirmeler gösteren polimerik malzemelerdir. Bu malzemeler elektrik alan etkisinde, elektrik alana paralel olan yönde daralırken bu alana dik yönde genişlerler [4]. Büyük şekil değişimlerinin yanı sıra hafiflik, düşük üretim maliyeti ve endüstride bu malzemelerin çokça kullanılabilir oluşu elekro-aktif polimerlerin başlıca tercih nedenleridir. Elektro-aktif malzemeler çoğunlukla sensörler, aktüatörler ve yapay kas üretimi gibi robot endüstrileri için kullanılmaktadır [5]. Elektro-aktif polimerler iki kategoriye ayrılabilir; Elektronik Elektro-Aktif Polimerler (EEAP) ve İyonik Elektro-Aktif Polimerler (İEAP). EEAP'de, Coulomb kuvvetleri etkili bir parametre iken, iyonların difüzyonu İEAP'nin elektriksel davranışının ana mekanizmasıdır. İyonların difüzyonu ile deformasyonun gerçekleşmesi deformasyonun Coulomb kuvvetleriyle gerçekleşmesinden daha yavaş olduğundan EEAP daha yaygın olarak kullanılmaktadır. EEAP'nin malzeme tepkileri, elektro-mekanik bağlaşık denklemler ve doğrusal olmayan deformasyonlar kullanılarak çözülebilir. Momentumun korunumu yasasından elde edilen türevsel mekanik denklemi ile Maxwell denklemleri olarak da bilinen elektro-manyetik denklemlerinden elde edilen türevsel elektrik denklemi birlikte elektro-mekanik bağlaşık bir denklem sistemini oluştururlar. Bu iki türevsel denklem, Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY) kullanılarak konumsal uzayda ayrıklaştırılabilirler. Ayrıklaştırma sonucunda oluşan denklem sistemi doğrusal olmayan denklemleri içerdiği için doğrusallaştırma (linearization) yapılması gerekir. Doğrusallaştırma sonucu doğrusal olmayan denklem sistemi Newton metodu kullanılarak tekrarlı bir biçimde çözülebilir hale gelir. Bağlaşık problemler birleşik (monolithic) veya çapraz (staggered) yöntemlerle çözülebilirler. Her iki yöntemde de birbirine çok yakın sonuçlar elde edildiği fakat ayrık yöntemde denklem sisteminin çözümü için gerekli sürenin daha kısa olduğu görülmüştür.

Bu çalışmada elektro-aktif polimer malzemeler için bağlaşık elektro-mekanik denklemler SEY kullanılarak ayrıklaştırılarak çözülecek; mikro yapısı birden çok birim hücreden oluşan yapılar için mikroskobik kararlılık analizleri yapılacaktır. Bu analizlerde elektro-mekanik etkileşimin EAP'nin kararlılık davranışları üzerine etkisi incelenecektir.

ALAN DENKLEMLERİ

Eldeki bağlaşık elektro-mekanik problemi tanımlayan türevsel denklemleri sunmadan önce bu denklemlerin bağlı olduğu alan büyüklüklerini tanımlamak yerinde olacaktır. EAP'nin bağlaşık elektro-mekanik çapraz etkilerinin modellenmesinde elektrik ve mekanik etkiler altında meydana gelecek olan şekil değiştirmelerin büyük olacağı kabul edildiğinden kinematik büyüklük olarak deformasyon gradyanı $\mathbf{F}(\mathbf{X},t)$ kullanılacaktır.

Buna göre, cismin referans konumunda, $\mathbf{X}$ koordinatlarına sahip malzeme noktalarının $t \in \Re_+$ anındaki yer değiştirme vektörü $\mathbf{u}(\mathbf{X},t)$ ile gösterilsin. Elektrik denklemlerinin oluşturulması için kullanılan büyüklük ise elektrik potansiyeli $\phi(\mathbf{X},t)$ olarak tanımlanır. Bu durumda elektro-aktif polimerlerin $t \in \Re_+$ anındaki yerel elektro-mekanik durumu

$$\text{Durum} := \{\mathbf{u}(\mathbf{X},t),\ \ \phi(\mathbf{X},t)\} \tag{1}$$

şeklinde ifade edilir. Özgül Helmholtz serbest enerjisi bu durum değişkenlerinin gradyanları cinsinden ifade edilebilir.

$$\mathbf{\Psi} = \hat{\mathbf{\Psi}}(\mathbf{g};\mathbf{F},\mathbf{e}) \tag{2}$$

Denklem 2'de kullanılan $\mathbf{e} = -\nabla_{\mathbf{x}}\phi$ elektrik alan vektörünü, $\mathbf{F} = \nabla_{\mathbf{X}}\mathbf{u} + \mathbf{1}$ deformasyon gradyanını, $\mathbf{g}$ ise metrik tensörü temsil etmektedir. Elektro-mekaniğin ana denge denklemleri, Faraday yasası ve doğrusal momentumun korunumu ile açıklanmaktadır. Bunlardan doğrusal momentumun korunumu yarı durağan, diğer bir ifade ile eylemsizlik etkilerinin ihmal edildiği, koşullarda Euler konumu (Eulerian setting) için

$$\operatorname{div}\left(J^{-1}\boldsymbol{\tau}\right) + \rho\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{0} \tag{3}$$

denklemi ile gösterilebilir. Burada $J = \det(\mathbf{F})$ deformasyon gradyanının determinantını, ρ öz kütleyi, $\boldsymbol{\tau}$ Kirchhoff gerilme tensörünü, $\boldsymbol{\sigma} = J^{-1}\boldsymbol{\tau}$ Cauchy gerilme tensörünü, $\boldsymbol{\gamma}$ ise birim kütle için tanımlanmış cisim kuvvetini göstermektedir. Maxwell denklemleri içerisinde Gauss Yasası'na göre, elektrik yer değiştirme vektörünü ($\mathbf{d}$) içeren türevsel denklem

$$\operatorname{div}(\mathbf{d}) = 0 \tag{4}$$

olarak ifade edilebilmektedir. Elektrik yer değiştirme vektörü ile elektrik alan vektörü arasındaki bağıntı, polarizasyonun etkili olmadığı durumlar için

$$\mathbf{d} = \varepsilon_0\,\mathbf{e} = -\varepsilon_0\,\nabla_{\mathbf{x}}\phi \tag{5}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada ε_0 vakum elektriksel geçirgenlik sabitini ifade etmektedir. Bu sabitin büyüklüğü 8.54×10^{12} F/m kadardır. Elektrik denklemleri ve elektro-mekanik etkileşimler için Dorfmann ve Ogden'in [6] çalışmaları esas alınmıştır.

BÜNYE DENKLEMLERİ

Doğrusal momentumun korunumu ve Gauss Yasası denklemleri bünye denklemleri üzerinden bağlaşıktır. Bu kısımda Helmholtz serbest enerjisinin farklı kısımları incelenecektir. Helmholtz serbest enerjisi, bağlaşık elektro-mekanik etkileri dikkate alan farklı kısımlardan oluşmaktadır. Bunlar sıkıştırılamayan malzemeler için, hacim değişiminden sorumlu mekanik kısım (volumetric part), şekil değiştirmeden sorumlu mekanik kısım (isochoric part) ve elektro-mekanik kısım olarak ayrıştırılabilir. Bu yüzden Helmholtz serbest enerjisi

$$\Psi = \hat{\Psi}^{vol}(J) + \hat{\Psi}^{iso}\left(\mathbf{g};\overline{\mathbf{F}}\right) + \hat{\Psi}^{elmec}\left(\mathbf{g};J,\mathbf{e}\right) \tag{6}$$

şeklinde tanımlanabilir. Denklem 6'da gösterilen $\overline{\mathbf{F}} = J\mathbf{F}^{-1/3}$ izokorik deformasyon gradyanını temsil etmektedir. Helmholtz serbest enerjisi ve durum denklemlerini kullanarak gerilme tensörü ve elektrik yer değiştirme vektörü

$$\boldsymbol{\tau} = 2\frac{\partial\Psi}{\partial\mathbf{g}} \qquad\qquad \mathbf{d} = -\frac{\partial\Psi}{\partial\mathbf{e}} \tag{7}$$

ifadeleri yardımı ile hesaplanabilir. Sadece mekanik, sadece elektrik ve bağlaşık elektro-mekanik modüller sırasıyla

$$\underline{\underline{\mathbf{c}}}^{mec} = 4\frac{\partial^2\Psi}{\partial\mathbf{g}\otimes\partial\mathbf{g}} = 2\frac{\partial\boldsymbol{\tau}}{\partial\mathbf{g}} \qquad \underline{\underline{\mathbf{c}}}^{elec} = \frac{\partial^2\Psi}{\partial\mathbf{e}\otimes\partial\mathbf{e}} = -\frac{\partial\mathbf{d}}{\partial\mathbf{e}} \qquad \underline{\underline{\mathbf{c}}}^{elmec} = -\frac{\partial\boldsymbol{\tau}}{\partial\mathbf{e}} = 2\frac{\partial\mathbf{d}}{\partial\mathbf{g}} \tag{8}$$

şeklinde hesaplanabilirler. Böylelikle rijitlik matrisinin elemanları belirlenmiş olur. Jabareen [7] çalışmasında, Helmholtz serbest enerji, sıkıştırılamayan malzemelerde elektro-mekanik durum için Denklem 9'da verilen **Model I**'deki gibi tanımlamıştır. Hacimsel etkilerin önemli olduğu elektro-mekanik durum için Steinmann ve Vu [8] Helmholtz serbest enerjiyi Denklem 12'de ifade edilen **Model II**'deki gibi göstermişlerdir.

Model I:

$$\mathbf{\Psi}^{\mathbf{I}} = \hat{\mathbf{\Psi}}^{\mathbf{I}}(\mathbf{g};\mathbf{F},\mathbf{e}) = \frac{\mathrm{K}}{4}\left(J^2 - 1 - 2\ln(J)\right) + \frac{\mu}{2}\left(J^{-2/3}\mathbf{b}:\mathbf{g} - 3\right) - \frac{1}{2}J\varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{g}^{-1}:(\mathbf{e}\otimes\mathbf{e}) \tag{9}$$

Denklem 9'daki ε_r bağıl geçirgenlik (relative permittivity) olarak tanımlanıp, deformasyona bağlı olarak ifade edilmiştir [7]. Bağıl geçirgenlik kısaca şu şekilde gösterilebilir.

$$\varepsilon_r = c_0\left[1 + c_1(\mathbf{b}:\mathbf{g} - 3)\right] \tag{10}$$

Bu bilgiler ışığında, Denklem 7'deki gibi Kirchhoff gerilme tensörü ve Kirchhoff tipi elektrik yer değiştirme vektörü

$$\begin{gathered}\boldsymbol{\tau} = \frac{\mathrm{K}}{2}\left(J^2 - 1\right)\mathbf{g}^{-1} + \mu J^{-2/3}\mathbf{b} - \frac{1}{2}J\varepsilon_0\varepsilon_r\left[\mathbf{g}^{-1}:(\mathbf{e}\otimes\mathbf{e})\right]\mathbf{g}^{-1} - J\varepsilon_0 c_0 c_1\left[\mathbf{g}^{-1}:(\mathbf{e}\otimes\mathbf{e})\right]\mathbf{b} + J\varepsilon_0\varepsilon_r(\mathbf{e}\otimes\mathbf{e}) \\ \mathbf{d} = J\varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{g}^{-1}\mathbf{e}\end{gathered} \tag{11}$$

olarak hesaplanabilir.

Model II:

$$\begin{aligned}\mathbf{\Psi}^{\mathbf{II}}(\mathbf{g};\mathbf{F},\mathbf{e}) &= \frac{\mu}{2}(\mathbf{b}:\mathbf{g} - 3) - \mu\ln(J) + \frac{\lambda}{2}\left[\ln(J)\right]^2 \\ &+ \alpha\,\mathbf{b}:(\mathbf{e}\otimes\mathbf{e}) + \beta\,\mathbf{g}^{-1}:(\mathbf{e}\otimes\mathbf{e}) - \frac{1}{2}\varepsilon_m J\mathbf{g}^{-1}:(\mathbf{e}\otimes\mathbf{e})\end{aligned} \tag{12}$$

Denklem 12'de gösterilen Helmholtz serbest enerjisinde elektro-mekanik kısım için bağıl geçirgenlik katsayısı ε_m olarak gösterilmiştir ve bu katsayı Model I'dekinden farklı olarak deformasyona bağlı değildir.

Standart Galerkin SEY hemen hemen sıkıştırılamayan (quasi-incompressible) malzemeler için kullanıldıklarında hacimsel kilitlenmelere (volumetric locking) sebep olduğundan dört alanlı formülasyon (four-field formulation/Q1P0 formulation) yoluyla varyasyonel bir biçimde ayrıklaştırılacaktır. Buna göre birim hacimdeki potansiyel enerji yoğunluğu

$$\Pi = \int_{B_0}\left[\Psi^{\mathrm{vol}}(D) + p(J - D) + \Psi^{\mathrm{iso}}(\mathbf{g};\overline{\mathbf{F}}) + \Psi^{\mathrm{elmec}}(\mathbf{g},J,\mathbf{e})\right]dV - \Pi_{\mathrm{ext}} \tag{13}$$

olarak ifade edilir. Denklem 12'te bahsi geçen D genleşmeyi, p ise basıncı temsil etmektedir. Yer değiştirme vektörleri elemanların düğüm noktalarında doğrusal ara değer hesabıyla (linear interpolation) çözümlenirken, genleşme ve basınç değerleri aynı düğüm noktalarında sabit ara değer hesabıyla bulunurlar. Birim hacimdeki potansiyel enerji yoğunluğunun minimizasyonu yoluyla Galerkin ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\delta\Pi = \mathrm{G} = \int_{B_0}\left\{\delta D\left(\left(\Psi^{\mathrm{vol}}\right)' - p\right) + \delta p(J - D) + (\mathbf{g}\nabla_{\mathbf{x}}\boldsymbol{\varphi}):\left(pJ\mathbf{g}^{-1} + \boldsymbol{\tau}^{\mathbf{iso}} + \boldsymbol{\tau}^{\mathbf{elmec}}\right) + \mathbf{d}\cdot\mathcal{L}_{\delta\boldsymbol{\varphi}}\,\mathbf{e}\right\}dV \tag{14}$$

Euler konumunda bulunan bir vektörün veya tensörün varyasyonel değişimi veya doğrusallaştırılması sırasında Lie türevlerine ihtiyaç vardır. Bu sebeple Euler konumunda bulunan elektrik alan vektörünün Lie türevi Denklem 13'te $\mathcal{L}_{\delta\boldsymbol{\varphi}}\,\mathbf{e}$ olarak gösterilmiştir. Dört Alanlı SEY ile ayrıklaştırılan elektro-mekanik bağlaşık denklemleri hâlâ doğrusal olmadığından, doğrusallaştırma uygulanarak denklem sistemi Newton yöntemiyle tekrarlı (iterative) olarak çözülebilir.

$$\mathbf{d} \Leftarrow \mathbf{d} - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{R} \tag{15}$$

Yukarıda bahsi geçen $\mathbf{K}$, doğrusallaştırma için oluşturulmuş rijitlik matrisini, $\mathbf{R}$ ise doğrusal olmayan artık (residual) vektörünü temsil etmektedir. $\mathbf{d}$ bütün düğüm noktalarındaki her bir serbestlik derecesine ait çözüm değerlerini içeren vektörü temsil etmektedir.

Bu çalışmada elektro-aktif polimerlerin kararlılık analizleri yapılacağından sınır koşulları hem yer değiştirme vektörü için hem de elektrik potansiyeli için verilecektir. Bu sayede, verilen elektrik potansiyelleri için yapının kararlılık davranışındaki değişimler incelenecektir.

SAYISAL SONUÇLAR

Elektro-aktif polimerlerin kararlılık analizleri inceleneceğinden, bağlaşık elektro-mekanik davranış için oluşturulan modeller ile sadece mekanik zorlamalar ile geometrik kararlılığı değişen modellerin doğrulaması çeşitli kaynaklardaki sonuçlar için yapılmıştır.

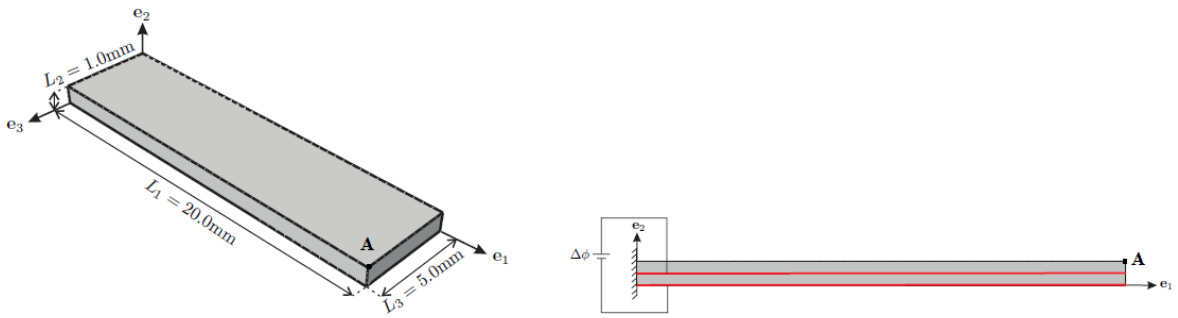
Dört Alanlı Sonlu Elemanlar Yöntemi Kullanılarak Çözülen Bükülen Aktüatör (Model I)

Helmholtz serbest enerjisi Model I'deki gibi olan VHB 4910 malzeme için malzeme değerleri Çizelge 1'de verilmiştir.

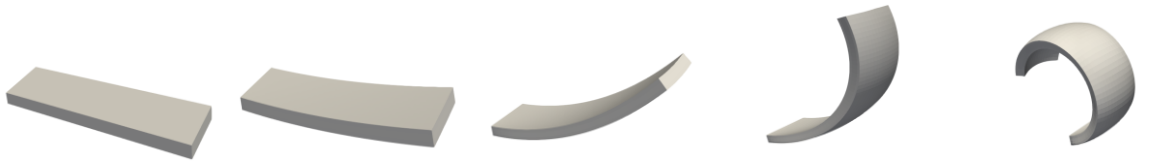
Çizelge 1: Model I'in malzeme katsayıları

Katsayı	Değer	Birim
K (Hacim Modülü)	13.5	MPa
μ (Kesme Modülü)	13.5	kPa
ε_0 (Boşluk Elektrik Geçirgenlik Katsayısı)	8.854	N/MV^2
c_0 (Bağıl Geçirgenlik Malzeme Katsayısı 1)	4.68	-
c_1 (Bağıl Geçirgenlik Malzeme Katsayısı 2)	-0.0105	-

Çizelge 1'deki malzeme katsayılarına göre yatay orta yüzeyine deformasyonla uyumlu elektrotlar geçirilerek oluşturulan model, Şekil 1'de gösterilmiştir. Sonuçlar Jabareen'in [7] çalışmasındaki sonuçlarla uyumludur. Verilen elektrik potansiyelleri sonucunda oluşan deformasyonlar Şekil 2'deki gibidir.



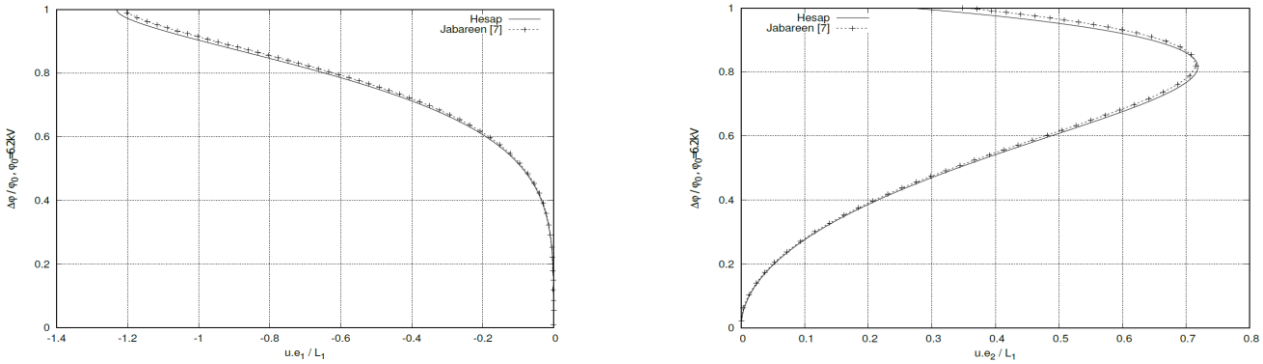
Şekil 1: Jabareen [7] geometrik model



$\Delta\phi = 0kV$ $\Delta\phi = 1.55kV$ $\Delta\phi = 3.1kV$ $\Delta\phi = 4.65kV$ $\Delta\phi = 6.2kV$

Şekil 2: Farklı elektrik potansiyel fark değerleri için eğilen aktüatörün şekil değiştirme fazları

Şekil 2'deki sonuçlara ek olarak Şekil 1'de belirtilen A(20mm,5mm,1mm) noktası için normalleştirilmiş yatay ve düşey yer değiştirme vektörlerinin verilen elektrik potansiyellerine göre değişim grafiği Şekil 3'de gösterilmektedir.



Şekil 3: Cisim üzerindeki A noktasının sırasıyla yatay ve düşey yönlerdeki normalleştirilmiş yer değiştirme değerlerinin normalleştirilmiş elektrik potansiyellerine göre değişim grafiği

Şekil 3'deki değerler Jabareen'in [7] çalışmasıyla kıyaslanarak verilmiştir.

Doğrusal Olmayan Elektro-Elastisite (Model II)

Bu kısımda doğrusal olmayan elektro-elastisite için standart Galerkin SEY kullanılarak çözüm yapılmıştır. Bunun için, Vu ve Steinmann'ın [8] çalışmalarındaki sonuçlar elde edilmeye çalışılmıştır. Helmholtz serbest enerjisi Model II'deki gibi tanımlanmıştır.

Denklem 12'de gösterilen **b** sol Cauchy-Green (left Cauchy-Green) deformasyon tensörünü temsil etmektedir. Aynı denklemdeki Helmholtz serbest enerjisinde görülen ε_m bağıl geçirimlilik katsayısıdır. Bu katsayı ilk örnekteki tanımdan farklı olarak deformasyona bağlı değildir. Model II'deki malzeme katsayıları Çizelge 2'de verilmiştir.

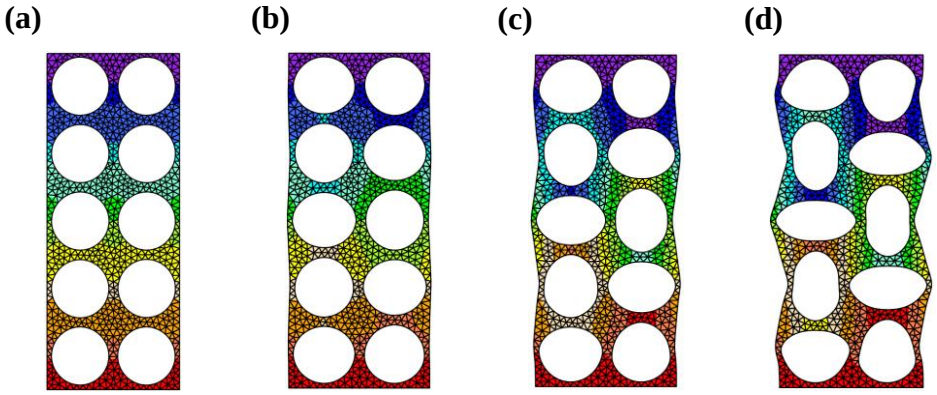
Çizelge 2: Model II'nin malzeme katsayıları

Katsayı	Değer	Birim
λ (Lame Katsayısı)	0.06	MPa
μ (Kesme Modülü)	0.05	kPa
ε_0 (Boşluk Elektrik Geçirgenlik Katsayısı)	8.854	N/MV^2
α (Malzeme Katsayısı 1)	$0.2\varepsilon_0$	N/MV^2
β (Malzeme Katsayısı 2)	$2\varepsilon_0$	N/MV^2
ε_m (Bağıl Geçirimlilik Katsayısı)	$[5\varepsilon_0, 1000\varepsilon_0]$	N/MV^2

Çizelge II'de verilen malzeme katsayıları kullanılarak oluşturulan modelden alınan sonuçlar Vu ve Steinmann'ın [8] çalışmalarındaki sonuçlarla benzerlik göstermektedir. Kararlılık analizler için kullanılacak malzeme modeli Model II'deki gibi olacaktır.

Mekanik Basma Gerinimi Altında Periyodik Mikroyapılı Malzemelerin Kararlılık Değişimi

Eldeki çalışmaya konu olan periyodik yapılı malzemelerin belirli kritik basma yükleri altında ilk periyodik görünümlerini kaybettikleri gözlemlenmiştir. Bunun temel nedeni yapının geometrik kararlılığının değişmesidir. Buna göre, Ameen ve diğ. [3], ilk geometrik yapısı Şekil 4(a)'daki gibi olan yapının geometrik kararlılığının değişimini incelemişlerdir. Şekil 4(b-d)'de ise üst tarafından düşey yönde bastırılarak deformasyona maruz bırakılmış geometriler gösterilmektedir. Yapıya ait malzeme modeli Model III'teki gibidir.



Şekil 4: Basma gerinimi altında mikro yapısı periyodik olan yapıların farklı düşey yükleme değerleri için şekil değiştirme halleri

(a) $\frac{u}{L} = 0.005$, (b) $\frac{u}{L} = 0.038$, (c) $\frac{u}{L} = 0.046$, (d) $\frac{u}{L} = 0.075$

Model III:

Geometrik kararlılık analizleri için Ameen ve diğ. [3] aşağıdaki gibi bir enerji fonksiyonunu kullanmıştır.

$$\mathbf{\Psi}^{\mathrm{III}} = \hat{\mathbf{\Psi}}^{\mathrm{III}}(\mathbf{g},\mathbf{F}) = c_1(\mathbf{b}:\mathbf{g}-3)+c_2(\mathbf{b}:\mathbf{g}-3)^2 - 2c_1\ln(J)+\frac{\mathrm{K}}{2}(J-1)^2 \tag{16}$$

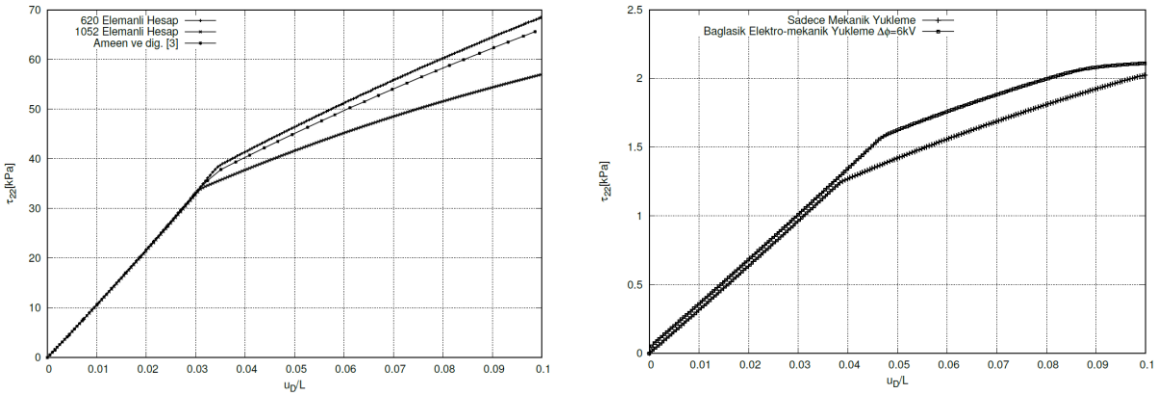
Denklem 16'ya ait malzeme katsayılarının değerleri Çizelge 3'te verilmektedir.

Çizelge 3: Model III için malzeme katsayıları

Katsayı	Değer	Birim
K (Hacim Modülü)	55	MPa
c_1 (Mooney-Rivlin Malzeme Katsayısı 1)	0.55	MPa
c_2 (Mooney-Rivlin Malzeme Katsayısı 2)	0.3	MPa

Eldeki veriler doğrultusunda, Ameen ve diğ.'nin [3] basma gerilmesi-gerinim sonuçları ile hesaplamalar Şekil 5(a)'daki gibi kıyaslanmıştır. Elde edilen sonuçlar benzerlik göstermektedir.

(a) **(b)**

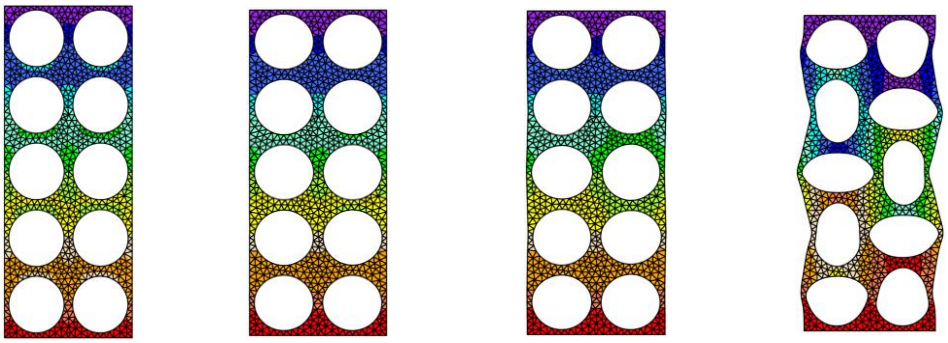


Şekil 5: Şekil 4'teki geometri için (a) Model II'ye ait basma gerilmesi-gerinim grafiği ile Ameen ve diğ.'nin [3] sonuçlarının kıyaslanması, (b) Sadece mekanik zorlamalar ve elektromekanik zorlamaların karşılaştırılması

Buna göre, bağlaşık elektromekanik etkilerin göz önünde bulundurulduğu EAP'ye ait kararlılık davranışı incelenmiştir. Şekil 4'teki yapı için hem elektrik hem mekanik sınır koşulları verilmiş olup bünye denklemleri Model II'deki gibi seçilerek sadece mekanik ve elektro-mekanik etkiler araştırılmıştır. Bu doğrultuda yapının yan kenarlarına elektrik potansiyelleri uygulanmıştır ($\Delta\phi = 6\,\mathrm{kV}$). Bununla birlikte mekanik zorlamalar etkisinde, yapının geometrik kararlılığında değişmeler meydana geldiği görülmüştür. Elde edilen bulgular Şekil 5(b)'deki gibi olup bağlaşık elektromekanik etkiler altında yapının şekil değiştirmesi Şekil 6'da gösterilmiştir.

Elektrik alanı varlığında, basma gerilmesi-gerinim grafiğindeki kırılma değeri verilen potansiyel farkın büyüklüğüne göre değişmektedir. Uygulanan elektrik alanı kritik yük değerinin ve bu yüke karşılık gelen gerinim değerinin artmasına, yani kritik noktanın ötelenmesine neden olmuştur. Öbür yandan, kritik yük sonrasındaki örüntü değişmemiştir.

(a) **(b)** **(c)** **(d)**



Şekil 6: Basma gerinimi ve yatay elektrik alan altında mikro yapısı periyodik olan yapıların farklı düşey yükleme değerleri için şekil değiştirme halleri

(a) $\frac{u}{L} = 0.005$, (b) $\frac{u}{L} = 0.038$, (c) $\frac{u}{L} = 0.046$, (d) $\frac{u}{L} = 0.075$

SONUÇLAR

Elektro-Aktif Polimerler (EAP) elektrik alanı varlığında deforme olabilen, yokluğunda ise eski şekillerine tamamen geri dönebilen akıllı malzemelerdir. EAP'den üretilen boşluklu mikro yapıya sahip periyodik yapıların bağlaşık elektromekanik yükler altında davranışlarını bütünüyle anlayabilmek için elektromekanik etkiler ve kararlılık analizleri ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir. Buna göre, yapı elektromekanik etkiler altında kritik gerilme kapasitesini arttırmaktadır. Bu yapı oluşan veya oluşturulan elektrik alanı doğrultusunda rijitlik göstermektedir. Bu tür malzemelerin üretimi ile çeşitli tasarımlar sonucu farklı mühendislik uygulamalarında kullanılması öngörülmektedir.

KAYNAKLAR

[1] P. Vukusic, J. R. Sambles, Erratum: Photonic structures in biology, *Nature*. 424(2003) 852–855.

[2] K. Bertoldi, M. C. Boyce, S. Deschanel, S. M. Prange, T. Mullin, Mechanics of deformation-triggered pattern transformations and superleastic behavior in periodic elastomeric structures, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 56(2008) 2642-2668.

[3] Ameen, M. Mohammed, et al. "Size effects in nonlinear periodic materials exhibiting reversible pattern transformations*." Mechanics of Materials*. 124 (2018) 55-70.

[4] D. Zäh, C. Miehe, Multiplicative electro-elasticity of electroactive polymers accounting for micromechanically-based network models. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*.

[5] Y. Bar-Cohen, Q. Zhang, Electro-active polymer actuators and sensors. *MRS Bull*. 33 (2008) 173-181

[6] Dorfmann, Luis, and Ray W. Ogden, *Nonlinear theory of electroelastic and magnetoelastic interactions*. Boston, MA: Springer US, 2014.

[7] Jabareen, Mahmood. "On the modeling of electromechanical coupling in electroactive polymers using the mixed finite element formulation." *Procedia IUTAM*. 12 (2015) 105-115.

[8] P. Steinmann, D. K. Vu, Computational challenges in the simulation of nonlinear electroelasticity, *Computer Assisted Methods in Engineering and Science*, 19 (2012) 199–212.